Διακριτός Αλγόριθμος Νυχτερίδας για την Εξέλιξη Στρατηγικών στο Επαναληπτικό Δίλημμα του Φυλακισμένου

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Εκπόνηση Εργασίας: Γρηγοριάδης Γεώργιος

ΑΜ:2013010074

Επιβλέπων Καθηγητής: Μαρινάκης Ιωάννης

1ο Μέλος Επιτροπής: Μαρινάκη Μαγδαληνή

2ο Μελος Επιτροπής: Ματσατσίνης Νικόλαος

Χανιά, Οκτώβριος 2020

Στις γιαγιάδες μου

Ελισάβετ και Ελένη

Στον παππού μου

Βασίλειο

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ σε φίλους, καθηγητές και τέλος στην οικογένεια μου, οι οποίοι βρίσκονταν όλοι τους εκεί και με βοήθησαν με την στήριξη τους όλα αυτά τα χρόνια στο προπτυχιακό επίπεδο. Θα ήθελα να ευχαριστήσωθερμά τον καθηγητή μου Ιωάννη Μαρινάκη για την υπομονή και κατανόηση κατά την διάρκεια ολοκλήρωσης της προπτυχιακής μου εργασίας. Επιπρόσθετες ευχαριστίες στον κύριο Μανούσο Ρηγάκη και την κυρία Δήμητρα Τραχανατζή που ήταν πάντα πρόθυμοι να με βοηθήσουν και να με καθοδηγήσουν για το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα της προπτυχιακής μου εργασίας. Τέλος, τις θερμότερεςευχαριστίες, οφείλω στους γονείς μου Αντώνη και Παρασκευή και στην μεγάλη μου αδερφή Ελένη για την συμπαράσταση και την στήριξη τους όλο αυτό το διάστημα και στα επερχόμενα χρόνια.

Περιεχόμενα

Κατάλογος Σχημάτων

Κατάλογος Πινάκων

Περίληψη

Το δίλημμα του φυλακισμένου είναι ένα γνωστό μη-συνεργατικό παίγνιο της θεωρίας παιγνίων, το οποίο προσομοιώνει καταστάσεις συνεργασίας στον πραγματικό κόσμο. Πρόκειται για ένα παίγνιο που εξετάζει τις στρατηγικές επιλογές ορθολογικών παικτών που εμπλέκονται σε ανταγωνιστικές καταστάσεις. Οι επιλογές των παικτών είναι η αποστασία και η συνεργασία, και ανάλογα με αυτές το παίγνιο οδηγείται σε τέσσερις διαφορετικές καταστάσεις, ενώ κάθε κατάσταση έχει διαφορετική επίπτωση στους παίκτες. Στόχος είναι οι δυο παίκτες να κερδίσουν σημαντικά οφέλη από την συνεργασία τους η οποία μπορεί να επέλθει μόνο μέσα από την εμπιστοσύνη που θα δείξουν ο ένας στον άλλον, καθώς δεν υπάρχει επικοινωνία μεταξύ τους. Όταν το παίγνιο λαμβάνει χώρα επαναληπτικά, κάθε παίκτης αναπτύσσει μία στρατηγική που θα του αποφέρει το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα. Η στρατηγική που αναπτύσσει και εφαρμόζει ο κάθε παίκτης είναι μια αλληλουχία επιλογών, αποστασίας ή συνεργασίας.

Στόχος της πτυχιακής εργασίας είναι να αναπτυχθούν αποτελεσματικές στρατηγικές που αφορούν το επαναληπτικό δίλημμα του φυλακισμένου χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο της νυχτερίδας (Bat Algorithm). Ο αλγόριθμος της νυχτερίδας, είναι ένας μεθευρετικός αλγόριθμος ολικής βελτιστοποίησης, ο οποίος αναπτύχθηκε το 2010.Ο αλγόριθμος νυχτερίδας είναι εμπνευσμένος από τη φύση και βασίζεται στη συμπεριφορά ηχοεντοπισμού των νυχτερίδων, με ποικίλους παλμούς εκπομπής και έντασης ήχου. Ο αλγόριθμος αυτός έχει αναπτυχθεί για προβλήματα βελτιστοποίησης συνεχών μεταβλητών, όμως οι στρατηγικές που θα αναπτυχθούν αποτελούνται από δυαδικές μεταβλητές. Συνεπώς, στη πτυχιακή εργασία θα χρησιμοποιηθεί μία υβριδοποιημένη έκδοση του αλγορίθμου, βασισμένη σε διακριτές ευρετικές τεχνικές. Ο Διακριτός Αλγόριθμος Νυχτερίδας θα αναπτυχθεί σε περιβάλλον Matlab. Για την αξιολόγηση των στρατηγικών που θα προκύψουν μέσω του αλγορίθμου, θα χρησιμοποιηθούν γνωστές στρατηγικές που εμφανίζονται στη σχετική βιβλιογραφία.

Λέξεις κλειδιά
Αλγόριθμος της Νυχτερίδας, Μεθευρετικός Αλγόριθμος Ολικής Βελτιστοποίησης, Διακριτός Αλγόριθμος της Νυχτερίδας

Κεφάλαιο 1- Εισαγωγή και Βασικές Έννοιες

1.1 Εισαγωγή

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, θα επιχειρήσουμε να αναλύσουμε τις έννοιες της θεωρίας παιγνίων και των στρατηγικών της. Αυτό θα επιτευχθεί, με ένα από τα κλασικότερα μοντέλα λήψης αποφάσεων της θεωρίας παιγνίων, δηλαδή αυτό του διλήμματος του φυλακισμένου (Prisoner's Dilemma). Το παρόν «δίλημμα» απασχόλησε τον επιστημονικό κόσμο τη δεκαετία του 80', αλλά με το πέρασμα των χρόνων εξελίσσεται η προσέγγισή του. Ο Axelrod χρησιμοποίησε μια παραλλαγή του παιχνιδιού αυτού, δηλαδή την επαναλαμβανόμενη εκδοχή του Διλήμματος του Φυλακισμένου, όπου οι παίκτες θα παίζουν για άγνωστο αριθμό παιχνιδιών μεταξύ τους. Στόχος της εργασίας είναι η δημιουργία ανταγωνιστικών στρατηγικών για το Επαναληπτικό Δίλημμα του Φυλακισμένου, μεταξύ των παικτών και η εξέλιξη αυτών με τη χρήση του Διακριτού Αλγορίθμου Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm).

Η δομή της παρούσας εργασίας έχει ως εξής: Στο 1^{ο} Κεφάλαιο γίνεται μια ιστορική αναδρομή, ενώ στη συνέχεια αναλύουμε την θεωρία παιγνίων και τις κατηγορίες, σύμφωνα με τις οποίες παίρνουν αποφάσεις οι παίκτες. Στο Κεφάλαιο 2, δίνονται οι ορισμοί των παιγνίων μη σταθερού αθροίσματος, συνεργατικών και μη, παιγνίων καθώς και την ισορροπία Nash. Στη συνέχεια, περιγράφεται εκτενώς το Δίλημμα του Φυλακισμένου, καθώς και οι βιβλιογραφικές στρατηγικές που χρησιμοποιούνται γενικά γι' αυτό το παίγνιο αλλά και αυτές που χρησιμοποιήθηκαν στη συγκεκριμένη εργασία. Στο 3^{ο} Κεφάλαιο αναλύεται ο Αλγόριθμος Νυχτερίδας που χρησιμοποιήσαμε καθώς και η διακριτή του μορφή (Διακριτός Αλγόριθμος Νυχτερίδας), για την προσέγγιση του Επαναληπτικού Διλήμματος του Φυλακισμένου. Στο 4^{ο} Κεφάλαιο παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα των αλγοριθμικών επαναλήψεων στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm), μαζί με τα αποτελέσματα του καλύτερου παίκτη του Διακριτού Αλγόριθμου Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) ενάντια σε δημοφιλείς στρατηγικές που ορίσαμε εμείς. Στο 5^{ο} και τελευταίο Κεφάλαιο αναφέρονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την επίδοση του Διακριτού Αλγορίθμου Νυχτερίδας με τις στρατηγικές της θεωρίας παιγνίων.

1.2 Ιστορική Αναδρομή

Ο Augustin Cournot, ένας Γάλλος φιλόσοφος και μαθηματικός που συνέσφερε στην ανάπτυξη των Οικονομικών, στα μέσα του $19^{ου}$ αιώνα ασχολήθηκε με την ανάλυση των σύγχρονων μεθόδων της θεωρίας παιγνίων. Ο επιστήμονας έδωσε το όνομά τουστο γνωστό μοντέλο (Cournot). Στη συνέχεια, μετά από πενήντα χρόνια, ο Άγγλος οικονομολόγος Francis Edgeworth μελέτησε την επίδραση των μαθηματικών στις κοινωνικές επιστήμες. Λίγα χρόνια μετά, το 1913, ο γερμανικής καταγωγής μαθηματικός Ernest Zermelo απέδειξε ότι το σκάκι έχει λύση από οποιαδήποτε κατάσταση, μια πολύ προοδευτική προσέγγιση για την εποχή εκείνη και γενικότερα για την επιστήμη της θεωρίας παιγνίων. Εξίσου, σημαντική ήταν και η συνεισφορά του John von Neumann. Ο John von Neumann ένας από τους καλύτερους επιστήμονες των μαθηματικών του $20^{ου}$ αιώνα, μετά το τέλος του 2ου Παγκόσμιου Πολέμου απέδειξε ένα σημαντικό πόρισμα για τα αυστηρά ανταγωνιστικά παίγνια (1928), ένα αποτέλεσμα που είχε ξεφύγει από τον Borel.

Το 1944 οι Neumann και Oskar Morgenstern κυκλοφόρησαν το βιβλίο “Theory of Games & Economic Behavior”. Στο βιβλίο περιγράφεται η θεωρία της χρησιμότητας (utility theory), αναλύονται διεξοδικά οι βέλτιστες λύσεις στα παίγνια μηδενικού αθροίσματος και αναφέρεται μια νέα κατηγορία παιγνίων, τα συνεργατικά παίγνια (cooperative games). Είναι το βιβλίο το οποίο καθιέρωσε την θεωρία παιγνίων ως επιστημονικό πεδίο [1]. Αργότερα, το 1950 ο ξακουστός επιστήμονας John Nash προώθησε την έννοια της ισορροπίας, τη γνωστή στις μέρες μας “Ισορροπία Nash”.

Για τη συνθήκη αυτή ο Nash κέρδισε το Nobel στα οικονομικά το 1944. Συγκεκριμένα, η ισορροπία Nash είναι μια κατάσταση στην οποία κανένας παίκτης δεν επωφελείται αν ακολουθήσει διαφορετική στρατηγική από τον άλλον. Συνεχίζοντας το 1965, ο Reinhard Selten γενίκευσε τις ιδέες του Nash στα δυναμικά παίγνια και το 1967-1968 ο John Harsanyi γενίκευσε τις ιδέες του Nash σε παίγνια μη-πλήρους πληροφόρησης σχετικά με τις προτιμήσεις και τις αποφάσεις των άλλων παικτών. Με το πέρασμα των χρόνων, η θεωρία παιγνίων γνώρισε μεγάλη άνθιση καιξεκίνησε να εισχωρεί σε όλους τους τομείς καθώς και σε πολιτικές επιστήμες. Στις αρχές του 70’ και έπειτα η έννοια αυτή προωθήθηκε και στις τάξεις της βιολογίας που επήλθε σαν αποτέλεσμα της εργασίας του John Maynard Smith “εξελικτικά σταθερή στρατηγική” (evolutionary stable strategy).

Στους θεωρητικούς επιστήμονες των παιγνίων Thomas Schelling και Robert Aumann απονεμήθηκε το βραβείο Νόμπελ Οικονομικών Επιστημών το 2005. Η μελέτη του Schelling αφορούσε τα δυναμικά μοντέλα, πρώιμα παραδείγματα της evolutionary game theory.

Το 2007, ο Leonid Hurwicz, μαζί με τον Eric Maskin και τον Roger Myerson, πήραν το βραβείο Νόμπελ Οικονομικών Επιστημών. Η συνεισφορά του Myerson συντάσσει την έννοια της “σωστής ισορροπίας” (proper equilibrium) καθώς και μια σημαντική πτυχιακή διατριβή “Θεωρία Παιγνίων, Ανάλυση Συγκρούσεων» (Game Theory, Analysis of Conflict). Επίσης, ο Hurwicz εισήγαγε και τυποποίησε την έννοια της “συμβατότητας κινήτρων” (incentive compatibility).

Το 2012, βραβείο Νόμπελ Οικονομικών Επιστημών απονεμήθηκε στους Alvin E.Roth και Lloyd S.Shapley για το άρθρο τους “For the theory of stable allocations and the practice of market design” [2].

1.3 Θεωρία Παιγνίων

1.3.1 Τι είναι η θεωρία Παιγνίων

Στόχος της Θεωρίας Παιγνίων, είναι να μας δώσει μια σαφή εικόνα των αλληλεπιδράσεων μεταξύ των παικτών σε ένα παίγνιο. Ως αλληλεπιδράσεις αναφερόμαστε στις διαφορετικές εκβάσεις που συμβαίνουν μέσα σε ένα παιχνίδι (παίγνιο), για τις διαφορετικές αποφάσεις που παίρνει ο κάθε παίκτης ξεχωριστά. Το παίγνιο αποτελείται από κανόνες που πρέπει να τηρούν οι παίκτες και μπορεί να αναφέρεται σε οποιαδήποτε ανταγωνιστική δραστηριότητα.

Μέσα σε τέτοιες καταστάσεις, οι παίκτες παλεύουν ο καθένας με την στρατηγική του, για να υπερισχύσουν έναντι των αντιπάλων τους. Αναζητούν το κέρδος χωρίς να χρειαστεί να ρισκάρουν, ή προσπαθούν να εμποδίσουν τους αντιπάλους τους να επωφεληθούν με κάθε δυνατό τροπο. Με λίγα λόγια οι ενέργειες του κάθε παίκτη εξαρτώνται από τις επιλογές και στρατηγικές των αντιπάλων του. Ως παίκτη τώρα, θεωρούμε κάποιο πρόσωπο, μια οργάνωση, ένα κράτος ή όπως στο παράδειγμα της εργασίας μας μια νυχτερίδα.

Η Θεωρία Παιγνίων έχει μεγάλη εφαρμογή σε πολλούς κλάδους. Έχει μεγαλύτερο ενδιαφέρον να εστιάσουμε σε θέματα οικονομικών, πολιτικών και βιολογικών προβλημάτων και όχι τόσο προβλήματα της καθημερινότητας [1].

Οι τρεις έννοιες που στιγματίζουν τη θεωρία παιγνίων:

- Ατομικισμός
- Ορθολογισμός
- Αμοιβαία αλληλεξάρτηση.

1.3.2 Ατομικισμός

Η θεωρία παιγνίων διαχωρίζεται σε δύο ξεχωριστές κατηγορίες: συνεργατική και μη-συνεργατική. Ο ατομικισμός ανήκει στη μη-συνεργατική κατηγορία, κατά την οποία τα μέλη ή αλλιώς οι παίκτες που βρίσκονται μέσα σε ένα παίγνιο δεν έχουν τη δυνατότητα να έρθουν σε κάποια μορφή συμφωνίας ή συνεργασίας μεταξύ τους. Σύμφωνα με τα παραπάνω, καταλαβαίνουμε πως τα μη -συνεργατικά παίγνια λειτουργούν με ατομικιστικό τρόπο.

Σε ότι αφορά τώρα τη συνεργατική θεωρία παιγνίων, τα μέλη ή παικτες που συμμετέχουν στο συγκεκριμένο παίγνιο τείνουν να προσπαθούν να δεσμευτούν ο ένας με τον άλλον προκειμένου να καταλήξουν σε ορθολογικές αποφάσεις.

Όμως, υπάρχει πιθανότητα οι δύο αυτές προσεγγίσεις να συνδεθούν. Η μόνη περίπτωση να συμβεί αυτό είναι μόνο αν τα άτομα που συνεργάζονται έχουν κοινό συμφέρον από τη μεταξύ τους συνεργασία. Δηλαδή τα άτομα δεν συνεργάζονται επειδή πρέπει αλλά επειδή επιλέγουν οικειοθελώς να το πράξουν.

Τελευταίο αλλά εξίσου σημαντικό, είναι ότι υπάρχουν και δύσκολες περιπτώσεις για να κατανοήσουμε αν κάποιο παίγνιο θεωρείται συνεργατικό η μη –συνεργατικό. Αυτές οι περιπτώσεις αναφέρονται σε παίκτες, οι οποίοι “κρύβονται” πίσω από κάποιο σύνολο. Παραδείγματος χάριν, μπορεί να αναφέρεται σε κάποια ομάδα, επιχείρηση ή ακόμη και χώρα, οπότε δεν είναι σαφή για το αν δρουν σαν μεμονωμένοι παράγοντες. Έτσι εμείς θεωρούμε ότι ενεργούν σαν ένας, χωρίς να γνωρίζουμε πως λαμβάνεται μια απόφαση και ποιά διαδικασία ακολουθούν για να την πάρουν τέτοιου είδους οργανισμοί. Το ότι μετατρέπουμε όμως τέτοιου είδους περίπλοκες περιπτώσεις σε πιο απλές κάνει τα συγκεκριμένα μοντέλα πιο προσιτά [3].

1.3.3 Ορθολογισμός

Αν τα άτομα δρούνε απόλυτα λογικά, τότε αναφερόμαστε στο δεύτερο χαρακτηριστικό της θεωρίας παιγνίων αυτό του ορθολογισμού. Σύμφωνα με αυτό το χαρακτηριστικό,τα άτομα επιδιώκουν να λειτουργούν για το δικό τους συμφέρον. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να αναζητούν λύσεις σύμφωνα με το πλάνο που σχεδίασαν αρχικά. Όπως και στον ατομικισμό, αυτό το χαρακτηριστικό κυριαρχεί στην νεοκλασική οικονομία και αιτιολογείται παρακάτω.

