

Μεταπτυχιακή Διατριβή

Τίτλος: «Εφαρμογή του αλγορίθμου Ant Colony System για την επίλυση του προβλήματος βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων»



Ερευνητής:

Γκουντάρα Ευαγγελία

Επιβλέπων: Λέκτορας κ. Στέλιος Τσαφάρáκης

**Επιτροπή: Λέκτορας κ. Στέλιος Τσαφάρáκης , Καθηγητής κ. Νικόλαος Ματσατσίνης,
Αναπληρωτής Καθηγητής κ. Ευάγγελος Γρηγορούδης**

Περίληψη

Στην παρούσα διατριβή γίνεται εφαρμογή του αλγορίθμου Ant Colony System (Σύστημα Αποικίας Μυρμηγκιών) (M.Dorigo) στο πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής νέων προϊόντων. Αρχικά το πρόβλημα πήρε υπόσταση σε μια απλουστευμένη μορφή βέλτιστου σχεδιασμού ενός μόνο προϊόντος. Το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού ενός προϊόντος αρχικά μοντελοποιήθηκε από τον Zufryden το 1977. Οχτώ χρόνια αργότερα οι Green and Krieger (1985) εισήγαγαν το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων που αποτελεί αντικείμενο έρευνας μέχρι τις μέρες μας. Ο στόχος του προβλήματος είναι ο σχεδιασμός προϊόντων ο συνδυασμός των οποίων να ικανοποιεί κάποιους στόχους που έχουν τεθεί από την εταιρεία. Τα προϊόντα προς σχεδιασμό αναλύονται στα συστατικά τους τα οποία στη συνέχεια συνδυάζονται με διαφορετικούς τρόπους για να επιτευχθεί βελτιστοποίηση του στόχου. Το πρόβλημα κατατάσσεται στα NP-hard προβλήματα επειδή οι δυνατοί συνδυασμοί των συστατικών των προϊόντων στον πραγματικό κόσμο είναι τόσο πολλοί που δεν μπορούν να ελεγχθούν σε πολυωνυμικό χρόνο. Για το λόγο αυτό έγιναν προσπάθειες επίλυσης του προβλήματος με ευρετικές και μεθευρετικές μεθόδους οι οποίες προσεγγίζουν μια «καλή» λύση χωρίς να εγγυώνται για το ολικό πραγματικό βέλτιστο η εύρεση του οποίου είναι μάλλον αδύνατη. Υπάρχουν διάφοροι στόχοι που σχετίζονται με την επίλυση του προβλήματος. Στην παρούσα διατριβή ο στόχος είναι η βελτιστοποίηση του μεριδίου αγοράς της γραμμής των προϊόντων αναφορικά με την ανταγωνιστική αγορά.

Στο πρόβλημα εφαρμόζεται ένας μεθευρετικός αλγόριθμος, ο Ant Colony System, ο οποίος παραμετροποιείται καταλλήλως για τις ανάγκες του προβλήματος. Πριν την εφαρμογή της μεθόδου γίνεται ιστορική αναδρομή με βάση τη βιβλιογραφία καθώς επίσης αναλύονται όλα τα στάδια της έρευνας που προηγείται της επίλυσης.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1: Αντιλαμβανόμενη ποιότητα προϊόντος	6
Κεφάλαιο 2: Έρευνα αγοράς για την εύρεση των καταναλωτικών προτιμήσεων	
2.1 Εισαγωγή	12
2.2 Conjoint Analysis	13
Κεφάλαιο 3: Το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων	
3.1 Εισαγωγή στο πρόβλημα	16
3.2 Μέτρηση καταναλωτικών προτιμήσεων	17
3.3 Μοντελοποίηση της απόφασης	18
3.4 Κριτήριο βελτιστοποίησης	21
3.5 Μοντελοποίηση του προβλήματος	21
Κεφάλαιο 4: Αλγόριθμοι που έχουν εφαρμοστεί στο πρόβλημα	29
Κεφάλαιο 5: Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης αποικίας τεχνητών μυρμηγκιών	
5.1 Εισαγωγή	43
5.2 Μετα-ευρετικοί αλγόριθμοι	44
5.3 Νοημοσύνη του σμήνους (swarm intelligence)	45
5.3.1 Αυτό – οργάνωση	45
5.3.2 Στιγμεργία (stigmergy)	49
5.3.3 Κοινωνική συμπεριφορά στις φυσικές αποικίες μυρμηγκιών	51
5.4 Τα τεχνητά μυρμήγκια	54
5.4.1 Ant System	56
5.4.2 Ant Colony Optimization	61

5.4.3 Ant Colony System	62
-------------------------	----

5.4.4 Max Min Ant System	65
--------------------------	----

5.4.5 Antabu	68
--------------	----

Κεφάλαιο 6: Εφαρμογή του ACS στο πρόβλημα σχεδιασμού γραμμής νέων προϊόντων με στόχο τη βελτιστοποίηση μεριδίου αγοράς.

6.1 Ορισμός παραμέτρων του προβλήματος	69
--	----

6.2 Αντικειμενική συνάρτηση και περιορισμοί	71
---	----

6.3 Προσαρμογή αλγορίθμου στις παραμέτρους του προβλήματος	71
--	----

6.4 Κωδικοποίηση	74
------------------	----

6.5 Απόδοση ACS	76
-----------------	----

Κεφάλαιο 7: ACS vs. Genetic algorithm	82
--	----

Συμπεράσματα	86
--------------	----

Βιβλιογραφία

Κεφάλαιο 1: Αντιλαμβανόμενη ποιότητα προϊόντος

Αντιλαμβανόμενη και αντικειμενική ποιότητα

Όταν ο καταναλωτής για πρώτη φορά έρχεται σε επαφή με ένα προϊόν, είτε αυτή η επαφή είναι οπτική είτε ακουστική, λαμβάνει κάποια ερεθίσματα που οδηγούν στη διαμόρφωση μιας συνολικής αντίληψης για την ποιότητα του προϊόντος. Εξαιτίας του γεγονότος ότι ο καταναλωτής δεν έχει είτε την τεχνογνωσία, είτε το χρόνο να προβεί σε αναλύσεις, είτε τη νοοτροπία να αναλύει ένα προϊόν, είτε το προϊόν είναι τεχνικά αδύνατο να αναλυθεί σε όλα του τα χαρακτηριστικά, η αντίληψη που διαμορφώνει τελικά για την ποιότητα του προϊόντος διαφέρει από την πραγματική (αντικειμενική) ποιότητα.

Valarie A. Zeithaml (1988):

« η αντιλαμβανόμενη ποιότητα είναι η κρίση του καταναλωτή σχετικά με την υπεροχή ή την τελειότητα ενός προϊόντος»

«η αντιλαμβανόμενη ποιότητα διαφέρει από την αντικειμενική ποιότητα, η οποία πιθανόν να μην υπάρχει γιατί κάθε ποιότητα είναι μια αντίληψη κάποιου είτε αυτός είναι ο καταναλωτής είτε αυτός είναι ο μάνατζερ είτε ο μελετητής»

Sirieux and Dubois (1999):

«Η αντιλαμβανόμενη ποιότητα ενός προϊόντος είναι η εκτίμηση του καταναλωτή που βασίζεται συνολικά στις εσωτερικές και εξωτερικές διαστάσεις του προϊόντος ή της υπηρεσίας»

Ο σαφής διαχωρισμός των εννοιών της ποιότητας, της αξίας, της αντιλαμβανόμενης ποιότητας και χρησιμότητας αποτελεί ένα από τα δυσκολότερα και άλυτα προβλήματα της επιστημονικής κοινότητας. Παρόλο που η αντίληψη της τιμής, της ποιότητας και της αξίας θεωρούνται καθοριστικοί παράγοντες της καταναλωτικής συμπεριφοράς και της τελικής επιλογής προϊόντος, τα αποτελέσματα των ερευνών αμφισβητούνται μέχρι σήμερα από μία μερίδα μελετητών.

Η τελική επιλογή του καταναλωτή

Moore and Winer (1987):

«Η τελική επιλογή του καταναλωτή βασίζεται πρωτίστως στην αντίληψή του για τα χαρακτηριστικά του προϊόντος και στη συνέχεια, σε μηχανισμούς επιλογής και στην τιμή του προϊόντος.»

Green and Krieger (1989):

«Η επιλογή της προϊόντος σχετίζεται με τις αντιλήψεις και προτιμήσεις του καταναλωτή για τα επιμέρους χαρακτηριστικά του προϊόντος σε σχέση με ανταγωνιστικά προϊόντα.»

Όταν οι καταναλωτές καλούνται να επιλέξουν μεταξύ ανταγωνιστικών προϊόντων, βρίσκονται αντιμέτωποι με την αβεβαιότητα σχετικά με την ποιότητα και τη λειτουργικότητα του προϊόντος. Αν λάβουμε υπόψη μας και το γεγονός ότι ο καταναλωτής δεν προβαίνει σε αναλυτική συγκριτική μελέτη, η τελική επιλογή γίνεται με ευρετικό τρόπο (μέθοδος ενεργειών με βάση τις κτηθείσες εμπειρίες). Κάθε προϊόν διαθέτει ένα σύνολο από χαρακτηριστικά τα οποία λειτουργούν ως «ευρετικά» και οδηγούν τον καταναλωτή στο σχηματισμό μιας συνολικής αντίληψης για το προϊόν και στην αγορά ή απόρριψή του. Τα χαρακτηριστικά αυτά είναι :

Η ετικέτα (brand)	Akerlof, 1970, Darby and Kari, 1973, Olson, 1977, Ross, 1988
Η διαφήμιση της ετικέτας (brand)	Milgrom & Roberts, 1986
Η εμφάνιση του προϊόντος	Nelson, 1970, Olson, 1977
Η συσκευασία του προϊόντος	Ricardo
Η τιμή	Leavitt, 1954, Milgrom & Roberts, 1986, Olson, 1972, 1977, Rao & Monroe, 1989, Wolinsky, 1983
Η φήμη	Cooper & Ross, 1985,
Το όνομα του καταστήματος	Emons, 1988, Olson, 1977, Rao &

Η εγγύηση

Monroe, 1989

Πίνακας 1: αντιλαμβανόμενα χαρακτηριστικά προϊόντων

Η επίδραση της αντίληψης της ετικέτας ενός προϊόντος στην τελική επιλογή του καταναλωτή

Στις μέρες μας η διαμόρφωση της ετικέτας ενός προϊόντος, αποτελεί ένα πολύ σημαντικό κομμάτι του μάρκετινγκ καθώς η ετικέτα δεν αποτελεί απλά ένα μέσο αναγνώρισης του προϊόντος, αλλά εγγύηση για την ποιότητά του.

Το 1995 ο **Peter H. Bloch**, μελετά τις παραμέτρους που λαμβάνονται υπόψη κατά το σχεδιασμό ενός προϊόντος και την ανταπόκριση του καταναλωτή στο τελικό αποτέλεσμα.

Στόχοι και περιορισμοί κατά το σχεδιασμό ενός προϊόντος

Στον πίνακα 2 παρουσιάζονται οι στόχοι/ περιορισμοί που αντιμετωπίζει ένας σχεδιαστής:

Αντικειμενικοί στόχοι επίδοσης

Οι σχεδιαστικοί στόχοι που θέτονται ποικίλλουν ανάλογα με το είδος του προϊόντος και της καταναλωτικής μερίδας στην οποία απευθύνεται. Για παράδειγμα κατά το σχεδιασμό ενός κοσμήματος πρώτη προτεραιότητα έχει η αισθητική. Παρόλα αυτά σε κάθε προϊόν υπάρχουν και ορισμένα πάγια τεχνικά χαρακτηριστικά, όπως για παράδειγμα η διάρκεια ζωής, η συντηρησιμότητα, η φιλικότητα προς το περιβάλλον (ανακύκλωση).

Εργονομικοί περιορισμοί

Οι εργονομικοί περιορισμοί αφορούν την ασφάλεια του προϊόντος, την αποτελεσματικότητα του και την άνεση που παρέχει στον κάτοχό του. Από τα τέλη της δεκαετίας του '80, υπήρξε μια

	στροφή των μελετητών στη χρηστικότητα ενός προϊόντος αφήνοντας την εμφάνιση ένα βήμα πίσω.
Περιορισμοί που σχετίζονται με το κόστος παραγωγής	Οι σχεδιαστές, καθοδηγούνται από τους μανάτζερ να αναπτύξουν προϊόντα που να μπορούν να κατασκευαστούν στα πλαίσια ενός αποδεκτού κόστους παραγωγής, χωρίς να παραβιάζονται οι περιορισμοί της ποιότητας.
Ρυθμιστικοί και νομικοί περιορισμοί	Το νομικό πλαίσιο και οι κανονισμοί αποτελούν τους πιο ανελαστικούς περιορισμούς για τους σχεδιαστές.
Περιορισμοί που σχετίζονται με το πρόγραμμα μάρκετινγκ	Το ιδανικό προϊόν πρέπει να ικανοποιεί τις απαιτήσεις αποθήκευσης, χειρισμού και μεταφοράς. Επίσης ο τρόπος που οι έμποροι, θα εκθέσουν κ θα πουλήσουν το προϊόν, μπορεί να θέσει επιπλέον περιορισμούς στο σχεδιαστή. Άλλος ένας περιορισμός είναι η ανάγκη παραγωγής νέων προϊόντων αλλά στα πλαίσια μιας ήδη υπάρχουσας οικογένειας προϊόντων. Τέλος οι σχεδιαστές περιορίζονται και από το ύφος της διαφημιστικής καμπάνιας που προτίθεται να ακολουθήσει η διεύθυνση μάρκετινγκ.
Περιορισμοί που προέρχονται από τον ίδιο το σχεδιαστή	Έχει να κάνει με στόχους που θέτει ο ίδιος ο σχεδιαστής και προσωπικές φιλοδοξίες που μπορεί να επηρεάσουν το σχεδιασμό ενός προϊόντος.

Πίνακας 2: στόχοι/περιορισμοί σχεδιαστή

Ανταπόκριση του καταναλωτή στην εμφάνιση του προϊόντος

Ο τρόπος που ανταποκρίνεται τελικά ο καταναλωτής στην εμφάνιση ενός προϊόντος οφείλεται τόσο σε ορθολογιστικά όσο και σε συναισθηματικά αίτια.

Ορθολογιστική ανταπόκριση

1. Αντιλήψεις σχετικά με το προϊόν

Η μορφή ενός προϊόντος είναι ικανή να δημιουργήσει ή να επηρεάσει την αντίληψη του καταναλωτή σχετικά με χαρακτηριστικά όπως:

- Την αντοχή του προϊόντος
- Την αξία του προϊόντος
- Την τεχνική αξιοπιστία
- Τη λειτουργικότητα
- Την καταλληλότητα για το αντρικό ή γυναικείο φύλο
- Την κλάση του προϊόντος

Παρόλα αυτά κάποιες φορές οι αντιδράσεις των καταναλωτών στην εμφάνιση ενός προϊόντος είναι αστάθμητες και μη προβλέψιμες. Για παράδειγμα, ένα προϊόν με πολύ λαμπερή εμφάνιση, μπορεί να οδηγήσει τον καταναλωτή στο πρόωρο συμπέρασμα ότι είναι ακριβό.

Υπάρχουν δύο αντικρουόμενες θεωρίες σχετικά με τον τρόπο που αντιλαμβάνεται ο καταναλωτής ένα προϊόν από την εμφάνισή του. Η πρώτη θεωρία υιοθετείται από τους υποστηρικτές της ψυχολογίας Γκεστάλτ ότι δηλαδή η αντίληψη που διαμορφώνει ο καταναλωτής προέρχεται από την κατανόηση του αντικείμενου ως σύνολο. Αντίθετα η δεύτερη υποστηρίζει ότι η τελική αντίληψη του καταναλωτή αποτελεί συνδυασμό των αντιλήψεων του για τα επιμέρους χαρακτηριστικά του προϊόντος (ατομιστική).

Σύμφωνα με τον Peter H. Bloch, ισχύουν και οι δύο θεωρίες, όταν ο καταναλωτής διαμορφώνει αντίληψη. Κατά την πρώτη επαφή με το προϊόν το αντιλαμβάνεται ως μία ολότητα την οποία σε περίπτωση που τον ελκύει, τη διασπά στη συνέχεια στα επιμέρους χαρακτηριστικά της για να διαμορφώσει την τελική αντίληψη.

2. Κατηγοριοποίηση προϊόντων

Οι καταναλωτές προσπαθούν να κατανοήσουν ένα προϊόν τοποθετώντας το μέσα σε μια υπάρχουσα κατηγορία προϊόντων. Η τοποθέτηση ενός προϊόντος σε μια κατηγορία ή υποκατηγορία, εξαρτάται από το βαθμό ομοιότητας που αντιλαμβάνεται ο καταναλωτής ανάμεσα στο προϊόν και την κατηγορία ή υποκατηγορία.

Οι έρευνες έχουν δείξει ότι η πλειοψηφία των καταναλωτών εμφανίζει θετική ανταπόκριση σε προϊόντα που έχουν μέτριο βαθμό δυσαρμονίας με ήδη υπάρχοντα προϊόντα. Το αντίθετο αποτέλεσμα παρατηρείται σε προϊόντα με χαμηλό ή υψηλό βαθμό δυσαρμονίας

Συναισθηματική ανταπόκριση

John Zoccai:

«Η καλαισθησία σε καθιστά ερωτευμένο με το προϊόν»

Holbrook and Zirlin:

«Η ανταπόκριση στην αισθητική είναι μια βαθιά εμπειρία που απολαμβάνει ο καταναλωτής μόνο για τους δικούς του λόγους και δεν ασχολείται με άλλα πιο πρακτικά χαρακτηριστικά»

Η συναισθηματική αντίδραση ενός καταναλωτή στην εικόνα του προϊόντος μπορεί να είναι θετική ή αρνητική. Στόχος των σχεδιαστών είναι να διαμορφώσουν οι καταναλωτές θετικές αντιλήψεις, ιδιαίτερα αυτοί που ανήκουν στο «target group».

Η συναισθηματική ανταπόκριση του καταναλωτή στην αισθητική ενός προϊόντος μπορεί να οφείλεται στη συνολική του εμφάνιση ή σε ένα τμήμα αυτού.

Κεφάλαιο 2: Έρευνα αγοράς για την εύρεση των καταναλωτικών προτιμήσεων

2.1 Εισαγωγή

Οι έρευνες αγοράς που διεξάγονται στις μέρες μας από τις εκάστοτε εταιρίες επικεντρώνονται κυρίως στη δημιουργία βάσεων δεδομένων που απαρτίζονται από συλλογή δημογραφικών στοιχείων του δείγματος. Τα δημογραφικά στοιχεία μπορούν να δώσουν χρήσιμες πληροφορίες για στοχευμένη προώθηση και διαφήμιση των προϊόντων αλλά δεν εμπεριέχουν κατάλληλη πληροφορία για το σχεδιασμό, την ανάπτυξη και την τοποθέτηση στην αγορά νέων προϊόντων. Για το σκοπό αυτό χρειάζεται η ανάπτυξη μοντέλων που θα δίνουν στους αρμόδιους αποφασίζοντας συγκεκριμένη πληροφορία αναφορικά με τις προτιμήσεις των καταναλωτών για τα ποικίλα χαρακτηριστικά των προϊόντων. Η πληροφορία αυτή μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη της καταναλωτικής συμπεριφοράς και κατ'επέκταση το σχεδιασμό προϊόντων που θα αυξήσουν το κέρδος της εταιρίας ικανοποιώντας παράλληλα το αγοραστικό κοινό.

Για να επιτευχθεί ο προσδιορισμός των προτιμήσεων των καταναλωτών για ένα σύνολο επιλεγμένων προϊόντων θα πρέπει τα προϊόντα να είναι ομοειδή και να αναλυθούν στα χαρακτηριστικά τους. Κάθε προϊόν αναπαρίσταται ως ένα σύνολο από χαρακτηριστικά τα οποία διαχωρίζονται σε συγκεκριμένα επίπεδα. Το δείγμα των καταναλωτών που έχει επιλεγθεί καλείται να δηλώσει μέσω κατάταξης, βαθμολόγησης ή επιλογής την προτίμησή του σε ένα σύνολο προϊόντων που έχουν συντεθεί με συνδυασμούς των επιπέδων. Με κατάλληλη επεξεργασία των παραπάνω δεδομένων λαμβάνουμε τελικά την προτίμηση του κάθε καταναλωτή για κάθε επίπεδο του προϊόντος.

2.2 Conjoint analysis

Η conjoint analysis αναπτύχθηκε από τον Paul Green, καθηγητή του Wharton School του Πανεπιστημίου της Πενσυλβάνιας και έχει τις ρίζες της στη μαθηματική ψυχολογία. Είναι μια πολυμεταβλητή στατιστική μέθοδος για τη μέτρηση των καταναλωτικών προτιμήσεων. Ο Orme (2006) χώρισε την Conjoint Analysis σε τρεις διαφορετικούς τύπους:

- Conjoint Value Analysis
- Adaptive Conjoint Analysis
- Choice-based Conjoint Analysis

Η Conjoint Value Analysis είναι η κλασσική προσέγγιση αναπαράστασης του κάθε προϊόντος από το σύνολο των χαρακτηριστικών του. Η υλοποίηση της πραγματοποιείται ακολουθώντας τα παρακάτω βήματα:

- ✓ Προσδιορίζεται το σύνολο των χαρακτηριστικών που θα αναπαραστήσουν το προϊόν. Ο αριθμός των επιλεγμένων χαρακτηριστικών θα πρέπει να είναι όσο δυνατόν μικρότερος ώστε να μειωθεί το σφάλμα που προέρχεται από τη σύγκριση του ερωτώμενου λόγω πολυπλοκότητας σεναρίων.
- ✓ Γίνεται επιλογή των επιπέδων για κάθε χαρακτηριστικό.
- ✓ Γίνεται δόμηση των σεναρίων-προφίλ που θα αξιολογηθούν από τους πελάτες. Εάν από το συνδυασμό των επιπέδων προκύπτει ένας μικρός σχετικά αριθμός σεναρίων (εως 18), τότε οι πελάτες θα αξιολογήσουν όλα τα πιθανά προϊόντα που προκύπτουν και θα έχουμε ένα «πλήρες παραγοντικό σχέδιο» (full factorial design). Στην περίπτωση που τα σενάρια ξεπερνάνε τον αποδεκτό αριθμό, τότε οι πελάτες καλούνται να αξιολογήσουν ένα υποσύνολο των πιθανών σεναρίων και έχουμε ένα «παραγοντικό σχέδιο» (factorial design).

Για παράδειγμα στην περίπτωση ενός κινητού τηλεφώνου, το προϊόν περιγράφεται από τα εξής επιλεγμένα χαρακτηριστικά:

ΚΙΝΗΤΟ ΤΗΛΕΦΩΝΟ

Οθόνη	Ανάλυση κάμερας	Μέγεθος
-------	-----------------	---------

Σε καθένα από τα χαρακτηριστικά δίδονται οι ακόλουθες τιμές (επίπεδα-levels):

ΚΙΝΗΤΟ ΤΗΛΕΦΩΝΟ		
Οθόνη	Ανάλυση κάμερας	Μέγεθος
		
L1 αφής	2Mp	μικρό
L2 αφής+πλήκτρα	3Mp	μεσαίο
L3 πλήκτρα	5Mp	μεγάλο

Στην περίπτωση αυτή οι πιθανοί συνδυασμοί των επιπέδων ξεπερνάνε τον αποδεκτό αριθμό σεναρίων, οπότε έχουμε ένα παραγοντικό σχέδιο και οι καταναλωτές θα αξιολογήσουν ένα υποσύνολο 16 σεναρίων.

Δύο πιθανοί συνδυασμοί επιπέδων μας δίνουν τα παρακάτω σενάρια:

Προϊόν1: οθόνη αφής, κάμερα 2.0Mp, μεγάλο μέγεθος

Προϊόν2: οθόνη με κουμπιά, κάμερα 3.0Mp, μεσαίο μέγεθος

Οι καταναλωτές καλούνται να επιλέξουν προϊόντα ανάλογα με τις προτιμήσεις τους στα επίπεδα. Ένας επαγγελματίας για παράδειγμα που χρησιμοποιεί το κινητό ως ένα φορητό υπολογιστή τσέπης είναι πιθανότερο να επιλέξει με πρώτο κριτήριο τη μεγάλη οθόνη, ενώ ένας άνθρωπος μεγαλύτερης ηλικίας είναι πιθανότερο να επιλέξει οθόνη με κουμπιά.

- ✓ Στη συνέχεια οι ερευνητές θα πρέπει να επιλέξουν τον τρόπο με τον οποίο θα γίνει η παρουσίαση των επιλεγμένων σεναρίων στους ερωτώμενους: κόλλα χαρτί στην οποία θα περιγράφονται τα σενάρια από τα επίπεδα των χαρακτηριστικών τους, παρουσίαση εικονικών προϊόντων μέσω μιας ηλεκτρονικής οθόνης ή ακόμη και παρουσίαση των φυσικών προϊόντων σε διαμορφωμένο χώρο.