Πρώτον, είναι η ύπαρξη λογικής στους παίκτες. Αυτός ο λόγος καταλήγει να μην είναι ρεαλιστικός λόγω της της πολυπλοκότητας των ποικίλων αποφάσεων και τον όγκο των δεδομένων που συχνά χρειάζεται να αναλυθούν. Αποδεικνύεται από μελέτεςπωςο ορθολογισμός δεν επαρκεί, καθώς τα άτομα προκειμένου να επιλύσουν σύνθετα προβλήματα διαμορφώνουν απλοϊκότεραμονοπάτια που είναι γενικά ασύνδετα.

Δεύτερον, η ύπαρξη της φυσικής επιλογής, μας οδηγεί στο συμπέρασμα οτι η οικονομία πρέπει να ακολουθείέξ’ ολοκλήρου ορθολογικά αποτελέσματα. Επομένως, η έννοια της ορθολογικότητας συμβάλλει στην μακροχρόνια ισορροπία της οικονομίας. Αυτό μπορεί να γίνει αντιληπτό με τις επιχειρήσεις. Αν το πλάνο τους υπο-βελτιστοποιηθεί θα τις θέσει εκτός διαγωνισμού που συνεπάγεται την κατάρρευση και την αποχώρησή τους από τον κλάδο της οικονομίας.

Ωστόσο, αν και αυτή η λογική προωθεί τον ανταγωνισμό μεταξύ των εταιριών δεν είναι εφικτό πάντα να εφαρμοστεί σε όλες τις περιπτώσεις. Λόγου χάρη, δεν φαίνεται να υπάρχει εξελικτική διαδικασία στην οποία καταναλωτές με χρήση της λογικής να μπορούν να εξαλείψουν καταναλωτές χωρίς λογική. Χωρίς μια τέτοια διαδικασία επιλογής, η οικονομία δε θα συγκλίνει απαραίτητα στο λογικό αποτέλεσμα. Καταλήγοντας, φαίνεται πως ο ορθολογισμός δεν επιδιώκει να περιγράψει το πώς τα άτομα παίρνουν σύνθετες αποφάσεις στην πραγματικότητα, απλά γίνεται η μοναδική υπόθεση ότι τα άτομα δρουν σαν να έκαναν πλήρη χρήση της λογικής.

Σύμφωνα με τη θεωρία του Friedman (1953), σχετικά με την απλοποίηση των θεωριών, η υπόθεση του ορθολογισμού δε θα πρέπει να απορριφθεί απλά και μόνο επειδή θεωρείται ότι δεν υφίσταται πραγματικά. Αυτό αιτιολογείται λόγω του οτι όλες οι απλοποιητικές υποθέσεις είναι απαραίτητα μη ρεαλιστικές.Ο ορθολογισμός δεν θα πρέπει να λαμβάνεται υπ’ όψιν μόνο στην περίπτωση που οι εκβάσεις της υπόθεσης δεν είναι εποικοδομητικές.

Γενικότερα, γίνεται αντιληπτό οτι η θεωρία παιγνίων οφείλει να χαρακτηρίζεται περισσότερο για τη χρησιμότητά της παρά για τον ορθολογισμό των υποθέσεών της. Αυτό, όμως, δε σημαίνει ότι η αποχή από τον πλήρη ορθολογισμό δε θα προσφέρει εξίσου χρήσιμες πληροφορίες και προβλέψεις [3].

1.3.4 Αμοιβαία Αλληλεξάρτηση

Τελευταίο αλλά εξίσου σημαντικό χαρακτηριστικό της θεωρίας παιγνίων είναι αυτό της αμοιβαίας αλληλεξάρτησης, στην οποία η άρτια κατάσταση κάθε παίκτη σε ένα παίγνιο επηρεάζεται, εν μέρει, από τις πράξεις των λοιπών παικτών στο παίγνιο.

Στην κατηγορία της αμοιβαίας αλληλεξάρτησης, οι παίκτες διαθέτουν την ελευθερία να ενεργήσουν στρατηγικά. Παίρνοντας στρατηγικές αποφάσεις, τα άτομα έχουν ως σκοπό να διακρίνουν την επιρροή των δικών τους ενεργειών στην συμπεριφορά των υπολοίπων. Με βάση το παραπάνω, κάθε παίκτης διαμορφώνει την χαρακτηριστική του κίνηση ώστε να επιτευχθεί η προσδώκιμη έκβαση.

Σε σύγκριση με τις προηγούμενες δύο κατηγορίες του ατομικισμού και του ορθολογισμού, το χαρακτηριστικό της αμοιβαίας αλληλεξάρτησης δεν εμφανίζεται τόσο συχνά στη νεοκλασική οικονομία. Επομένως, τα άτομα χωρίς την αμοιβαία αλληλεξάρτηση βελτιώνουν τη θέση τους ή την κατάσταση τους μόνο όταν επιβαρύνουν τη θέση ή κατάσταση κάποιου άλλου. Και επειδή θεωρούνται οι δράσεις τους ως ξεχωριστές, δεν επηρεάζουν στην έκβαση των αγορών ή στην άρτια κατάσταση των άλλων. Μόλις όμως η αμοιβαία αλληλεξάρτηση προσμετρηθεί σαν παράγοντας τότε η άρτια κατάσταση του καθενός επηρεάζεται από τις πράξεις των υπολοίπων και υπάρχει η πιθανότητα αστοχίας της αγοράς. Στη συγκεκριμένη κατάσταση, τουλάχιστον ένα άτομο μπορεί να καλυτερεύσει την κατάσταση του χωρίς να επιβαρύνει κανενός άλλου ατόμου την κατάσταση. Η πιθανότητα για μια τέτοια αναποτελεσματικότητα έχει επιβεβαιωθεί σε πολυάριθμες οικονομολογικές εφαρμογές της θεωρίας παιγνίων [3].

Κεφάλαιο 2-Παίγνια και το Δίλημμα του Φυλακισμένου

2.1 Παίγνια σταθερού ή μηδενικού αθροίσματος

Το άθροισμα των ανταμοιβών των παικτών καθορίζεται από μία σταθερά c (θετική ή αρνητική). Επομένως αν η τιμή της σταθεράς είναι θετική, τότε οι παίκτες που αποτελούν το παίγνιο μοιράζονται κάποια ανταμοιβή ή κέρδος. Στην αντίθετη περίπτωση (αρνητική τιμή), οι παίκτες που αποτελούν το παίγνιο μοιράζονται κάποιο κόστος ή ζημία. Τέλος, στην εάν το παίγνιο θεωρηθεί μηδενικού αθροίσματος, τότε η σταθερά c = 0 [18].

2.2 Παίγνια μη-σταθερού αθροίσματος

Τα περισσότερα πρότυπα παιγνίου που εμφανίζονται σε οικονομικές αλλά και σε άλλες κοινωνικές περιπτώσεις δεν είναι σταθερού ή μηδενικού αθροίσματος, διότι είναι σπάνιο φαινόμενο να υπάρχουν π.χ. οικονομικοί ή εμπορικοί ανταγωνιστές που έχουν ολική σύγκρουση συμφερόντων. Στα παίγνια αυτά παρατηρείται δηλαδή το φαινόμενο να ποικίλει το άθροισμα των αμοιβών ή απωλειών των παικτών. Έτσι εάν a_{ij} είναι η αμοιβή του Παίκτη Ι και b_{ij} η αμοιβή του Παίκτη ΙΙ για την επιλογή στρατηγικής i από τον πρώτο και j από τον δεύτερο, έχουμε ότι η ποσότητα $a_{ij} + b_{ij}$ είναι διαφορετική για διαφορετικά C ζεύγη στρατηγικών (i, j), σε αντίθεση με τα παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος, όπου b_{ij}=-a_{ij}, ∀(i, j), και τα παίγνια σταθερού αθροίσματος, όπου $b_{ij} = c - a_{ij}$, ∀(i, j). Για τον λόγο αυτό, τα παίγνια αυτά ονομάζονται παίγνια μη-σταθερού αθροίσματος (non-constant sum games). Στα παίγνια αυτά είναι αναγκαστικό να αναφέρονται ρητώς οι αμοιβέςαμφοτέρων των παικτών αφού δεν είναι δυνατόν να συμπεράνουμε τις αμοιβές του ενός από τις αμοιβές του άλλου. Γενικά, ένα παίγνιο με μη-σταθερό άθροισμα διατυπώνεται ως ένα C ζεύγος μητρών αμοιβής ή απώλειας, A και B, ή ως μία διπλή μήτρα [A, B], όπου κάθε στοιχείο της είναι ένα διατεταγμένο C ζεύγος (a_{ij}, b_{ij}) στοιχείων της A και B αντίστοιχα. Τα στοιχεία a_{ij}και b_{ij} είναι οι αμοιβές ή απώλειες του Παίκτη Ι και Παίκτη ΙΙ, εφόσον επιλέξουν την στρατηγική i και j αντίστοιχα. Παίγνια αυτής της μορφήςονομάζονται δι-μητρικά παίγνια ή δι-πινακοπαίγνια (bi-matrix games) [4].

2.3 Συνεργατικά και μη συνεργατικά παίγνια

Στα παίγνια μη-σταθερού αθροίσματος, ενώ η συνεργασία μεταξύ των παικτών μπορεί να οδηγήσει σε κοινό όφελος συχνά παρατηρείται το φαινόμενο της απαγόρευσηςμιας τέτοιας συνεργασίας. Άλλες πάλι φορές μία δεσμευτική συμφωνία μεταξύ των παικτών αποτρέπεται λόγω της έλλειψης αμοιβαίαςεμπιστοσύνης ή και επικοινωνίας. Συνεπώς διακρίνουμε δύο περιπτώσεις δι-μητρικών παιγνίων.

- Συνεργατικά παίγνια (cooperative games): Σε αυτού του είδους παίγνια οι παίκτες έχουν το δικαίωμα επικοινωνίας πριν την έναρξη της παρτίδας και συνεπώς επιτρέπεται να προβούν σε όλες τις μορφές συνεργασίας.
- Μη-συνεργατικά παίγνια (non-cooperative games): Σ’ αυτή την περίπτωση, η επικοινωνία μεταξύ των παικτών πριν την έναρξη της παρτίδας δεν επιτρέπεται και συνεπώς οποιαδήποτε συμφωνία είναι αδύνατη [5].

2.4Μαθηματική Διατύπωση Παιγνίων

Ένα παίγνιο αποτελείται από *N* παίκτες, από τους οποίους ο καθένας μπορεί να επιλέξει από ένα διαφορετικό σύνολο στρατηγικών που αντιστοιχεί στον εν λόγω παίκτη. Ανάλογα με τις στρατηγικές που επιλέγουν οι παίκτες καθορίζεται για καθέναν από αυτούς το όφελος του (payoff) [5],[6].

Θεώρημα 3.1 Ένα στρατηγικό παίγνιο ορίζεται από:

- ένα μη κενό σύνολο *N* (το σύνολο των παικτών)
- για κάθε παίκτη $i \in N$
- ένα μη κενό σύνολο S_i (το σύνολο των στρατηγικών του παίκτη *i*)
- μία συνάρτηση u_i: $S \rightarrow R$, όπου R το σύνολο των πραγματικών αριθμών (u_i η συνάρτηση που εκφράζει το όφελος (payoff) του παίκτη *i*.

2.5 Ισορροπία Nash

Η ισορροπία Nash επιδιώκει να μοντελοποιήσει την ισορροπία ενός παίγνιου στο οποίο οι παίκτες δεν συνεργάζονται μεταξύ τους και στο οποίο κάθε παίκτης δρα ορθολογικά (rationally) και έχει πλήρη επίγνωση των στρατηγικών των υπολοίπων παικτών. Είναι επόμενο να σκεφτούμε πως ένα τέτοιο παίγνιο ισορροπεί όταν κανείς παίκτης δεν έχει κίνητρο να αποκλίνει μονομερώς από την στρατηγική του. Τυπικότερα η ισορροπία Nash ορίζεται ως ακολούθως [7],[6].

Θεώρημα 3.2 Ισορροπία Nash

Ένα στρατηγικό προφίλ *s* ονομάζεται γνήσια ισορροπία Nash ή απλά ισορροπία Nash ενός στρατηγικού παίγνιου *G* αν για κάθε παίκτη $i \in N$ ισχύει:

$u_i(s_i, s{-}i) \geq u_i(x, s{-}i), \ \forall x \in S_i$ (2.1)

2.6 Εισαγωγή Προβλήματος του Διλήμματος του Φυλακισμένου

Αρχικά οι δύο μαθηματικοί Merill Flood και Melvin Dresher , στην εποχή που συνέβαινε ο Ψυχρός Πόλεμος κοντά στο 1950, εργάζονταν για λογαριασμό ενός ερευνητικού κέντρου με το όνομα Rand Corporation. Σκοπός του συκγεκριμένου κέντρου ήταν η δημιουργία στρατηγικών για να χρησιμοποιηθούν στην χειρότερη περίπτωση που ξεκινήσει πυρηνικός πόλεμος. Πάνω σε αυτό το κομμάτι ασχολήθηκαν οι δυο αυτοί μαθηματικοί και δημιούργησαν ένα μοντέλο, όπου οι παίκτες είτε συνεργάζονται είτε καταδίδουν ο ένας των άλλον σε μορφή παιγνίου.

Ένα από τα διασημότερα προβλήματα της Θεωρίας Παιγνίων, είναι αυτό του Διλήμματος του Φυλακισμένου. Πιο αναλυτικά, η προαναφερθείσα θεωρία αναφέρεται στις διαφορετικές αποφάσεις και στρατηγικές των σκεπτόμενων λογικά ή μη, παικτών και στα αποτελέσματα αυτών. Υπάρχει δηλαδή περίπτωση δύο λογικοί παίκτες να μην συνεργαστούν, παρόλο που αυτό θα συμφέρει και τους δύο. Ο τίτλος καθώς και το περιβάλλον με αποφάσεις για φυλάκιση σχετίζονται με τον μαθηματικό Albert William Tucker, του οποίου ήταν μαθητής ο Josh Nash.

Το δίλημμα του φυλακισμένου χαρακτηρίζεται ιδιαίτερα χρήσιμο για στρατηγική λήψη αποφάσεων και έχει την δυνατότητα εφαρμογής σε επιχειρήσεις,σε οικονομικά ζητήματα και προβλήματα όπως επίσης και σε επιστήμες από διάφορους τομείς, όπως τη βιολογία, τη φιλοσοφία καθώς και την ψυχολογία [8].

2.6.1 Περιγραφή του Διλήμματος του Φυλακισμένου

Όπως έχουμε προαναφέρει το Δίλημμα του Φυλακισμένου αναφέρεται σε ένα παίγνιο, κατά το οποίο οι παίκτες δεν μπορούν να συνεργάζονται μεταξύ τους. Επιπλέον δεν έχουν επικοινωνία μεταξύ τους καθώς επίσης και δεν γνωρίζουν τη στρατηγική που επιλέγει ο καθένας μέχρι να αποφασίσουν τι στρατηγική θα επιλέξουν και τι θα πράξουν αναλόγως. Το ότι αναφερόμαστε στο συγκεκριμένο παίγνιο όμως δεν σημαίνει και ότι σε περίπτωση που είναι κερδισμένος ο ένας από τους δυο, ο άλλος θα χάσει ή το αντίστροφο.

Στη μορφή του παιγνίου αυτού συμμετέχουν δύο παίκτες. Δεν γνωρίζουν τη στρατηγική του άλλου παίκτη και δεν μπορούν να συνεργαστούν μεταξύ τους. Οι μόνες επιλογές που έχουν είναι είτε να καταδώσουν τον άλλον παίκτη είτε να προσπαθήσουν να συνεργαστούν μαζί του. Σε πιθανότητα συνεργασίας θα πάρουν και οι δύο αντίστοιχα ένα καλό αποτέλεσμα. Σε ενδεχόμενο που και οι δύο δράσουν εγωιστικά θα αποκτήσουν μικρότερο πλεονέκτημα από αυτό που θα έπαιρναν αν συνεργαζόντουσαν. Στην περίπτωση τώρα που και οι δύο έχουν διαφορετική στρατηγική, αυτός που παίζει εγωιστικά σε κάθε περίπτωση θα αποκτήσει το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα στο παιχνίδι σε αντίθεση με αυτόν που έπαιξε συνεργατικά.

Πιο συγκεκριμένα, η ιστορία που σχετίζεται με το παίγνιο είναι η εξής: ο Αλέξανδρος και ο Βασίλης συλλαμβάνονται από την αστυνομία μετά από μια αποτυχημένη προσπάθεια να ληστέψουν μια τράπεζα. Αφού λοιπόν τους πηγαίνουν στο τμήμα τους τοποθετούν σε ξεχωριστά κελιά για να τους εξετάσουν. Οι άνθρωποι που διαπραγματεύονται μαζί τους ,τους κάνουν την ίδια συμφωνία. Εάν ένας από τους δύο ομολογήσει και ο άλλος δεν μιλήσει ,τότε ο πρώτος θα απελευθερωθεί ενώ ο τελευταίος θα καταδικαστεί σε πολλά χρόνια φυλάκισης. Εάν από την άλλη και οι δυο ομολογήσουν, η ποινή που θα εκτίσουν θα είναι μικρότερη. Επειδή όμως οι άνθρωποι που τους ανακρίνουν δεν έχουν πολλά στοιχεία ενάντια στους κλέφτες, οι οποίοι το γνωρίζουν αυτό, στην περίπτωση που παραμείνουν σιωπηλοί,η ποινή τους δεν θα είναι πολύ σοβαρή. Λαμβάνοντας υπόψιν αυτά τα γεγονότα ,ποια θα ήταν η καλύτερη επιλογή του κάθε κρατούμενου; Να εμπιστευθεί ο ένας τον άλλον και να συνεργαστούνε παραμένοντας σιωπηλοί ή να καταδώσει ο ένας τον άλλον ώστε να αποποιηθούν τις ευθύνες; Έτσι ο κάθε παίκτης ξεχωριστά έχει δύο επιλογές, είτε συνεργασία C (cooperation) είτε αποστασία (defection), και τα αποτελέσματα των επιλογών τους παρουσιάζονται στον Πίνακα 1, σύμφωνα με τις αποφάσεις που παίρνουν. Στον πίνακα αυτόν, κάθε κελί έχει δύο τιμές, όπου αριστερά είναι η απόδοση ή το αποτέλεσμα του παίκτη που παίζει στη σειρά και δεξιά η απόδοση ή το αποτέλεσμα του παίκτη που παίζει στις στήλες. Αν θέσουμε ως επιβράβευση το R (reward) για συνεργατική συμπεριφορά και P (punishment) για την αμοιβή όταν παίζουν και οι δύο εγωιστικά τότε T (temptation) θα είναι η αμοιβή του παίκτη που θα δράσει εγωιστικά όταν ο άλλος θα συνεργαστεί και S (sucker) η αμοιβή του παίκτη που θα προσπάθησε να συνεργαστεί ενώ ο άλλος παίκτης έδρασε εγωιστικά.

Έστω ότι Α (Αλέξανδρος) και Β(Βασίλης) σύμφωνα με το παράδειγμα:

Πίνακας 1	Α - Συνεργασία	Α - Αποστασία
Β –Συνεργασία	R,R	S,T
Β –Αποστασία	T,S	P,P

Πίνακας 1:Πίνακας Αποτελεσμάτων σύμφωνα με τις επιλογές του κάθε παίκτη ξεχωριστά για συνεργασία ή αποστασία στο Δίλημμα του Φυλακισμένου

Σύμφωνα με το πρόβλημα έχουν οριστεί και οι μεταβλητές του αντίστοιχα:

$T>R>P>S$ (2.2)

Και ότι θα πρέπει η αμοιβή να είναι καλύτερη όταν υπάρχει διπλή συνεργασία από τον μέσο όρο αμοιβών T και S:

$2* R>S+T$ (2.3)

Το παίγνιο μπορεί να τεθεί και ως ελαχιστοποίηση μιας ποινής φυλάκισης αλλά και ως μεγιστοποίηση ανταμοιβής για την συνεργασία του ατόμου.

Στον παρακάτω πίνακα θα δούμε τις κατάλληλες τιμές για την καλύτερη κατανόηση του παιγνίου αυτού. Σύμφωνα με αυτόν λοιπόν ο κάθε λογικός παίκτης που θα βρεθεί σε αυτήν την κατάσταση θα επιλέξει την αποστασία ανεξάρτητα από την στρατηγική που θα επιλέξει ο άλλος παίκτης (5>3 και 1>0) οπότε και οι δυο παίκτες θα πάρουν από 1 πόντο. Σε περίπτωση συνεργασίας θα έπαιρναν 3 πόντους ο καθένας καλύτερο από τον 1 πόντο. Επειδή όμως πρόκειται για ένα παιχνίδι και δεν μπορούν να αντισταθούν στον παράγοντα του πειρασμού, δε θα υπάρξει εύκολα συνεργασία μεταξύ των δύο αυτών παικτών [9].

Πίνακας 2	Α– Συνεργασία	Α - Αποστασία
Β– Συνεργασία	1,1	0,5
Β– Αποστασία	5,0	3,3

Πίνακας 2: Πίνακας Αποτελεσμάτων (με τιμές) σύμφωνα με τις επιλογές του κάθε παίκτη ξεχωριστά για συνεργασία ή αποστασία στο Δίλημμα του Φυλακισμένου

2.6.2 Επαναληπτικό Δίλημμα του Φυλακισμένου

Όπως διακρίνουμε από το παραπάνω παράδειγμα, για παιχνίδι στο οποίο έχουν μόνο μια ευκαιρία οι παίκτες, θα επιλέξουν να παίξουν εγωιστικά. Μπορεί βέβαια να μην είναι το καλύτερο σενάριο για αυτούς τους δύο καθώς θα τους συνέφερε ιδανικά να συνεργαστούν, αλλά θα προδώσουν ώστε να πάρουν σίγουρα κάτι λιγότερο από το βέλτιστο σενάριο. Δηλαδή, δεν υπάρχει κίνητρο συνεργασίας μεταξύ τους και οι δύο παίκτες δεν θα το ρισκάρουν. Στην περίπτωση όμως που παίξουν περισσότερες από μία φορές, αλλά ο αριθμός των παιχνιδιών που θα ακολουθήσουν είναι πεπερασμένος και πάλι δεν θα υπάρξει κίνητρο για συνεργασία. Αυτό είναι λογικό αφού στην τελευταία κίνηση που θα έχουν και οι δυο παίκτες δεν θα μπορούν να προβλέψουν πώς θα αλλάξει η μελλοντική κατάσταση και η έκβαση. Το ίδιο γίνεται και στον προτελευταίο γύρο γιατί γενικά υπάρχει η λογική της αμοιβαίας προδοσίας που κυριαρχεί σε όλη τη διάρκεια του παιχνιδιού. Αν όμως τοποθετούσαμε τους δύο παίκτες σε ένα πιο ρεαλιστικό περιβάλλον, στο οποίο δεν θα γνωρίζαν τον αριθμό των γύρων που θα αναμετρηθούν και πότε πιθανώς θα είναι η τελευταία τους κίνηση που θα αλληλοεπιδράσουν με τον αντίπαλο, τότε η λογική της αμοιβαίας προδοσίας δεν ευσταθεί.

Για να ξεπεραστεί το πρόβλημα αυτό ο Robert Axelrod χρησιμοποίησε μια παραλλαγή του παιχνιδιού αυτού, δηλαδή την επαναλαμβανόμενη εκδοχή του διλήμματος του φυλακισμένου, όπου οι παίκτες θα παίζουν για άγνωστο αριθμό παιχνιδιών μεταξύ τους. Με αυτή την αλλαγή δίνεται η ευκαιρία στους παίκτες να αναπτύξουν εμπιστοσύνη μεταξύ τους, ώστε να υπάρξει η ελπίδα της συνεργασίας τους μελλοντικά.

Έτσι λοιπόν στα τέλη της δεκαετίας του 1970 το πρώτο τουρνουά με επαναληπτικό δίλημμα του φυλακισμένου έγινε γεγονός και οργανώθηκε από τον Robert Axelrod. Στο γεγονός αυτό παρευρέθηκαν οικονομολόγοι, ψυχολόγοι, μαθηματικοί και κοινωνιολόγοι εξοικειωμένοι με το παίγνιο,για να υποβάλλουν σε μορφή κώδικα, κάθε γνωστή στρατηγική που είχε αναπτυχθεί μέχρι εκείνο τον καιρό, και οι οποίες τοποθετήθηκαν σε παίγνια 200 επαναλήψεων αντιμετωπίζοντας η μία την άλλη. Η επικρατέστερη στρατηγική με τον μεγαλύτερο μέσο όρο από όλες τις υπόλοιπες μέσα στο τουρνουά ήταν η οφθαλμός αντί οφθαλμού (Tit-For-Tat). Η στρατηγική αυτή υποβλήθηκε από τον Anatol Rapoport (μέλος του τμήματος Ψυχολογίας στο Πανεπιστήμιο του Toronto) και είναι αρκετά απλή: στην αρχήο παίκτης συνεργάζεται και στην συνέχεια ακολουθεί τις κινήσεις του άλλου παίκτη. Έτσι, το Tit For Tat είναι μια στρατηγική για συνεργασία που βασίζεται στην ανταποδοτικότητα [1],[9],[10].

2.6.3 Δημοφιλείς Στρατηγικές

Οι πιο γνωστές στρατηγικές είναι οι ακόλουθες:

•AC (Always Cooperate): Αυτός ο παίκτης θα συνεργάζεται σε κάθε γύρο.

•AD (Always Defection): Αυτός ο παίκτης θα καταδίδει (αποστατεί) σε κάθε γύρο.

•BA (Brainless Alternation): Αυτός ο παίκτης χρησιμοποιεί την εναλλαγή της συνεργασίας με αποστασία.

•E-BA (Evil Brainless Alternation): Αυτός ο παίκτης χρησιμοποιεί την εναλλαγή της αποστασίας με συνεργασία.

•G (Grudger): Αυτός ο παίκτης θα συνεχίζει να συνεργάζεται μέχρι να καταφέρει την αποστασία. Από εκεί και έπειτα θα αποστατεί για όλη την διάρκεια του παιχνιδιού.

•SG (Soft Grudger): Αυτός ο παίκτης θα συνεργάζεται μέχρι να επιλέξει ο αντίπαλος να αποστατήσει. Μόλις συμβεί αυτό ο πρώτος θα επιλέξει για τους επόμενους 4 γύρους που έρχονται να αποστατεί συνεχόμενα. Μετά από αυτό θα συνεργαστεί για τους επόμενους 2 γύρους στη σειρά.

•TFT (Tit For Tat): Αυτός ο παίκτης συνεργάζεται στον πρώτο γύρο και στην συνέχεια αντιγράφει τον αντίπαλο του στον προηγούμενο γύρο.

•E-TFT (Evil Tit For Tat): Αυτός ο παίκτης καταδίδει (αποστατεί) στον πρώτο γύρο και στην συνέχεια αντιγράφει τον αντίπαλο του στον προηγούμενο γύρο.

•A-TFT (Anti Tit For Tat): Αυτός ο παίκτης στην αρχή συνεργάζεται και στην συνέχεια παίζει την αντίθετη στρατηγική απο τον αντίπαλό του.

•TF2T (Tit For Two Tat): Αυτός ο παίκτης επιλέγει να συνεργάζεται συνέχεια, μέχρι να κάνει ο αντίπαλος του δύο φορές αποστασία. Μετά από αυτό θα επιλέξει αποστασία συνεχώς, μέχρι ο αντίπαλος του να καταφέρει να κάνει δύο φορές συνεργασίαστη σειρά, ώστε να τον ξαναεμπιστευτεί και να συνεργαστεί και πάλι μαζί του.

•5TM (Five Is Too Much):Αυτός ο παίκτης συμπεριφέρεται παρόμοια με την TFT, με την διαφορά ότι αν ο αντίπαλος επιλέξει να συνεργαστεί για πέντε γύρους συνεχόμενα, τότε θα πρέπει ο παίκτης να αποστατήσει για δύο γύρους συνεχόμενα και αυτός.

•GC (General Cooperator): Αυτός ο παίκτης χρησιμοποιεί την λογική της TFTμε την ιδιαιτερότητα ότι αν ποτέ αποστατήσουν και οι δύο παίκτες , τότε ξεχνάει την προδοσία και ξανασυνεργάζεται από τον αμέσως επόμενο γύρο.

•P (Pavlov): Η αρχική προσέγγιση αυτού του παίκτη είναι η συνεργασία. Αμέσως μετάελέγχει την προηγούμενη του κίνηση. Αν είχε θετικό αποτέλεσμα την κρατάει και την ξαναεπιλέγει αλλιώς την αλλάζει.

•2TT (Two To Trust): Η προσέγγιση του συγκεκριμένου παίκτη είναι η συνεργασία. Αν ο αντίπαλος όμως επιλέξει να αποστατήσει θα ξεκινήσει να αποστατεί και ο πρώτος. Ο μοναδικός τρόπος για να εμπιστευτεί ξανά ο παίκτης ο παίκτης και να συνεργαστεί, είναι να προσπαθήσει ο αντίπαλος να συνεργαστεί για δύο συνεχόμενους γύρους.

•E-2TT (Evil Two To Trust): Η προσέγγιση αυτού του παίκτη είναι να αποστατεί συνεχώς και μόνο όταν ο αντίπαλος επιλέξει να συνεργαστεί για δύο γύρους συνεχόμενα να την αλλάξει σε συνεργασία. Τώρα στην περίπτωση που συνεργάζονται και ο αντίπαλος τον καταδώσει θα αρχίσει και πάλι να καταδίδει ο πρώτος και θα τον εμπιστευτεί ξανάμόνο όταν επιλέξει να συνεργαστεί για δύο γύρους συνεχόμενα και πάλι για μια νέα συνεργασία.

•2TB (Two To Betray):Αυτός ο παίκτης θα επιλέξει αρχικά να συνεργαστείκαι θα αλλάξει τακτική, μόνο όταν ο αντίπαλος αποστατήσει εναντίον του για δύο γύρους συνεχόμενα. Εκεί λοιπόν θα αρχίσει να καταδίδει και αυτός και μόλις ο αντίπαλος επιλέξει και πάλι την συνεργασία θα ξανασυνεργαστεί και ο πρώτος απο τον ε΄πομενο γύρο.

•E-2TB (Evil Two To Betray): Η στρατηγική για τον συγκεκριμένο παίκτη έιναι η συνεχής αποστασία και αλλάζει μόνο αν ο αντίπαλος επιλέξει την συνεργασία.Όταν συμβεί αυτό ο παίκτης θα συνεργάζεται και αυτός επίσης και θα ξανα καταδώσει, μόνο στην περίπτωση που ο αντίπαλος επιλέξει να καταδώσει για δύο συνεχόμενους γύρους, αλλιώς θα συνεχίσει να συνεργάζεται.

•TTP (Three Then Punish): Αυτός ο παίκτης επιλέγει αρχικά να συνεργαστεί συνεχώς και σκοπεύει να αλλάξει τακτική, μόνο όταν ο αντίπαλος του αποστατήσει εναντίον του για τρείς γύρους συνεχόμενα. Αν γίνει αυτό επιλέγει και ο πρώτος να αποστατήσει για τους επόμενους τρείς γύρους και αναλόγως του πως θα συμπεριφερθεί ο αντίπαλος θα κάνει και ο ίδιος. Αν συνεργαστεί θα συνεργαστεί και αυτός ,σε διαφορετική περίπτωση θα συνεχίζει να καταδίδει.

•T/D (Trust/Distrust):Αυτός ο παίκτης επιλέγει την στρατηγική του με βάση μιας κλίμακας αριθμών από το ένα μέχρι τέσσερα, σύμφωνα με την αντίδραση του αντιπάλου του στο παιχνίδι. Όσο ο αντίπαλος συνεργάζεται αυξάνεται κατά ένα και όταν αποστατεί μειώνεται κατά ένα.Με αυτή την κλίμακα λοιπόν, όταν βρίσκεται στο ένα ή δύο επιλέγει να αποστατήσει, ενώ όταν βρίσκεται στο τρία ή τέσσερα επιλέγει να συνεργαστεί.

•EGET (Evil Good Evil Trust): Αυτός ο παίκτης επιλέγει αρχικά έναν συνδυασμό στους πρώτους τρείς γύρους με πρώτο γύρο συνεργασίας, δεύτερο γύρο αποστασία και τρίτο γύρο συνεργασία. Μόνο στην περίπτωση που ο αντίπαλος απαντήσει και στους τρείς γύρους με συνεργασίατον εμπιστεύεται και αρχίζει να συνεργάζεται και ο ίδιος [11].

Οι στρατηγικές που χρησιμοποιούνται για το Επαναληπτικό Δίλημμα του Φυλακισμένου για τη συγκεκριμένη εργασία είναι οι εξής:

•AC (Always Cooperate)

•AD (Always Defection)

•Random

•TFT (Tit For Tat)

• E-TFT (Evil Tit For Tat)

Κεφάλαιο 3- Μεθευρετικοί Αλγόριθμοι

3.1 Εισαγωγή

Η διαρκής αναζήτηση μεθόδων βελτιστοποίησης για την επίλυση διαφόρων προβλημάτων της καθημερινότητας, οδήγησε τους επιστήμονες να παρατηρήσουν τη λειτουργεία της φύσης.Έτσι, αναπτύχθηκαν αλγόριθμοι που προσομοιώνουν τη λειτουργία διαφόρων οργανισμών στη φύση, όπως τον τρόπο αναζήτησης τροφής, κίνησης και επιβίωσης. Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης ή μεθευρετικοί αλγόριθμοι προσπαθούν να πάρουν μια βέλτιστη απόφαση την δεδομένη κατάσταση, με κύριο στόχο την μείωση του χρόνου ή την αύξηση των επιθυμητών οφελών. Ορίζονται, δηλαδή, ως η διαδικασία επίτευξης βέλτιστων λύσεων που ανταποκρίνονται στις συγκεκριμένες καταστάσεις.Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι χωρίζονται σε τρείς βασικές κατηγορίες, στους μεθευρετικούς μίας λύσης (Based On Neighborhood Search Algorithms), στους εξελικτικούς (Evolutionary Algorithms) και στους αλγορίθμους νοημοσύνης σμήνους (Swarm Intelligencebased Algorithms). Ο αλγόριθμος που θα μας απασχολήσει στη συγκεκριμένη χρονική στιγμή όμως, είναι ο εμπνευσμένος από την φύση ο αλγόριθμος σμήνους, ένας από τους πιο αποτελεσματικούς αλγορίθμους που έχει αναπτυχθεί και δημοσιευτεί από πολλούς ερευνητές [12].

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι (Evolutionary Algorithms) σαν τεχνικές βελτιστοποίησης είναι εμπνευσμένοιαπό τηβιολογία. Συγκεκριμένα, οποτελούνται με τρία στάδια τα οποία είναι :

•Φυσικές διαδικασίες επιλογής (Selection) ή της αναπαραγωγής (Re-Production)

•Φυσικές διαδικασίες μετάλλαξης (Mutation)

•Φυσικές διαδικασίες διασταύρωσης (Crossover)

Με τη χρήση των παραπάνω διαδικασιών γίνεται η εύρεση καλύτερων λύσεων σε προβλήματα βελτιστοποίησης. Σ’ αυτή την κατηγορία ανήκουν οι γενετικοί αλγόριθμοι (Genetic Algorithm) και αρκετοί άλλοι [13].