- ✓ Τέλος γίνεται επιλογή του τρόπου αξιολόγησης των σεναρίων από τους πελάτες. Η αξιολόγηση μπορεί να πραγματοποιηθεί με βαθμολογία των σεναρίων σε μια προκαθορισμένη κλίμακα (π.χ. 1-10) ή με κατάταξη των σεναρίων από το πιο προτιμηταίο στο λιγότερο προτιμηταίο.

Για τη συλλογή των αποτελεσμάτων οι πελάτες ανάλογα με τις ανάγκες των ερευνητών καλούνται είτε να απαντήσουν σε προφορικές ερωτήσεις είτε να συμπληρώσουν ερωτηματολόγια σε εκτυπωμένη ή ηλεκτρονική μορφή (π.χ. εαν υπάρχει απόσταση μεταξύ ερευνητή – πελάτη).

Αφού γίνει η συλλογή και η κατάλληλη κωδικοποίηση των δεδομένων η Conjoint Value Analysis με τη μέθοδο της γραμμικής παλινδρόμησης μας δίνει ως έξοδο τις μερικές χρησιμότητες των επιπέδων του προϊόντος για κάθε πελάτη ξεχωριστά καθώς και το μέσο όρο.

Στον πίνακα 3 βλέπουμε την έξοδο της conjoint με τους μέσους όρους των μερικών αξιών στο παράδειγμα του κινητού τηλεφώνου. Οι τιμές προέρχονται από ένα δείγμα 90 καταναλωτών.:

		Utility Estimate	Std. Error
monitor	touch	1,565	,730
	touch+buttons	-,154	,730
	buttons	-,856	,730
camera	2.0Mp	-,332	,562
	3.0Mp	-,195	,659
	5.0Mp	,527	,659
size	small	-,436	,562
	medium	,345	,659
	large	,091	,659
(Constant)		8,692	,466

Πίνακας 3: *partworths of mobile levels*

Επίσης πέρνουμε ως έξοδο και τα βάρη των χαρακτηριστικών που προκύπτουν από την αφαίρεση της μικρότερης από τη μεγαλύτερη μερική αξία των επιπέδων του εκάστοτε χαρακτηριστικού.

Κεφάλαιο 3 – Το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων

3.1 Εισαγωγή

Ο στόχος του προβλήματος του βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων, είναι ο σχεδιασμός μιας σειράς από προϊόντα τα οποία εάν εισαχθούν στο εμπόριο θα βελτιστοποιήσουν κάποιο στόχο που έχει τεθεί από την εταιρεία. Ο στόχος της εταιρείας είναι συνήθως η βελτιστοποίηση το μεριδίου αγοράς. Αυτό απαιτεί τη μοντελοποίηση των προτιμήσεων των καταναλωτών όσο αφορά τα διάφορα χαρακτηριστικά του προϊόντος. Για το σκοπό αυτό το κάθε προϊόν αναπαρίσταται από το σύνολο των χαρακτηριστικών του καθένα από τα οποία μπορεί να πάρει συγκεκριμένες, διακριτές τιμές ,τα επίπεδα.

Ιστορική αναδρομή:

Αρχικά μοντελοποιήθηκε το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού ενός προϊόντος από των Zufryden το 1977. Οχτώ χρόνια αργότερα οι Green and Krieger (1985) εισήγαγαν το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων που αποτελεί αντικείμενο έρευνας μέχρι τις μέρες μας.

Το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής νέων προϊόντων κατατάσσεται στην κατηγορία των NP-hard προβλημάτων καθώς κανένας αλγόριθμος δεν μπορεί να πιστοποιήσει σε πολυωνυμικό χρόνο ότι το βέλτιστο που προσδιορίζει είναι το ολικό βέλτιστο του προβλήματος. Το πρόβλημα πήρε υπόσταση το 1974 και από τότε μια πληθώρα μεθόδων βελτιστοποίησης έχουν εφαρμοστεί με σκοπό τον προσδιορισμό όσο γίνεται καλύτερων βέλτιστων σε διαχειρίσιμο χρόνο. Μερικές μέθοδοι που αναπτύχθηκαν ενσωματώθηκαν σε ευφυή συστήματα μάρκετινγκ ώστε να αποτελέσουν εργαλείο για τους αναλυτές που αντιμετωπίζουν το πρόβλημα.

3.2 Μέτρηση καταναλωτικών προτιμήσεων

Είναι το πρώτο στάδιο κατά το οποίο θα πρέπει να προσδιοριστούν οι προτιμήσεις των καταναλωτών μέσω της εφαρμογής μιας έρευνας αγοράς. Η διεξαγωγή της έρευνας αγοράς μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους οι πιο διαδεδομένοι εκ των οποίων είναι η συνέντευξη και η συμπλήρωση ερωτηματολογίου. Τα προϊόντα που συμμετέχουν στην έρευνα θα πρέπει να αναπαρίστανται από διαφορετικούς συνδυασμούς των επιπέδων των χαρακτηριστικών τους. Κάθε καταναλωτής θα πρέπει να αξιολογήσει έναν αριθμό είτε πραγματικών ανταγωνιστικών προϊόντων είτε υποθετικών προφίλ που παραρίχθηκαν μέσω κάποιου προγράμματος.

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι με τους οποίους ο καταναλωτής μπορεί να αξιολογήσει τα προϊόντα, οι πιο ευρέως χρησιμοποιούμενοι εκ των οποίων είναι η κατάταξη, η σύγκριση ανά δύο και η βαθμολόγηση των προφίλ.

Η ανάλυση των δεδομένων που συλλέγονται από την έρευνα γίνεται μέσω της conjoint analysis η οποία με μεθόδους παλινδρόμησης αντιστοιχεί τελικά σε κάθε επίπεδο κάθε χαρακτηριστικού μια τιμή η οποία είναι γνωστή στη βιβλιογραφία με την ορολογία «μερική αξία» (part worth). Τα επίπεδα που συνθέτουν κάθε προφίλ λαμβάνουν την τιμή της μερικής αξίας που τους αντιστοιχεί και το άθροισμα των αξιών μας δίνει τελικά τη συνολικά αξία (utility) κάθε προϊόντος για κάθε καταναλωτή.

Οι προτιμήσεις των καταναλωτών εκτιμώνται σε τρία επίπεδα:

Σε ατομικό επίπεδο ένα μοναδικό σύνολο μερικών αξιών προσδιορίζεται για κάθε καταναλωτή.

Σε τμηματικό επίπεδο όπου θεωρείται ότι η αγορά χωρίζεται σε τμήματα και οι καταναλωτές που ανήκουν στο ίδιο τμήμα έχουν παρόμοιες προτιμήσεις.

Σε συνολικό επίπεδο όπου οι μερικές αξίες υπολογίζονται για το σύνολο των καταναλωτών με βάση τα δεδομένα που έχουν συλλεχθεί.

3.3 Μοντελοποίηση της απόφασης

Η μοντελοποίηση της απόφασης είναι μια διαδικασία κατά την οποία προσομοιώνεται η συμπεριφορά του καταναλωτή ο οποίος έχει να επιλέξει ανάμεσα σε μια σειρά εναλλακτικών λύσεων. Η διαδικασία υλοποιείται με τη χρήση ενός μοντέλου επιλογής (choice model). Ένα

μοντέλο επιλογής είναι μια υποκειμενική διαδικασία μέσω της οποίας ο καταναλωτής ενσωματώνει πληροφορίες για να επιλέξει τελικά ένα προϊόν μέσα από μια σειρά ανταγωνιστικών προϊόντων.

Ένας αριθμός μοντέλων επιλογής έχει αναπτυχθεί τα οποία διαφέρουν μεταξύ τους στην υποκειμενική δομή που τα συνθέτει. (Manrai, 1995). Το μοντέλο επιλογής αναπαριστά το προφίλ του καταναλωτή δημιουργώντας μια σχέση μεταξύ προτίμησης και απόφασης. Ουσιαστικά μετατρέπει τις αξίες των προϊόντων που ένας καταναλωτής θέτει μετά από εξέταση των εναλλακτικών, σε πιθανότητες επιλογής για κάθε εναλλακτική. Τα μοντέλα επιλογής μπορεί να είναι είτε ντετερμινιστικά (deterministic choice models) είτε πιθανολογικά (probabilistic choice models).



Το μοντέλο **first choice** (πρώτη επιλογή) ή maximum utility (μέγιστη αξία) είναι ένα ντετερμινιστικό μοντέλο που υποστηρίζει ότι ο καταναλωτής θα επιλέγει πάντα το προϊόν με τη μεγαλύτερη αξία. Στην περίπτωση στην εναλλακτική με τη μεγαλύτερη αξία προσδίδεται πιθανότητα επιλογής 1 ενώ οι υπόλοιπες εναλλακτικές έχουν μηδενική πιθανότητα. Το κυριότερο μειονέκτημα του μοντέλου πρώτης επιλογής είναι ότι παραθέτει πληροφορία μόνο για το προϊόν με τη μεγαλύτερη αξία και δεν λαμβάνονται υπόψη οι σχετικές αξίες που δόθηκαν από τους καταναλωτές στα υπόλοιπα σενάρια.

Στο παρακάτω παράδειγμα έχουμε ως δεδομένα τρεις καταναλωτές που καλούνται να επιλέξουν μεταξύ τριών μοντέλων αυτοκινήτων. Στον πίνακα 4 φαίνονται οι μερικές αξίες των τριών μοντέλων από τους τρεις καταναλωτές:

	Μοντέλο 1	Μοντέλο 2	Μοντέλο 3
Καταναλωτής 1	0.8	0.7	0.2
Καταναλωτής 2	0.9	0.8	0.1
Καταναλωτής 3	0.3	0.8	0.9

Πίνακας 4: *customer's partworths*

Ο κανόνας πρώτης επιλογής δίνει μεγαλύτερο μερίδιο στο μοντέλο 1 ενώ υποβαθμίζει το μερίδιο του μοντέλου 2 (0%) παρόλο που λαμβάνει μεγάλη αξία από όλους τους καταναλωτές. Το μειονέκτημα του μοντέλου πρώτης επιλογής υποδηλώνει ότι ο

ντετερμινιστικός κανόνας που ακολουθεί αποτυγχάνει να αναπαραστήσει επαρκώς τη συμπεριφορά του καταναλωτή που καλείται να προβεί σε μια επιλογή.

Είναι κοινώς αποδεκτό ότι ο τρόπος με τον οποίο επιλέγει ο καταναλωτής ένα προϊόν στην πραγματικότητα είναι μια σύνθετη διαδικασία αποτελούμενη από πολλές τυχαίες (μη προβλέψιμες) παραμέτρους.

Ένας καταναλωτής δεν επιλέγει πάντα το προϊόν που αντιλαμβάνεται καλύτερα εξαιτίας αστάθμητων παραγόντων όπως το υψηλός κόστος αναζήτησης, η σύγχυση, η μεγάλη ποικιλία κ.α. Για το λόγο αυτό αναπτύχθηκαν τα πιθανολογικά μοντέλα τα οποία αντί να προσδίδουν όλη την πιθανότητα επιλογής σε ένα προϊόν, αντιστοιχούν σε κάθε προϊόν μια πιθανότητα η οποία σχετίζεται με την τιμή της αξίας του (utility). Τα πιθανολογικά μοντέλα επιλογής συνδυάζουν όλες τις αξίες και προσδίδουν μια πιθανότητα επιλογής ακόμη και στο προϊόν με τη χαμηλότερη αξία.

Τα πιθανολογικά μοντέλα επιλογής χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:



Μοντέλα σταθερής αξίας (constant utility models)

Τα μοντέλα σταθερής αξίας θεωρούν ότι όλες οι αξίες των προϊόντων είναι σταθερές και προσομοιώνουν τη στοχαστική φύση της ανθρώπινης συμπεριφοράς εισάγοντας ένα επίπεδο αβεβαιότητας στον κανόνα της απόφασης.

Το πιο δημοφιλές πιθανολογικό μοντέλο σταθερής αξίας είναι το **BTL**:

$$p_{ij} = \frac{U_{ij}}{\sum_{j=1}^n U_{ij}}, \text{ όπου } p_{ij} \text{ είναι η πιθανότητα ο καταναλωτής } i \text{ να επιλέξει το προϊόν } j, U_{ij} \text{ είναι η}$$

συνολική αξία που δίνει ο καταναλωτής i στο προϊόν j και n ο αριθμός των ανταγωνιστικών προϊόντων.

Ο Pessemier (1971) ανέπτυξε ένα μοντέλο που επεκτείνει το BTL. Οι αξίες των προϊόντων μετασχηματίζονται με έναν εκθέτη ο οποίος ελέγχει τις τιμές των πιθανοτήτων επιλογής διατηρώντας την αυθεντική κατάταξη των προτιμήσεων:

$$p_{ij} = \frac{U_{ij}^{\alpha}}{\sum_{j=1}^n U_{ij}^{\alpha}}, \text{ όπου } \alpha \text{ ένας εκθέτης που προσδιορίζεται από τον ερευνητή.}$$

Για μικρές τιμές του εκθέτη α , υπερεκτιμώνται οι πιθανότητες επιλογής για προϊόντα με χαμηλή αξία. Αντίστοιχα όσο το α πλησιάζει στο άπειρο το μοντέλο τείνει να μετατραπεί σε μοντέλο πρώτης επιλογής.

Ο Lesourne (1977) ανέπτυξε ένα μοντέλο που στο οποίο ο εκθέτης έχει σταθερά την τιμή 2:

$$p_{ij} = \frac{U_{ij}^2}{\sum_{j=1}^n U_{ij}^2}$$

Μοντέλα τυχαίας αξίας (random utility models)

Σε αντίθεση με τα μοντέλα σταθερής αξίας που θεωρούν τις αξίες σταθερές και αντιστοιχούν στα προϊόντα πιθανότητες επιλογής, τα μοντέλα τυχαίας αξίας θεωρούν ότι ο καταναλωτής πάντα επιλέγει την εναλλακτική με τη μεγαλύτερη αξία (U) η οποία αποτελείται από δύο μέρη: ένα ντετερμινιστικό κομμάτι που προσδιορίζεται από τη συνάρτηση που υπολογίζει τις υποκειμενικές (V) και ένα στοχαστικό κομμάτι (e) που αναπαριστά τη μη υπολογίσιμη απόκλιση στις αξίες (Baltas and Doyle, 2001):

$$U=V+e.$$

Το μοντέλο MNL θεωρεί ανεξάρτητα πανομοιότυπα σφάλματα (στοχαστικό κομμάτι) στον πληθυσμό των καταναλωτών σύμφωνα με τη διπλή εκθετική κατανομή.

Με βάση αυτή τη θεώρηση και την αρχή μεγιστοποίησης της αξίας, η πιθανότητα ο πελάτης i να επιλέξει το προϊόν j δίδεται από τον τύπο:

$$P_{ij} = \frac{e^{U_{ij}}}{\sum_{j=1}^n e^{U_{ij}}}.$$

3.4 Κριτήριο βελτιστοποίησης

Το πρώτο κριτήριο εισήχθη από τους Shocker and Srinivasan, 1974, και είναι η μεγιστοποίηση του μεριδίου αγοράς. Στη βιβλιογραφία είναι γνωστό ως «share of choices» και παραμένει το πιο ευρέως χρησιμοποιούμενο μέχρι σήμερα. Αργότερα εισήχθησαν άλλα δύο κριτήρια βελτιστοποίησης, το «κέρδος του πωλητή» (seller's welfare) από τους Green et al., 1981 και το «κέρδος του αγοραστή» (buyer's welfare) από τους Green and Krieger, 1988. Από τότε δεν έχει εισαχθεί κάτι νεότερο και ο στόχος είναι η μεγιστοποίηση του αθροίσματος των αξιών που προσφέρουν τα υποψήφια προϊόντα σε όλους τους καταναλωτές. Αυτό είναι το λιγότερο χρησιμοποιούμενο κριτήριο και αφορά κυρίως σε βελτιστοποίηση προϊόντων και υπηρεσιών που προσφέρονται από δημόσιους οργανισμούς. Στο «κέρδος του αγοραστή» ο στόχος είναι η βελτιστοποίηση του κέρδους της εταιρείας. Αυτό αποτελεί και το πιο πολύπλοκο κριτήριο καθώς απαιτεί την ενσωμάτωση αντικειμενική συνάρτηση της οριακής απόδοσης που προσδοκεί η εταιρεία από κάθε επίπεδο χαρακτηριστικού.

3.5 Μοντελοποίηση του προβλήματος

Με βάση τους Green and Krieger, 1985, για τη μοντελοποίηση του προβλήματος προσδιορίζεται αρχικά ένα σύνολο εναλλακτικών (σενάρια) ενώ σε δεύτερο επίπεδο προσδιορίζονται οι παράμετροι που βελτιστοποιούν το πρόβλημα ανάλογα με τον αλγόριθμο που έχει επιλεγεί για τη λύση του. Η προβληματική σε αυτό το σημείο είναι η απόφαση για τον αριθμό των προϊόντων που θα συνθέσουν τις εναλλακτικές και ο τρόπος με τον οποίο θα γίνει η αναπαράστασή τους ώστε να περιλαμβάνουν όλες τις δυνητικά καλές λύσεις. Σήμερα η ανάπτυξη υπολογιστών με υψηλές ταχύτητες σε συνδυασμό με την ανάπτυξη ανωτέρου επιπέδου αλγορίθμων δίνει τη δυνατότητα σχεδιασμού των προϊόντων απευθείας από τις μερικές αξίες των επιπέδων τους. Η προσέγγιση αυτή είναι γνωστή στη βιβλιογραφία ως “one-step-approach” (Green and Krieger, 1988).

Βελτιστοποίηση των επιπέδων των χαρακτηριστικών:

Στον πραγματικό κόσμο καθώς αυξάνεται ολοένα η πολυπλοκότητα στη δομή των προϊόντων, με αποτέλεσμα την αύξηση των χαρακτηριστικών και των επιπέδων που τα συνθέτουν, αυξάνεται ραγδαία και ο αριθμός των διαφορετικών προϊόντων που μπορεί να

προκύπτουν από τους συνδυασμούς των επιπέδων. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της πολυπλοκότητας στην εύρεση των καταλληλότερων συνδυασμών επιπέδων.

Ένα παράδειγμα:

Σε μια κατηγορία προϊόντων με 7 χαρακτηριστικά καθένα από τα οποία φέρει 6 διαφορετικά επίπεδα ο αριθμός των δυνατών συνδυασμών είναι 279.936 ενώ για το σχεδιασμό μια γραμμής με 3 προϊόντα ο αριθμός των υποψήφιων λύσεων ξεπερνάει τις 1000.

Στον πίνακα 5 παρουσιάζεται η αύξηση στον αριθμό των υποψήφιων λύσεων με την αύξηση των χαρακτηριστικών και των επιπέδων (πηγή: Alexouda, 2004):

Προϊόντα στη γραμμή	Χαρακτηριστικά	Επίπεδα	Δυνατός αρ. προϊόντων	Δυνατός αρ. γραμμών προϊόντων
2	3	4	64	2016
2	4	3	81	3240
2	4	4	256	32.640
2	5	3		29.403
3	3	4		41.664
3	4	3		85.320
3	4	4		2.763.520
3	5	3		2.362.041
2	5	4		523.776
2	5	5		4.881.250
2	5	6		30.229.200
2	6	4		8.386.560
2	6	5		122.062.500
2	6	6		1.088.367.840
2	7	4		134.209.536
2	7	5		3.051.718.750
2	7	6		39.181.942.080
2	8	4		2.147.450.880
2	8	5		79.293.750.000

2	8	6	1.410.554.113.920
3	5	4	178.433.024
3	5	5	5.081.381.250
3	5	6	78.333.933.600
3	6	4	11.444.858.880
3	6	5	635.660.812.500
3	6	6	16.925.571.069.120
3	7	4	732.873.539.854
3	7	5	79.469.807.968.750
3	7	6	3.656.119.258.074.240
3	8	4	46.910.348.656.640
3	8	5	9.934.031.168.750.000
3	8	6	789.728.812.499.209.000

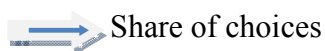
Πίνακας 5: πηγή: Alexouda, 2004

Ντετερμινιστικοί κανόνες επιλογής:

Οι Kohli and Krishnamurti (1989) απέδειξαν ότι η βελτιστοποίηση του μεριδίου αγοράς για το πρόβλημα σχεδιασμό ενός μόνο προϊόντος είναι NP-hard που σημαίνει ότι ο προσδιορισμός του πραγματικού ολικού βέλτιστου σε αποδεκτό χρόνο είναι αδύνατος.

Το 1990 οι Kohli and Sukumar απέδειξαν ότι το ίδιο ισχύει και για τη βελτιστοποίηση του κέρδους του πωλητή και του αγοραστή (seller's welfare, buyer's welfare).

Η μοντελοποίηση του προβλήματος εξαρτάται από το μοντέλο επιλογής και το κριτήριο βελτιστοποίησης. Η πιο συνηθισμένη προσέγγιση που υπάρχει στη βιβλιογραφία είναι η επίλυση του προβλήματος από τη σκοπιά της βελτιστοποίησης του μεριδίου αγοράς χρησιμοποιώντας το μοντέλο πρώτης επιλογής.



Στην περίπτωση βελτιστοποίησης μεριδίου αγοράς κάθε καταναλωτής εμφανίζεται να έχει μεγαλύτερη προτίμηση σε ένα προϊόν το οποίο ονομάζεται «status quo». Στο σύνολο των καταναλωτών αντιστοιχεί μια λίστα πρώτων σε προτίμηση προϊόντων που συνθέτουν το σύνολο των status quo.

Σύμφωνα με τους Kohli and Sukumar, 1990 το πρόβλημα μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα πρόβλημα 0-1 ακέραιου προγραμματισμού.

Παράμετροι:

$\Omega = \{1, 2, \dots, K\}$: το σύνολο των K χαρακτηριστικών του προϊόντος.

$\Phi_k = \{1, 2, \dots, J_k\}$: το σύνολο των J_k επιπέδων του κάθε χαρακτηριστικού.

$\Psi = \{1, 2, \dots, M\}$: το σύνολο M των προϊόντων που θα σχεδιαστούν.

$\theta = \{1, 2, \dots, I\}$: το σύνολο I των καταναλωτών.

w_{ijk} : είναι η μερική αξία που ο καταναλωτής $i \in \theta$ δίνει στο επίπεδο $j \in \Phi_k$ του χαρακτηριστικού $K \in \Omega$.

jki : είναι το επίπεδο του χαρακτηριστικού K που ανήκει στο status quo του καταναλωτή i .

$c_{ijk} = w_{ijk} - w_{ij^*k}$ είναι η σχετική μερική αξία δηλαδή η διαφορά μεταξύ της μερικής αξίας του επιπέδου j^*k του χαρακτηριστικού K που ανήκει στο status quo και του επιπέδου jk του χαρακτηριστικού K .

Το σύνολο των καταναλωτών που το status quo προϊόν προσφέρεται ήδη από ανταγωνιστή συμβολίζεται ως ένα υποσύνολο του συνόλου των καταναλωτών $\theta' \subset \theta$.

Η εταιρεία έχει ως στόχο να πάρει το μεγαλύτερο αριθμό καταναλωτών από τους ανταγωνιστές.

Χρησιμοποιούνται επίσης οι ακόλουθες μεταβλητές:

$x_{jkm} = \{1, \text{ εάν το επίπεδο του προϊόντος } m \text{ για το χαρακτηριστικό } k \text{ είναι } j,$

$0, \text{ αλλιώς}\}$

$x_{im} = \{1, \text{ εάν η αξία του προϊόντος } m \text{ για τον καταναλωτή } i \text{ είναι μικρότερη από το status quo,}$

$0, \text{ αλλιώς}\}$

$x_i = \{1, \text{ εάν ο καταναλωτής } i \text{ δεν επιλέγει να φύγει από το status quo,}$

$0, \text{ αλλιώς}\}$

Βάση των παραπάνω μεταβλητών το πρόβλημα μοντελοποιείται ως εξής:

$$\min \sum_{i \in \theta'} x_i \quad (1)$$

υπό τους περιορισμούς,

$$\sum_{j \in \Phi_k} x_{jkm} = 1, \quad k \in \Omega, m \in \Psi \quad (2)$$

$$\sum_{k \in \Omega} \sum_{j \in \Phi_k} c_{ijk} x_{jkm} + y_{im} > 0, \quad i \in \theta', m \in \Psi \quad (3)$$

$$x_i - \sum_{m \in \Psi} x_{im} \geq 1 - M, \quad \forall i \in \theta' \quad (4)$$

$$x_{jkm}, x_{im}, x_i = 0,1 \text{ ακέραιοι } i \in \theta', j \in \Phi_k, k \in \Omega, m \in \Psi \quad (5)$$

Ο περιορισμός (2) εξασφαλίζει ότι κάθε προϊόν στη γραμμή θα περιέχει μόνο ένα επίπεδο από κάθε χαρακτηριστικό. Ο περιορισμός (3) περιορίζει τη μεταβλητή x_{im} να παίρνει την τιμή 1 μόνο ένα ο καταναλωτής i προτιμάει το status quo έναντι του προϊόντος m . Ο περιορισμός (4) περιορίζει τη μεταβλητή x_i να είναι 1 μόνο όταν ο καταναλωτής i προτιμάει το status quo έναντι όλων των προϊόντων στη γραμμή. Ο περιορισμός (5) θέτει τους δυαδικούς περιορισμούς σύμφωνα με τις μεταβλητές απόφασης.