Στην συνέχεια θα αναλύσουμε την κατηγορία των αλγορίθμων νοημοσύνης σμήνους (Swarm Intelligence Algorithms). Οι αλγόριθμοι νοημοσύνης σμήνους προσομοιώνουν την συμπεριφορά οργανισμών που συμπεριφέρονται σαν ομάδα και συνεργάζονται για την επίτευξη των στόχων ή λειτουργειών τους, παραδείγματος χάριν, δημιουργία φωλιάς ή εύρεση τροφής.Στην κατηγορία αυτή των σμηνών που συνεργάζονται βρίσκονται τα πουλιά , οι μέλισσες, τα μυρμήγκια και τα ψάρια και μέσω της συνεργασίας τους καταφέρνουν να επιβιώνουν στην φύση και να πετυχαίνουν εξαιρετικά αποτελέσματα λόγω αυτής. Εξαιτίας της φύσης τους λοιπόν και των αποτελεσμάτων τους λόγω της συνεργασίας επιλέξαμε να μιμηθούμε παρόμοιους αλγορίθμους, έτσι ώστε να επιτύχουμε ή να φτάσουμε σε ικανοποιητικό βαθμό βέλτιστα αποτελέσματα σε καθημερινά προβλήματα [14].

3.2 Αλγόριθμος Νυχτερίδας (Bat Algorithm)

Ο Αλγόριθμος Νυχτερίδας αναπτύχθηκε από τον Yang το 2010 [17]. Η κύρια ιδέα του αλγορίθμου προέρχεται από τη συμπεριφορά των νυχτερίδων που αναζητούν τροφή ή λεία. Υπάρχουν τρία σημαντικά βήματα στα οποία χωρίζεται ο αλγόριθμος τα οποία είναι τα εξής:

Πρώτον, οι νυχτερίδες ψάχνουν το αντικείμενο, δηλαδή τη λεία τους, χρησιμοποιώντας ηχητική αντανάκλαση για να αναγνωρίσουν την απόσταση που υπάρχει μεταξύ αυτής και της τροφής της. Στο δεύτερο στάδιο, κατά την πτήση (τυχαία) αλλάζει τη συχνότητα, την ένταση και τους ρυθμούς εκπομπής παλμών τα οποία μπορούν να προσαρμοστούν για να βρει η νυχτερίδα την τροφή ή τη λεία της αυτόματα με βάση πόσο κοντά βρίσκεται ο στόχος. Ο παλμός θα ξεκινήσει από το μηδέν και θα αυξηθεί σταδιακά καθώς η νυχτερίδα πλησιάζει το φαγητό ή λεία του. Στο τελευταίο βήμα, η ένταση θα αλλάξει και αυτή με ποικίλους τρόπους καθώς πλησιάζει η νυχτερίδα το στόχο της (για παράδειγμα από υψηλότερη σε χαμηλότερη).

Όπως προαναφέρθηκε παραπάνω ο Αλγόριθμος Νυχτερίδας (BA) βασίζεται στον ηχοεντοπισμό των νυχτερίδων και θεωρείται ως ένας αλγόριθμος πληθυσμού. Η πρώτη του έκδοση προτάθηκε για προβλήματα συνεχούς βελτιστοποίησης. Γι’ αυτό και από την πρώτη εφαρμογή του αλγορίθμου διακρίνουμε ότι έχει εφαρμοστεί σε ευρύ φάσμα τομέων. Μερικά από τα πεδία αυτά είναι η συνεχής βελτιστοποίηση, στην οποία έχουν δημοσιευτεί ορισμένα πρόσθετα έργα εκτός από το αρχικό, όπως η επεξεργασία εικόνας και προβλήματα ομαδοποίησης. Με λίγα λόγια δημιουργήθηκαν πολλές παραλλαγές του βασικού Αλγόριθμου Νυχτερίδας (Bat Algorithm, BA). Ένα παράδειγμα είναι ο Ασαφής Λογικής Αλγόριθμος Νυχτερίδας (Fuzzy Logics Bat Algorithm), ο οποίος παρουσιάστηκε από τον Khan το 2011, και εισάγει ορισμένους ασαφείς λογικούς μηχανισμούς στη βασική δομή του αλγόριθμου νυχτερίδα. Ο αλγόριθμος αυτός προτάθηκε ως μέθοδος εργονομικής διαλογής σε χώρους εργασίας. Μια άλλη παραλλαγή αυτού (FLBA) παρουσιάζεται για δυναμική προσαρμογή παραμέτρων. Ένα άλλο παράδειγμα του αλγόριθμου νυχτερίδα είναι ο Χαοτικός Αλγόριθμος Νυχτερίδας (Chaos Bat Algorithm). Το συγκεκριμένο παράδειγμα προτάθηκε από τον Lin το 2012, για εκτίμηση παραμέτρων σε δυναμικά βιολογικά συστήματα. Στη συνέχεια παρουσιάστηκε μια βελτιωμένη μορφή του χαοτικού αλγόριθμου νυχτερίδα (CBA) για την επίλυση ακέραιων προβλημάτων προγραμματισμού από Abdel-Raouf το 2014. Τον ίδιο χρόνο, οι Gandomi και Yang πρότειναν τον αλγόριθμο για ισχυρή ολική βελτιστοποίηση. Δύο ακόμη παραδείγματα παραλλαγών του αλγορίθμου Νυχτερίδα (BA), είναι ο Αλγόριθμος Νυχτερίδα με μετάλλαξη από τους Zhang και Wang το 2012 ή ο Αλγόριθμος Νυχτερίδα πολλαπλών στόχων από τον Yang το 2011.

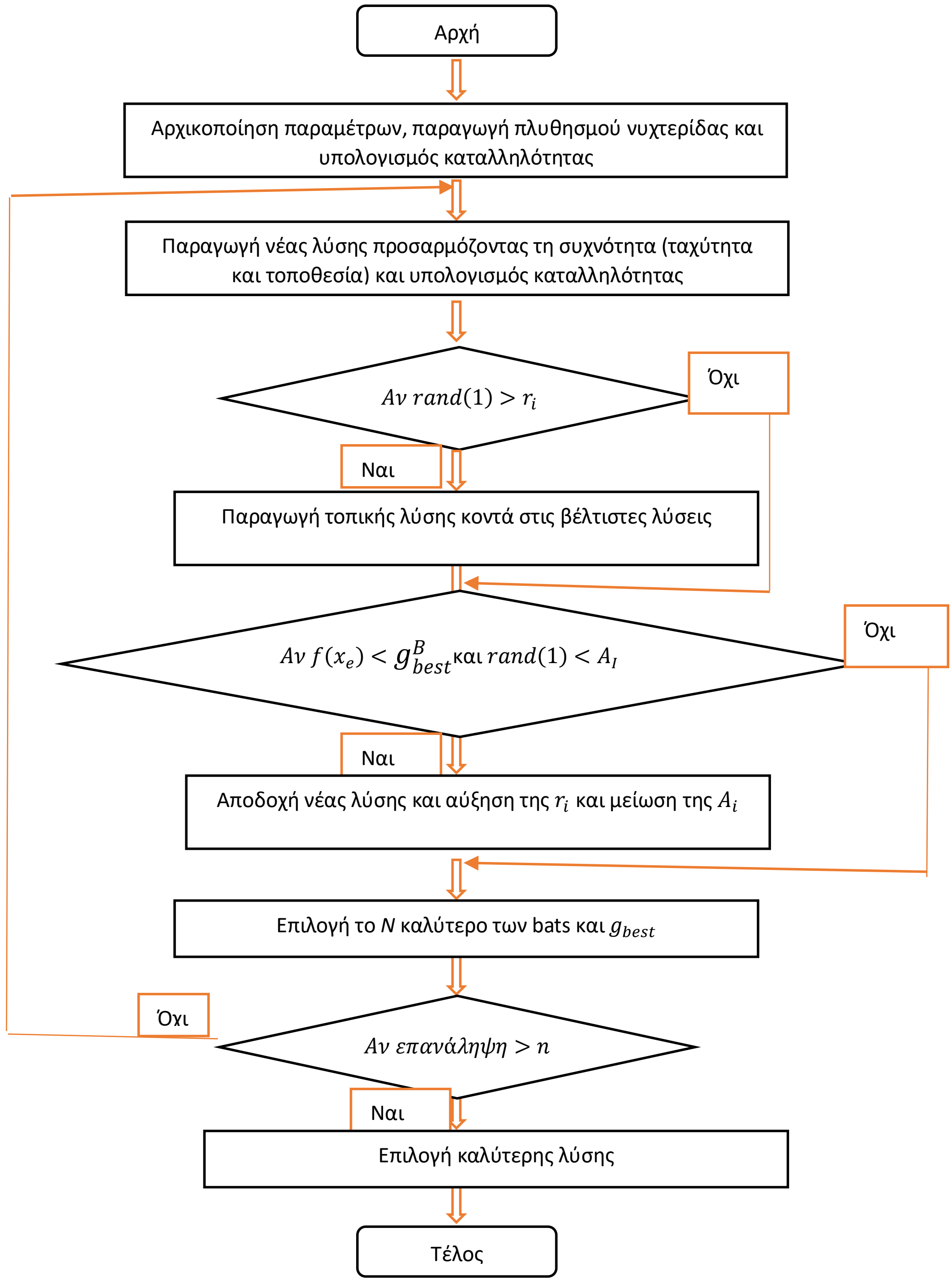
Εκτός από την ανάπτυξη παραλλαγών του Αλγορίθμου Νυχτερίδας (BA),αναπτύχθηκαν και πολλές υβριδικές τεχνικές. Όπως μια υβριδική τεχνική που παρουσιάστηκε από τον Pan το 2015 και εφαρμόστηκε για την αντιμετώπιση προβλημάτων αριθμητικής βελτιστοποίησης. Ένα χρόνο νωρίτερα ο Nguyen το 2014, πρότεινε έναν υβριδικό αλγόριθμο νυχτερίδας με αποικία μελισσών για την επίλυση του δείγματος προβλημάτων. Από την άλλη πλευρά ο

Meng παρουσίασε το 2015 έναυβριδικό αλγόριθμο νυχτερίδας με διαφορετική στρατηγική εξέλιξης για την αντιμετώπιση προβλημάτων περιορισμένης βελτιστοποίησης. Επιπλέον ο Ramawan ανέπτυξε το 2014 ένα υβριδοποιημένο αλγόριθμο νυχτερίδας με ένα νευρικό δίκτυο. Αυτή η προσέγγιση εφαρμόστηκε για να προβλέψει την ισχύ εξόδου του φωτοβολταϊκού συστήματος που συνδέεται με το δίκτυο. Στο τέλος παρουσιάστηκε μια μέθοδος που συνδυάζει τον (BA) με το διαδοχικό τετραγωνικό προγραμματισμό για την αντιμετώπιση της παραμέτρου του προσδιορισμού ενός μοντέλου διαδικασίας μαζικής καλλιέργειας [17].

Σε ότι αφορά τώρα στην ιδέα της ηχοεντοπισμό των νυχτερίδων για τον συγκεκριμένο αλγόριθμο, μπορεί να παρουσιαστεί ως εξής:

Κάθε νυχτερίδα πετά τυχαία με ταχύτητα v_iστη θέση (λύση) x_i με μήκος κύματος και ένταση A. Στην περιοχή αναζήτησης, η νυχτερίδα αλλάζει συχνότητα, ένταση και ρυθμό εκπομπής παλμών *r* [0,1] για να βρεί το θήραμα. Η καλύτερη λύση θα επιλεγεί και η επανάληψη θα συνεχιστεί μέχρι να επαληθευτούν τα κριτήρια τερματισμού [15].

Το διάγραμμα ροής του Αλγορίθμου Νυχτερίδας είναι το ακόλουθο :



Σχήμα 1 : Διάγραμμα ροής Αλγόριθμου Νυχτερίδας

Ο Αλγόριθμος Νυχτερίδας (BA) βασίζεται στο σύστημα ηχοεντοπισμό των νυχτερίδων όπως προαναφέραμε. Στη φύση, οι νυχτερίδες εκπέμπουν υπερηχητικούς παλμούς στο περιβάλλον με σκοπό το κυνήγι και την πλοήγηση. Στέλνουν παλμούς, οι οποίοι επιστρέφουν πίσω και μέσω αυτών είναι η νυχτερίδα σε θέση να εντοπίσει την τροφή της. Όμως κάθε νυχτερίδα ξεχωριστά στο σμήνος είναι σε θέση να βρει τις πιο θρεπτικές περιοχές με ατομική αναζήτηση ή να κινηθεί προς μια θρεπτική τοποθεσία που είχε βρεθεί προηγουμένως από το σμήνος.

Σε ότι αφορά τον Αλγόριθμο Νυχτερίδας, καθορίζονται οι ενημερωμένοι κανόνες των θέσεων (*x*) και των ταχυτήτων τους (*v*) σε ένα χώρο με διαστάσεις που έχουμε ορίσει εμείς. Οι νέες λύσεις και ταχύτητες δίνονται από

$$f_i = f_{min} + (f_{max} - f_{min})\beta, (2.4)$$

$$v_i^t = v_i^{t-1} + (x_i^t - x_*)f_i, (2.5)$$

$$x_i^t = x_i^{t-1} + v_i^t, (2.6)$$

Όπου β ∈[0,1] είναι ένα τυχαίο διάνυσμα προέρχεται από μια ομοιόμορφη κατανομή, δηλώνει τη συχνότητα κάθε νυχτερίδας. Εδώ είναι η τρέχουσα καλύτερη τοποθεσία (λύση) που βρίσκεται μετά τη σύγκριση όλων των λύσεων μεταξύ όλων των νυχτερίδων.

Μετά την ενημέρωση της θέσης της νυχτερίδας δημιουργείται ένας τυχαίος αριθμός, ο οποίος αν είναι μεγαλύτερος από τον ρυθμό εκπομπής παλμών,θα δημιουργεί μια καινούργια θέση γύρω από τις τρέχουσες βέλτιστες λύσεις και θα αναπαρασταθεί ως εξής :

$$X_{new} = X_{old} + \varepsilon A^t, (2.7)$$

Όπου ε ∈[-1,1] είναι ένας τυχαίος αριθμός, ενώ $A^t = < A_i^t >$είναι ο μέσος όρος έντασης από όλες τις νυχτερίδες την τρέχουσα στιγμή t

Επιπρόσθετα, η ένταση A_i και ο ρυθμός εκπομπής παλμών r_i θα ανανεωθούν και η λύση θα γίνει δεκτή αν ένας τυχαίος αριθμός είναι μικρότερος από την ένταση A_iκαι $f(x_i) < f(x_*)$ A_iκαι r_i θα ανανεωθούν ώς εξής:

$$A_i^{t+1} = aA_i^t, \quad r_i^{t+1} = r_i^0[1 - \exp(-\gamma t)], (2.8)$$

Όπου *α,γ* είναι μεταβλητές και $f(.)$ηαντικειμενική συνάρτηση. Έτσι για οποιαδήποτε *0<α<1* και *γ>0* έχουμε:

$$A_i^t \to 0, \ r_i^t \to r_i^0, \qquad t \to \infty, \qquad (2.9)$$

Σε πολλές μελέτες της βιβλιογραφίας, α=γ χρησιμοποιείται για την απλοποίηση της εφαρμογής του αλγορίθμου. Συγκεκριμένα χρησιμοποιούμε α=γ=0.98 σε αυτή την εργασία όπως και στο κατάλληλο πρόγραμμα για την εργασία αυτή. Επιλέξαμε εμπειρικά αυτή την τιμή χρησιμοποιώντας το εύρος [0,90, 0,99] [17].

Ο αλγόριθμος επαναλαμβάνεται έως ότου επιτευχθεί το κριτήριο τερματισμού. Τα βασικά βήματα του αλγορίθμου νυχτερίδας (BA) στον Αλγόριθμο 1είναι τα εξής :

Αλγόριθμος 1:

1. Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης$f(x)$
2. Αρχικοποίηση του πλήθους νυχτερίδων$x_i (i = 1,2, \dots, n)$
3. **Για** κάθε νυχτερίδα x_i στο πληθυσμό **κάνε**
    a. Αρχικοποίηση τουρυθμού παλμού r_i, ταχύτητας v_iκαι θορύβου A_i
4. Ορισμός συχνότητας παλμών f_iτουx_i
5. **Τέλος**
6. **Επανέλαβε**
7. **Για** κάθε νυχτερίδα x_i στον πληθυσμό **κάνε**
8. Δημιουργία νέων λύσεων από τις Εξισώσεις(2.4), (2.5), (2.6)
    a. **Αν***(τυχαίος αριθμός)* >r_i**τότε**
    b. Επιλογή μία εκ των καλύτερων λύσεων
    c. Δημιουργία μιας τοπικής αναζήτησης γύρω από την καλύτερη λύση
    d. **Τέλος**
    e. **Αν***(τυχαίος αριθμός)* <A_i και $f(x_i) < f(x_*)$**τότε**
    f. Αποδοχή της καινούργιας λύσης
    g. Αύξηση του r_i και μείωση του A_i
    h. **Τέλος**
9. **Τέλος**
10. **Μέχρι** τα κριτήρια τερματισμού να μην ταυτίζονται
11. Αξιολόγηση των νυχτερίδων και επιστροφή τα καλύτερης τιμής της νυχτερίδας από τον πληθυσμό

3.3 Διακριτός Αλγόριθμος Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm)

Όπως περιγράφεται και στην περίληψη ο Αλγόριθμος της Νυχτερίδας (BA) αναφέρεται σε συνεχή βελτιστοποίηση. Έτσι έχουμε αναπτύξει στρατηγικές που απευθύνονται σε δυαδικό σύστημα (0 και 1)και θα τις χρησιμοποιήσουμε , όπως και το πρόγραμμα στο περιβάλλον της Matlab. Για τον λόγο αυτό, μας συμφέρει να χρησιμοποιήσουμε τον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (DiscreteBatAlgorithm, DBA), με τον οποίο θα μπορέσουμε να διαχειριστούμε τέτοιες στρατηγικές καθώς και τα αποτελέσματα αυτών καλύτερα.

Σε ότι αφορά τώρα ο Διακριτός Αλγόριθμος Νυχτερίδας [17] δεν έχει μεγάλες διαφορές με τον Αλγόριθμο Νυχτερίδα (BA). Ότι αφορά τις βασικές παραμέτρους του κλασικού Αλγόριθμου Νυχτερίδας, που είναι ο παλμός (r_i), ο θόρυβος (A_i), η αντικειμενική συνάρτηση $f(i)$ και ταχύτητα (v_i) η φιλοσοφία των δύο πρώτων έχει παραμείνει στην ίδια μορφή. Επιπλέον, απλοποιείται η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου, αφού πλέον η συχνότητα δεν λαμβάνεται υπόψιν στις διακριτές εκδόσεις του Αλγόριθμου Νυχτερίδας. Τέλος, η ταχύτητα v_i, έχει τροποποιηθεί.Η νέα τιμή της ταχύτητας δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$v_i^t = v_i^{t-1} + (x_i^{t-1} - x_*) f_i, (3.0)$$

Από τον παραπάνω τύπο συμπεράνουμε ότι η ταχύτητα μιας νυχτερίδας σε μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή, εξαρτάται από την ταχύτητα της την προηγούμενη στιγμή, η οποία προστίθεται με τη διαφορά μεταξύ της καλύτερης νυχτερίδας στο σμήνος και της επιλεγμένης νυχτερίδας. Με αυτό το τρόπο καταλαβαίνουμε ότι αυτή η παράμετρος δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί με τον ίδιο τρόπο στην διακριτή μας έκδοση του Αλγόριθμου Νυχτερίδας. Με την πρόθεση να προσαρμόσουμε τον αλγόριθμο όσο το δυνατόν καλύτερα, θεωρήσαμε σκόπιμο να συσχετίσουμε την απόσταση μεταξύ της καλύτερης νυχτερίδας στο σμήνος και της δεδομένης νυχτερίδας. Για τον λόγο αυτό, έχουμε προσαρμόσει τη γνωστή σε όλους απόσταση Hamming (Hamming Distance) η οποία λειτουργεί ως εξής:

v_i^t=Random[1, HammingDistance (x_i^t,x_*)], (3.1)

Με πολύ απλά λόγια η απόσταση Hamming μεταξύ δύο νυχτερίδων είναι ο αριθμός των μη αντίστοιχων στοιχείων στη ακολουθία αυτών των δύο. Για παράδειγμα, λαμβάνοντας υπόψη για δύο νυχτερίδες με υποθετικό σενάριο 6 κόμβων.

x_1 :[0,1,2,3,4,5]

x_2 :[0,2,3,5,4,1]

Η απόσταση Hamming μεταξύ του x_1 και x_2 θα είναι 4.

Επιπρόσθετα αφού αλλάζει η ταχύτητα με το αρχικό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (BA), θα αλλάξει και η εξίσωση (2.6) σχετικά με τη δημιουργία νέων λύσεων :

$$x_i^t = x_i^{t-1} + v_i^t$$

Σε αυτή την περίπτωση, μπορούμε να συμπεράνουμε από τον τύπο ότι η θέση της δεδομένης νυχτερίδας σε μια χρονική στιγμή(t)εξαρτάται από την ταχύτητα της(v_i)και τη θέση της την προηγούμενη χρονική στιγμή$(t-1)$.Αλλά επειδή δεν μπορεί να εφαρμοστεί και αυτός ο τύπος,προχωράμε σε μια τροποποίηση αυτού. Στο πρόγραμμα έχουμε δύο γνωστές συναρτήσεις χειριστών κίνησης που χρησιμοποιούνται για να χειρίζονται τις κινήσεις των νυχτερίδων μέσα στο σμήνος. Οι συναρτήσεις αυτές είναι οι εξής :

•2-opt: Αυτή η συνάρτηση ορίστηκε από τον Lin το 1965 [17] και από τότε χρησιμοποιείται ευρέως για την επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης. Η 2-opt εξαλείφει τυχαία δύο τόξα στην υπάρχουσα διαδρομή και δημιουργεί δύο νέα τόξα,αποφεύγοντας τη δημιουργία υπο-περιηγήσεων .

•3-opt: Η συνάρτηση της 3-opt προτείνεται επίσης από τον Lin, και είναι παρόμοια με την 2-opt, με τη μόνη διαφορά ότι σε αυτήν την περίπτωση τα τόξα που αφαιρούνται είναι 3.Η πολυπλοκότητα βέβαια αυτής της συνάρτησης είναι μεγαλύτερη από την 2-opt. Παρόλα αυτά χρησιμοποιείται και χρησιμοποιήθηκε πολλές φορές στο παρελθόν[16],[17].

Συνεπώς, η κίνηση κάθε νυχτερίδας για κάθε χρονική στιγμή με βάση αυτές τις δύο συναρτήσεις είναι:

$$x_i^t \leftarrow 2 - opt\ (x_i^{t-1}, v_i^t), (3.1)$$

$$x_i^t \leftarrow 3 - opt\ (x_i^{t-1}, v_i^t), (3.2)$$

Στην περίπτωση, δηλαδή, που ένας παίκτης *x* με τυχαία στρατηγική (Random) για 10 διαφορετικά παιχνίδια (10 κόμβων), θα εισέλθει στην συνάρτηση του 2-opt ή του 3-opt αντίστοιχα, αναλόγως την απόσταση Hamming, τις ποσες φορες θα τρέξει η τοπική αναζήτηση (local search) για τυχαιους κόμβους η κάθε φορά, τότε η καινούργια στρατηγική του θα διαμορφωθεί ως εξής :

$$X:\ [1,0,0,0,1,1,1,1,1,0]$$

$$X(opt2):\ [1,0,\mathbf{1},\mathbf{1},\mathbf{1},\mathbf{1},\mathbf{0},\mathbf{0},1,0]$$

$$X(opt3):\ [1,0,\mathbf{1},\mathbf{1},\mathbf{0},\mathbf{0},\mathbf{0},\mathbf{1},\mathbf{1},\mathbf{1}]$$

Με λίγα λόγια όταν εισέλθει στην 2-opt συνάρτηση στο παράδειγμα αυτό επιλέγουμε τον 3^{ο} κομβο και τον 8^{ο}. 0ι πρώτες 2 θέσεις στρατηγικών του , θα παραμείνουν όπως ήταν στην αρχή και στο τέλος των κόμβων και θα γίνει μια μετάθεση των υπολοίπων 6 ενδιάμεσων στρατηγικών του παίκτη αυτού. Στην περίπτωση τώρα που ο παίκτης εισέλθει στην 3-opt συνάρτηση, αντίστοιχα με τον 3^{ο} κόμβο τον 6^{ο} και τον 10^{ο}, θα παραμείνουν ίδιες οι πρώτες 2 στρατηγικές από την αρχή των κόμβων και θα γίνει μετάθεση των υπολοίπων ενδιάμεσων στρατηγικών,δηλαδή από τον 3^{ο} μεχρι τον 6^{ο} θα γίνει η πρώτη μετάθεση στοιχείων και από τον 7^{ο} μέχρι τον 10^{ο} άλλη μια μετάθεση, ώστε να διαμορφωθεί το τελικό αποτέλεσμα.

Με αυτή την τροποποίηση επιτρέπει στις νυχτερίδες του πληθυσμού να ανιχνεύσουν το χώρο λύσης χρησιμοποιώντας διαφορετικές δομές γειτονιάς κατά της εκτέλεση. Αυτό το γεγονός ενισχύει την εξερευνητική ικανότητα της τεχνικής , οδηγώντας σε βελτίωση της ποιότητας των αποτελεσμάτων. Τέλος, ο ψευδοκώδικας του Διακριτού Αλγόριθμου Νυχτερίδας απεικονίζεται στον Αλγόριθμο 2[17]:

Αλγόριθμος 2

1. Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης$f(x)$
2. Αρχικοποίηση του πλήθους νυχτερίδων $x_i(i = 1,2, \dots, n)$
3. **Για** κάθε νυχτερίδα x_i στο πληθυσμό **κάνε**
    a. Αρχικοποίηση τουρυθμού παλμού r_i, ταχύτητας v_iκαι θορύβου A_i
4. **Τέλος**
5. **Επανέλαβε**
6. **Για** κάθε νυχτερίδα x_i στον πληθυσμό **κάνε**
7. Δημιουργία καινούργιων λύσεων
    a. Αν $\boldsymbol{v_i^t} < n/2$ **τότε**
        i. $x_i \leftarrow 2 - opt\ (x_i^{t-1}, v_i^t)$
    b. **Αλλιώς**
        i. $x_i \leftarrow 3 - opt\ (x_i^{t-1}, v_i^t)$
    c. **Τέλος**
    d. **Αν***(τυχαίος αριθμός)* >r_i**τότε**
    e. Επιλογή μίας από τις καλύτερες λύσεις

f. Δημιουργία μιας καινούργιας νυχτερίδας επιλέγοντας την καλύτερη γειτονική σύμφωνα με αυτή που επιλέξαμε χρησιμοποιώντας $2-opt$ ή $3 - opt$;
g. **Τέλος**
h. **Αν** *(τυχαίος αριθμός)* <A_i και $f(x_i) < f(x_*)$**τότε**
i. Αποδοχή της καινούργιας λύσης
j. Αύξηση του παλμούr_i και μείωση του θορύβουA_i
k. **Τέλος**

8. **Τέλος**
9. **Μέχρι** τα κριτήρια τερματισμού να μην ταυτίζονται
10. Αξιολόγηση των νυχτερίδων και επιστροφή τα καλύτερης τιμής της νυχτερίδας από τον πληθυσμό

Στην παρούσα διπλωματική εργασία προσαρμόσαμε κατάλληλα τον παραπάνω Αλγόριθμο (DBA), όπως περιγράφεται και στη συνέχεια. Με σκοπό να αναπτύξουμε βέλτιστες στρατηγικές πρώτα ορίζουμε πόσοι παίκτες θα συμμετάσχουν στο τουρνουά. Στην συνέχεια δημιουργείται ο πίνακας του τουρνουά με τους παίκτες και τις στρατηγικές τους, καθώς και τις διαστάσεις αυτού και στην πορεία παίζουν στο περιβάλλον του Διλήμματος του Φυλακισμένου. Μέσα από το πρωτάθλημα αυτό, δεχόμαστε τον καλύτερο παίκτη, ώστε να συγκριθεί με όλους τους υπολοίπους για να δημιουργηθεί το HammingDistance που αναλύσαμε προηγούμενως. Με την βοήθεια της μεταβλητής αυτής εισέρχονται οι παίκτες στο περιβάλλον του Διακριτού Αλγόριθμου Νυχτερίδας, μέσα στο οποίο αλλάζουν οι στρατηγικές τους και βελτιώνονται, είτε από τον 2-opt, είτε από τον 3-opt μέσα από τοπική αναζήτηση (local search). Αφού παίξουν με τις βελτιωμένες στρατηγικές τους και ξαναβγάλουμε τον καλύτερο παίκτη , αυτός θα αναμετρηθεί με δημοφιλείς στρατηγικές της θεωρίας παιγνίων, που έχουμε ορίσει εμείς, μέσα σε καινούργιο τουρνουά μεταξύ τους. Οι κύριες μεταβλητές του αλγορίθμου μας (DBA-PD) είναι ο αριθμός των αλγοριθμικών επαναλήψεων μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) L,ο αριθμός παικτών W μέσα στο τουρνουά και ο αριθμός ανεξάρτητων εκτελέσεων του προγράμματος R.

Παρακάτω παρουσιάζονται οι ψευδοκώδικες του (DBA-PD) που έτρεξε για τα πειράματα και τα αποτελέσματα της πτυχιακής εργασίας :

Συνάρτηση Διλήμματος του Φυλακισμένου (PrisonersDilemma)

1. Ορισμός αντικειμενικής συνάρτησης $f(x)$
2. Αρχικοποίηση διαστάσεων $n, m,$ πίνακα αθροισμάτων κάθε παίκτη sum (για χρόνια φυλάκισης) είτε του X(sumX) είτε του Y (sumY) και μεταβλητής l
3. **Για** μεταβλητή $k = l$μέχρι την διάσταση m
4. $l = l + 1$
5. **Για**$j = 1 + l$ μέχρι διάσταση n
6. **Αν** παίκτης X καταδίδει **και** παίκτης Y συνεργάζεται
7. $sumY$=sumY+5
8. **Αλλιώς_Αν** παίκτης X καταδίδει **και** παίκτης Y καταδίδει
9. $sumX$=$sumX$+3
10. $sumY$=sumY+3
11. **Αλλιώς_Αν** παίκτης X συνεργάζεται **και** παίκτης Y καταδίδει
12. $sumX$=$sumX$+5
13. **Αλλιώς**
14. $sumX$=$sumX$+1
15. $sumY$=$sumY$+1
16. **Τέλος**
17. **Τέλος**
18. **Τέλος**

Αλγόριθμος DBA-PD

1.Ορισμός της αντικειμενικής συνάρτησης $f(x)$

2.Αρχικοποίηση του πλήθους νυχτερίδων(παικτών)w_i(i=1,2 ….,n)

3.Αρχικοποίηση αριθμού επαναλήψεων μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο ΝυχτερίδαςL

4.Αρχικοποίηση αριθμού επαναλήψεων για localsearch$Z$

5.**Για** κάθε νυχτερίδα(παίκτη) w_iστον πληθυσμό **κάνε**

a.Αρχικοποίηση του ρυθμού παλμού r_i, ταχύτητας vi και θορύβου A_i

6.**Τελος**

7.**Επανέλαβε**

8.**Για** κάθε νυχτερίδα (παίκτη) w_i στον πληθυσμό **κάνε**

9.Δημιουργία καινούργιων λύσεων

a. **Αν** $\boldsymbol{vel\ (i)\ < n/2}$**τότε**

i. $w_i < -2 - opt\ (w_i(t-1), vel(t))$

b.**Αλλιώς**

i. $w_i < -3 - opt\ (w_i(t-1), vel(t))$

c.**Τέλος**

d. **Αν** $(\boldsymbol{Payofftemporary}) < \boldsymbol{Payoff}$**τότε**

e.Επιλογή μια απο τις καλύτερες λύσεις

f. Δημιουργία καλύτερου παίκτη κρατώντας τις καλύτερες γειτονικές σύμφωνα με αυτές που επιλέξαμε χρησιμοποιώντας $2 - opt$ ή $3 - opt$;

g.**Τέλος**

h.**Αν** (τυχαίος αριθμός) <Ai και f(xi) > f(x*) **τότε**

i.Αποδοχή της καινούργιας λύσης

j.**Τέλος**

10.**Τέλος**

11.Μέχρι τα κριτήρια τερματισμού να μην ταυτίζονται

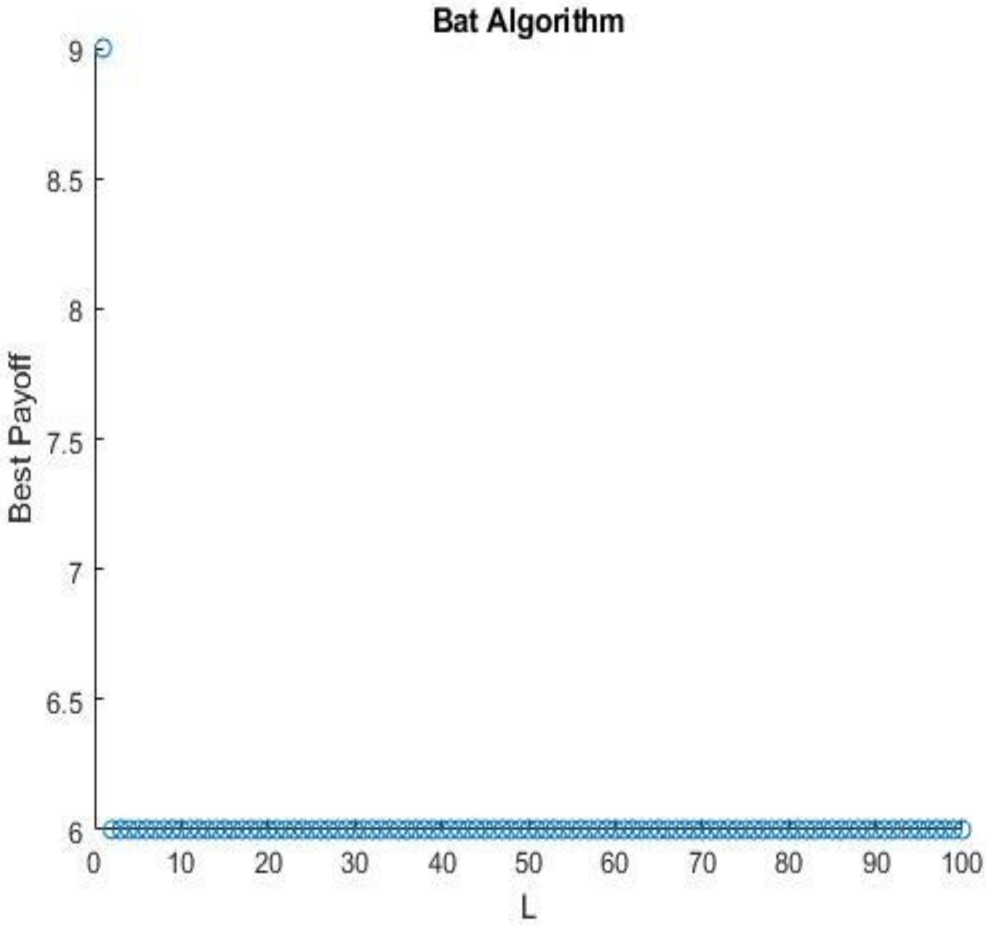
12.Αξιολόγηση των νυχτερίδων (παικτών) και επιστροφή της καλύτερης τιμής(Payoff) της νυχτερίδας(παίκτη) απο τον πληθυσμό.