Η αντικειμενική συνάρτηση (1) ελαχιστοποιεί τον αριθμό των περιπτώσεων για τις οποίες $x_i=1$, και έτσι ελαχιστοποιεί τον αριθμό των καταναλωτών που προτιμούν το status quo.



Buyer's welfare

Στην περίπτωση αυτή δεν προσδιορίζεται status quo προϊόν για τον καταναλωτή (buyer). Ο καταναλωτής διαλέγει το προϊόν από τη γραμμή προϊόντων που μεγιστοποιεί την αξία του.

Χρησιμοποιείται η ακόλουθη μεταβλητή απόφασης:

$x_{ijkm} = \{1, \text{ εάν το επίπεδο } j \text{ του χαρακτηριστικού } k \text{ υπάρχει στο προϊόν } m \text{ και τον καταναλωτή } i,$
 $0, \text{ αλλιώς}\}$

Σύμφωνα με τους Kohli and Sukumar, 1990 το πρόβλημα μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα πρόβλημα 0-1 ακέραιου προγραμματισμού:

$$\max \sum_{i \in \theta} \sum_{m \in \Psi} \sum_{k \in \Omega} \sum_{j \in \Phi_k} w_{ijk} x_{ijkm} \quad (6)$$

υπό τους περιορισμούς,

$$\sum_{j \in \Phi_k} \sum_{m \in \Psi} x_{ijkm} = 1, \quad i \in \theta, k \in \Omega \quad (7)$$

$$\sum_{j \in \Phi_k} x_{ijkm} - \sum_{j \in \Phi_{k'}} x_{ijk'm} = 0, \quad k' > k, \quad k', k \in \Omega, i \in \theta, m \in \Psi$$

(8)

$$x_{ijkm} - x_{i'j'km} \leq 1, i' > i, j' > j, k \in \Omega, i, i' \in \theta, j, j' \in \Phi_k, m \in \Psi \quad (9)$$

$$x_{jkm} = 0, 1 \text{ ακέραιοι } i \in \theta, j \in \Phi_k, k \in \Omega, m \in \Psi \quad (10)$$

Ο περιορισμός (7) εξασφαλίζει ότι ο κάθε καταναλωτής επιλέγει μόνο ένα επίπεδο από κάθε χαρακτηριστικό. Ο περιορισμός (8) εξασφαλίζει ότι το επίπεδο που επιλέγεται από κάθε χαρακτηριστικό για τον καταναλωτή i θα πρέπει να περιέχεται στο ίδιο προϊόν. Ο περιορισμός (9) ότι για όλους τους καταναλωτές που απευθύνονται σε ένα συγκεκριμένο προϊόν θα πρέπει να προσδιορίζεται το ίδιο επίπεδο του χαρακτηριστικού. Όλοι οι περιορισμοί μαζί εξασφαλίζουν ότι κάθε καταναλωτής θα πρέπει να αντιστοιχείται σε ένα προϊόν της γραμμής.

Η αντικειμενική συνάρτηση (6) επιλέγει τα προϊόντα (συνδυασμός επιπέδων χαρακτηριστικών) για να μεγιστοποιήσει τη συνολική αξία στους καταναλωτές.

Seller's welfare

Οι Kohli and Sukumar (1990) εισήγαγαν μια λεπτομερή περιγραφή του προβλήματος όπου η εταιρεία στοχεύει να μεγιστοποιήσει το περιθώριο κέρδους που επιτυγχάνεται με την εισαγωγή μια γραμμής νέων προϊόντων M .

Η εταιρεία ίσως διαθέτει ήδη κάποια προϊόντα στην αγορά και ο ανταγωνισμός αναπαρίσταται μέσω της ύπαρξης ενός status quo προϊόντος για κάθε καταναλωτή.

Εάν ο καταναλωτής $i \in \theta$ επιλέξει ένα προϊόν στο οποίο υπάρχει το επίπεδο $j \in \Phi_k$ του χαρακτηριστικού $k \in E$, ο πωλητής καλείται να προσδιορίσει μια τιμή αξίας u_{ijk} .

Το περιθώριο κέρδους που δίδεται από το επίπεδο $j \in \Phi_k$ χαρακτηριστικού $k \in E$ είναι:

$d_{ijk} = u_{ijk} - u_{ij^*k}$ εάν ο καταναλωτής $i \in \theta$ μετακινηθεί από ένα προϊόν που προσφέρει η εταιρεία και

$d_{ijk} = u_{ijk}$ εάν ο καταναλωτής $i \in \theta$ μετακινηθεί από ένα προϊόν που προσφέρει ο ανταγωνιστής.

Το πρόβλημα μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα πρόβλημα 0-1 ακέραιου προγραμματισμού:

$$\max \sum_{i \in \theta} \sum_{m \in \Psi} \sum_{k \in \Omega} \sum_{j \in \Phi_k} d_{ijk} x_{ijkm} y_i \quad (11)$$

υπό τους περιορισμούς,

$$\sum_{m \in \Psi} \sum_{k \in \Omega} \sum_{j \in \Phi_k} w_{ijk} (x_{ijkm} - x_{i'jkm}) \geq 0, \quad i \neq i', i \in \theta \quad (12)$$

$$y_i \sum_{m \in \Psi} \sum_{k \in \Omega} \sum_{j \in \Phi_k} w_{ijk} x_{ijkm} \geq y_i u_i^*, \quad i \in \theta \quad (13)$$

$y_i = 0,1$ ακέραιος και (7),(8),(9),(10).

Οι περιορισμοί (7)-(10) εξασφαλίζουν όπως και στο πρόβλημα buyer's welfare ότι ένα συγκεκριμένο προϊόν αντιστοιχείται σε κάθε καταναλωτή και ότι κάθε προϊόν στη γραμμή έχει ακριβώς ένα επίπεδο από κάθε χαρακτηριστικό. Ο περιορισμός (12) εξασφαλίζει ότι κάθε καταναλωτής αντιστοιχείται στο προϊόν που μεγιστοποιεί την αξία του. Ο περιορισμός (13) εξασφαλίζει ότι ο πωλητής λαμβάνει ένα περιθώριο κέρδους από τον καταναλωτή i μόνο εάν η αξία του νέου προϊόντος που αντιστοιχεί στον καταναλωτή είναι μεγαλύτερη από την αξία του status quo προϊόντος.

Η αντικειμενική συνάρτηση (11) επιλέγει προϊόντα από τη γραμμή με σκοπό να μεγιστοποιήσει το περιθώριο κέρδους του πωλητή.

Πιθανολογικοί κανόνες επιλογής:

Στα πιθανολογικά μοντέλα επιλογής η αγορά φέρεται να αποτελείται από ένα σύνολο N ανταγωνιστικών προϊόντων με γνωστή δομή και ένα σύνολο M υποψήφιων προϊόντων για την εταιρεία.

$\mathcal{E} = \{1,2,\dots,N\}$ είναι το σύνολο των προϊόντων που συνθέτουν την αγορά.



Share of choices

Τα προϊόντα που πρόκειται να σχεδιαστούν αποτελούν ένα υποσύνολο του συνόλου των προϊόντων $\Psi \subseteq \mathcal{E}$. Οι καταναλωτές δεν έχουν ένα προϊόν status quo και δεν επιλέγουν ντετερμινιστικά το προϊόν με τη μεγαλύτερη αξία. Αντίθετα θεωρείται ότι κάθε μια από τις N εναλλακτικές έχει μια συγκεκριμένη πιθανότητα να επιλεγεί, η οποία υπολογίζεται με τη χρήση ενός πιθανολογικού μοντέλου επιλογής.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται μια μοντελοποίηση με χρήση του BTL:

Η πιθανότητα ο καταναλωτής i να επιλέξει το προϊόν m δίδεται από τον τύπο:

$$P_{im} = \frac{U_{im}}{\sum_{n \in \Xi} U_{in}}, \quad i \in \theta, m \in \Psi, n \in \Xi \quad (14)$$

όπου U_{im} η αξία που ο καταναλωτής i δίδει στο προϊόν m . Η αξία του προϊόντος προκύπτει από το άθροισμα των μερικών αξιών των επιπέδων:

$$u_{im} = \sum_{k \in \Omega} \sum_{j \in \Phi_k} w_{ijk} x_{jkm}, \quad i \in \theta, m \in \Psi, j \in \Phi_k, k \in \Omega$$

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος δίδεται ως:

$$\max \sum_{m \in \Psi} \sum_{i \in \theta} P_{im} \quad (15)$$

υπό τους περιορισμούς,

$$x_{jkm} = 0,1, \text{ ακέραιος και ο περιορισμός (2).}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (15) μεγιστοποιεί την πιθανότητα επιλογής των m προϊόντων της γραμμής προϊόντων της εταιρείας.



Seller's welfare

Οι Green and Krieger (1992) παρουσίασαν το πρόβλημα του κέρδους του πωλητή μέσω μιας εφαρμογής ενός προγράμματος για φαρμακευτικά προϊόντα. Για να μεγιστοποιηθεί το κέρδος της εταιρείας θα πρέπει μια μεταβλητή και τα σταθερά κόστη για κάθε προϊόν να συμπεριληφθούν στην αντικειμενική συνάρτηση.

Η μεταβλητή κόστους ανά μονάδα για κάθε προϊόν m δίδεται από την ακόλουθη συνάρτηση:

$$c_m^{\text{var}} = \sum_{k \in \Omega} \sum_{j \in \Phi_k} c_{jk}^{\text{var}} x_{jkm}, \quad j \in \Phi_k, k \in \Omega, m \in \Psi$$

όπου

$$c_{jk}^{\text{var}} \text{ η μεταβλητή κόστους για τον πωλητή για το επίπεδο } j \text{ του χαρακτηριστικού } k.$$

Μια αντίστοιχη συνάρτηση χρησιμοποιείται για το σταθερό κόστος του προϊόντος m :

$$c_m^{fix} = \sum_{k \in \Omega} \sum_{j \in \Phi_k} c_{ij}^{fix} x_{jkm}, \quad j \in \Phi_k, k \in \Omega, m \in \Psi$$

Εάν θέσουμε την τιμή του προϊόντος m p_m πρόβλημα μοντελοποιείται σαν πρόγραμμα μη γραμμικού προγραμματισμού:

$$\max \sum_{m \in \Psi} \left[(p_m - c_{jk}^{(var)}) \sum_{i \in \theta} P_{im} I - c_m^{(fix)} \right] \quad (16)$$

υπό τους περιορισμούς,

$$x_{jkm} = 0,1, \text{ ακέραιος και ο περιορισμός (2).}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (16) μεγιστοποιεί το συνολικό κέρδος της εταιρείας που προέρχεται από την εισαγωγή γραμμής M προϊόντων στην αγορά.

Κεφάλαιο 4 – Αλγόριθμοι που έχουν εφαρμοστεί στο πρόβλημα

Οι περισσότερες μοντελοποιήσεις εφαρμόζουν το μοντέλο πρώτης επιλογής γεγονός που οφείλεται στην απλή δομή του.

Οι πιθανολογικές προσεγγίσεις χρησιμοποιούν είτε το BBT είτε το MNL. Εξάιρεση αποτελεί μια εφαρμογή των Krieger and Green (2002) οι οποίοι χρησιμοποίησαν το μοντέλο Pessemier με διαφορετικό εκθέτη για κάθε καταναλωτή.

Σχεδόν όλες οι εφαρμογές επιλύουν το πρόβλημα μεγιστοποίησης του μεριδίου αγοράς (share of choices). Επίσης σχεδόν όλες οι εφαρμογές θεωρούν το σύνολο των ανταγωνιστικών προϊόντων σταθερό με τα προϊόντα να μη μεταβάλλονται μετά τη μεγιστοποίηση της γραμμής προϊόντων της εταιρείας. Εξάιρεση αποτελούν δύο εφαρμογές, των Choi and DeSarbo (1993), and Green and Krieger (1997) οι οποίοι πρότειναν ένα δυναμικό ανταγωνιστικό περιβάλλον όπου κάθε ανταγωνιστής αντιδρά στη μεγιστοποίηση της γραμμής, μεγιστοποιώντας με τη σειρά του τη δική του γραμμή μέχρι να ικανοποιηθούν κάποιες προκαθορισμένες συνθήκες.

Εφτά αλγόριθμοι έχουν ενσωματωθεί σε συστήματα μάρκετινγκ.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι 24 πιο σημαντικές εφαρμογές που αναφέρονται στη βιβλιογραφία:

Paper	Choice rule	Objective	Steps	Algorithm	Products	Rival	System
Shocker & Srinivasan 1974	Deterministic	Share, Profit	One	Gradient search, Grid search	Single	Static	
Zufryden 1977	Deterministic	Share	One	Mathematical programming	Single	static	ZIPMAP
Green, Carroll & Goldberg 1981	Deterministic, Probabilistic	Share, Profit	One	Response Surface methods	Single	Static	QUALIN
Green & Krieger 1985	Deterministic	Share	Two	Greedy Heuristic, Interchange Heuristic	Line	Static	DESKTOP, LINEOP
Kohli & Krishnamusti 1987	Deterministic	Share	One	Dynamic Programming	Single	Static	
Green & Krieger 1988	Probabilistic	Share, Profit, Buyers welfare	One	Divide & Conquer	Line	Static	SIMOPT
McBride & Zufryden 1988	Deterministic	Share	Two	Mathematical programming	Line	Line	
Sudharshan, May & Gruca	Deterministic	Share	One	Non linear	Line	Static	DIFFSTRAT

1988	Probabilistic			program ming			
Green, Krieger & Zelnio 1989	Probabilistic	Share	Two	Coordina te Ascent	Line	Stati c	PROSI T
Kohli & Sukumar 1990	Deterministic	Share, Profit, Buyers welfare	One	Dynamic Program ming	Line	Stati c	
Dobson & Kalish 1993	Deterministic	Share, Profit, Buyers welfare	Two	Greedy Heuristic	Line	Stati c	
Choi & DeSarbo 1993	Deterministic	Profit	One	Branch and Bound	Single	Dyn ami c	
Nair, Thakur & Wen 1995	Deterministic	Share, Profit	One	Beam Search	Line	Stati c	
Balakrishnan & Jacob 1996	Deterministic	Share, Buyers welfare	One	Genetic algorith m	Single	Stati c	
Green & Krieger 1997	Deterministic	Profit	One	Divide & Conquer	Single	Dyn ami c	
Chen & Hausman 2000	Probabilistic	Profit	Two	Non linear program ming	Line	Stati c	
Alexouda & Paparrizos 2001	Deterministic	Profit	One	Genetic algorith m	Line	Stati c	MDSS
Shi, Olafsson & Chen 2001	Deterministic	Share	One	Nested Partition	Line	Stati c	

				s			
Krieger & Green 2002	Probabilistic	Share	One	Greedy Heuristic	Single	Static	
Steiner & Hruschka 2003	Probabilistic	Profit	One	Genetic algorithm	Line	Static	
Alexouda 2004	Deterministic	Share	One	Genetic algorithm	Line	Static	MDSS
Balakrishnan, Gupta & Jacob 2004	Deterministic	Share	One	Genetic algorithm	Line	Static	
Camm, Cochran, Curry & Kannan 2006	Deterministic	Share	One	Branch and Bound with Lagrangian relaxation	Single	Static	
Belloni, Freund, Selove & Simester 2008	Deterministic	Profit	One	Branch and Bound with Lagrangian relaxation	Line	Static	

Πίνακας 5: αλγόριθμοι που εφαρμόστηκαν στο πρόβλημα

Οι πιο σημαντικοί αλγόριθμοι που εφαρμόστηκαν για την επίλυση του προβλήματος βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων αναλύονται παρακάτω. Στη συγκεκριμένη εργασία αφορά περισσότερο ο γενετικός αλγόριθμος γιατί ο μόνος που βασίζεται σε συμπεριφορά πληθυσμού και αποτελεί τον πιο σύνθετο αλγόριθμο που έχει ενσωματωθεί σε σύστημα μάρκετινγκ.

Greedy Heuristic

Εισήχθηκε από τους Green and Krieger (1985). Υλοποιείται σε δύο στάδια. Στο πρώτο στάδιο δημιουργείται ένα «καλό» σύνολο προϊόντων αναφοράς. Το δεύτερο στάδιο ξεκινάει με την επιλογή του καλύτερου από τα υποψήφια προϊόντα. Στη συνέχεια επιλέγεται η δεύτερη εναλλακτική από το σύνολο αναφοράς η οποία βελτιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση λαμβάνοντας υπόψη ότι το πρώτο προϊόν βρίσκεται ήδη στην αγορά. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται προσθέτοντας ένα προϊόν σε κάθε επανάληψη μέχρι να ολοκληρωθεί ο προκαθορισμένος αριθμός προϊόντων στη γραμμή.

Σε ένα άλλο σύγγραμμα οι Green and Krieger (1987) περιγράφουν μια διαδικασία η οποία αναφέρεται ως «the best heuristic» για τη δημιουργία των προϊόντων του συνόλου αναφοράς. Αρχικά προσδιορίζεται το προφίλ του προϊόντος που μεγιστοποιεί την αξία για τον καταναλωτή 1. Εάν η αξία που δίνει ο καταναλωτής 2 στο καλύτερο προϊόν για τον καταναλωτή 1 βρίσκεται σε ένα προκαθορισμένο διάστημα ϵ , τότε το καλύτερο προϊόν του καταναλωτή 2 δεν προστίθεται στο σύνολο, ενώ διαφορετικά προστίθεται.

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για όλους τους καταναλωτές. Οι σειρά των καταναλωτών είναι τυχαία ενώ το διάστημα ϵ παίρνει διαφορετικές τιμές ανάλογα με το μέγεθος του συνόλου. Η αποφυγή τοπικού ελάχιστου δεν είναι εγγυημένη καθώς η πρόοδος του συστήματος βασίζεται στο πρώτο προϊόν που εισήχθη στο σύνολο.

Interchange Heuristic

Οι Green and Krieger (1985) στο ίδιο σύγγραμμα εισήγαγαν μια διαφοροποιημένη μέθοδο όπου κατά την αρχικοποίηση μια γραμμή προϊόντων επιλέγεται τυχαία και προσδιορίζεται η αξία της. Στη συνέχεια κάθε εναλλακτική από το σύνολο αναφοράς εξετάζεται για να εξακριβωθεί εάν υπάρχει κάποιο προϊόν στη γραμμή η αντικατάσταση του οποίου από κάποια εναλλακτική θα βελτιώσει την αξία της γραμμής. Εάν ισχύει αυτή η συνθήκη τότε η εναλλακτική εισέρχεται και το προϊόν εξέρχεται από τη γραμμή. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου η γραμμή δεν επιδέχεται περαιτέρω βελτίωση.

Divide and Conquer

Στην προσέγγιση αυτή που αναπτύχθηκε από τους Green and Krieger (1988), το σύνολο των χαρακτηριστικών K που συνθέτουν τη γραμμή των προϊόντων χωρίζεται σε δύο όμοια υποσύνολα $K1$ και $K2$. Αρχικά προσδιορίζονται εκείνα τα επίπεδα των χαρακτηριστικών του συνόλου $K1$ τα οποία θεωρούνται καλές προσεγγίσεις της βέλτιστης λύσης. Οι συγγραφείς προτείνουν την εύρεση του μέσου όρου για κάθε επίπεδο κάθε χαρακτηριστικού και την επιλογή του επιπέδου με τη μεγαλύτερη τιμή.

Σε κάθε επανάληψη οι τιμές των χαρακτηριστικών του ενός συνόλου διατηρούνται σταθερές ενώ οι τιμές του δεύτερου συνόλου βελτιστοποιούνται με εξαντλητική αναζήτηση.

Εάν το πεδίο αναζήτησης είναι πολύ μεγάλο ώστε να πραγματοποιείται πλήρης καταμέτρηση των μισών χαρακτηριστικών, το σύνολο των χαρακτηριστικών χωρίζεται σε περισσότερα υποσύνολα με ρίσκο την εύρεση χειρότερης λύσης.

Coordinate Ascent

Ο Green *et al.* (1989), πρότεινε έναν ευρετικό αλγόριθμο που μπορεί να θεωρηθεί ως αλγόριθμος «Συντονισμένης Ανάβασης». Στην αρχικοποίηση του συστήματος μια γραμμή προϊόντων υπολογίζεται τυχαία και προσδιορίζεται η τιμή της. Στη συνέχεια ο αλγόριθμος προβαίνει σε επαναλήψεις σε κάθε χαρακτηριστικό των προϊόντων με τυχαία σειρά και αξιολογεί κάθε δυνατό επίπεδο. Η αντικατάσταση κάθε επιπέδου είναι πραγματοποιήσιμη εάν βελτιώνει τη λύση. Μόνο ένα χαρακτηριστικό αξιολογείται σε κάθε βήμα και ο αλγόριθμος τερματίζει όταν δεν είναι εφικτή περαιτέρω βελτίωση της λύσης.

Dynamic Programming

Οι Kohli and Krishnamusti (1987), και Kohli and Sukumar (1990) εισήγαγαν ένα μοντέλο ευρετικού δυναμικού προγραμματισμού για την επίλυση του βέλτιστου σχεδιασμού ενός προϊόντος και μιας γραμμής προϊόντων αντίστοιχα. Η γραμμή προϊόντων κατασκευάζεται συνθέτοντας ένα χαρακτηριστικό σε κάθε βήμα. Αρχικά για κάθε επίπεδο του δεύτερου χαρακτηριστικού προσδιορίζεται το καταλληλότερο επίπεδο του πρώτου χαρακτηριστικού,

δημιουργώντας έτσι έναν αριθμό από ημιτελή προφίλ προϊόντων τόσα όσα και τα επίπεδα του δεύτερου χαρακτηριστικού. Στη συνέχεια προσδιορίζεται για κάθε επίπεδο του τρίτου χαρακτηριστικού το καλύτερο ημιτελές προφίλ (που αποτελείται από τα χαρακτηριστικά 1 και 2) που διαμορφώθηκε στο προηγούμενο βήμα. Ο αλγόριθμος προχωράει μέχρι να συμπεριληφθούν όλα τα χαρακτηριστικά του προϊόντος. Στο τέλος η γραμμή προϊόντων που βελτιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση επιλέγεται ανάμεσα από τα ολοκληρωμένα προφίλ. Η ποιότητα της λύσης εξαρτάται από τη σειρά με την οποία συμμετείχαν τα χαρακτηριστικά. Για το λόγο αυτό συνίσταται πολλαπλή εφαρμογή του αλγορίθμου με διαφορετική ταξινόμηση των χαρακτηριστικών.

Beam Search

Οι Nair *et al.* (1995) μοντελοποίησαν το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής προϊόντων με τον αλγόριθμο Beam Search. Ο BS είναι ένας αλγόριθμος μπροστινής δένδρικής αναζήτησης όπου σε κάθε επίπεδο εξερευνούνται μόνο οι κόμβοι με την καλύτερη τιμή.

Ο αλγόριθμος στην έναρξη έχει K πίνακες $C(K)$ με σχετικές μερικές αξίες ($c_{ij} = w_{ij} - w_{ij}^*$) και αρχικοποιεί τους πίνακες αναφοράς $Al(\cdot)$ που βασίζονται στον C . Σε κάθε επίπεδο (layer), δημιουργούνται πίνακες $El(\cdot)$ με συνδυασμούς επιπέδων, συνδυάζοντας δύο πίνακες $Al(\cdot)$ τη φορά με προκαθορισμένη κατάταξη.

Στη συνέχεια επιλέγονται οι b καλύτεροι συνδυασμοί των επιπέδων για να διαμορφώσουν τις στήλες στους νέους πίνακες $Al+1(\cdot)$ στο επόμενο επίπεδο. Με τον τρόπο αυτό τα χειρότερα επίπεδα των χαρακτηριστικών εκτοπίζονται επαναληπτικά μέχρι να παραμείνει ένας πίνακας αναφοράς. Αυτές είναι οι υποψήφιες εναλλακτικές για το πρώτο προϊόν στη γραμμή. Για το σύνολο των πρώτων υποψήφιων εναλλακτικών αφαιρούνται από το σύνολο των καταναλωτών εκείνοι που προτιμούν το προϊόν έναντι του status quo.

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να συμπληρωθεί ο απαιτούμενος αριθμός προϊόντων στη γραμμή. Στο τέλος επιλέγεται η γραμμή που δίνει την καλύτερη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση.

Η τελική λύση εξαρτάται από τον τρόπο που γίνεται ο συνδυασμός των διαφορετικών χαρακτηριστικών σε κάθε επίπεδο (layer).