Κεφάλαιο 4 – Αποτελέσματα

Το κεφάλαιο αυτό αποτελεί βασικό κομμάτι της προπτυχιακής εργασίας, αφού περιέχει ερευνητικά αποτελέσματα του αλγορίθμου (DBA-PD), που προγραμματίστηκε για το Επαναληπτικό Δίλημμα του Φυλακισμένου, τα οποία είναι ενδιαφέροντα με βάση την αντίδραση του Διακριτού Αλγορίθμου Νυχτερίδας για διαφορετικές τιμές στις μεταβλητές του . Το κεφάλαιο χωρίζεται σε δύο υποκεφάλαια, όπου το ένα αναφέρεται στον αριθμό των αλγοριθμικών επαναλήψεων μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας(Discrete Bat Algorithm) και η εξέλιξη των στρατηγικών και αντίστοιχα των αποτελεσμάτωντων παικτών, ενώ το δεύτερο υποκεφάλαιο αναφέρεται στα αποτελέσματα του Διακριτού Αλγορίθμου Νυχτερίδας,στα οποία ανταγωνίζεται κάποιες δημοφιλείς στρατηγικές και δείχνει πως αντιδράει εναντίων αυτών των στρατηγικών. Ο αλγόριθμος (DBA-PD) καθώς και οι γνωστές στρατηγικές της Θεωρίας Παιγνίων που προγραμματίστηκαν στο κομμάτι αυτής της προπτυχιακής εργασίας έγιναν σε περιβάλλον Matlab.

4.1 Αποτελέσματα με βάση τον αριθμό επαναλήψεων του Διακριτού Αλγορίθμου Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm)

Για αρχή εξετάσαμε τον αλγόριθμο για L=100 όπου L ο αριθμός αλγοριθμικών επαναλήψεων μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm), W=10 όπου W ο αριθμός παικτών μέσα στο τουρνουά και R=10 όπου Rείναι ο αριθμός των συνολικών ανεξάρτητων εκτελέσεων του αλγορίθμου (DBA-PD). Κάθε επανάληψη Rπου γίνεται στο πρόγραμμα, αναφέρεται σε τουρνουά καινούργιο και διαφορετικό από τα υπόλοιπα. Έτσι για κάθε επανάληψη της ανεξάρτητης εκτέλεσης του προγράμματος (R) θα δημιουργείται και μια γραφική σχετικά με τα αποτελέσματα του καλύτερου παίκτη στο τουρνουά και πως εξελίσσονται αυτά, καθώς βελτιώνεται ο παίκτης πολλαπλές φορές μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) και παίρνει καλύτερες αποφάσεις. Στην γραφική παράσταση που ακολουθεί, εμφανίζεται η ροή των αποτελεσμάτων του καλύτερου παίκτη στο τουρνουά και πως εξελίσσεται καθώς αυξάνονται οι επαναλήψεις, αφού αναφερόμαστε σε χρόνια φυλάκισης, μαζί με βάση τον αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεων μέσα στον Διακριτό Αλγοριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm).

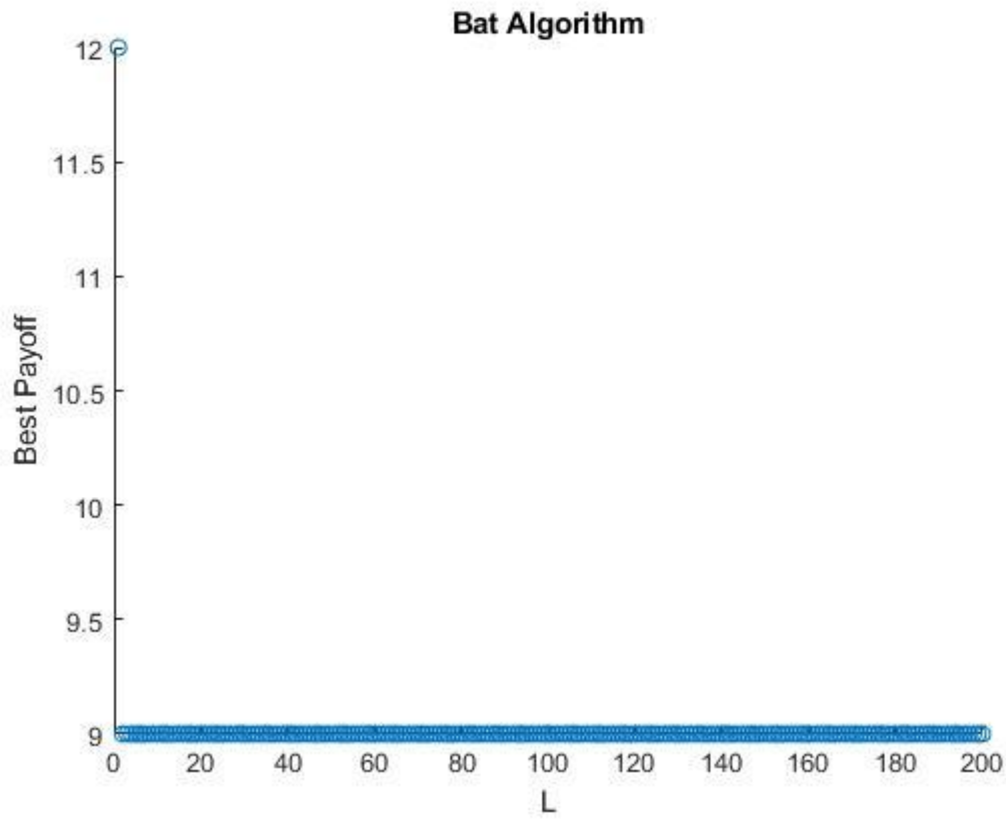


Σχήμα 2: L =100, W=10, R=10 Best Payoff(L=100)

Βλέπουμε ότι στον οριζόντιο άξονα απεικονίζονται οι αλγοριθμικές επαναλήψεις μέσα στονΔιακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm), ενώ στον κάθετο άξονα εμφανίζεται το αποτέλεσμα του καλύτερου παίκτη με βάση τα χρόνια φυλάκισης που θα έπρεπε να εκτείσει με βάση των τρόπο παιχνιδιού του στο τουρνουά(Best Payoff).

Όπως διακρίνουμε από το διάγραμμα, με μπλέ κύκλους εμφανίζονται οι αλγοριθμικές επαναλήψεις του Διακριτού Αλγόριθμου Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) και επίσης ότι στην πρώτη αλγοριθμική επανάληψη που θα εισέλθει στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) βρίσκει σαν βέλτιστη λύση τα 9 χρονια φυλακισης. Από την δεύτερη όμως αλγοριθμική επανάληψη και έπειτα βελτιώνει την στρατηγική του και βρίσκει το βέλτιστο για το υπόλοιπο τουρνουά το οποίο στην συγκεκριμένη παρτίδα είναι το 6, δηλαδή 6 χρόνια φυλάκισης με το στύλ παιχνιδιού που επέλεξε έναντι των άλλων παικτών. Βλέπουμε λοιπόν οτι βελτιώνει τον τρόπο παιχνιδιού μετά την πρώτη αλγοριθμική επανάληψη μέσα στονΔιακριτό Αλγορίθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm).

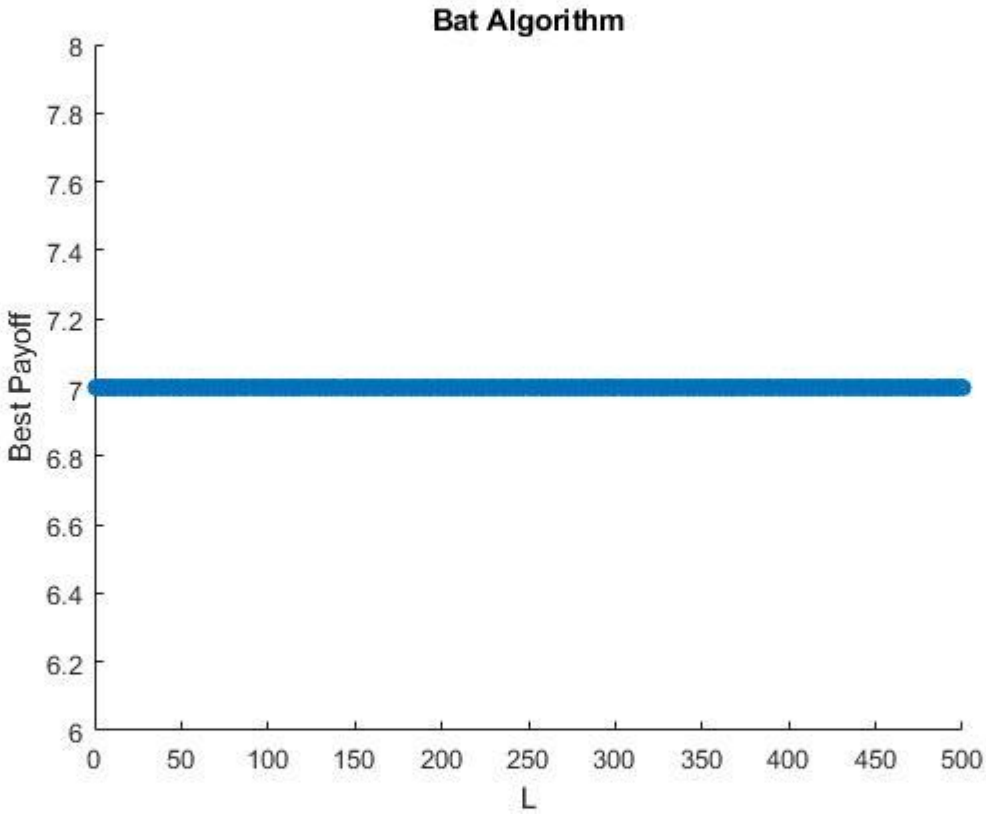
Στη συνέχεια αυξάνουμε τον αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεων μέσα στονΔιακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) L=200, κρατάμε ίδιο τον αριθμό παικτών μέσα στο τουρνουά W=10, καθώς και τον αριθμό ανεξάρτητων εκτελέσεων του DBA-PD για τα προσεχώς αποτελέσματα R=10. Με αυτό τον τρόπο ξανατρέχουμε τον DBA-PD για να δούμε πως αντιδρουν οι αποφάσεις και κατά επέκταση τα αποτελέσματα του καλύτερου παίκτη μας με μεγαλύτερο αριθμόαλγοριθμικών επαναλήψεων στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας(Discrete Bat Algorithm).



Σχήμα 3 : L =200, W=10, R=10 Best Payoff(L=200)

Όπως διακρίνουμε στο συγκεκριμένο δίαγραμμα, πάλι στην πρώτη φορά αλγοριθμικής επανάληψης στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) βρίσκει ότι για το συγκεκριμένο τουρνουά η καλύτερη στρατηγική επιφέρει αποτέλεσμα 12, ενώ απο την δεύτερη αλγοριθμική επανάληψη και έπειτα βελτιώνει την στρατηγική του η οποία είναι 9 δίνωντας καλύτερα αποτελέσματα με τον νέο τρόπο παιχνιδιού.Επίσης κατά μήκος των επαναλήψεων υπάρχει μια εξέλιξη και σκοπός της έρευνας των αποτελεσμάτων του DBA-PD είναι να φθίνει η επίδοση , αφού μιλάμε για χρόνια φυλάκισης η έστω να είναι σταθερο.Το ότι στο **Σχήμα 2** έχουμε ως βέλτιστο αποτέλεσμα τον αριθμό 6 για 100 επαναλήψεις ενώ στις 200 επαναλήψεις στο **Σχημα 3** ως βέλτιστο αποτέλεσμα τον αριθμο 9 δεν δείχνει οτί υστερεί ή ότι δεν είναι αξιόπιστο, απλώς αναφέρεται σε διαφορετικό τυχαίο τουρνουά κάθε φορά, οπότε η έκβαση των αριθμών διαφέρει σε κάθεαλγοριθμική επανάληψη απο τις υπόλοιπες.

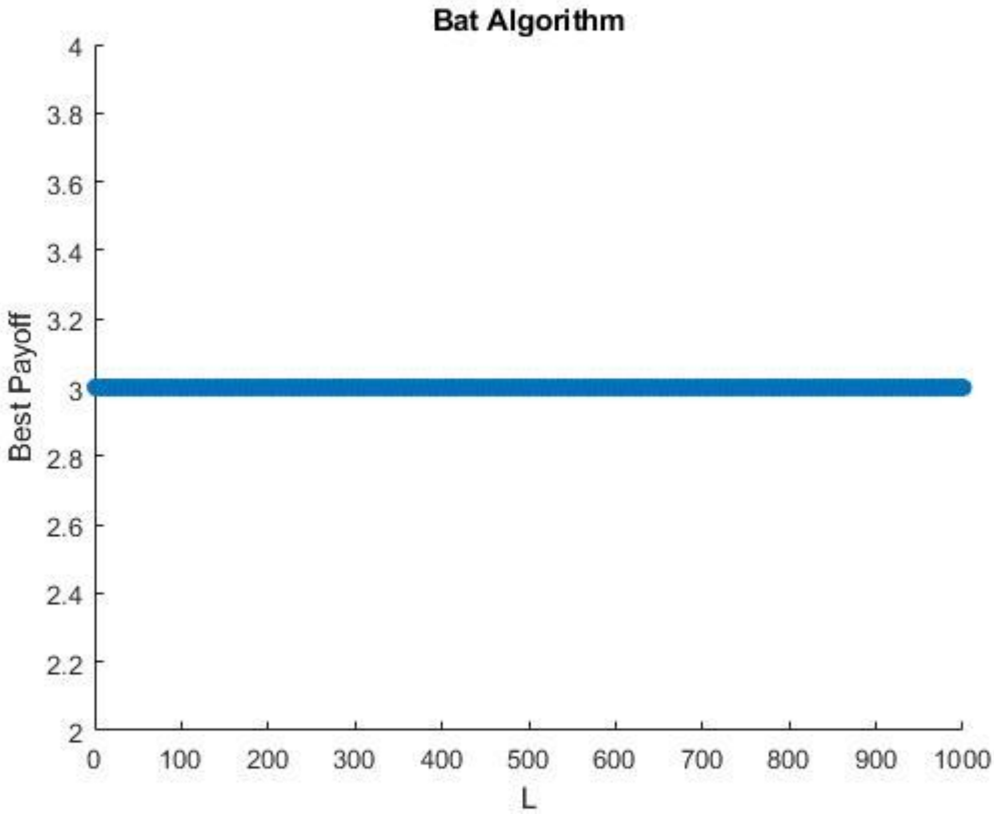
Μετέπειτα αυξάνουμε και άλλο τους αριθμούςαλγοριθμικών επαναλήψεων για να δούμε το αποτέλεσμα του καλύτερου παίκτη του τουρνουά σε L=500, ενώ θα κρατήσουμε σταθερό τον αριθμό παικτών και πάλι σε W=10, όπως επίσης και τον αριθμό ανεξάρτητων εκτελέσεων του DBA-PD σε R=10. Με βάση των παραπάνω τιμών στις μεταβλητές μας έχουμε το εξής διάγραμμα :



Σχήμα4 : L =500, W=10, R=10 Best Payoff(L=500)

Σύμφωνα με το παραπάνω διάγραμμα,συμπεραίνουμε ότι όσο αυξάνεται ο αριθμός των αλγοριθμικών επαναλήψεων μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm), τόσο πιο γρήγορα βελτιώνεται ο παίκτης για μεγαλύτερο αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεων και χρησιμοποιεί βελτιωμένες στρατηγικές γρηγορότερα απο ότι για L =100, L=200 επαναλήψεις. Με την βέλτιστη του στρατηγική βεβαίως να του δίνει τον αριθμό 7 για χρονια φυλάκισης που του αντιστοιχούν με τον τρόπο παιχνιδιού του μέσα στο τουρνουά.