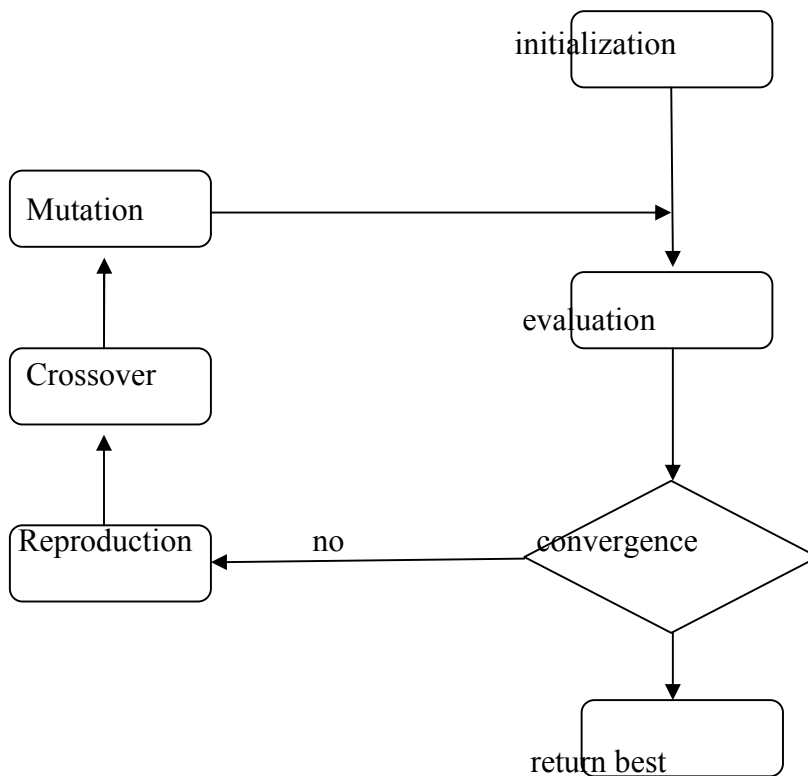
Genetic Algorithms

Οι Γενετικοί Αλγόριθμοι αποτελούν τεχνικές βελτιστοποίησης και εισήχθησαν για πρώτη φορά από το Holland (1975).

Μοντελοποιούνται βάση της αρχής «natural selection» (φυσική επιλογή) και προτάθηκαν για πρώτη φορά από τον Darwin πολλά χρόνια πριν την εφαρμογή τους. Αποτελούν υποκατηγορία των Εξελικτικών Αλγορίθμων.

Η αναπαράσταση της λύσης στους γενετικούς αλγορίθμους είναι μια προσομοίωση της βιολογικής διαδικασίας με την οποία συντίθενται τα χρωμοσώματα. Η κάθε λύση του αλγορίθμου αναπαρίσταται ως ένα χρωμόσωμα που αποτελείται από γονίδια (μεταβλητές) οι οποίες μπορούν να πάρουν διάφορες τιμές που ονομάζονται αλληλόμορφα (alleles).

Η προοδευτικότητα ενός τυπικού GA φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα ροής:



Αρχικά παράγεται ένα σύνολο χρωμοσωμάτων (πληθυσμός). Σε περίπτωση που υπάρχει προηγούμενη γνώση για τα δεδομένα του προβλήματος, χρησιμοποιείται ώστε να βελτιστοποιηθεί ο αρχικός πληθυσμός. Σε διαφορετική περίπτωση ο αρχικός πληθυσμός παράγεται τυχαία. Στη συνέχεια η τιμή κάθε χρωμοσώματος υπολογίζεται με βάση την αντικειμενική συνάρτηση για να προσδιοριστεί η ποιότητά του. Τα χρωμοσώματα που θα

αναπαραχθούν επιλέγονται ανάλογα με την ποιότητά τους. Αυτό σημαίνει ότι όσο μεγαλύτερη τιμή έχει ένα χρωμόσωμα τόσο μεγαλύτερη πιθανότητα έχει να επιλεγεί για την επόμενη γενιά.

Η αναπαραγωγή εξασφαλίζει ότι τα χρωμοσώματα με τις καλύτερες τιμές θα επιβιώσουν σε επόμενες γενιές. Η διαδικασία ονομάζεται «survival of the fitness» και συντελεί στη διατήρηση των καλύτερων λύσεων καθώς εξελίσσεται ο αλγόριθμος.

Ακολουθεί η διαδικασία του ζευγαρώματος (mating) όπου δύο γονείς επιλέγονται για να παράγουν δύο απογόνους με μια πιθανότητα pc , με τη χρήση ενός συντελεστή διασταύρωσης. Η λογική αυτής της διαδικασίας είναι ότι ένα χρωμόσωμα είναι πιθανό να περιέχει ορισμένα καλά γονίδια. Εάν δύο χρωμοσώματα ανταλλάξουν τα καλά τους γονίδια τότε υπάρχει υψηλή πιθανότητα να παράγουν καλούς απογόνους οι οποίοι με τη σειρά τους θα ανταλλάξουν τα καλά τους γονίδια.

Από τη διαδικασία αυτή προσδοκάται υψηλή ποιότητα σε επόμενες γενιές.

Μεταγενέστερα, καθένα από τα καινούργια χρωμοσώματα επιλέγεται με μια πιθανότητα pm για να μεταλλαχθεί.

Στη διαδικασία της μετάλλαξης (mutation) ένα από τα γονίδια του χρωμοσώματος που έχει επιλεγεί, επιλέγεται τυχαία και η τιμή του αντικαθίσταται από μία άλλη που παράγεται τυχαία.

Η μετάλλαξη παράγει νέα χρωμοσώματα που δεν θα είχαν τη δυνατότητα να παραχθούν με τη διαδικασία της διασταύρωσης. Με τον τρόπο αυτό σε κάθε γενιά παράγονται νέα χρωμοσώματα επιτρέποντας στον αλγόριθμο να αναζητήσει λύσεις σε νέα μονοπάτια αποφεύγοντας τον εγκλωβισμό σε τοπικά ελάχιστα.

Συμπερασματικά, ενώ η αναπαραγωγή μειώνει την ποικιλομορφία του πληθυσμού, η μετάλλαξη την ενισχύει με αποτέλεσμα να αποφεύγεται η πρόωρη σύγκλιση του αλγορίθμου σε τοπικά βέλτιστα. Παρόλα αυτά η μετάλλαξη θα πρέπει να διατηρείται σε κάποια όρια γιατί υπάρχει κίνδυνος να οδηγήσει σε ανεξέλεγκτη τυχαία αναζήτηση.

Ο αλγόριθμος τερματίζει όταν ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού και επιστρέφει την καλύτερη λύση που έχει βρει μέχρι τότε.

Προβλήματα που επιλύθηκαν με GA:

Ο GA εφαρμόστηκε για πρώτη φορά στο πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού προϊόντος από τους Balakrishnan and Jacob (1996), οι οποίοι ασχολήθηκαν με το πρόβλημα του μεριδίου αγοράς (share of choices) και το κέρδος του αγοραστή (buyer's welfare) στα οποία εφάρμοσαν το μοντέλο της πρώτης επιλογής.

Αργότερα οι Alexouda and Paparrizos (2001) εφάρμοσαν το GA στο πρόβλημα του κέρδους του πωλητή για το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής νέων προϊόντων.

Επίσης οι Alexouda (2004) και Balakrishnan *et al.* (2004) εφάρμοσαν τον αλγόριθμο στο πρόβλημα του μεριδίου αγοράς.

Όλες οι παραπάνω εφαρμογές εφάρμοσαν το μοντέλο πρώτης επιλογής. Η μόνη εφαρμογή που χρησιμοποιεί πιθανολογικό μοντέλο επιλογής είναι αυτή των Steiner and Hruschka (2003), οι οποίοι επίλυσαν το πρόβλημα του κέρδους του πωλητή.

Αναπαράσταση του προβλήματος:

Εκτός από των Balakrishnan *et al.* (2004), οι υπόλοιπες προσεγγίσεις υιοθέτησαν μια δυαδική αναπαράσταση για το πρόβλημα.

Στην εφαρμογή των Balakrishnan and Jacob (1996), το κάθε προϊόν αναπαρίσταται από ένα χρωμόσωμα το οποίο χωρίζεται σε K τμήματα τόσα όσα και τα χαρακτηριστικά του προϊόντος.

Κάθε τμήμα αποτελείται από J_K γονίδια τόσα όσα και τα επίπεδα του κάθε χαρακτηριστικού.

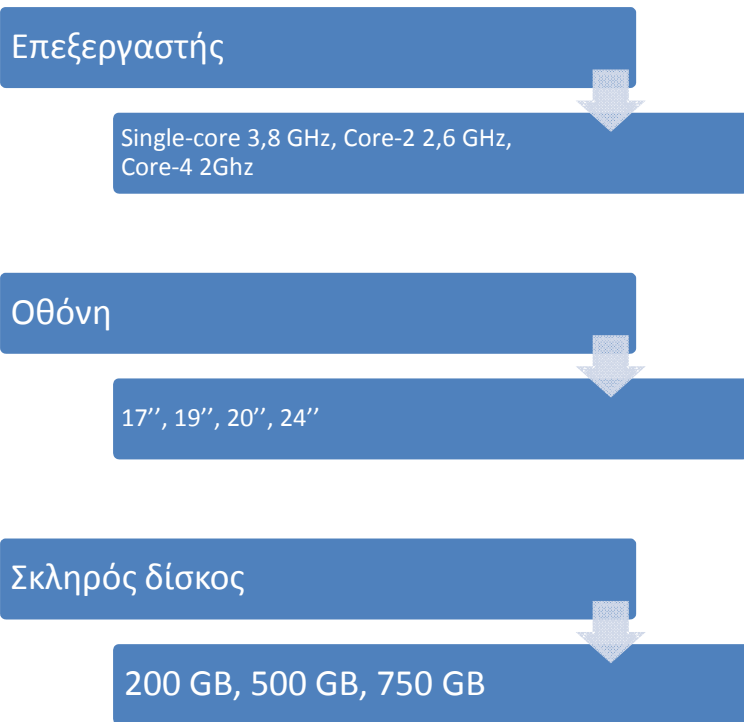
Τα γονίδια παίρνουν τιμές 0 ή 1 ανάλογα εάν ή όχι είναι επιλεγμένο το επίπεδο για το χαρακτηριστικό.

Το μήκος του χρωμοσώματος είναι:

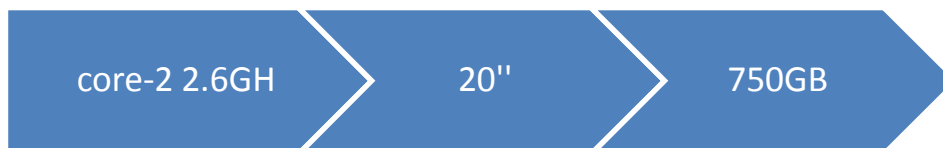
$$P = \sum_{k \in \Omega} j_k$$

Αυτή η αναπαράσταση εξασφαλίζει ότι μόνο ένα γονίδιο μπορεί να λάβει την τιμή 1 σε κάθε τμήμα του χρωμοσώματος (καθώς σε κάθε χαρακτηριστικό μπορούμε να επιλέξουμε μόνο ένα επίπεδο).

Για παράδειγμα θεωρούμε ότι ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής γραφείου περιγράφεται από τα παρακάτω χαρακτηριστικά και επίπεδα:



Ένα προϊόν με προφίλ:



θα αναπαρασταθεί από ένα χρωμόσωμα $C=\{010\ 0010\ 001\}$.

Στην προσέγγιση των Alexouda and Paparrizos (2001), Steiner and Hruschka (2003) και Alexouda (2004), ένα χρωμόσωμα αποτελεί μια γραμμή M προϊόντων. Κάθε χρωμόσωμα αποτελείται από $M \cdot K$ τμήματα καθένα από τα οποία περιέχει J_K γονίδια που λαμβάνουν τιμές 0 ή 1.

Το μήκος κάθε χρωμοσώματος είναι

$$P = M * \sum_{k \in \Omega} j_k$$

Αναφορικά με το παραπάνω παράδειγμα του ηλεκτρονικού υπολογιστή ένα χρωμόσωμα $D=\{010\ 0010\ 001|100\ 0001\ 010\}$ αναπαριστά τα δύο ακόλουθα προφίλ προϊόντων:

Προϊόν1: Core-2 2,6 GHz με 20’’ οθόνη και 750 GB σκληρό δίσκο

Προϊόν2: single-core 3,8 GHz με 24’’ οθόνη και 500 GB σκληρό δίσκο.

Ο Balakrishnan *et al.* (2004), χρησιμοποίησε μια ακέραιη αναπαράσταση για τη λύση. Κάθε χρωμόσωμα αναπαριστά μια γραμμή προϊόντων, κάθε γονίδιο ένα χαρακτηριστικό και οι τιμές του γονιδίου αναφέρονται στα επίπεδα του χαρακτηριστικού.

Το μήκος του χρωμοσώματος είναι $M \cdot K$ και χωρίζεται σε M τμήματα καθένα από τα οποία αναφέρεται σε ένα προϊόν της γραμμής.

Σε κάθε τμήμα το γονίδιο k λαμβάνει J_k διαφορετικές τιμές. Αναφορικά και πάλι στο παράδειγμα του υπολογιστή το χρωμόσωμα D στην περίπτωση αυτή είναι της μορφής: $E=\{233|142\}$.

Παράμετροι του γενετικού αλγορίθμου

Οι Balakrishnan και Jacob (1996) μοντελοποίησαν το πρόβλημα με τη χρήση πινάκων. Ο πληθυσμός των χρωμοσωμάτων έχει μέγεθος N και αποθηκεύεται στον πίνακα $POPN \cdot \Pi$.

Οι προτιμήσεις των πελατών (μερική αξία για κάθε επίπεδο χαρακτηριστικό) αποθηκεύονται στον πίνακα $BETAI \cdot P$. Οι αξίες που ο κάθε καταναλωτής δίνει στα προϊόντα υπολογίζονται σε κάθε γενιά και αποθηκεύονται στον πίνακα $PRODUTIL = BETAI \cdot popit$. Για το πρόβλημα μεγιστοποίησης μεριδίου αγοράς οι αξίες των καταναλωτών για το status quo αποθηκεύονται στον πίνακα $STATQUO$. Η αξία κάθε χρωμοσώματος υπολογίζεται με τη σύγκριση της στήλης n του $PRODUTIL$ με την αντίστοιχη του status quo. Η καταλληλότητα της λύσης κρίνεται από το πόσες φορές ισχύει $PRODUTIL(i,n) > STATQUO(i,n)$, $i=1 \dots I$, που είναι ο αριθμός των καταναλωτών που προτιμούν το νέο προϊόν έναντι του status quo. Για το πρόβλημα του κέρδους του αγοραστή η καταλληλότητα της λύσης n (χρωμόσωμα) προσδιορίζεται από το άθροισμα των στοιχείων της στήλης n του πίνακα $PRODUTIL$ και είναι η συνολική αξία για όλο το σύνολο των καταναλωτών.

Αρχικοποίηση του πληθυσμού

Και οι πέντε προσεγγίσεις αρχικοποιούν τον πληθυσμό του GA με εντελώς τυχαίο τρόπο.

Επιπλέον οι Alexouda and Paparrizos (2001), Alexouda (2004), and Balakrishnan *et al.*

(2004), λαμβάνουν υπόψη την επίδοση μιας υβριδικής στρατηγικής για την αρχικοποίηση του πληθυσμού. Πριν την έναρξη αναζήτησης του GA εφαρμόζεται μια ευρετική Beam Search και η καλύτερη λύση που βρίσκει ενσωματώνεται στον αρχικό πληθυσμό του αλγορίθμου. Τα υπόλοιπα χρωμοσώματα $N-1$ διαμορφώνονται τυχαία.

Με βάση τη βιβλιογραφία οι διαστάσεις του πληθυσμού είναι:

100 - Balakrishnan and Jacob, 1996

150 - Alexouda and Paparrizos, 2001; Steiner and Hruschka, 2003

180 - Alexouda, 2004

400 - Balakrishnan et al., 2004

Αναπαραγωγή

Εκτός από τους Steiner and Hruschka (2003), οι υπόλοιπες εφαρμογές υιοθετούν μια ελιτίστικη στρατηγική για τη διαδικασία της αναπαραγωγής, όπου τα F καλύτερα χρωμοσώματα αντιγράφονται άθικτα στην επόμενη γενιά.

Η προσέγγιση αυτή εγγυάται ότι τα καλά χρωμοσώματα θα επιβιώσουν σε επόμενες γενιές.

Ο αριθμός F των χρωμοσωμάτων που αντιγράφονται ποικίλλει από $4N/10$ (Alexouda and Paparrizos, 2001; Alexouda, 2004) έως $N/2$ (Balakrishnan and Jacob, 1996; Balakrishnan et al., 2004).

Οι Steiner and Hruschka (2003) εφάρμοσαν μια δυαδική διαδικασία επιλογής όπου επιλέγονται τυχαία $N/2$ ζευγάρια χρωμοσωμάτων και από κάθε ζευγάρι το χρωμόσωμα με την καλύτερη τιμή μεταβαίνει στην επόμενη γενιά.

Διασταύρωση

Στις εφαρμογές που έγινε δυαδική αναπαράσταση συμμετέχουν στη διασταύρωση τα τμήματα των χρωμοσωμάτων.

Για παράδειγμα στην εφαρμογή των Steiner and Hruschka (2003) η διασταύρωση δύο γονεών

$A = \{010\ 0010\ 001|100\ 0001\ 010\}$ και

$B = \{100\ 0100\ 010|010\ 0010\ 100\},$

γίνεται μετά τη διασταύρωση του δεύτερου τμήματος:

$A' = \{010\ 0010\ 010|010\ 0010\ 100\}$ και

$B' = \{100\ 0100\ 001|100\ 0001\ 010\}.$

Κριτήριο Τερματισμού

Από το σύνολο των χρωμοσωμάτων μόνο εκείνα που δίνουν την καλύτερη λύση περνάνε στις επόμενες γενιές και ο αλγόριθμος τερματίζει μόλις ικανοποιηθεί η συνθήκη τερματισμού.

Οι Balakrishnan and Jacob (1996), Steiner and Hruschka, (2003), and Balakrishnan *et al.* (2004), επιστράτευσαν μια δυναμική συνθήκη τερματισμού κατά την οποία ο αλγόριθμος τερματίζει όταν η επί τοις εκατό διαφορά στην τιμή μεταξύ τριών χρωμοσωμάτων με την καλύτερη τιμή σε πέντε προηγούμενες γενιές είναι μικρότερη του 0.2%. Στις υπόλοιπες εφαρμογές ο αλγόριθμος τερματίζει όταν η βέλτιστη λύση δε βελτιώνεται για 10 (Alexouda and Paparrizos, 2001) ή 20 (Alexouda, 2004) γενιές.

Μέτρηση της απόδοσης

Genetic Algorithm vs. Dynamic Programming

Οι Balakrishnan and Jacob (1996) σύγκριναν τα αποτελέσματά του με την εφαρμογή του Δυναμικού Προγραμματισμού (Kohli and Krishnamusti, 1987) στα προβλήματα του μεριδίου αγοράς και του κέρδους του αγοραστή.

Ένα πλήρως παραγοντικό πειραματικό σχέδιο διαμορφώθηκε:

Factors		Levels		
Number of attributes	4	6	8	
Number of attribute levels	2	3	4	5
Number of customers	100	200	300	400

Πίνακας 6: *Factors and levels used in the experiment*

Οι μερικές αξίες παρήχθησαν τυχαία, ακολουθούν κανονική κατανομή και κανονικοποιήθηκαν για κάθε καταναλωτή να αθροίζουν στη μονάδα.

Το status quo προϊόν του κάθε καταναλωτή παράχθηκε επίσης με τυχαίο τρόπο. Τέσσερις επαναλήψεις εφαρμόστηκαν σε κάθε περίπτωση συνθέτοντας ένα σύνολο από 192 δεδομένα. Στο πρόβλημα μεγιστοποίησης μεριδίου αγοράς η κατά μέσο όρο καλύτερη λύση που δόθηκε από το GA ήταν 99,13% για το βέλτιστο προφίλ προϊόντος που υπολογίστηκε με πλήρη καταμέτρηση ενώ η ίδια τιμή για τον DP ήταν 96.67%.

Η βέλτιστη λύση βρέθηκε 123 φορές για τον GA και 51 για τον DP στο πρόβλημα βελτιστοποίησης μεριδίου αγοράς ενώ 175 φορές για τον GA και 82 για τον DP στο πρόβλημα μεγιστοποίησης του κέρδους του πωλητή.

Κεφάλαιο 5

5.1 Εισαγωγή

Για την εύρεση της βέλτιστης λύσης ενός προβλήματος γίνεται χρήση ενός αλγορίθμου που προγραμματίζεται να επιλύει το εκάστοτε πρόβλημα.

Η δυσκολία όμως επίλυσης ενός προβλήματος βελτιστοποίησης αυξάνεται ραγδαία όσο αυξάνονται οι διαστάσεις του προβλήματος και τις περισσότερες φορές το να προσπαθούμε να βρούμε την ολικά βέλτιστη λύση σε λογικό χρόνο είναι πρακτικά αδύνατο. Για να επιλυθούν τέτοιου είδους προβλήματα (NP –NP hard problems) συχνά καταφεύγουμε σε διαφορετικές τεχνικές που μας οδηγούν σε μια σχεδόν βέλτιστη, αλλά ικανοποιητική λύση. Για το λόγο αυτό κατασκευάστηκε ένα πλήθος αλγορίθμων που ονομάζονται ευρετικοί αλγόριθμοι. Οι ευρετικοί αλγόριθμοι σε αντίθεση με τους παραδοσιακούς δεν εξετάζουν όλα τα δυνατά σενάρια αλλά εκείνα που προσεγγίζουν περισσότερο στο βέλτιστο.

Ένας κλασσικός ευρετικός αλγόριθμος αποτελεί έναν αποτελεσματικό (εύρεση λύσεων εντός αποδεκτού χρόνου) αλγόριθμο που δίνει λύσεις όχι απαραίτητα βέλτιστες σε προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης και του οποίου η αποδοτικότητα (εύρεση υψηλής ποιότητας λύσεων) εξαρτάται κάθε φορά από το βαθμό ενσωμάτωσης των ιδιοτήτων του υπό εξέταση προβλήματος στον μηχανισμό λειτουργίας του.

Για κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης δεν υπάρχει μόνο ένας ευρετικός αλγόριθμος που να δίνει τη βέλτιστη λύση, αλλά έχουν αναπτυχθεί αρκετοί αλγόριθμοι οι οποίοι συγκρινόμενοι μεταξύ τους, οδηγούν ολοένα και σε καλύτερες λύσεις.

Οι ευρετικοί αλγόριθμοι κατηγοριοποιούνται ως εξής:

Κλασσικοί Ευρετικοί (Classical Heuristics)



Ευρετικοί Κατασκευαστικοί Αλγόριθμοι

➡ Πλεονεκτικός Κατασκευαστικός

➡ Στοχαστικός Κατασκευαστικός



Ευρετικοί Αλγόριθμοι Επαναληπτικής Βελτίωσης

➡ Αλγόριθμος Μέγιστης Κατάβασης (αποδοχή συνολικά καλύτερου γείτονα)

➡ Αλγόριθμος Κατάβασης (αποδοχή 1^ο καλύτερου γείτονα που θα προκύψει)

5.2 Μεταευρετικοί αλγόριθμοι

Οι μεταευρετικοί αλγόριθμοι είναι επαναληπτικές διαδικασίες που γεννάνε λύσεις συνδυάζοντας με έξυπνο τρόπο διαφορετικά σενάρια χρησιμοποιώντας τεχνικές μάθησης ώστε να συγκλίνουν σε «κοντά στο βέλτιστο» εφικτές λύσεις.

Οι βασικές μέθοδοι που ανήκουν στην κατηγορία των μεταευρετικών αλγορίθμων είναι:

- ➡ Γενετικοί Αλγόριθμοι (Genetic Algorithms)
- ➡ Γενετικός Προγραμματισμός (Genetic Programming)
- ➡ Εξελκτικές στρατηγικές (Evolution Strategies)
- ➡ Εξελκτικός προγραμματισμός (Evolutionary Programming)
- ➡ Artificial Immune System
- ➡ Νοημοσύνη του σμήνους (Swarm Intelligence)

5.3 Νοημοσύνη του σμήνους (swarm intelligence)

5.3.1 Αυτό - οργάνωση

Υπάρχουν ορισμένα είδη εντόμων που λόγω συμπεριφοράς τα έχουμε κατατάξει σε μια κατηγορία, την επονομαζόμενη «κοινωνικά έντομα». Τα πιο γνωστά είδη της κατηγορίας αυτής είναι τα μυρμήγκια, οι μέλισσες, οι σφήκες και οι τερμίτες. Οι πληθυσμοί των κοινωνικών εντόμων ξεχωρίζουν για τον τρόπο που οργανώνονται σε μικρές κοινωνικές ομάδες οι οποίες λειτουργούν με συγκεκριμένη δομή και κανόνες. Η συμπεριφορά των εντόμων αυτών υποκινείται από την ανάγκη επιβίωσης της ομάδας και όχι του ατόμου.

Ειδικότερα, τα μυρμήγκια αποτελούν ένα από τα πιο επιτυχημένα είδη ζωής πάνω στον πλανήτη μας έχοντας αποικήσει κάθε μέρος του.