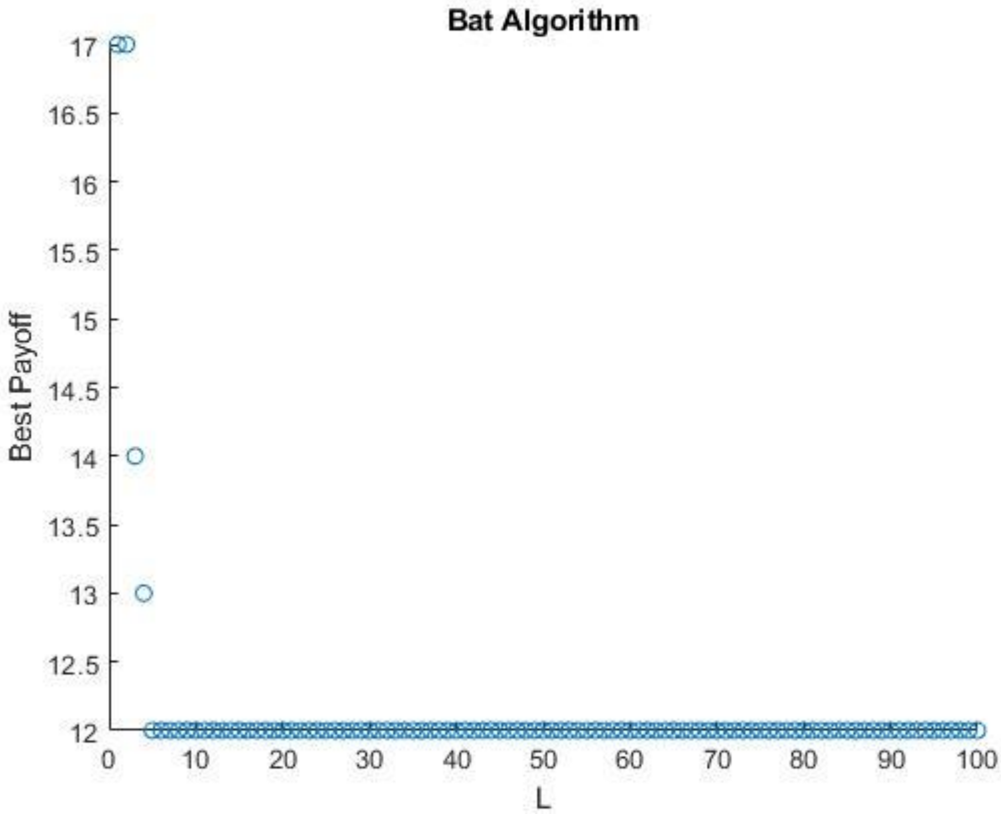
Ως τελευταία επιλογή θέσαμε τον αριθμόαλγοριθμικών επαναλήψεων μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) να φτάνει σε L=1000, αφήνωντας άθικτο τον αριθμό παικτών για αρχή σε W=10 και μαζί με αυτόν και τον αριθμό ανεξάρτητων εκτελέσεων που ολοκληρώνεται ο DBA-PD σε R=10. Σύμφωνα με τα παραπάνω δεδομένα για μεγάλο αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεων των παικτών στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) παίρνουμε το εξής διάγραμμα ως αποτέλεσμα :



Σχήμα5 : L =1000, W=10, R=10 Best Payoff(L=1000)

Όπως και στο προηγούμενο διάγραμμα για αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεων L=500 στο **Σχημα4,** έτσι και για L=1000 διακρίνουμε ότι η συνάρτηση σταθεροποιήθηκε γρηγορότερα από ότι στο **Σχήμα 2** και στο **Σχημα 3** και ο καλύτερος παίκτης ανταποκρίθηκε και εξελίχθηκε πιό νωρίς από ότι με μικρότερο αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεων στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm). Επειδή όμως θέλαμε να δούμε αν αυτό ισχύει και σε μεγαλύτερο τουρνουά από 10 παίκτες ξανατρέξαμε τον αλγόριθμο για μεγαλυτερο W.

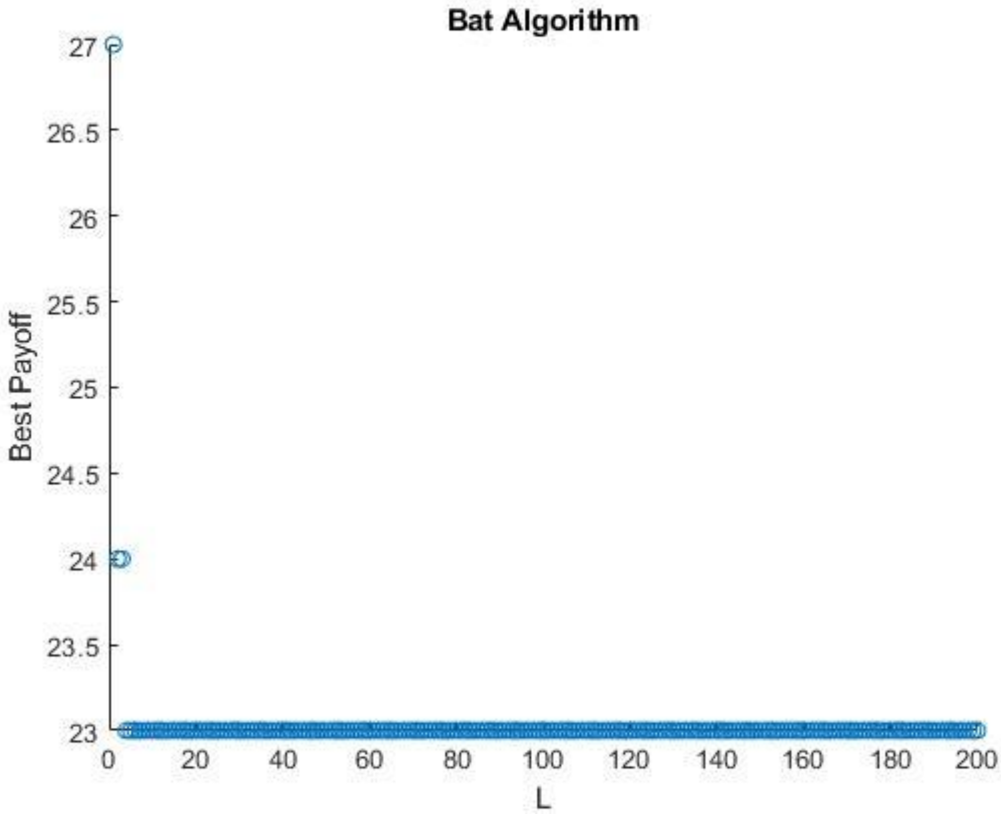
Η παραμετροποίηση που χρησιμοποιήσαμε στην αρχή είναι η ίδια που εφαρμόστηκε και στο παραπανω παράδειγμα με 10 παίκτες (L=100 , W=10, R=10) , με την μοναδική διαφορά ότι τώρα τους διπλασιάζουμε, ενώ αφήνουμε σταθερό των αριθμό ανεξάρτητων εκτελέσεων του DBA-PD σε R=10 καθώς και τον αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεων των παικτών αυτών μέσα στονΔιακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm).Το παρακάτω διάγραμμα με την εξής παραμετροποίηση (L=100, W=20, R=10), μας δίνει ένα πιο σαφή διάγραμμα για το πως βελτιώνεται ο παίκτης ως προς τον άξονα του αριθμού αλγοριθμικών επαναλήψεων μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm).



Σχήμα6 : L =100, W=20, R=10 Best Payoff(L=100)

Σύμωνα με το παραπάνω διάγραμμα (**Σχημα 6**) , όταν αυξάνουμε τον αριθμό παικτών μέσα στο τουρνουά αλλάζει όχι μόνο η εξέλιξη του καλύτερου μας παίκτη αλλά και ο αριθμός που αντιστοιχεί στα χρόνια φυλάκισης που θα καταδικαστεί με τον τρόπο που παίζει μέσα σε αυτό. Ο αριθμός του αποτελέσματος σε σχέση με αυτό με τους 10 παίκτες διακρίνουμε ότι αυξάνεται το οποίο είναι λογικό, διότι όσο αυξάνει ο αριθμός παικτών και το τουρνουά τόσο μεγαλώνει και ο αριθμός παιχνιδιών που θα παίξουν οπότε μεγαλώνει το συνολικό άθροισμα των αποτελεσμάτων που φέρνει ο κάθε παίκτης και μεταφράζεται σε έτη φυλάκισης , αναλόγως την στρατηγική του καθενός. Και λόγω του ότι δημιουργείται πιο απαιτητικό τουρνουά με περισσότερους παίκτες (W=20), από την γραφική φαίνεται ότι ο καλύτερος παίκτης, τούλαχιστον την πρώτη φορά και την δεύτερη της αλγοριθμικής επανάληψης μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) θα καταφέρει να βγάλει με την στρατηγική του αποτέλεσμα 17. Στην συνέχεια όμως απο την τρίτη αλγοριθμική επανάληψη μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm), αρχίζει να βελτιώνεται και να φέρνει μικρότερα αποτελέσματα, μέχρι να βρεί τον βέλτιστο τρόπο παιχνιδιού ή αλλιως την καλύτερη στρατηγική που θα του επιφέρει το μικρότερο δυνατό αποτέλεσμα το οποίο είναι το 12 για αυτό το τουρνουά.

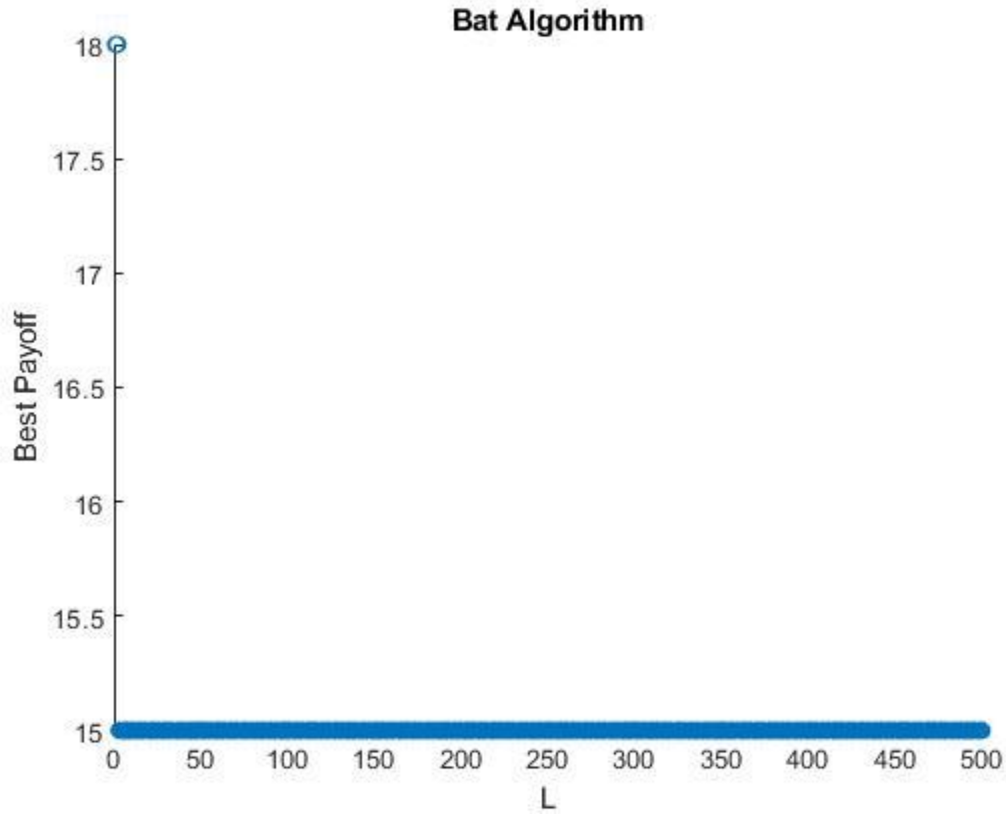
Επιπρόσθετα για μεγαλύτερο αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεων μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) σε L=200, με σταθερό αριθμό παικτών μέσα στο τουρνουά W=20 καθώς και σταθερό αριθμό ανεξάρτητων εκτελέσεων της διαδικασίας του DBA-PD για R=10 δημιουργείται το παρακάτω διάγραμμα:



Σχήμα7 : L =200, W=20, R=10 Best Payoff(L=200)

Σύμφωνα με το **Σχημα7,** διακρίνουμε ότι με την αύξηση των αλγοριθμικών επαναλήψεων μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) ο παίκτης μας αρχικά στον πρώτο γύρο φέρνει σαν αποτέλεσμα 27 με την στρατηγική του. Στην δεύτερη και τρίτη φορά βελτιώνεται και εξελίσσεται καταφέρνωντας να μαζέψει μόνο 24 χρόνια φυλάκισης ενώ από την τέταρτη και έπειτα παίζει την καλύτερη δυνατή στρατηγική και παίζει σταθερά όλες τις υπόλοιπες με 23 χρονια φυλάκισης ως αποτέλεσμα. Σε σύγκριση με το **Σχημα 6** παρά το αποτέλεσμα που φαίνεται μεγαλύτερο επειδή αναφέρονται σε τυχαία και διαφορετικά τουρνουά το καθένα, διακρίνουμε ότι με μαγαλύτερο αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεων μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm), ότι ο παίκτης εξελίσσεται και βελτιώνεται ταχύτερα άπο τον παίκτη που θα κάνει τις μισές αλγοριθμικές επαναλήψεις μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) και παίζει πιο γρήγορα το τοπικό του βέλτιστο.

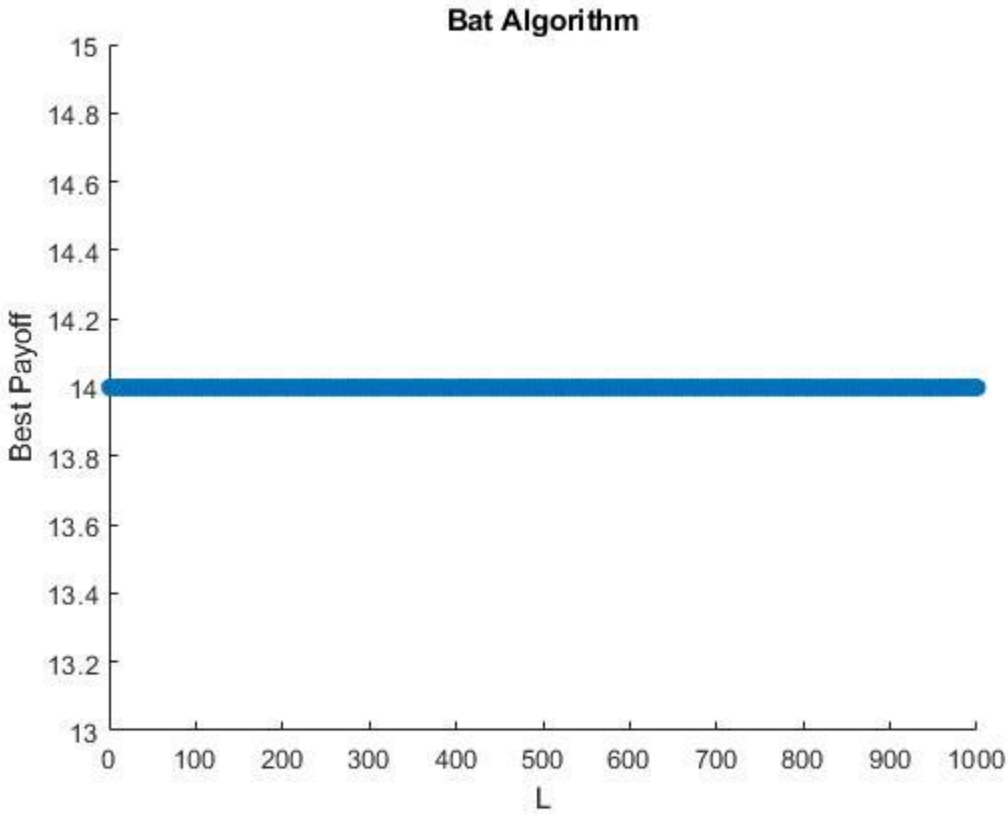
Θα αυξήσουμε και άλλο τις αλγοριθμικές επαναλήψεις μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) σε L=500, πάλι με σταθέρο αριθμό παικτών W=20 και αριθμό συνολικών ανεξάρτητων εκτελέσεων του προγράμματος R=10. Ξανατρέχουμε τον DBA-PD και τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε είναι τα εξής :



Σχήμα8 : L =500, W=20, R=10 Best Payoff(L=500)

Καθώς αυξάνεται ο αριθμός L (500) παρατηρούμε ότι την πρώτη φορά ο παίκτης μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) θα παίξει με τους αντίπαλους του και θα έχει αποτέλεσμα 18 χρονων φυλάκισης. Από την δεύτερη αλγοριθμική επανάληψη και έπειτα βελτιώνεται και παίζει με το τοπικό του βέλτιστο μέχρι το τέλος , το οποίο μας δείχνει ότι παίζει καλύτερα και από άποψη εξέλιξης αλλά και αποτελεσμάτων από τις άλλες δύο κατηγορίες στο **Σχημα 6** και **Σχημα 7** αφού βελτιώθηκε από την δεύτερη αλγοριθμική επανάληψη και πέτυχε 15 χρόνια φυλάκισης.

Τελευτάια κατηγορία για αυτό το υποκεφάλαιο είναι η περίπτωση όπου οι αλγοριθμικές επαναλήψεις μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) ανέρχονται σε L=1000, με αριθμό παικτών σταθερό W=20 και σταθερό συνολικό αριθμό ανεξάρτητων εκτελέσεων του προγράμματος (DBA-PD) σε R=10. Για τις παραπάνω μεταβλητές έχουμε το εξής διάγραμμα:



Σχήμα9 : L =1000, W=20, R=10 Best Payoff(L=1000)

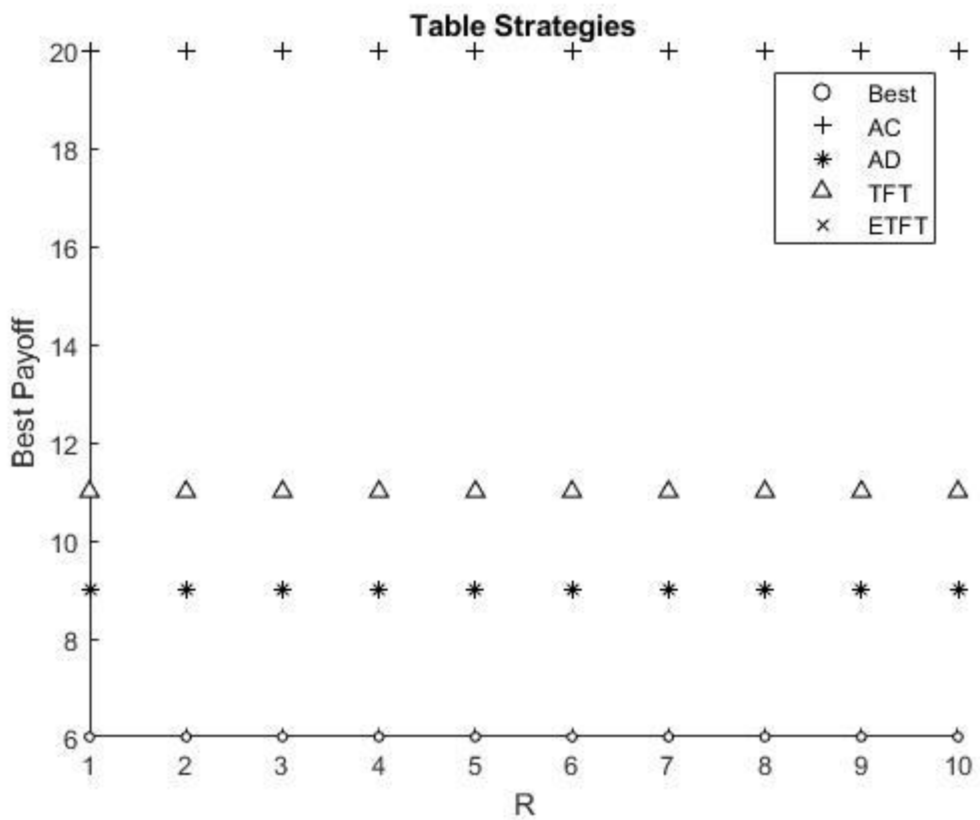
Με βάση το παραπάνω **Σχημα 9**, παρατηρούμε ότι για μεγάλο αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεων μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) L =1000, ο παίκτης μας προσαρμόστηκε από την πρώτη αλγοριθμική επανάληψη μέσα στο τουρνουά και έπαιζε το βέλτιστο σταθερά σε όλους τους γύρους σε σχέση με τα υπόλοιπα σχήματα της κατηγορίας του **Σχημα 6**, **Σχημα 7**και **Σχημα 8** Καθώς έφερε αποτέλεσμα 14 και βελτιώθηκε από τον πρώτο γύρο.