Το κάθε έντομο αποτελεί έναν περίπλοκο οργανισμό καθώς έχει τη δυνατότητα να χρησιμοποιεί ένα πλήθος αισθητηρίων οργάνων μέσω των οποίων συλλέγει πληροφορίες από το εξωτερικό περιβάλλον και τις επεξεργάζεται για να λάβει τελικά μια απόφαση.

Παρακάτω παρουσιάζονται δύο χαρακτηριστικά παραδείγματα κοινωνικών εντόμων:



Οι μέλισσες

- ✓ Καθορίζουν την ταχύτητά τους και μετρούν την απόσταση που έχουν διανύσει ανάλογα με την οπτική ροή των πληροφοριών στον αμφιβληστροειδή.
- ✓ Χρησιμοποιώντας τον ίδιο μηχανισμό και συνδυάζοντας το ρυθμό καθόδου τους με την πρόσω ταχύτητά τους καταφέρνουν να επιτυγχάνουν πάντα ομαλές προσγειώσεις σε οριζόντια επίπεδα χωρίς να έχουν σαφή γνώση τόσο του ύψους τους όσο και της ταχύτητάς τους.
- ✓ Η επικοινωνία μεταξύ των μελών της αποικίας επιτυγχάνεται μέσω του χορού των μελισσών, ο οποίος κωδικοποιεί την απόσταση και τη διεύθυνση της θέσης τροφής.



Τα μυρμήγκια

- ✓ Κατορθώνουν να φτάσουν στον προορισμό που βρίσκεται η τροφή τους όταν αλλάξουμε τη θέση τους.
- ✓ Πετυχαίνουν το στόχο τους χρησιμοποιώντας την περιορισμένη όραση και μνήμη τους καθώς και την όσφρηση.

- ✓ Διαθέτουν επίσης έναν αθροιστή για να υπολογίζουν τις αποστάσεις.

Τα παραπάνω παραδείγματα παρουσιάζουν μόνο μερικές από τις ατομικές ικανότητες κάθε εντόμου. Είναι φανερό, όμως, ότι αυτές οι ικανότητες των εντόμων, μεμονωμένα, δεν είναι δυνατό να εμφανίσουν ένα συνολικά αρμονικά δομημένο αποτέλεσμα, όπως το κτίσιμο των φωλιών στους τερμίτες ή την εύρεση της συντομότερης διαδρομής μεταξύ δύο σημείων στα μυρμήγκια, και μάλιστα χωρίς την ύπαρξη κεντρικής διοίκησης.

Τα κοινωνικά έντομα έχουν την ικανότητα να φέρνουν εις πέρας τις παραπάνω διεργασίες με:

- 1 • **Ευελιξία & προσαρμοστικότητα (flexibility)** : προσαρμόζονται στις μεταβαλλόμενες συνθήκες του περιβάλλοντος
- 2 • **Στιβαρότητα (robustness)** : η εργασία ολοκληρώνεται ακόμη και αν υπάρξει αποτυχία κάποιων ατόμων

Το μυστικό της «επιτυχημένης» διεκπεραίωσης συλλογικών εργασιών και μάλιστα με βέλτιστο τρόπο βρίσκεται στην **αυτο-οργάνωση (self-organization SO)** των εντόμων. Στα SO μοντέλα γίνεται η βασική θεώρηση ότι το κάθε άτομο-έντομο είναι ένας απλός «πράκτορας» (*agent*) που μπορεί να διεκπεραιώσει μόνο απλές λειτουργίες.

Για παράδειγμα, στις αποικίες των μυρμηγκιών το βασικό χαρακτηριστικό που λαμβάνουν υπόψη τα SO μοντέλα είναι ότι τα μυρμήγκια μπορούν να ακολουθήσουν με κάποια πιθανότητα ένα ίχνος φερομόνης και να το ενισχύσουν χωρίς να ενδιαφέρει πως ανιχνεύεται το ίχνος αυτό, πως λαμβάνεται η απόφαση από το μυρμήγκι να το ακολουθήσει ή όχι και τέλος με ποιον τρόπο ενισχύει το ήδη υπάρχον ίχνος φερομόνης.

Αναλυτικότερα, η **αυτο-οργάνωση** είναι ένα σύνολο δυναμικών μηχανισμών με τους οποίους σχηματίζονται δομές σε ένα σύστημα από αλληλεπιδράσεις των συνιστωσών του. Οι αλληλεπιδράσεις αυτές στηρίζονται καθαρά σε τοπικές πληροφορίες χωρίς να λαμβάνουν υπόψη τους τη συνολική εικόνα.

Η αυτο-οργάνωση χαρακτηρίζεται από 3 βασικά στοιχεία:



Θετική ανάδραση (positive feedback): αποτελεί ένα σύνολο από κανόνες βάση των οποίων σχηματίζονται οι κυριότερες δομές της αποικίας. Το κάθε έντομο αντιδρά σε ένα ερέθισμα (αναζήτηση τροφής ή εντοπισμός έκκρισης χημικής ουσίας) με σκοπό:



Τη στρατολόγηση (recruitment): είναι η προσέλκυση άλλων ατόμων στο στόχο. Στην αποικία των μελισσών ένα παράδειγμα στρατολόγησης είναι όταν μια μέλισσα

εντοπίζει τροφή και επιστρέφει στη φωλιά με μια ποσότητα αυτής. Τότε αρχίζει το χαρακτηριστικό χορό μέσω του οποίου μεταφέρει στα υπόλοιπα μέλη κωδικοποιημένη πληροφορία για τη θέση της τροφής καθώς και την ποιότητα και ποσότητα αυτής. Ως αποτέλεσμα, αρκετά μέλη είναι πολύ πιθανό να ακολουθήσουν την ίδια διαδρομή.

Στην αποικία των μυρμηγκιών, αντίστοιχα όταν ένα μέλος της ομάδας εντοπίζει τροφή, επιστρέφοντας στη φωλιά εναποθέτει στη διαδρομή ένα ποσό φερομόνης ανάλογο με την ποιότητα και την ποσότητα της τροφής.

Με τον τρόπο αυτό γίνεται «στρατολόγηση» των υπόλοιπων μελών της αποικίας.

 Την ενίσχυση (reinforcement): αφορά την ενίσχυση του ερεθίσματος. Για παράδειγμα εάν ένα μυρμήγκι μυρίσει τη φερομόνη που ένα άλλο έχει εναποθέσει και τελικά ακολουθήσει την ίδια διαδρομή τότε θα εναποθέσει και αυτό τη δική του φερομόνη κάνοντας τη διαδρομή πιο ελκυστική για τα υπόλοιπα μυρμήγκια. Παρατηρούμε λοιπόν ότι και η «ενίσχυση» έχει ως αποτέλεσμα τη «στρατολόγηση».

Μειονέκτημα - παγίδα της θετικής ανάδρασης:

 Η θετική ανάδραση μπορεί να οδηγήσει σε εγκλωβισμό σε στάσιμες καταστάσεις (stagnation) και να σταματήσει η βελτιστοποίηση του συστήματος. Αυτό συμβαίνει όταν εμφανίζονται τοπικά βέλτιστα ή όταν τυχαία δοθεί μια πολύ καλή πρώτη λύση και τα υπόλοιπα έντομα εγκλωβιστούν γύρω της.

 **Αρνητική ανάδραση (negative feedback):** αναιρεί τα αποτελέσματα της θετικής ανάδρασης. Αυτό μπορεί να συμβεί στις ακόλουθες περιπτώσεις:

 Ξάντληση τροφής σε μία τοποθεσία, όπου και λόγω αρνητικής ανάδρασης σταματάει ο χορός της μέλισσας που επιστρέφει από τη συγκεκριμένη τοποθεσία. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να σταματήσει η στρατολόγηση των μελισσών στην εν λόγω τοποθεσία.

 Όταν υπάρχει ανταγωνισμός μεταξύ δύο περιοχών με τροφή. Τότε στην περίπτωση των μελισσών παρόλο που χορεύουν δύο μέλη, εκείνο που βρήκε την καλύτερη ποιοτικά και ποσοτικά τροφή προσελκύει το ενδιαφέρον των υπολοίπων και τους στρατολογεί μειώνοντας την πιθανότητα να ακολουθήσουν την άλλη μέλισσα.

 Η φερομένη που τοποθετούν τα μυρμήγκια στις διαδρομές εξατμίζεται με ένα ρυθμό εάν δεν ενισχυθεί από κάποιο άλλο μυρμήγκι. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την εγκατάλειψη μονοπατιών που για κάποιους λόγους δεν προτιμήθηκαν.

 **Η ενίσχυση των τυχαίων διακυμάνσεων (amplification of random fluctuations):** αποτελεί ίσως τη σημαντικότερη διαδικασία καθώς δίνει πιθανότητα σε κάποια μέλη της αποικίας να παρεκκλίνουν σε νέες ανεξερεύνητες διαδρομές που πιθανόν να δώσουν πολύ καλύτερη ή βέλτιστη λύση στρατολογώντας στη συνέχεια και τα υπόλοιπα μέλη. Με τον τρόπο αυτό αποφεύγεται ο εγκλωβισμός σε τυχόν τοπικά βέλτιστα.

Κάθε μοντέλο αυτό-οργάνωσης βασίζεται στην **αλληλεπίδραση μεταξύ των ατόμων του**. Κάθε άτομο-έντομο πρέπει να είναι σε θέση να δημιουργήσει κάποια σταθερή δομή (πχ ένα μονοπάτι φερομόνης) αλλά και να ανιχνεύσει της δομές που δημιούργησαν άλλα άτομα της κοινότητάς του. Για να έχει αποτέλεσμα η αλληλεπίδραση θα πρέπει να υπάρχει ένας ελάχιστος πληθυσμός ατόμων-εντόμων, διαφορετικά η εμφάνιση οργανωμένων δομών μέσω της συλλογικής δράσης είναι αδύνατη διότι υπάρχουν τα φαινόμενα αρνητικής ανάδρασης. Έχει ήδη αναφερθεί ότι η φερομένη εξατμίζεται με κάποιο ρυθμό. Συνεπώς, αν ένα μυρμήγκι δημιουργήσει μια νέα επιτυχημένη διαδρομή αλλά ο πληθυσμός των μυρμηγκιών δεν είναι αρκετός ώστε να ενισχύσει τη διαδρομή αυτή, τότε το νέο αυτό μονοπάτι θα εγκαταλειφθεί. Τέλος, μερικά από τα χαρακτηριστικά που παρατηρούνται σε συστήματα αυτο-οργάνωσης είναι:

- Η εμφάνιση συγκεκριμένων δομών σε αρχικώς ομοιογενή μέσα. Για παράδειγμα, η δημιουργία μονοπατιών φερομόνης από τα μυρμήγκια ή η κατασκευή φωλιάς με εναπόθεση σφαιριδίων χρώματος από τους τερμίτες.

- Η εν δυνάμει εμφάνιση πολλών αποδεκτών-σταθερών λύσεων (*multistability*) ανάλογα με τις αρχικές συνθήκες. Για παράδειγμα, έστω ότι υπάρχουν δύο τοποθεσίες τροφής A και B σε ίση απόσταση από τη φωλιά των μυρμηγκιών αλλά και με την ίδια ποιότητα και ποσότητα τροφής. Η τελική αξιοποίηση μιας εκ των δύο πηγών τροφής εξαρτάται κατά κύριο λόγο από τις αρχικές τυχαίες διακυμάνσεις. Αλλά και οι δύο λύσεις, δηλαδή η συγκομιδή τροφής είτε από την τοποθεσία A είτε από την B, είναι αποδεκτές.

- Η ύπαρξη δύο καταστάσεων συμπεριφοράς των εντόμων κατά τη διεκπεραίωση μιας

συλλογικής εργασίας. Για παράδειγμα, η μετάβαση από την τυχαία εναπόθεση σφαιριδίων χρώματος στην οργανωμένη κατά το κτίσιμο φωλιάς από τους τερμίτες.

5.3.2 Στιγμεργία (stigmergy)

Για την επίτευξη των συλλογικών εργασιών τα έντομα είναι απαραίτητο να επικοινωνούν μεταξύ τους. Η επικοινωνία των μελών μιας αποικίας πραγματοποιείται με δύο διαφορετικούς τρόπους: την άμεση επικοινωνία που αναφέρεται στην οπτική ή χημική επαφή των εντόμων, στις ανταλλαγές υγρών και άλλες δραστηριότητες, καθώς και στην έμμεση επικοινωνία.

Η έμμεση επικοινωνία βασίζεται στις περιβαλλοντικές αλλαγές που προκαλούνται από τα ίδια τα έντομα και στην ανίχνευση αυτών των αλλαγών από τον εαυτό τους ή τα υπόλοιπα μέλη. Χαρακτηριστικό παράδειγμα έμμεσης επικοινωνίας στις αποικίες των μυρμηγκιών είναι η εναπόθεση φερομόνης στο έδαφος κατά τη μεταφορά τροφής και η ανίχνευση των ποσοτήτων της ουσίας αυτής.

Κατά τη μετακίνησή του κάθε μυρμήγκι αφήνει πίσω του μια ποσότητα φερομόνης σχηματίζοντας έτσι ουρές φερομόνης (feromone trails) οι οποίες διαγράφουν την ακριβή του πορεία. Η ποσότητα αυτή είναι ανιχνεύσιμη από τα υπόλοιπα μυρμήγκια τα οποία την αξιολογούν και δρουν ανάλογα με την πιθανότητα να ακολουθήσουν μια διαδρομή να ισχυροποιείται με την αύξηση της φερομόνης.

Την παραπάνω διαδικασία επονόμασε ως «στιγμεργία» (stigmergy) ο Grasse, στο έργο του για τους τερμίτες *Bellicositermes Natalensis* και *Cubitermes*. Ο όρος στιγμεργία προέρχεται από τις ελληνικές λέξεις **στίγμα (stigma)** και **έργο (ergo)** και ορίστηκε από τον Grasse ως εξής:

«διέγερση των εργατών από την απόδοση που έχουν επιτύχει»

Σύμφωνα με την παρατήρηση του Grasse η διέγερση των εντόμων είναι μια προκαθορισμένη γενετική διαδικασία που ενεργοποιείται από ένα σημαντικό ερέθισμα. Η αντίδραση αυτή με τη σειρά της μπορεί να αποτελέσει ένα νέο ερέθισμα τόσο για το έντομο που την ενεργοποίησε όσο και για τα υπόλοιπα μέλη.

Πιο συγκεκριμένα, ο Grasse παρατήρησε τη διαδικασία δημιουργίας φωλιάς στους τερμίτες *Bellicositermes Natalensis* και *Cubitermes*. Η διαδικασία έχει ως εξής ([6], [23], [25]): αρχικά, οι τερμίτες εναποθέτουν τυχαία στην περιοχή που πρόκειται να χτιστεί η φωλιά τους χωμάτινα σφαιρίδια εμπλουτισμένα με την φερομόνη τους. Κάθε επόμενος τερμίτης ανιχνεύει τα σφαιρίδια αυτά και εναποθέτει το δικό του δίπλα τους. Με αυτό τον τρόπο σχηματίζονται σωροί από χωμάτινα σφαιρίδια. Όταν για τυχαίους λόγους κάποιος από αυτούς τους σωρούς

ξεπεράσει ένα ορισμένο μέγεθος, δηλαδή υπάρξει μια συγκεκριμένη συσσώρευση ποσότητας φερομόνης, τότε το γεγονός αυτό αποτελεί ένα νέο σημαντικό ερέθισμα που κινητοποιεί τους τερμίτες να εναποθέσουν τα επόμενα σφαιρίδια στο σωρό αυτό ώστε να σχηματιστεί μια στήλη. Αργότερα, θα σχηματιστούν τα τόξα που ενώνουν τις στήλες μεταξύ τους και τελικά θα δημιουργηθεί η φωλιά. Αν όμως ο πληθυσμός των τερμιτών δεν είναι αρκετά μεγάλος, τότε λόγω της εξάτμισης της φερομόνης δεν συσσωρεύεται ποτέ η απαιτούμενη ποσότητα σφαιριδίων (και άρα φερομόνης) που να ενεργοποιεί την επόμενη φάση στο κτίσιμο της φωλιάς.

Οι Bonabeau, Dorigo και Theraulaz στο συμπλήρωσαν τον ορισμό του Grassé και του έδωσαν την εξής μορφή:

«Στιγμεργετική (*stigmergetic*) επικοινωνία είναι κάθε έμμεση επικοινωνία η οποία πραγματοποιείται με φυσικές μεταβολές στο περιβάλλον οι οποίες είναι μόνο τοπικά προσπελάσιμες από τα επικοινωνούντα άτομα (*agents*)».

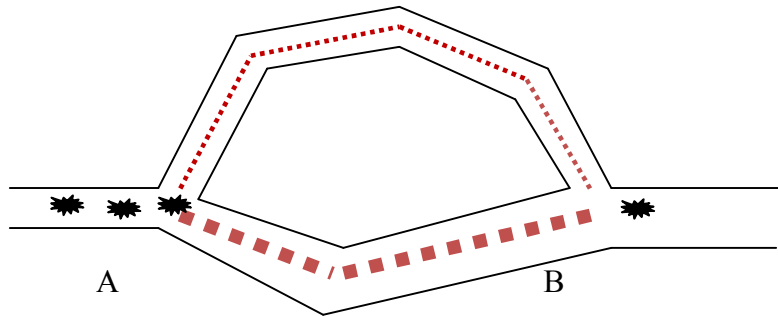
Τέλος, θα πρέπει να επισημανθεί ότι η στιγμεργετική επικοινωνία συμβάλλει στην ευελιξία ή/και προσαρμοστικότητα του συστήματος στο περιβάλλον. Κάθε εξωγενής αλλαγή στις παραμέτρους του περιβάλλοντος μπορεί να ληφθεί από τα άτομα της αποικίας ως ενδογενής αλλαγή από κάποια άλλα άτομα της αποικίας και να αντιμετωπισθεί ανάλογα.

5.3.3 Κοινωνική συμπεριφορά στις φυσικές αποικίες μυρμηγκιών

Τα μυρμήγκια αλληλεπιδρούν μεταξύ τους μέσω της στιγμεργίας κατά τη διαδικασία αναζήτησης τροφής. Στην έναρξη της αναζήτησης τα μυρμήγκια εγκαταλείπουν τη φωλιά τους ακολουθώντας τυχαίες διαδρομές προς όλες τις κατευθύνσεις. Καθώς κινούνται αφήνουν πίσω τους μια ποσότητα φερομόνης, όπως έχει αναφερθεί παραπάνω, με αποτέλεσμα να δημιουργούν μονοπάτια με ουρές φερομόνης. Τα μυρμήγκια που βρίσκουν πρώτα τροφή επιστρέφουν ακολουθώντας ακριβώς την ίδια τροχιά λόγω της φερομόνης ενώ ταυτόχρονα συνεχίζουν την εναπόθεση της ουσίας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι συντομότερες διαδρομές να συγκεντρώνουν μεγαλύτερο ερέθισμα (φερομόνη) και να αυξήσουν την πιθανότητα στρατολόγησης των υπολοίπων μελών προς αυτές τις κατευθύνσεις.

Όπως αναφέρεται παραπάνω η αλληλεπιδραστική αυτή διαδικασία ονομάζεται στρατολόγηση (*recruitment*) και όταν πραγματοποιείται μόνο με χημικά ίχνη (φερομόνη), χαρακτηρίζεται ως «μαζική στρατολόγηση» (*mass recruitment*).

Στην παρακάτω εικόνα βλέπουμε σε μια απλοποιημένη αναπαράσταση τη διαδικασία εύρεσης της βέλτιστης διαδρομής:



Ας υποθέσουμε ότι τα μυρμήγκια ξεκινάνε από το σημείο A και κατευθύνονται στο σημείο B και μετά πίσω στο A. Οι δυνατές διαδρομές που μπορούν να επιλέξουν είναι δύο η μία εκ των οποίων είναι συντομότερη. Τα μυρμήγκια που θα ακολουθήσουν τη σύντομη διαδρομή θα επιστρέψουν και πάλι από αυτή λόγω της φερομόνης. Επίσης και τα μυρμήγκια που θα ακολουθήσουν το μακρινότερο μονοπάτι έχουν πιθανότητα να επιστρέψουν από τη σύντομη διαδρομή λόγω και πάλι της υψηλότερης συγκέντρωσης φερομόνης. Έτσι με την πάροδο του χρόνου επιτυγχάνεται η στρατολόγηση προς το βέλτιστο. Πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι όλα αυτά θα συμβούν αν λάβουμε υπόψη μας μόνο τη φερομόνη και αγνοήσουμε άλλες ικανότητες των εντόμων που θα αναλυθούν στη συνέχεια.

Τα πειράματα της γέφυρας

Η παραπάνω διαδικασία τεκμηριώνεται με μια σειρά πειραμάτων που πραγματοποιήθηκαν από τον Deneubourg *et al.* [199] και τους συνεργάτες του.

Ο Deneubourg εργάστηκε με τα μυρμήγκια ποικιλίας *Iridomyrmex humilis* που προέρχονται από την Αργεντινή τα οποία έχουν περιορισμένες δυνατότητες προσανατολισμού. Ένα βασικό χαρακτηριστικό της ποικιλίας αυτής είναι η μεγάλη διάρκεια της φερομόνης (~30 λεπτά) σε σχέση με τη χρονική διάρκεια των πειραμάτων. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα να μην πραγματοποιείται αρνητική ανάδραση.

Ο Deneubourg θεώρησε ότι τα μυρμήγκια για να φτάσουν στο σημείο που βρίσκεται η τροφή και να επιστρέψουν θα διασχίσουν μια δυαδική γέφυρα που οι κλάδοι της δημιουργούν δύο ίσου μήκους διαδρομές από τη φωλιά στην τροφή.

Έστω ότι $na(t)$ και $nb(t)$ είναι ο αριθμός των μυρμηγκιών στις διαδρομές A και B αντίστοιχα τη χρονική στιγμή t . Ο Pasteels *et al.* [666] κατέληξε ότι η πιθανότητα το επόμενο μυρμήγκι να επιλέξει τη διαδρομή A τη χρονική στιγμή $t+1$ δίνεται από τον τύπο:

$$P_A(t+1) = \frac{(c + n_A(t)^a)}{(c + n_A(t)^a) + (c + n_B)^a} = 1 - P_B(t+1)$$

όπου c ο βαθμός ελκυστικότητας ενός ανεξερευνήτου κλάδου και a μια παράμετρος που δίνει τη βαρύτητα της φερομόνης που εναποτίθεται για τη λήψη απόφασης.

Όσο μεγαλύτερη η παράμετρος a τόσο μεγαλύτερη η πιθανότητα το επόμενο μυρμήγκι να ακολουθήσει τη διαδρομή με υψηλότερη συγκέντρωση φερομόνης έστω και αν η διαφορά φερομόνης από την άλλη διαδρομή είναι μικρή.

Όσο μεγαλύτερη η παράμετρος c τόσο περισσότερη φερομόνη θα πρέπει να εναποτίθεται ώστε η επιλογή του μονοπατιού να μη γίνεται τυχαία.

Στο πείραμα αποδείχθηκε ότι για τις τιμές των παραμέτρων $a \sim 2$, $c \sim 20$, έγινε η καλύτερη δρομολόγηση.

Αποδείχθηκε [18] ότι όταν οι δύο διαδρομές που οδηγούν στην τροφή ισαπέχουν από τη φωλιά τότε:

- Αρχικά τα μυρμήγκια επιλέγουν μία από τις δύο διαδρομές με πιθανότητα 50%.
- Στη συνέχεια λόγω τυχαίων διακυμάνσεων η φερομόνη αυξάνεται σε μία από τις δύο διαδρομές.
- Τελικά σχεδόν όλος ο πληθυσμός ακολουθεί μία διαδρομή.

Από το παραπάνω πείραμα γίνεται αντιληπτή η επίδραση της θετικής ανάδρασης καθώς και των τυχαίων διακυμάνσεων.

Ο Goss *et al.*[330], επέκτεινε το πείραμα θεωρώντας ότι ο ένας κλάδος της γέφυρας είναι μακρύτερος.

Αποδείχθηκε ότι όταν οι δύο διαδρομές έχουν διαφορετικά μήκη:

- Η πιθανότητα να επιλεγεί η μικρότερη διαδρομή αυξάνεται με την αύξηση του πληθυσμού των μυρμηγκιών.
- Η πιθανότητα να επιλεγεί η μικρότερη διαδρομή αυξάνεται με την αύξηση του λόγου των μηκών των δύο διαδρομών.
- Εάν η συντομότερη διαδρομή δοθεί ως επιλογή στα μυρμήγκια αφού έχουν κατασταλάξει στη μακρά διαδρομή τότε είναι σχεδόν αδύνατο να την εντοπίσουν και να την ακολουθήσουν.

Η κατάσταση αυτή στην οποία τα μυρμήγκια δεν είναι πλέον ικανά να εντοπίσουν νέες συντομότερες διαδρομές ονομάζεται **στασιμότητα** (*stagnation*). Προφανώς, για να

αποφευχθούν τέτοιες καταστάσεις πρέπει να υιοθετηθούν άλλοι μηχανισμοί, όπως για παράδειγμα η ταχεία εξάτμιση της φερομόνης (αρνητική ανάδραση).



Τα μυρμήγκια *Lasius niger*

Τα μυρμήγκια *Lasius niger* έχουν μνήμη στην οποία αποθηκεύεται η τοποθεσία της τροφής και υπολογίζουν το μέγεθος της γωνίας της τρέχουσας θέσης τους από την επιθυμητή πορεία. Εάν η ποσότητα φερομόνης δεν είναι σε ικανοποιητικό επίπεδο, κάνουν αναστροφή και επιστρέφουν αναζητώντας καλύτερη διαδρομή.



Τα μυρμήγκια *Myrmica rubra*

Διαθέτουν έναν παρόμοιο μηχανισμό με τα μυρμήγκια *Lasius niger*. Όσο μεγαλύτερη απόκλιση έχουν από το νοητό άξονα που συνδέει τη φωλιά με την τροφή, τόσο λιγότερη φερομόνη εναποθέτουν. Ως αποτέλεσμα ευνοούνται οι συντομότερες διαδρομές.

5.4 Τα τεχνητά μυρμήγκια

Για να γίνει χρήση της συμπεριφοράς των μυρμηγκιών σε πραγματικά επιστημονικά προβλήματα αυξημένης πολυπλοκότητας θα πρέπει να γίνει αντιστοίχιση των πραγματικών μυρμηγκιών σε τεχνητά (ή εικονικά) (artificial or virtual ants).

Προκειμένου να γίνει η μετατροπή σε τεχνητά μυρμήγκια που θα λειτουργούν ως πράκτορες αναζήτησης βέλτιστων τιμών σε πεδία λύσεων, θα χρειαστεί να γίνουν ορισμένες παραδοχές. Η βασική αρχή είναι η απλοποίηση των πραγματικών μυρμηγκιών και ταυτόχρονα η προσθήκη κάποιων καινούργιων ιδιοτήτων οι οποίες διαφοροποιούνται ανάλογα με τη μοντελοποίηση και τις απαιτήσεις του εκάστοτε προβλήματος προς βελτιστοποίηση.

Ιδιότητες των βιολογικών μυρμηγκιών που διατηρούνται και στα τεχνητά:

Φυσική αποικία:

Ένας πληθυσμός ατόμων που αλληλεπιδρούν μέσα σε ένα δομημένο σύστημα με κανόνες προκειμένου να εργαστούν για το όφελος του συνόλου.



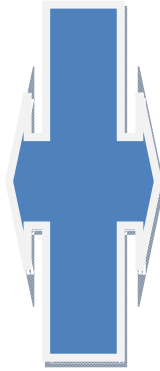
Τεχνητή αποικία:

Ένας πληθυσμός τεχνητών πρακτόρων που αλληλεπιδρούν μέσα σε ένα δομημένο σύστημα με κανόνες προκειμένου να εργαστούν για Την εύρεση της καλύτερης δυνατής λύσης

στο πρόβλημα.

Βιολογική φερομόνη:

Ορισμένες ποικιλίες μυρμηγκιών εναποθέτουν στο πέρασμά τους ορισμένη ποσότητα φερομόνης στο έδαφος με σκοπό τη στρατολόγηση των υπολοίπων μέσω της στιγμεργίας.



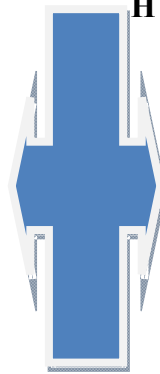
Τεχνητή φερομόνη:

Ομοίως και οι τεχνητοί πράκτορες εναποθέτουν μια αριθμητική πληροφορία η οποία σχετίζεται με τα προηγούμενα δεδομένα της διαδρομής και η οποία είναι προσβάσιμη στους λοιπούς πράκτορες.

Η τεχνητή φερομόνη θα πρέπει να υφίσταται εξάτμιση ώστε να ενεργοποιείται η αρνητική ανάδραση και να αποφεύγεται η στασιμότητα.

Η απόφαση των μυρμηγκιών:

Η λήψη μιας απόφασης από τα βιολογικά μυρμήγκια εμπεριέχει στοχαστικότητα καθώς η πληροφορία που διαθέτουν είναι τοπικά και χρονικά και χωροταξικά. Δεν έχουν γνώση της υφιστάμενης κατάστασης των υπολοίπων μελών ούτε και συνολικά στην αποικία. Επίσης δεν προβλέπουν μελλοντικές καταστάσεις.



Η απόφαση των πρακτόρων:

Ομοίως με τα βιολογικά μυρμήγκια.

Τα τοπικά δεδομένα χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

- Δεδομένα που είναι γνωστά εκ των προτέρων όπως η μορφολογία του εδάφους στη φύση ή η ευριστική πληροφορία στο πρόβλημα.
- Δεδομένα από αλλαγές που γίνονται στο περιβάλλον π.χ. αύξηση – μείωση της φερομόνης

Επιπλέον ιδιότητες που προστίθενται στα τεχνητά μυρμήγκια:

➡ Μνήμη : αποθηκεύονται δεδομένα προηγούμενων διενεργειών (π.χ. Tabu List).

➡ Περιορισμένη όραση (visibility): χρησιμοποιείται κυρίως για τον υπολογισμό των αποστάσεων σε κάθε μετάβαση χωρίς να χρειάζεται να ολοκληρωθεί η διαδρομή.

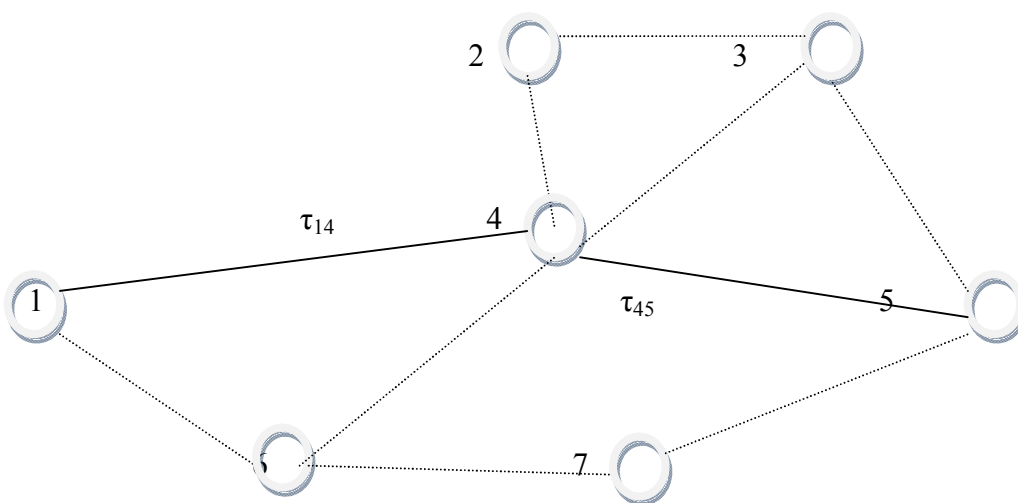
➡ Διακριτοποίηση του χώρου και του χρόνου: αφορά σε διακριτά προβλήματα όπως είναι και τα περισσότερα που έχει εφαρμοστεί ο αλγόριθμος. Οι πράκτορες κινούνται διακριτά σε γράφους από κόμβο σε κόμβο.

➡ Εναπόθεση φερομόνης σε διαφορετικές χρονικές στιγμές: ανάλογα με τις ανάγκες του εκάστοτε προβλήματος προς βελτιστοποίηση οι πράκτορες αφήνουν πληροφορία είτε σε κάθε βήμα είτε μετά την ολοκλήρωση των διαδρομών.

5.4.1 Ant System

Αποτελεί τον πρώτο αλγόριθμο που εμπνέεται από τη συμπεριφορά των μυρμηγκιών και αναπτύχθηκε από τον Marco Dorigo, ο οποίος τον αποκάλεσε Ant System (AS).

Έστω ότι έχουμε ένα απλό πρόβλημα εύρεσης βέλτιστης απόστασης μεταξύ δύο κόμβων που αναπαρίσταται από τον παρακάτω γράφο:



Ο γράφος έχει N κόμβους.

Ο αριθμός των μυρμηγκιών είναι $k=1, \dots, n_k$.

Κάθε μυρμήγκι που μετακινείται από τον κόμβο i στον κόμβο j αφήνει ένα ποσό φερομόνης ίσο με τ_{ij} .

Ο αλγόριθμος Ant System, αν και ο πρώτος που αναπτύχθηκε εμπεριέχει περισσότερη πληροφορία η οποία απλουστεύτηκε στον αλγόριθμο ACO που αναπτύχθηκε στη συνέχεια όπως θα δούμε παρακάτω. Η παραπάνω πληροφορία σχετίζεται με τον τύπο της πιθανότητας μετάβασης που εμπεριέχει ευριστική πληροφορία και με την ιδιότητα της μνήμης του συστήματος μέσω μιας tabu list.

Η πιθανότητα ένα μυρμήγκι k να μεταβεί από τον κόμβο i στον κόμβο j τη χρονική στιγμή t , συμβολίζεται p_{ij} και δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^a(t) n_{ij}^\beta(t)}{\sum_{u \in N_i^k(t)} \tau_{iu}^a(t) n_{iu}^\beta(t)}, & \text{if } j \in N_i^k(t) \\ 0 & \text{if } j \notin N_i^k(t) \end{cases}$$

Όπου:

τ_{ij} : είναι η ποσότητα φερομόνης και αποτελεί μια «εκ των υστέρων» εκτίμηση για την αποτελεσματικότητα του μονοπατιού.

n_{ij} : είναι μια τιμή που αποτελεί μια «εκ των προτέρων» εκτίμηση για την αποτελεσματικότητα του μονοπατιού. Η τιμή αυτή προέρχεται από τον υπολογισμό μιας ποσότητας η οποία διαφοροποιείται και προσαρμόζεται ανάλογα με τα δεδομένα και τις ανάγκες του προβλήματος προς βελτιστοποίηση. Για παράδειγμα σε προβλήματα ελαχιστοποίησης απόστασης ή κόστους τίθεται ως:

$$n_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}, \text{ όπου η τιμή } d_{ij} \text{ εκφράζει την απόσταση ή το κόστος μεταξύ δύο κόμβων.}$$

Στη βιβλιογραφία η πληροφορία n_{ij} αναφέρεται με τους όρους: ελκυστικότητα (attractiveness) ή επιθυμία (desirability) ή ορατότητα (visibility). Στην παρούσα εργασία θα αναφέρεται ως «visibility».

N_i^k : το πλήθος των κόμβων που δεν έχει επισκεφτεί το μυρμήγκι. Επειδή στα περισσότερα προβλήματα η επίσκεψη κάθε κόμβου από το ίδιο μυρμήγκι πάνω από μια φορά είναι απαγορευτική, δημιουργείται μια tabu list στην οποία εδράζουν όλοι οι κόμβοι που έχει επισκεφτεί το μυρμήγκι. Κάθε φορά που ένας κόμβος δέχεται την παρουσία του μυρμηγκιού, προστίθεται στη λίστα και αφαιρείται από το σύνολο N_i^k .

Ο κανόνας μετάβασης είναι μια εξίσωση ισορροπίας μεταξύ των μεταβλητών φερομόνης και visibility. Η φερομόνη προτρέπει στην «εκμετάλλευση» προηγούμενης πληροφορίας ενώ η visibility στην «εξερεύνηση» νέων μονοπατιών. Οι παράμετροι α , β μοιράζουν το μερίδιο ευθύνης κάθε μεταβλητής για την κατασκευή των λύσεων. Εάν $\alpha=0$ τότε χάνεται η πληροφορία μέσω της οποίας αξιολογούνταν η αποτελεσματικότητα προηγούμενων μονοπατιών και έχουμε ένα στοχαστικό αλγόριθμο απληστίας. Εάν $\beta=0$, τότε χάνεται η ορατότητα του μυρμηγκιού και κατά συνέπεια η ικανότητά του να αξιολογήσει ανεξερεύνητα μονοπάτια. Ο AS τότε γίνεται όμοιος με τον αλγόριθμο SACO που αναλύεται στη συνέχεια.

Μια διαφοροποιημένη εξίσωση μετάβασης προτάθηκε από τους Maniezzo and Colomi:

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\alpha \tau_{ij}(t) + (1-\alpha)n_{ij}(t)}{\sum_{u \in N_i^k(t)} (\alpha \tau_{iu}(t) + (1-\alpha)n_{iu}(t))}, & \text{if } j \in N_i^k(t) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Η παράμετρος α ορίζει μια σχετική σημαντικότητα για τη φερομόνη ενώ παύει η ανάγκη χρήσης της παραμέτρου β .

Αρνητική ανάδραση:

Κάθε φορά που ένα μυρμήγκι διασχίζει μια σύνδεση μεταξύ δύο κόμβων η τιμή της φερομόνης που έφερε η σύνδεση μειώνεται. Η διαδικασία ονομάζεται «εξάτμιση φερομόνης» και ενεργοποιεί την αρνητική ανάδραση για να μειωθεί η πιθανότητα εγκλωβισμού σε τοπικά ελάχιστα. Η εξάτμιση της φερομόνης πραγματοποιείται με τον ακόλουθο με τον τύπο:

$$\tau_{ij}(t) = (1-\rho)\tau_{ij}(t)$$

Θετική ανάδραση:

Κάθε φορά που ένα μυρμήγκι ολοκληρώνει μια διαδρομή και σχηματίζει μια λύση πραγματοποιείται εναπόθεση δηλαδή αύξηση της τιμής της φερομόνης στις συνδέσεις των κόμβων που συνθέτουν τη λύση. Η διαδικασία θετικής αναβάθμισης της φερομόνης πραγματοποιείται σύμφωνα με τον ακόλουθο τύπο:

$$\tau_{ij}(t+1) = \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t)$$

$$\text{όπου } \Delta\tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^{n_k} \Delta\tau_{ij}^k(t)$$

όπου $\Delta\tau_{ij}^k(t)$ είναι το ποσό της φερομόνης που εναποτίθεται από το μυρμήγκι k στη σύνδεση των κόμβων $i \rightarrow j$ τη χρονική στιγμή t .

Ο Dorigo ανέπτυξε τρεις παραλλαγές του αλγορίθμου AS που διαφοροποιούνται στον τρόπο υπολογισμού της ποσότητας $\Delta\tau_{ij}^k(t)$.



Ant cycle AS:

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{Q}{f(x^k(t))} & , \text{εαν } \eta \text{ σύνδεση } (i,j) \in x^k(t) \\ 0 & , \text{αλλιώς} \end{cases}$$

όπου $f(x^k(t))$ είναι η αντικειμενική συνάρτηση με την οποία αξιολογείται η διαδρομή, $x^k(t)$ η διαδρομή που ακολούθησε το μυρμήγκι k τη στιγμή t και Q μια θετική σταθερά. Παρατηρούμε ότι η τιμή της φερομόνης που τοποθετείται είναι αντιστρόφως ανάλογη της συνάρτησης αξιολόγησης.

Αντίστοιχα για προβλήματα βελτιστοποίησης η ποσότητα είναι ανάλογη της συνάρτησης:

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} Q * f(x^k(t)) & , \text{εαν } \eta \text{ σύνδεση } (i,j) \in x^k(t) \\ 0 & , \text{αλλιώς} \end{cases}$$



Ant-density AS:

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} Q, \text{εαν } \eta \text{ σύνδεση } (i,j) \in x^k(t) \\ 0, \text{αλλιώς} \end{cases} ,$$

Παρατηρούμε ότι το κάθε μυρμήγκι προσθέτει την ίδια ποσότητα φερομόνης στις συνδέσεις. Με τη μέθοδο αυτή ουσιαστικά μετράμε το πλήθος των μυρμηγκιών που ακολούθησαν ένα μονοπάτι. Όσο υψηλότερη η τιμή τόσο πιο ελκυστικό γίνεται το μονοπάτι για τον υπόλοιπο πληθυσμό.



Ant-quantity AS:

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{Q}{d_{ij}}, & \text{εαν η σύνδεση } (i,j) \in x^k(t) \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases},$$

Στην περίπτωση αυτή η θετική αναβάθμιση της φερομόνης πραγματοποιείται με χρήση τοπικής πληροφορίας και βάση του λόγου τα μονοπάτια με χαμηλότερο κόστος γίνονται πιο επιθυμητά.

Για προβλήματα βελτιστοποίησης έχουμε αντίστοιχα:

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} Q^* d_{ij}, & \text{εαν η σύνδεση } (i,j) \in x^k(t) \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases},$$

Τέλος, ο Dorigo πρότείνει και μια επιπλέον θετική αναβάθμιση της φερομόνης που τελείται με την ολοκλήρωση κάθε επανάληψης στην τρέχουσα βέλτιστη λύση:

$$\Delta\tau_{ij}^e(t) = \begin{cases} \frac{Q}{f(\tilde{x}(t))}, & \text{εαν η σύνδεση } (i,j) \in \tilde{x}(t) \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

όπου e είναι ο αριθμός των μυρμηγκιών που ακολούθησαν τη βέλτιστη λύση και $\tilde{x}$ η τρέχουσα βέλτιστη λύση.

Ο σκοπός είναι η προσέλκυση του υπόλοιπου πληθυσμού προς τη βέλτιστη λύση σε κάθε επανάληψη.

Εάν ο αντικειμενικός σκοπός του προβλήματος είναι η εύρεση του συντομότερου μονοπατιού τότε τα μυρμήγκια στην αρχικοποίηση τοποθετούνται στον κόμβο έναρξης του γράφου ενώ αν ο αντικειμενικός σκοπός είναι η εύρεση του συντομότερου Hamiltonian μονοπατιού όπου στόχος είναι η διαδρομή που ενώνει τους κόμβους του γράφου μόνο μια φορά, τότε τα μυρμήγκια τοποθετούνται τυχαία στους κόμβους κατά την αρχικοποίηση.

Το πρόβλημα που εμφάνισε ο αλγόριθμος αφορά σε προβλήματα υψηλής πολυπλοκότητας όπου δίνει πρόωρη στασιμότητα. Με τον όρο στασιμότητα αναφερόμαστε στην περίπτωση όλα τα μυρμήγκια να ακολουθήσουν το ίδιο μονοπάτι. Με τον όρο πρόωρη στασιμότητα αναφερόμαστε στην περίπτωση που η εξερεύνηση των λύσεων σταματάει γρήγορα και η εκμετάλλευση προηγούμενης πληροφορίας οδηγεί σε γρήγορα σε στασιμότητα.

5.4.2 Ant Colony Optimization

Ο αλγόριθμος ACO μπορεί να βρεθεί στη βιβλιογραφία και ως SACO (Simple Ant colony Optimization). Η διαδικασία που ακολουθεί είναι μια αλγοριθμική αναπαράσταση της δυαδικής γέφυρας του Deneubourg. Τα μυρμήγκια τοποθετούνται στον αρχικό κόμβο του γράφου και επιλέγουν τον επόμενο βάση της πιθανολογικής εξίσωσης:

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha(t)}{\sum_{j \in N_i^k} \tau_{ij}^\alpha(t)}, & \text{εαν } j \in N_i^k \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

όπου N_i^k είναι το σύνολο των κόμβων j που έχουν σύνδεση με τον κόμβο i . Στην περίπτωση που δεν υπάρχει κόμβος j που να συνδέεται με τον κόμβο i , τότε στο σύνολο N_i^k προστίθεται ο προηγούμενος κόμβος του i . Όπως είναι φανερό η διαδικασία είναι πιθανό να προκαλέσει εγκλωβισμό σε κυκλικές κινήσεις μέσα στο γράφο. Με την ολοκλήρωση όλων των διαδρομών από όλα τα μυρμήγκια, αφαιρούνται οι «κύκλοι» (loops) και τα μυρμήγκια ανασυνθέτουν τα μονοπάτια τους κινούμενα από το τέλος προς την αρχή με ντετερμινιστικό τρόπο. Σε αυτήν την προς τα πίσω κίνηση γίνεται η εναπόθεση της φερομόνης.

Θετική ανάδραση:

Κάθε μυρμήγκι εναποθέτει μια τιμή φερομόνης στις συνδέσεις των κόμβων που συνθέτουν τη διαδρομή που ακολούθησε με βάση τον τύπο:

$$\tau_{ij}(t+1) = \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^{n_k} \Delta \tau_{ij}^k(t)$$

Όπου n_k ο αριθμός των μυρμηγκιών και $\Delta \tau_{ij}^k = \frac{1}{L^k(t)}$, όπου $L^k(t)$ το μήκος της διαδρομής που ακολούθησε το μυρμήγκι. Σε προβλήματα μεγιστοποίησης $\Delta \tau_{ij}^k = L^k(t)$.

Αρνητική ανάδραση:

Για να ενισχυθεί η εξερεύνηση διαφορετικών διαδρομών, εκτός από τη θετική ανάδραση λαμβάνει χώρα στο τέλος κάθε επανάληψης και η αρνητική αναβάθμιση της φερομόνης με βάση την παρακάτω εξίσωση:

$$\tau_{ij}(t) = (1 - \rho) \tau_{ij}(t)$$

Όπου $\rho \in [0,1]$.

Η παράμετρος ρ εκφράζει το βαθμό μείωσης της φερομόνης σε κάθε επανάληψη. Είναι φανερό ότι αν $\rho=1$ τότε η αναζήτηση γίνεται εντελώς τυχαία.

Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα του ACO:

- ✓ Έχει υψηλή επίδοση σε γράφους με χαμηλή πολυπλοκότητα.
- ✓ Η επίδοσή του σε πολύπλοκους γράφους μειώνεται.
- ✓ Η σύγκλιση του αλγορίθμου επιτυγχάνεται για μικρό αριθμό μυρμηγκιών.
- ✓ Σε πολύπλοκους γράφους, η μεγάλη εξάτμιση φερομόνης οδηγεί σε τοπικά βέλτιστα ενώ η απουσία αρνητικής ανάδρασης δεν οδηγεί σε σύγκλιση.
- ✓ Σε πολύπλοκους γράφους μεγάλες τιμές της παραμέτρου α αποτρέπουν τη σύγκλιση του αλγορίθμου.

5.4.3 Ant Colony System

Ο ACS αναπτύχθηκε από τους M. Dorigo and L.M. Gambardella [1,2] για να βελτιώσει την απόδοση του AS. Ο ACS διαφέρει από τον AS στα εξής σημεία:



Κανόνας μετάβασης από κόμβο σε κόμβο.



Εξίσωση αναβάθμισης φερομόνης – θετική ανάδραση.

Εισαγωγή κανόνα τοπικής αναβάθμισης φερομόνης – αρνητική ανάδραση.

Κανόνας μετάβασης:

Ο κανόνας μετάβασης στον ACS αναβαθμίστηκε με σκοπό να ρυθμίσει τις κινήσεις των μυρμηγκιών ώστε να επιτευχθεί καλύτερη ισορροπία μεταξύ εξερεύνησης και εκμετάλλευσης των λύσεων. Στη βιβλιογραφία ο κανόνας αναφέρεται με την ορολογία pseudo-random-proportional [2]. Η λογική είναι ότι το μυρμήγκι καλείται να ακολουθήσει είτε έναν πιθανολογικό κανόνα μετάβασης είτε έναν ντετερμινιστικό κανόνα μετάβασης ανάλογα με το αποτέλεσμα μιας ρίψης ζαριού.

Συγκεκριμένα το μυρμήγκι k που βρίσκεται στον κόμβο i , επιλέγει τον επόμενο κόμβο j με βάση τον ακόλουθο κανόνα:

$$j = \begin{cases} \arg \max_{u \in N_i^k(t)} \{ \tau_{iu}(t) n_{iu}^\beta(t) \}, & \text{if } r \leq r_0 \\ J, & \text{if } r > r_0 \end{cases}$$

όπου $r \sim U(0,1)$ και $r_0 \in [0,1]$ μια παράμετρος που ορίζεται από τον ερευνητή.

$J \in N_i^k(t)$, είναι ένας κόμβος που επιλέγεται τυχαία με βάση την πιθανότητα:

$$p_{ij}^k(t) = \frac{\tau_{ij}(t) n_{ij}^\beta(t)}{\sum_{u \in N_i^k(t)} \tau_{iu}(t) n_{iu}^\beta(t)}, \text{ όπου } N_i^k(t) \text{ το σύνολο των επιτρεπτών μεταβάσεων του μυρμηγκιού.}$$

Ο ντετερμινιστικός κανόνας ($r \leq r_0$) ενισχύει την εκμετάλλευση των «καλών» (όπως αυτό ορίζεται από την αντικειμενική συνάρτηση) μονοπατιών ενώ ο πιθανολογικός κανόνας ενισχύει την εξερεύνηση των μονοπατιών. Για πολύ μικρές τιμές του r_0 ενισχύεται η εξερεύνηση έναντι της εκμετάλλευσης. Για $r > r_0$ ο κανόνας είναι όμοιος με αυτόν του AS όταν $\alpha=1$ (α η δύναμη στην οποία υψώνεται η φερομόνη).

Θετική ανάδραση:

Η διαφοροποίηση που υπάρχει εδώ σε σχέση με τον AS είναι ότι εναπόθεση φερομόνης στις συνδέσεις πραγματοποιεί μόνο το μυρμήγκι που βρήκε την καλύτερη λύση σε κάθε επανάληψη. Με τον τρόπο αυτό η αναζήτηση στοχοποιείται στη γειτονιά του ολικού

βέλτιστου και η εκμετάλλευση των λύσεων ενισχύεται. Η αναβάθμιση πραγματοποιείται στο τέλος κάθε επανάληψης, όταν όλα τα μυρμήγκια έχουν ολοκληρώσει τη λύση τους η οποία αξιολογείται βάση της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος. Η εναπόθεση φερομόνης δίδεται από τον τύπο:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho_1)\tau_{ij}(t) + \rho_1\Delta\tau_{ij}(t)$$

Όπου ρ_1 μια παράμετρος που ορίζεται από τον ερευνητή και

$$\Delta\tau_{ij}(t) = \begin{cases} \frac{1}{f(x^+(t))}, & \text{if } (i, j) \in x^+(t) \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

όπου $x^+(t)$ τα μονοπάτια που ανήκουν στη βέλτιστη λύση.

Για προβλήματα μεγιστοποίησης:

$$\Delta\tau_{ij}(t) = \begin{cases} f(x^+(t)), & \text{if } (i, j) \in x^+(t) \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Οι M. Dorigo and L.M. Gambardella [1,2] πρότειναν δύο τρόπους για την επιλογή της καλύτερης διαδρομής $x^+(t)$:

 Iteration-best: Η καλύτερη λύση που κατασκευάζεται σε κάθε επανάληψη. Συμβολίζεται ως $\tilde{x}(t)$.

 Global best: Η καλύτερη λύση που βρέθηκε μέχρι τώρα από όλες τις επαναλήψεις. Συμβολίζεται ως $\hat{x}(t)$.

Αρνητική ανάδραση:

Άλλη μια διαφοροποίηση από το AS συναντάμε στην αρνητική ανάδραση του αλγορίθμου όπου πλέον εξαιρίζεται με τη διέλευση του κάθε μυρμηγκιού από μια σύνδεση και όχι με την ολοκλήρωση της επανάληψης από όλα τα μυρμήγκια. Η αρνητική ανάδραση πραγματοποιείται με τον ακόλουθο τύπο:

$\tau_{ij}(t) = (1 - \rho_2)\tau_{ij}(t) + \rho_2 * \tau_0$, όπου $\rho_2 \in (0,1)$ και τ_0 είναι μια μικρή σταθερή παράμετρος. Οι παράμετροι ορίζονται και πάλι από τον ερευνητή ανάλογα με τις ανάγκες και τη φύση του προβλήματος.

5.4.4 Max Min Ant System

Οι Stutzle and Hoos [2,4] εισήγαγαν έναν διαφοροποιημένο αλγόριθμο με σκοπό να ξεπεραστεί το πρόβλημα της πρόωρης στασιμότητας του AS για πολύπλοκα προβλήματα.

Ο αλγόριθμος MMAS έχει βελτιώσει σημαντικά τον AS και μάλιστα δίνει και καλύτερα αποτελέσματα από τον ACS στο TSP είναι ο MMAS του Stützle. Επιγραμματικά οι διαφοροποιήσεις από τον AS είναι οι εξής:



Μόνο ένα μυρμήγκι εναποθέτει φερομόνη σε κάθε επανάληψη:

αυτό που έχει βρει την ολική βέλτιστη λύση (global best ant) ή αυτό που βρίσκει την καλύτερη λύση σε κάθε επανάληψη (iteration best ant). Προφανώς είναι δυνατή η χρήση διαφόρων συνδυασμών μεταξύ αυτών των δύο. Για παράδειγμα, στην αρχή μπορεί να χρησιμοποιείται η καλύτερη λύση κάθε επανάληψης για να εξερευνηθεί (exploration) όσο το δυνατόν καλύτερα όλος ο χώρος των λύσεων και καθώς αυξάνεται ο αριθμός των επαναλήψεων να χρησιμοποιείται όλο και περισσότερο η ολική βέλτιστη λύση έτσι ώστε να γίνει εκμετάλλευση (exploitation) της περιοχής της λύσης αυτής.

Η ανανέωση της φερομόνης δίνεται από την εξής σχέση:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho)\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t), \text{ όπου}$$

$$\Delta\tau_{ij} = \frac{1}{L^*(t)} \text{ εάν } (i, j) \in T^*(t) \text{ και } 0 \text{ αλλιώς.}$$

$L^*(t)$ είναι το μήκος είτε της ολικά βέλτιστης διαδρομής μέχρι τη χρονική στιγμή t ($Lbest(t)$) είτε της καλύτερης λύσης κατά την επανάληψη t ($Liter(t)$) και $T^*(t)$ η αντίστοιχη σειρά των πόλεων.



Χρήση ορίων στα επίπεδα της φερομόνης:

στον MMAS χρησιμοποιείται τόσο άνω όριο τ_{max} όσο και κάτω τ_{min} για τον περιορισμό της φερομόνης. Ο σκοπός του άνω ορίου είναι να μην επιτρέψει να εμφανιστεί στασιμότητα (*stagnation*) κατά την επίλυση του προβλήματος καθώς κανένα μονοπάτι δεν θα μπορεί να συγκεντρώσει τόση φερομόνη – και κατά συνέπεια να παρουσιάσει μεγάλη πιθανότητα επιλογής – ώστε να έλκει πάντοτε όλα τα μυρμήγκια. Επιπλέον, το κάτω όριο της φερομόνης διασφαλίζει το ότι καμιά διαδρομή δεν θα έχει μηδενική ή περίπου μηδενική πιθανότητα εκλογής.

Τα άνω και κάτω όρια της φερομόνης ορίζονται με τις παρακάτω σχέσεις:

$$\tau_{max} = \frac{1}{\rho L_{opt}}$$

$$\tau_{min} = \frac{\tau_{max} (1 - \sqrt[n]{p_{best}})}{(n/2 - 1) \sqrt[n]{p_{best}}}$$

όπου:

L_{opt} : το μήκος της πραγματικής – ολικής βέλτιστης λύσης. Προφανώς, επειδή αυτό δεν είναι

γνωστό εκ των προτέρων χρησιμοποιούμε στη θέση του το $Lbest(t)$.

Συνεπώς, το τ_{max} είναι δυναμικά μεταβαλλόμενο.

p_{best} : η πιθανότητα δημιουργίας της ολικά βέλτιστης λύσης. Η παράμετρος αυτή καθορίζεται από το χρήστη. Σημειώνεται ότι όταν $p_{best}=1$ τότε $\tau_{min}=0$. Επίσης, αν η τιμή του p_{best} είναι πολύ μικρή τότε υπάρχει πιθανότητα να ισχύει $\tau_{min} > \tau_{max}$. Στην περίπτωση

αυτή, θέτουμε $t_{min}=t_{max}$ οπότε και ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί μόνο την ευριστική πληροφορία (ορατότητα) για τη λύση του προβλήματος.

Απόδειξη της σχέσης του άνω ορίου:

Σε κάθε επανάληψη η μέγιστη ποσότητα φερομόνης που μπορεί να εναποτεθεί ισούται με $1/L_{opt}$. Συνεπώς, από τη σχέση ανανέωσης της φερομόνης θα έχουμε:

$$\tau_{ij}(1) = (1-\rho)\tau_{ij}(0) + 1/L_{opt}$$

$$\tau_{ij}(2) = (1-\rho)\tau_{ij}(1) + 1/L_{opt} = (1-\rho)^2\tau_{ij}(0) + (1-\rho)/L_{opt} + 1/L_{opt}$$

$$\tau_{ij}(3) = (1-\rho)\tau_{ij}(2) + 1/L_{opt} = (1-\rho)^3\tau_{ij}(0) + (1-\rho)^2/L_{opt} + (1-\rho)/L_{opt} + 1/L_{opt}$$

...

$$\tau_{ij}(t) = (1-\rho)^t \tau_{ij}(0) + 1/L_{opt} \sum_{i=0}^{t-1} (1-\rho)^i$$

αλλά επειδή $\rho < 1$ έχουμε:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (1-\rho)^t = 0 \text{ και } \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{t-1} (1-\rho)^i = \frac{1}{\rho}, \text{ άρα}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tau_{ij}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ (1-\rho)^t \tau_{ij}(0) + \frac{1}{L_{opt}} \sum_{i=0}^{t-1} (1-\rho)^i \right\} = \frac{1}{\rho L_{opt}}$$

δηλαδή για κάθε τ_{ij} θα ισχύει:

$$\tau_{ij}(t) \leq \frac{1}{\rho L_{opt}}$$

Απόδειξη της σχέσης του κάτω ορίου:

Όταν ο αλγόριθμος έχει συγκλίνει ή έχει φτάσει κοντά στη σύγκλιση τότε η βέλτιστη λύση του προβλήματος δημιουργείται με πιθανότητα p_{best} που είναι αρκετά μεγαλύτερη του μηδενός.

Η βέλτιστη λύση του προβλήματος δημιουργείται αν σε κάθε σημείο επιλογής – δηλαδή στις πόλεις για το TSP – το μυρμήγκι επιλέξει το μονοπάτι με τη μέγιστη φερομόνη t_{max} .

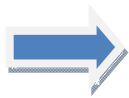
Έστω ότι η πιθανότητα επιλογής του σωστού μονοπατιού είναι σε όλες τις πόλεις ίδια και μάλιστα ίση με p_{dec} .

Τότε θα ισχύει: $\text{best dec } p = p \square p = p$

Σε κάθε πόλη το μυρμήγκι έχει να επιλέξει κατά μέσο όρο $n/2$ ακμές που συνδέουν την πόλη που βρίσκεται με τις υπόλοιπες. Η πιθανότητα p_{dec} το μυρμήγκι να επιλέξει τη σωστή ακμή προκύπτει από την Εξ. 3 για ορατότητα ίση με τη μονάδα και για πλήθος ακμών $n/2$, δηλαδή:

$$p_{dec} = \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max} + (n/2 - 1)\tau_{\min}}, \text{ άρα}$$

$$\tau_{\min} = \frac{\tau_{\max} (1 - \sqrt[n]{p_{best}})}{(n/2 - 1)\sqrt[n]{p_{best}}}$$



Αρχικοποίηση της φερομόνης στην τιμή $\tau_{\max}$, δηλαδή $\tau_0 = \tau_{\max}$:

Η διαφοροποίηση αυτή βοηθάει στην καλύτερη εξερεύνηση (exploration) του χώρου των λύσεων στις πρώτες επαναλήψεις του αλγορίθμου, καθώς η σχετική διαφορά μεταξύ των επιπέδων της φερομόνης των καλών και των κακών λύσεων είναι μικρή. Στο γεγονός αυτό συνεισφέρουν και τα όρια $\tau_{\max}$ και $\tau_{\min}$.

Η σύγκλιση (convergence) στον MMAS ορίζεται ως η κατάσταση στην οποία σε κάθε πόλη ένα από τα

μονοπάτια που την συνδέουν με τις άλλες πόλεις έχει τιμή φερομόνης ίση με $\tau_{\max}$, ενώ όλα τα υπόλοιπα έχουν τιμή

ίση με $\tau_{\min}$. Η κατάσταση αυτή διαφέρει από τη στασιμότητα καθώς η ύπαρξη κάτω ορίου στην φερομόνη δεν κάνει

απίθανη την επιλογή ενός μονοπατιού με επίπεδα φερομόνης ίσα με $\tau_{\min}$.

Αντιθέτως, όταν προστίθεται φερομόνη σε ένα αρχικά ομοιόμορφο χώρο με πολύ χαμηλά επίπεδα φερομόνης, η σχετική διαφορά των επιπέδων της φερομόνης των καλών και των κακών λύσεων είναι πολύ μεγάλη.

Με αυτό τον τρόπο, ο αλγόριθμος οδηγείται στην εκμετάλλευση (exploitation) του χώρου των καλών λύσεων αγνοώντας, κατά κάποιον τρόπο, την εξερεύνηση (exploration) όλου του χώρου των λύσεων.

Ομαλοποίηση της φερομόνης (*smoothing of the pheromone trail*):

Όταν ο αλγόριθμος έχει συγκλίνει ή έχει φτάσει κοντά στη σύγκλιση τότε επιχειρείται ομαλοποίηση των επιπέδων της φερομόνης. Ο μηχανισμός αυτός πραγματοποιεί αύξηση των επιπέδων της φερομόνης ανάλογα με τη διαφορά τους από το $\tau_{\max}$ έτσι ώστε να αυξηθεί η πιθανότητα επιλογής των μονοπατιών με χαμηλά επίπεδα φερομόνης.

Η σχέση που υλοποιεί την παραπάνω διαδικασία έχει ως εξής:

$$\tau_{ij}(t) \leftarrow \tau_{ij}(t) + \delta(\tau_{\max}(t) - \tau_{ij}(t))$$

όπου το δ είναι μια παράμετρος καθοριζόμενη από το χρήστη με $0 \leq \delta \leq 1$. Για $\delta=1$ έχουμε επαναρχικοποίηση των επιπέδων της φερομόνης, ενώ για $\delta=0$ απενεργοποιείται ο μηχανισμός αυτός.

Η διαδικασία αυτή χρησιμοποιείται κυρίως σε εκτελέσεις του αλγορίθμου με πολύ μεγάλο αριθμό επαναλήψεων έτσι ώστε να εξερευνείται καλύτερα ο χώρος των λύσεων. Επίσης, ο μηχανισμός αυτός κάνει πιο «στιβαρό» τον αλγόριθμο στις διάφορες τιμές του $\tau_{\min}$.

5.4.5 Antabu

Οι Roux *et al.* και Kajı προσάρμοσαν τον AS για να συμπεριλάβει μια τοπική αναζήτηση εφαρμόζοντας tabu search με σκοπό να βελτιώσει τις λύσεις που συντέθηκαν σε κάθε επανάληψη του AS. Επιπρόσθετα με τη χρήση της tabu search, ο κανόνας ολικής αναβάθμισης της φερομόνης αλλάζει καθώς κάθε μυρμήγκι εναποθέτει φερομόνη στη σύνδεση που διασχίζει ανάλογα με την ποιότητα της σύνδεσης. Η αναβάθμιση της φερομόνης δίδεται από τον ακόλουθο τύπο:

Κεφάλαιο 6: Εφαρμογή του ACS στο πρόβλημα σχεδιασμού γραμμής νέων προϊόντων με στόχο τη βελτιστοποίηση μεριδίου αγοράς.

6.1 Ορισμός παραμέτρων του προβλήματος

Στην παρούσα εργασία εφαρμόστηκε ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης αποικίας εικονικών μυρμηγκιών για τη βελτιστοποίηση του προβλήματος βέλτιστου σχεδιασμού γραμμής νέων προϊόντων. Η εκδοχή του αλγορίθμου που επιλέχθηκε για τη μοντελοποίηση είναι αυτή του ACS (Ant Colony System). Ο ACS αποτελεί βελτιωμένη παραλλαγή του AS καθώς χρησιμοποιεί ντετερμινιστικό κανόνα στη διαδικασία αναζήτησης ενώ περιέχει και την μεταβλητή visibility η οποία απουσιάζει από τον ACO (Ant Colony Optimization).

Η αναζήτηση πραγματοποιείται είτε ντετερμινιστικά είτε πιθανολογικά και ο κανόνας επιλέγεται τυχαία με γνώμονα μια παράμετρο r_0 που προκαθορίζεται από το χρήστη. Η χρήση της παραμέτρου διευκολύνει τη μετατροπή του αλγορίθμου σε AS για έλεγχο της ποιότητας της λύσης εάν χρησιμοποιηθεί μόνο ο πιθανολογικός κανόνας όπως επίσης και τη μετατροπή του σε έναν αλγόριθμο ντετερμινιστικής αναζήτησης με ευρετική πληροφορία.

Οι παράμετροι του προβλήματος είναι:

$P=\{1,...,N\}$: το σύνολο των προϊόντων που συνθέτουν τη γραμμή

$K=\{1,...,a\}$: το σύνολο των χαρακτηριστικών του προϊόντος

$L_k=\{1,...,j_k\}$: το σύνολο των επιπέδων για κάθε χαρακτηριστικό K

$A=\{1,...,n\}$: το σύνολο των μυρμηγκιών – πρακτόρων που αναζητούν τη λύση

$C=\{1,...,m\}$: το σύνολο των καταναλωτών που συμμετέχουν

$c=\{1,...,c_n\}$: το σύνολο των ανταγωνιστικών προϊόντων

$P'=\{1,...,N'\}$: το σύνολο των προϊόντων (ανταγωνιστικά + γραμμή)

I : ο αριθμός των επαναλήψεων

Επιπρόσθετα ορίζονται οι ακόλουθες παράμετροι:

$r1$: σταθερά που ρυθμίζει τη θετική ανάδραση

r_2 : σταθερά που ρυθμίζει την αρνητική ανάδραση

t_0 : σταθερά που ρυθμίζει μαζί με την r_2 την αρνητική ανάδραση

r_0 : σταθερά που ευθύνεται για τη χρήση του ντετερμινιστικού έναντι του πιθανολογικού κανόνα και το αντίστροφο σε κάθε βήμα.

p_{mn} : η πιθανότητα επιλογής του προϊόντος $n \in P$ από τον καταναλωτή $m \in C$

$p_{mn'}$: η πιθανότητα επιλογής του προϊόντος $n' \in P'$ από τον καταναλωτή $m \in C$

w_{ijk} : είναι η μερική αξία που ο καταναλωτής $i \in C$ δίνει στο επίπεδο $j \in L$ του χαρακτηριστικού $k \in K$

$x_{jkm}=1$, εάν το επίπεδο του προϊόντος m του χαρακτηριστικού k είναι j ,

$x_{jkm}=0$, αλλιώς

Η πιθανότητα επιλογής p_{mn} του προϊόντος $n \in P$ από τον καταναλωτή $m \in C$ δίδεται από την παρκάρω εξίσωση:

$$P_{mn} = \frac{U_{mn}}{\sum_{n' \in P'} U_{mn'}}, \quad m \in C$$

όπου U_{mn} η ολική αξία που δίνει ο καταναλωτής m στο προϊόν της γραμμής n .

$$U_{mn} = \sum_{k \in K} \sum_{j \in L_k} w_{mjk} x_{jkn}, \quad m \in C, n \in P$$

6.2 Αντικειμενική συνάρτηση και περιορισμοί

Ο στόχος είναι η βελτιστοποίηση του προβλήματος μεριδίου αγοράς (share of choices):

$$\max \sum_{n=1}^P \frac{\sum_{m \in C} p_{mn}}{\sum_{n'=1}^{N'} \sum_{m \in C} p_{mn'}} \quad (1)$$

υπό τους περιορισμούς,

$$\sum_{j \in L_k} x_{jkn} = 1, \quad k \in K, n \in P \quad (2)$$

$$x_{jkn} = 0, 1 \text{ ακέραιος} \quad (3)$$

Ο περιορισμός (2) εξασφαλίζει ότι μόνο ένα επίπεδο από κάθε χαρακτηριστικό θα εμπεριέχεται στο προϊόν.

6.3 Προσαρμογή αλγορίθμου στις παραμέτρους του προβλήματος

Η παραμετροποίηση του αλγορίθμου ACS έγινε ως εξής:

Η φερομόνη μέσω της οποίας μεταφέρεται πληροφορία για την ποιότητα προηγούμενων διαδρομών αναπαραστάθηκε ως ένα διάνυσμα τεσσάρων διαστάσεων στο οποίο αποθηκεύεται η τιμή της κάθε σύνδεσης μεταξύ των κόμβων για κάθε προϊόν της γραμμής.

Η τιμή της φερομόνης για τη σύνδεση των κόμβων (i, j) για το προϊόν n είναι: τ_{ijn}

Στην αρχικοποίηση η τιμή της φερομόνης τέθηκε σε ένα μικρό θετικό αριθμό για όλες στις συνδέσεις.

Για τη μέτρηση της μεταβλητής τ (visibility) στην οποία αποθηκεύεται τρέχουσα τοπική πληροφορία για την ποιότητα της σύνδεσης μεταξύ δύο κόμβων χρησιμοποιήθηκε η ποσότητα της πιθανότητας επιλογής για το ημιτελές προϊόν σε κάθε βήμα.

Ο κανόνας μετάβασης επιλέγεται με τη ρίψη ενός ζαριού r βάση του τύπου:

$$j = \begin{cases} \arg \max_{u \in N_i^k(t)} \{\tau_{iu}(t) n_{iu}^\beta(t)\}, & \text{if } r \leq r_0 \\ J & , \text{if } r > r_0 \end{cases}$$

όπου $r \sim U(0,1)$ και $r_0 \in [0,1]$ μια παράμετρος που ορίζεται από τον ερευνητή.

$J \in N_i^k(t)$, είναι ένας κόμβος που επιλέγεται τυχαία με βάση την πιθανότητα:

$$p_{ij}^k(t) = \frac{\tau_{ij}(t) n_{ij}^\beta(t)}{\sum_{u \in N_i^k(t)} \tau_{iu}(t) n_{iu}^\beta(t)}, \text{ όπου } N_i^k(t) \text{ το σύνολο των επιτρεπτών μεταβάσεων του μυρμηγκιού.}$$

Στην αρχικοποίηση προστέθηκε ένα προϊόν στη γραμμή.

Η επιλογή των επιπέδων έγινε με βάση την τιμή του visibility σε κάθε βήμα η οποία υπολογίστηκε ντετερμινιστικά από το άθροισμα των μερικών αξιών του επιπέδου στο οποίο βρίσκεται το μυρμήγκι και του επιπέδου στο οποίο κατευθύνεται. Όπως είναι αναμενόμενο επιλέχθηκαν τα επίπεδα με τις μεγαλύτερες μερικές αξίες.

Στη συνέχεια σε κάθε βήμα ένα νέο χαρακτηριστικό προστίθεται στη γραμμή και η συνολική πιθανότητα επιλογής του ημιτελούς προϊόντος συμβάλει μέσω του visibility στην επιλογή του επιπέδου με το οποίο θα συμμετέχει στο τελικό προϊόν. Ο αλγόριθμος τερματίζει την επανάληψη όταν όλα τα μυρμήγκια έχουν συνθέσει των προκαθορισμένο αριθμό προϊόντων της γραμμής και η λύσεις αξιολογούνται με την αντικειμενική συνάρτηση.

Παρακάτω παρουσιάζεται με πίνακες μια αναπαράσταση των βημάτων για 2 προϊόντα στη γραμμή με 3 χαρακτηριστικά και 3 επίπεδα:

Initial product– deterministic choice:

$$line1 - p1[2 \quad 2 \quad 1]$$

Next step – choice level of attribute 1 from

$$att1 = \begin{matrix} l1 \\ l2 \\ l3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \longrightarrow line1 - p1 + att1[2 \quad 2 \quad 1 \quad 1]$$

Next step – choice level of attribute 2 from

$$att2 = \begin{matrix} l1 \\ l2 \\ l3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \longrightarrow line1 - p1 + att1 + att2[2 \quad 2 \quad 1 \quad 3 \quad 2]$$

Final step – choice level of attribute 3 from

$$att3 = \begin{matrix} l1 \\ l2 \\ l3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \longrightarrow line1 - p1 + p2[2 \quad 2 \quad 1 \quad 3 \quad 2 \quad 1]$$

Τα μυρμήγκια σε κάθε επανάληψη ξεκινάνε την αναζήτηση από το επίπεδο του 1^{ου} χαρακτηριστικού που έχει ίδια κατάταξη με το επίπεδο του τελευταίου χαρακτηριστικού του προηγούμενου προϊόντος. Με τον τρόπο αυτό αποφεύγεται η έναρξη της αναζήτησης από το ίδιο επίπεδο για όλα τα μυρμήγκια και αποφεύγεται η στασιμότητα.

Για να αποφευχθεί η στασιμότητα χρησιμοποιείται ένα επιπλέον τέχνασμα: πριν αρχίσει κάθε μυρμήγκι την αναζήτηση γίνεται τυχαία αντιμετάθεση των χαρακτηριστικών τα οποία στο τέλος επανέρχονται στην αρχική κατάταξη για τον υπολογισμό της λύσης.

Αρνητική ανάδραση

Κάθε φορά που το μυρμήγκι διασχίζει μια σύνδεση μεταξύ δύο κόμβων πραγματοποιείται εξάτμιση φερομόνης, μείωση δηλαδή της τρέχουσας τιμής ώστε να ενισχυθεί η εξερεύνηση άλλων μονοπατιών. Η μείωση της τιμής της φερομόνης όταν το μυρμήγκι διέρχεται από τον κόμβο i στον κόμβο j για να σχηματίσει το προϊόν n δίδεται από τον τύπο:

$$\tau_{ijn}(t) = (1 - \rho_2) \tau_{ijn}(t) + \rho_2 * \tau_0$$

Θετική ανάδραση

Στο τέλος κάθε επανάληψης όταν όλα τα μυρμήγκια έχουν ολοκληρώσει τις γραμμές, γίνεται αξιολόγηση των λύσεων με βάση την αντικειμενική συνάρτηση και εναπόθεση φερομόνης στις συνδέσεις που συνθέτουν τη λύση με την υψηλότερη απόδοση:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho_1) \tau_{ij}(t) + \rho_1 \Delta \tau_{ij}(t)$$

όπου

$$\Delta \tau_{ij}(t) = \begin{cases} f(x^+(t)), & \text{if } (i, j) \in x^+(t) \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Όπου $f(x^+(t))$ η τιμή που λαμβάνει η καλύτερη λύση.

Ο αλγόριθμος τερματίζει όταν η λύση δεν επιδέχεται περαιτέρω βελτίωση. Μετά από μια σειρά δοκιμών καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι ο αλγόριθμος δεν επιφέρει βελτίωση στη λύση για πάνω από 500 επαναλήψεις .

6.4 Κωδικοποίηση

Ο αλγόριθμος εξελίσσεται ως εξής:

```
Initialize {pheromone(levels, attributes-
1, nodes, products)=0.1, customerspartworths(customersnumber, levels*attributes)=random,
competitiveproducts(numberoflines, productsperline)=random,
```

```
parthworths(levels,pattributes)=[mean(customerspartworths)],ro=constant,      r1=constant  
r2=constant to=constant }
```

```
For iterations=500
```

```
For productsperline=1:end
```

```
For ants=1:end
```

```
For counter=attributes-1
```

```
do dice=rand(0,1)
```

```
if dice<ro
```

```
choice model=deterministic rule
```

```
else choice model=probabilistic rule
```

```
end if
```

```
swap attributes rank
```

```
start from level-rank=last level rank of product1
```

```
choose next level of attribute 2 that maximize choice probability
```

```
update pheromone in chosen connection.
```

```
End End
```

```
Choose line with maximum value
```

```
Update pheromone in connections of chosen line
```

```
End
```

6.5 Απόδοση ACS

Η ιδιαιτερότητα του ACS είναι η δυνατότητα αναζήτησης στο γράφο με δύο διαφορετικούς κανόνες, τον ντετερμινιστικό και τον πιθανολογικό καθώς επίσης και η ευχέρεια ρύθμισης της πιθανότητας με την οποία θα επιλέγεται ο κάθε κανόνας σε κάθε βήμα. Το καίριο ερώτημα λοιπόν που θα πρέπει να απαντηθεί είναι η αποδοτικότητα του κάθε κανόνα ξεχωριστά στο συγκεκριμένο πρόβλημα όπως επίσης και του συνδυασμού τους. Για το σκοπό αυτό πραγματοποιήθηκαν δοκιμές απομονώνοντας εναλλάξ τους κανόνες. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η μη χρήση ενός από τους δύο κανόνες οδηγεί σε δύο παραλλαγές του αλγορίθμου ο οποίος στην αρχική του μορφή προϋποθέτει και τους δύο.

Για να χρησιμοποιηθεί ένας κανόνας έγινε αποκλεισμός του άλλου με τη χρήση της παραμέτρου r_0 η οποία εάν λάβει μια πολύ μικρή τιμή (π.χ. 0.01) οδηγεί την αναζήτηση με χρήση του πιθανολογικού κανόνα. Αντίστοιχα εάν λάβει τιμή πολύ κοντά στη μονάδα (π.χ. 0.9) οδηγεί την αναζήτηση με χρήση ντετερμινιστικού κανόνα.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι λύσεις που έδωσε ο αλγόριθμος για την ελάχιστη, τη μέγιστη και τις ενδιάμεσες τιμές της παραμέτρου r_0 . Επισημαίνουμε ότι όλες οι υπόλοιπες παράμετροι του προβλήματος και του αλγορίθμου διατηρήθηκαν σταθεροί εκτός από τον αριθμό των επαναλήψεων με σκοπό να διαπιστωθεί εάν κάποιος κανόνας αποδίδει σε μεγαλύτερο αριθμό επαναλήψεων. Οι δοκιμές πραγματοποιήθηκαν για ένα σχέδιο με:

Χαρακτηριστικά: 5

Επίπεδα: 4

Προϊόντα στη γραμμή: 3

Καταναλωτές: 150

Ανταγωνιστικά προϊόντα: 9

Ants: 30

Στον Πίνακα 7 παρουσιάζεται ένα μέρος των συνδυασμών που πραγματοποιήθηκαν όπως επίσης και οι τιμές με τη βέλτιστη απόδοση.

r0	iterations	runs	Global best(%)	σ^2
0.01	500	10	22.3	0.1
0.01	700	10	22.5	0.16
0.01	1000	10	22.1	0.13
0.3	500	10	23.4	0.1
0.4	500	10	23.1	0.18
0.5	500	10	24.2	0.2
0.5	700	10	24.1	0.11
0.99	500	10	33.5	0.12
0.99	700	10	33.3	0.11
0.99	1000	10	33.6	0.2

Πίνακας 7: Transition's rule parameters

Παρατηρούμε ότι ο αλγόριθμος αυξάνει ραγδαία την απόδοσή του όταν η παράμετρος r0 βρίσκεται κοντά στην ανώτερη τιμή της δηλαδή όταν η αναζήτηση γίνεται ντετερμινιστικά εφόσον πρακτικά δεν χρησιμοποιείται ο πιθανολογικός κανόνας μετάβασης. Επίσης παρατηρούμε ότι μετά τις 500 επαναλήψεις δεν σημειώνεται σε κανέναν κανόνα βελτίωση στη λύση.

Το επόμενο βασικό συστατικό του αλγορίθμου είναι η ποσότητα της φερομόνης που εξατμίζεται και εναποτίθεται. Οι παράμετροι που μεταβάλλουν τις ποσότητες της φερομόνης είναι οι r1, r2, t₀. Οι υπόλοιπες παράμετροι διατηρήθηκαν και πάλι σταθερές εκτός από τον αριθμό των επαναλήψεων. Οι δοκιμές πραγματοποιήθηκαν για ένα σχέδιο με:

Χαρακτηριστικά: 5

Επίπεδα: 4

Προϊόντα στη γραμμή: 3

Καταναλωτές: 150

Ανταγωνιστικά προϊόντα: 9

Ants: 30

Κανόνας μετάβασης: Ντετερμινιστικός

Στον Πίνακα 8 παρουσιάζεται ένα μέρος των συνδυασμών που πραγματοποιήθηκαν όπως επίσης και οι τιμές με τη βέλτιστη απόδοση.

r1	r2	t0	iterations	runs	Global best	σ^2
0.6	0.6	0.7	500	10	31.9	0.2
0.6	0.6	0.7	700	10	31.9	0.21
0.6	0.8	0.9	500	10	31.7	0.16
0.6	0.8	0.9	700	10	31.6	0.19
0.6	0.3	0.5	500	10	32.1	0.3
0.6	0.3	0.5	700	10	32.0	0.28
0.6	0.1	0.4	500	10	32.6	0.11
0.4	0.1	0.2	500	10	33.7	0.14
0.4	0.1	0.2	700	10	33.5	0.11
0.2	0.1	0.1	500	10	33.5	0.1
0.1	0.1	0.09	500	10	33.8	0.1
0.1	0.1	0.09	700	10	33.9	0.12
0.08	0.05	0.03	500	10	33.5	0.16
0.05	0.02	0.02	500	10	33.9	0.2
0.06	0.01	0.02	500	10	34.0	0.23
0.06	0.01	0.02	700	10	33.9	0.32

Πίνακας 8: pheromone's parameters distribution

Στη συνέχεια πραγματοποιήθηκε έλεγχος με συνδυασμό των παραπάνω βέλτιστων και μεταβολή του αριθμού των μυρμηγκιών που πραγματοποίησαν την αναζήτηση. Στον πίνακα 9 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα:

r1	r2	tf	rf	iterations	Ants	runs	Global best	σ^2
0.06	0.01	0.02	0.99	500	30	10	34.0	0.2
0.06	0.01	0.02	0.99	500	40	10	33.2	0.16
0.06	0.01	0.02	0.99	500	50	10	33.8	0.15
0.06	0.01	0.02	0.99	500	60	10	33.5	0.1
0.06	0.01	0.02	0.99	500	70	10	33.1	0.12
0.06	0.01	0.02	0.99	500	80	10	33.8	0.21
0.06	0.01	0.02	0.99	500	90	10	33.6	0.11
0.06	0.01	0.02	0.99	500	100	10	33.9	0.14
0.06	0.01	0.02	0.99	500	150	10	34.2	0.11

Πίνακας 9: Ants value

Παρατηρούμε πολύ μικρή βελτίωση για αριθμό μυρμηγκιών 150. Για μεγαλύτερο αριθμό οι αποκλίσεις είναι ελάχιστες χωρίς να σημειώνεται βελτίωση ενώ για αριθμό κάτω από 30 οι λύσεις δεν ήταν ικανοποιητικές.

Τέλος έγινε έλεγχος της συμπεριφοράς του αλγορίθμου για σχέδια μεγαλύτερων διαστάσεων και μεταβλητό αριθμό καταναλωτών. Οι τιμές της φερομόνης και η χρήση των κανόνων έγινε με βάση τη βέλτιστη απόδοση που παρουσίασαν στις προηγούμενες δοκιμές. Στον πίνακα 10 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα:

attributes	levels	r0	iterations	Ants	runs	Global best	σ^2
5	4	0.99	500	150	10	34.0	0.2
5	5	0.99	500	150	10	33.2	0.16
5	6	0.99	500	150	10	33.8	0.15
6	4	0.99	500	150	10	33.5	0.1
6	6	0.99	500	150	10	33.1	0.12
7	3	0.99	500	150	10	33.8	0.21
7	5	0.99	500	150	10	33.6	0.11
7	6	0.99	500	150	10	34.8	0.1
9	8	0.99	500	150	10	33.8	0.13

Πίνακας 10: problem dimensions

Παρατηρούμε ότι ο αλγόριθμος συμπεριφέρεται αποδοτικά όσο αυξάνουν οι διαστάσεις δηλαδή η πολυπλοκότητα του προβλήματος.

Παράλληλα με τις προηγούμενες δοκιμές συγκεντρώθηκαν και οι χρόνοι τρεξίματος του αλγορίθμου σε κάθε μεταβολή παραμέτρων. Στον πίνακα 11 παρουσιάζονται κάποια τρεξίματα τα οποία συμπεριλαμβάνουν τις ακραίες τιμές χρόνου και τις παραμέτρους που τον επηρέασαν.

Attributes	Levels	N. of customers	Ants	Run time(s)
5	4	500	60	264.104
5	4	150	60	91.79
5	4	150	150	93.54
7	6	150	150	93.86
7	6	100	150	92.34
9	8	150	150	95.86
10	10	150	150	96.7

Πίνακας 11: ACS run time performance

Παρατηρούμε αισθητή αύξηση του χρόνου τρεξίματος με την αύξηση του αριθμού των καταναλωτών που συμμετέχουν στην έρευνα. Αντίθετα παρατηρούμε ότι η αύξηση των διαστάσεων του προβλήματος δηλαδή του αριθμού των χαρακτηριστικών και των επιπέδων δεν επηρεάζει σημαντικά το χρόνο τρεξίματος. Η δυσκολία του αλγορίθμου με την αύξηση των καταναλωτών εξηγείται από το γεγονός ότι ο πίνακας των καταναλωτών συμμετέχει ενεργά στον υπολογισμό της αντικειμενικής συνάρτησης που αξιολογεί τη λύση.

Στην επόμενη ενότητα παρατίθεται ένας συγκεντρωτικός πίνακας όπου παρουσιάζονται συνδυασμοί παραμέτρων που δεν αναφέρθηκαν παραπάνω.

6.6 Πίνακας συγκεντρωτικών αποτελεσμάτων

runs	attributes	levels	products per line	number of competitors	Number of customers	r1	r2	r0	t0	ants	global best(%)	σ^2	%solution space
10	5	4	4	12	150	0.9	0.01	0.5	0.02	60	25.4	0,1	5
10	5	4	4	12	150	0.9	0.01	0.5	0.02	150	25,9	0.32	5
10	5	4	4	12	150	0.9	0.01	0.9	0.02	150	33.5	0.18	5
10	5	4	4	12	150	0.9	0.01	0.9	0.02	60	33.0	0.14	5
10	5	4	4	8	150	0.9	0.01	0.9	0.02	60	33.9	0.2	5
10	7	6	4	12	150	0.9	0.01	0.9	0.02	150	32.9	0.1	5.35e-4
10	7	6	4	12	150	0.9	0.01	0.9	0.02	60	32.4	0.11	5.35e-4
10	7	6	4	12	100	0.9	0.01	0.9	0.02	150	34.0	0.13	5.35e-4
10	7	6	4	12	150	0.6	0.01	0.9	0.02	150	34.8	0.16	5.35e-4
10	9	8	4	12	150	0.6	0.01	0.9	0.02	150	34.6	0.15	0.0001
10	9	8	4	12	150	0.9	0.01	0.9	0.02	150	33.1	0.2	0.0001
10	9	8	4	12	150	0.6	0.01	0.4	0.02	150	24.6	0.1	0.0001

10	9	8	4	12	150	0. 6	0.0 1	0. 9	0.0 2	150	33.4	0.1 1	0.00 0001
10	10	10	4	12	150	0. 6	0.0 1	0. 9	0.0 2	150	32.8	0.2 1	Very small

Πίνακας 12: Συγκεντρωτικές επιδόσεις ACS

Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα απόδοσης για τους συνδυασμούς των παραμέτρων. Παρατηρούμε όπως προαναφέρθηκε ότι ο αλγόριθμος αποδίδει καλύτερα για $r_0=0.9$ (ντετερμινιστικός κανόνας), για $r_1=0.6$ (θετική ανάδραση) και για περιορισμένο αριθμό καταναλωτών.

Κεφάλαιο 7: ACS vs. Genetic algorithm

Για τη σύγκριση των αποδόσεων των αλγορίθμων ACS και GA πραγματοποιήθηκαν κάποιες δοκιμές με κοινές παραμέτρους του προβλήματος και ίδιο αριθμό επαναλήψεων.

Όσο αφορά το χρόνο τρεξίματος ο ACS είχε χαμηλότερη απόδοση από το γενετικό αλγόριθμο. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Attributes	Levels	Customers	ACS run time(s)	GA run time
5	4	100	92.12	30.4
5	4	150	94.2	31.6
5	4	500	110.5	45.12
7	6	100	93.21	62.23
7	6	150	97.9	65.41
9	8	100	93.54	79.21
10	10	100	95.3	85.6

Πίνακας 13: ACS vs GA run time, iterations=500

Παρατηρούμε στον πίνακα ότι ενώ ο γενετικός είναι σαφώς ταχύτερος, παρουσιάζει μια έντονη αύξηση στο χρόνο με την αύξηση των επιπέδων και των χαρακτηριστικών ενώ αντίθετα ο ACS έχει μικρές διακυμάνσεις στην αύξηση της πολυπλοκότητας των προϊόντων και επηρεάζεται αρκετά από την αύξηση του δείγματος.

Όσο αφορά τη βελτιστοποίηση της λύσης ο ACS έδωσε καλύτερα αποτελέσματα από τον GA για προϊόντα μεγάλης διάστασης όταν εφαρμόστηκε ο ντετερμινιστικός κανόνας μετάβασης:

Attributes	Levels	Runs	ACS (deterministic) fitness best	ACS (probabilistic) fitness best
5	4	30	10	1
7	6	30	18	9
9	8	30	17	5
10	10	30	19	7

Πίνακας 14: ACS vs GA fitness, iterations=500, p.line=4

Συμπερασματικά ο ACS όπως έχει μοντελοποιηθεί για το συγκεκριμένο πρόβλημα μπορεί να εφαρμοστεί με επιτυχία σε προβλήματα με προϊόντα αυξημένης πολυπλοκότητας με χρήση του ντετερμινιστικού κανόνα έναντι του πιθανολογικού σε περιορισμένο δείγμα καταναλωτών.

Εάν ένα σύνολο καταναλωτών κατηγοριοποιηθεί με μια μέθοδο clustering θα μπορούσε να εφαρμοστεί ο αλγόριθμος στοχευμένα σε κάθε cluster με πολύ καλύτερη απόδοση έναντι του συνόλου και για προϊόντα αυξημένης πολυπλοκότητας που προσεγγίζουν τα πραγματικά προϊόντα.

Συμπεράσματα:

Στην παρούσα εργασία ο ACS μετρήθηκε για τη βελτιστοποίηση μιας γραμμής τεσσάρων προϊόντων. Για να αποκωδικοποιηθεί η συμπεριφορά του αλγορίθμου πραγματοποιήθηκαν διάφοροι συνδυασμοί τόσο των διαστάσεων του προβλήματος όσο και των παραμέτρων του αλγορίθμου.

⇒ Για αριθμό επαναλήψεων από 500 έως 1000 ο αλγόριθμος δεν παρουσίασε βελτίωση της λύσης καθώς η βέλτιστη λύση προσδιορίζονταν πάντα σε μικρότερη επανάληψη. Για αριθμό επαναλήψεων ανώτερο του 1000 ο χρόνος περάτωσης αυξήθηκε ραγδαία (<50%). Για το λόγο αυτό οι δοκιμές πραγματοποιήθηκαν με αριθμό επαναλήψεων 500 με σκοπό την εύρεση βέλτιστου σε λογικό χρόνο.

⇒ Για αριθμό καταναλωτών ανώτερο του 150 ο αλγόριθμος χειροτερεύει την απόδοσή του και προσδιορίζει αρκετά χαμηλότερα βέλτιστα (μέχρι και 1000 επαναλήψεις). Ωστόσο η αύξηση του αριθμού των μυρμηγκιών μπορεί να επιφέρει κάποια μικρή βελτίωση.

⇒ Η ενίσχυση της θετικής ανάδρασης (εναπόθεση φερομόνης στη βέλτιστη λύση) μειώνει το ενδεχόμενο εξερεύνησης διαφορετικών μονοπατιών και επιφέρει πρόωρη σύγκλιση σε τοπικό βέλτιστο. Η ιδανική τιμή της παραμέτρου r_1 που ρυθμίζει τη θετική ανάδραση στη συγκεκριμένη υλοποίηση προσδιορίζεται στο 0.6.

⇒ Η απόδοση του αλγορίθμου ανεβαίνει ραγδαία (+8%) όταν η αναζήτηση πραγματοποιείται με τη χρήση του ντετερμινιστικού κανόνα έναντι του πιθανολογικού. Αντίθετα όταν οι κανόνες είναι ισοπίθανοι η απόδοση του αλγορίθμου δίνει μέτριες λύσεις ενώ η χρήση μόνο του πιθανολογικού κανόνα (AS) δεν αποδίδει στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο αλγόριθμος αντεπεξέρχεται καλά στην αύξηση των επιπέδων και των χαρακτηριστικών εάν ακολουθείται ο ντετερμινιστικός κανόνας. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι στρατολογούνται τα μυρμήγκια και η αναζήτηση γίνεται περισσότερο κατευθυνόμενη. Η πρόωρη στασιμότητα που θα ήταν λογικό να προκύψει αποφεύγεται με την αρνητική ανάδραση. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι ο ντετερμινιστικός κανόνας μετάβασης δεν εμπεριέχει μόνο τοπική πληροφορία αλλά και πληροφορία για προηγούμενες καταστάσεις εφόσον εμπεριέχει φερομόνη. Αντίθετα ο πιθανολογικός κανόνας εμπεριέχει όλα τα προηγούμενα και επιπλέον έναν παράγοντα τυχαιότητας εφόσον η επιλογή του επόμενου επιπέδου πραγματοποιείται, εφόσον έχουν υπολογιστεί οι πιθανότητες όλων των επιπέδων, με τη ρίψη ενός ζαριού. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει ισχυρή πιθανότητα να μην

επιλεγεί η καλύτερη δυνατή λύση και εάν αυτό επαναλαμβάνεται αρκετές φορές τα μυρμήγκια σκορπίζουν μακριά από το στόχο τους. Είναι πιθανό με αύξηση του αριθμού των επαναλήψεων (έχουν ελεγχθεί 1000) σε μεγαλύτερο χρόνο να βρίσκεται τελικά καλή λύση, ίσως και καλύτερη από το ντετερμινιστικό αλλά η χρονοβόρα διαδικασία θεωρήθηκε μη αποδοτική.

Βιβλιογραφία

- [1] M. Dorigo and L.M. Gambardella. Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1(1):53–66, 1997.
- [2] L.M. Gambardella and M. Dorigo. Solving Symmetric and Asymmetric TSPs by Ant Colonies. In *Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, pages 622–627, 1996.
- [3] T. Stutzle and H. Hoos. MAX-MIN Ant System and Local Search for The Traveling Salesman Problem. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, pages 309–314, 1997.
- [4] T. Stutzle and H.H. Hoos. MAX-MIN Ant System. *Future Generation Computer Systems*, 16(8):889–914, 2000.
- [5] C.Z. Janikow and Z. Michalewicz. An Experimental Comparison of Binary and Floating Point Representations in Genetic Algorithms. In R.K. Belew and L.B. Booker, editors, *Proceedings of the Fourth International Conference in Genetic Algorithms*, pages 31–36. Morgan Kaufmann, 1991.
- [6] D.J. Janson and J.F. Frenzel. Training Product Unit Neural Networks with Genetic Algorithms. *IEEE Expert*, 8(5):26–33, 1993.
- [7] M. Dorigo. *Optimization, Learning and Natural Algorithms*. PhD thesis, Politecnico di Milano, 1992.
- [8] M. Dorigo. Learning by Probabilistic Boolean Networks. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, pages 887–891, 1994.
- [9] M. Dorigo, E. Bonabeau, and G. Theraulaz. Ant Algorithms and Stigmergy. *Future Generation Computer Systems*, 16(9):851–871, 2000.
- [10] M. Dorigo and G. Di Caro. Ant Colony Optimization: A New Meta-Heuristic. In *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation*, volume 2, page 1477, July 1999.
- [11] M. Dorigo and G. Di Caro. The Ant Colony Optimization Meta-Heuristic. In D. Corne, M. Dorigo, and F. Glover, editors, *New Ideas in Optimization*, pages

- 11–32. McGraw-Hill, 1999.
- [12] M. Dorigo and L. Gambardella. A Study of Some Properties of Ant-Q. In *Proceedings of the Fourth International Conference on Parallel Problem Solving From Nature*, pages 656–665, 1996.
- [13] M. Dorigo and L.M. Gambardella. Ant Colonies for the Travelling Salesman Problem. *Biosystems*, 43(2):73–81, 1997.
- [14] M. Dorigo and L.M. Gambardella. Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1(1):53–66, 1997.
- [15] M. Dorigo, V. Maniezzo, and A. Coloni. Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B*, 26(1):29–41, 1996.
- [16] M. Dorigo and T. Stützle. An Experimental Study of the Simple Ant Colony Optimization Algorithm. In *Proceedings of the WSES International Conference on Evolutionary Computation*, pages 253–258, 2001.
- [17] Green, P.E., Carroll, J.D., and Goldberg, S.M. (1981). A general approach to product design optimization via conjoint analysis. *Journal of Marketing*, 45, 17-37.
- [18] Green, P.E., and Krieger, A. (1985). Models and Heuristics for Product Line Selection. *Marketing Science*, 4, 1-19.
- [19] Green, P.E., and Krieger, A.M. (1987). A consumer-based approach to designing product line extensions. *Journal of product innovation management*, 4, 21-32.
- [20] Green, P.E., and Krieger, A.M. (1988). Choice Rules and Sensitivity Analysis in Conjoint Simulators. *Journal of the Academy of Marketing Science*, 16(3), 114-127.
- [21] Green, P.E., Krieger, A.M., and Zelnio, R.N. (1989). A componential segmentation model with optimal design features. *Decision Sciences*, 20(2), 221-238.
- [22] Green, P.E., and Krieger, A.M. (1992). An application of a product positioning model to pharmaceutical products. *Marketing Science*, 11, 117–132.
- [23] Green, P.E., and Krieger, A. (1997). Using conjoint analysis to view competitive interaction through the customer's eyes. In: Day, G.S., and Reibstein, D.J. (eds), *Wharton school on dynamic strategy*, Wiley and Sons, New York, 343-368.
- [24] Green, P. E. and V. R. Rao (1971), "Conjoint Measurement for Quantifying Judgmental Data," *Journal of Marketing Research*, 8 (August), 355-363

- [25]Orme B (2006). *Getting Started with Conjoint Analysis: Strategies for Product Design and Pricing*. Research Madison, WI: Research Publishers.
- [26]Orme B and Huber J (2000). Improving the Value of Conjoint Simulations. *Marketing Research*, Winter.
- [27]Orme B and Johnson R (2006). External effects adjustments in Conjoint Analysis. *Research Paper Series*. Sawtooth Software: Sequim, WA.
- [28] Valarie A. Zeithaml ,1988 Consumer perceptions of Price Quality and Value: A Means-End Model and Synthesis of Evidence
- [29] J.L. Deneubourg, S. Aron, S. Goss, J.M. Pasteels, The Self-Organizing Exploratory Pattern of the Argentine Ant, *Journal of Insect Behavior*, Vol. 3, No. 2, 1990, 159-169.