Ανεξάρτητα από τον αριθμό παικτών μέσα στο τουρνουά, που έχει αντίκτυπο μόνο στα αποτέλεσμα των χρόνων φυλάκισης του κάθε παίκτη,σε κάθε περίπτωση βλέπουμε ότι για μεγαλύτερο L έχουμε καλύτερη εξέλιξη. Σκοπός μας στο συγκεκριμένο κομμάτι είναι ο τρόπος βελτίωσης του παίκτη μέσα σε διαφορετικά τουρνουά, με την βοήθεια των αλγοριθμικών επαναλήψεων του Διακριτού Αλγόριθμου Νυχτερίδας, ώστε να παρατηρήσουμε την εξέλιξη του παίκτη και όχι το ποιος φέρνει καλύτερα αποτελέσματα. Παρόλα αυτά όμως για μεγάλο αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεων του L, διακρίνουμε ότι οι παίκτες και προσαρμόζονται πιο γρήγορα στο βέλτιστο και παίζουν καλύτερα με μικρότερα αποτελέσματα, από τους παίκτες που κάνουν λιγότερες αλγοριθμικές επαναλήψεις μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας.

4.2 Αποτελέσματα του Διακριτού Αλγόριθμου Νυχτερίδας με Δημοφιλείς Στρατηγικές

Όπως προαναφέρθηκε και πιο πάνω ο αλγόριθμος που δημιουργήσαμε, αρχικά τρέχει για συγκεκριμένο αριθμό παικτών (W), αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεων στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) ώστε να εξελιχθεί και να παίζει βέλτιστα (L) όπως και τον αριθμό ανεξάρτητων εκτελέσεων του DBA-PD (R). Αφού ολοκληρωθεί το πρώτο τουρνουά στο Δίλλημα του Φυλακισμένου και εξελιχθούν οι παίκτες και αναδείξουμε τον καλύτερο παίκτη, αυτός με την σειρά του θα παίξει σε καινούργιο τουρνουά με τις γνωστές στρατηγικές της Θεωρίας Παιγνίων. Από εκεί και πέρα, με μεταβλητό τον αριθμό των παικτών, αλλά με σταθερό αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεων στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) και σταθερό αριθμό ανεξάρτητων εκτελέσεων του προγράμματος (DBA-PD), θα αναλύσουμε τα αποτελέσματα των στρατηγικών αυτών και πώς αντιδράει η στρατηγική του καλύτερου παίκτη συγκριτικά μαζί τους.

Για σταθερό αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεωνμέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) L=500, με σταθερό αριθμό ανεξάρτητων εκτελέσεων του προγράμματος(DBA-PD) R=10 και με αριθμό παικτών W=10, δίνεται ο εξής πίνακας των αποτελεσμάτων των στρατηγικών:



Σχήμα10 : L =500, W=10, R=10 Table Strategies (W=10)

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα , στον οριζόντιο άξονα έχουμε το πόσες φορές συγκρίθηκαν οι δημοφιλείς στρατηγικές με την στρατηγική του καλύτερου μας παίκτη από τον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm), δηλαδή τον αριθμό ολοκλήρωσης της διαδικασίας των ανεξάρτητων εκτελέσεων του DBA-PD R=10. Σε ότι αφορά τώρα τον κάθετο άξονα , αναφέρονται τα αποτελέσματα σε χρόνια φυλάκισης που μαζεύει κάθε στρατηγική, σε σύγκριση με όλες τις υπόλοιπες στρατηγικές μέσα στο τουρνουά αντίστοιχα.

-Με κύκλο στον πίνακα συμβολίζεται ο καλύτερος παίκτης του Αλγορίθμου Νυχτερίδας (Best)

-Με σταυρό συμβολίζεται η γνωστή στρατηγική πάντα συνεργασία (AC)(Always Cooperative), κατά την οποία ο παίκτης συνεργάζεται συνεχώς ανεξαρτήτως τι θα επιλέξει ο αντίπαλος

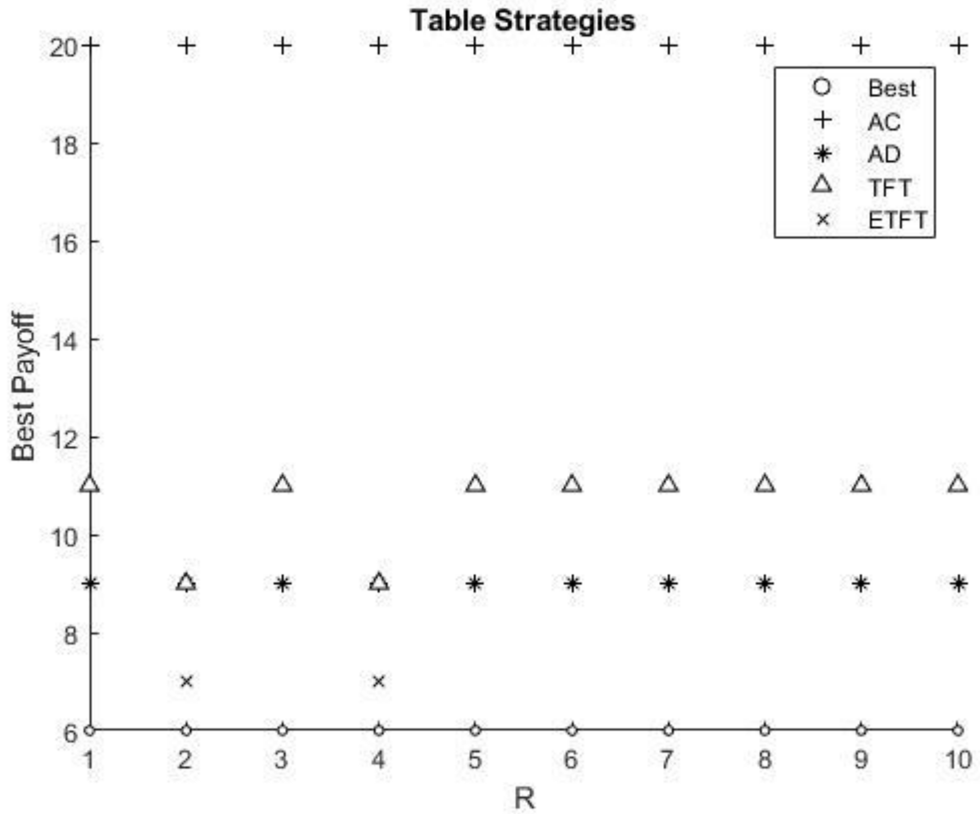
-Με αστερίσκο μαύρο συμβολίζεται η γνωστή στρατηγική πάντα αποστασία (AD) (Always Defection, σύμφωνα με την οποία ο παίκτης θα καταδίδει συνέχεια τον αντίπαλο του ανεξάρτητα από τις επιλογές που θα πάρει.

-Με τρίγωνο αναφερόμαστε στην γνωστή στρατηγική (TFT) (Tit Fot Tat) η οποία στον πρώτο γύρο συνεργάζεται και στην συνέχεια κάνει ότι έχει επιλέξει ο αντίπαλος του στον προηγούμενο γύρο.

-Με το σύμβολο x αναφερόμαστε στην εξίσου γνωστή στρατηγική (ETFT) (Evil Tit For Tat) ηοποία στον πρώτο γύρο θα καταδώσει τον αντίπαλο και στη συνέχεια θα κάνει ότι έχει επιλέξει ο αντίπαλος του για τον προηγούμενο γύρο. Παρόμοια είναι με την TFTμε διαφοράστον πρώτο γύρο.

Ο πίνακας στο **Σχημα 10** μας δείχνει ότι για τις 10 φορές που συγκρίθηκε ο καλύτερος παίκτης με τις γνωστές στρατηγικές ,δεν έχασε καμία φορά και παίζει ακριβώς όπως ο ETFT , ο οποίος ταυτίζεται πάνω στον καλύτερο παίκτη του Διακριτού Αλγορίθμου Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm). Στην συνέχεια ακολουθεί ο AD ο οποίος παίζει επιθετικά σε όλο το τουρνουά και στην συνέχεια ο TFT και ο AC να φέρνουν τα χειρότερα αποτελέσματα, διότι εμπιστεύτηκαν τους παίκτες που παίζουν επιθετικά και τους καταδίδουν συνεχώς. Επομένως για μικρό αριθμό παικτών οΔιακριτός Αλγόριθμος Νυχτερίδας φέρνει πολύ καλά αποτελέσματα, έναντι των δημοφιλών στρατηγικών και βλέπουμε ότι ευνοείται ο επιθετικός τρόπος σκέψης.

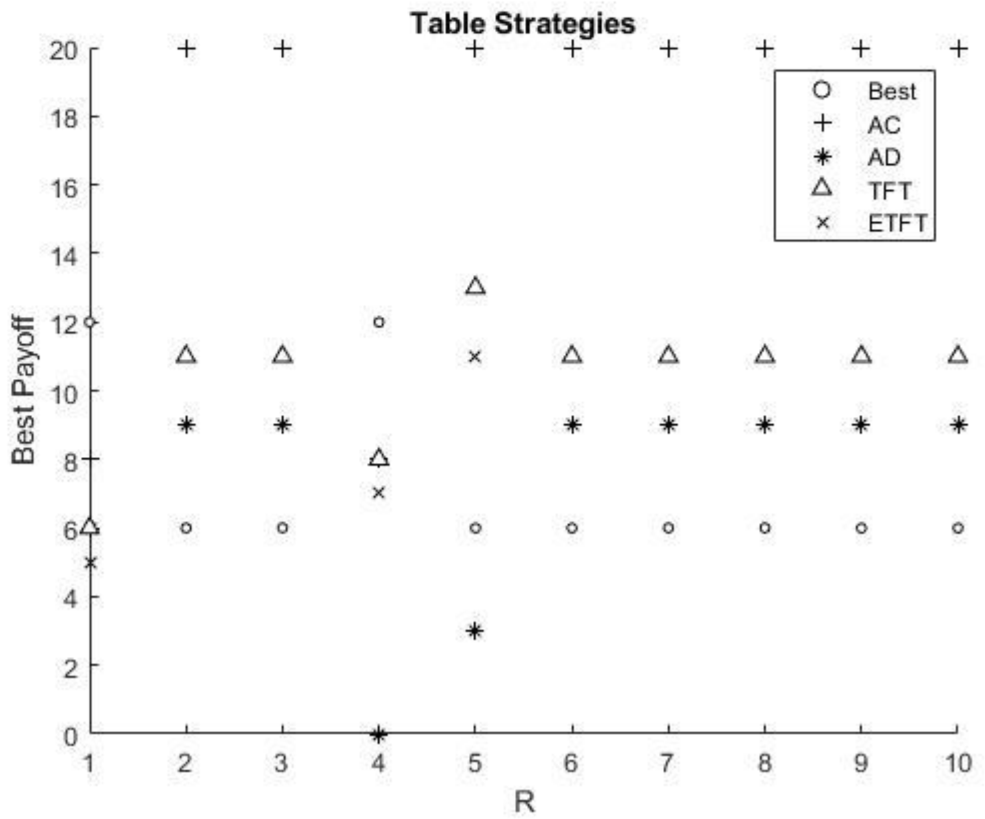
Δεν μένουμε όμως εκεί και αυξάνουμε πλέον τον αριθμό των αρχικών μας παικτών σε W=20, ενώ αφήνουμε σταθερό και πάλι τον αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεων του Διακριτού Αλγορίθμου Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) σε L=500 καθώς και τον αριθμό ανεξάρτητων εκτελέσεων του DBA-PD σε R=10. Ξανατρέχουμε τον κώδικα και πλέον θα έχουμε τον εξής πίνακα :



Σχήμα11 : L =500, W=20, R=10 Table Strategies (W=20)

Με βάση το παραπάνω Πίνακα στο **Σχημα 11** αρχίζουμε να βλέπουμε ενδιαφέρον στα αποτελέσματα για το πως αντιδράει ο Διακριτός Αλγόριθμος Νυχτερίδας σε πιο απαιτητικά τουρνουά. Διακρίνουμε στο παράδειγμα αυτό, ότι πλέον έχουμε 20 παίκτες αντί για 10 όπως στο **Σχημα 10**, όπου με βαση αυτών δημιουργείται ο best. Παρατηρούμε ότι ο καλύτερος μας παίκτης του Διακριτού Αλγορίθμου Νυχτερίδας παραμένει αποτελεσματικός αφού συνεχίζει να υπερτερεί των υπολοίπων δημοφιλών στρατηγικών. Το μόνο που άλλαξε είναι ότι η στρατηγική TFT, η οποία στην αρχή εμπιστεύεται και μετά αντιγράφει τον αντίπαλο αρχίζει να βελτιώνεται σε ένα πιο απαιτητικό τουρνουά. Επίσης η γνωστή στρατηγική ETFT αντίστοιχη με την TFT με την διαφορά ότι καταδίδει στον πρώτο γύρο, φαίνεται ότι στον δεύτερο και τέταρτο γύρο δεν είναι τόσο αποτελεσματικές όσο ο best. Τώρα λοιπόν που μεγάλωσε ο αριθμός παικτών και αντίστοιχα τα παιχνίδια που παίζουν μεταξύ τους οι παίκτες, δεν ευννοείται τελείως ο επιθετικός τρόπος παιχνιδιού. Παρόλα αυτά ο Διακριτός Αλγόριθμος Νυχτερίδας κέρδισε, με τον ETFT να ακολουθεί από πίσω του στον δεύτερο και τέταρτο παιχνίδι και να ταυτίζονται στα υπόλοιπα οκτώ παιχνίδια μέσα στο τουρνουά. Μετέπειτα ακολουθεί ο AD και στο τέλος βρίσκονται ο TFT που εμπιστεύεται και αντιγράφεικαι ο AC που εμπιστεύεται.

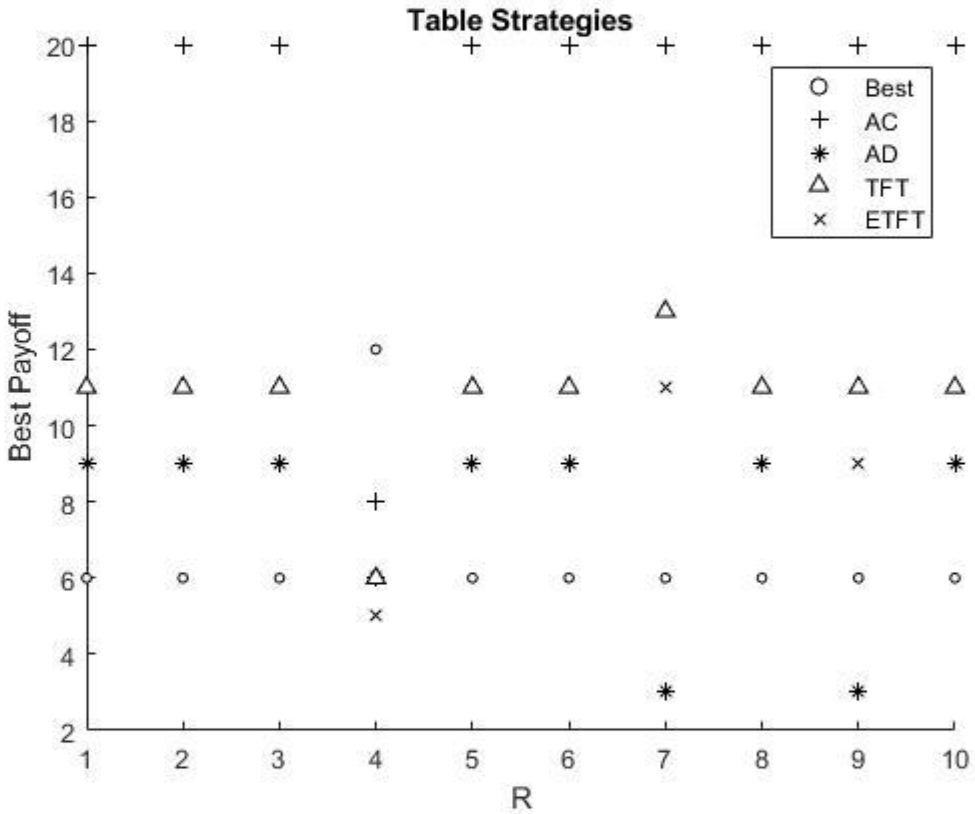
Αυξάνουμε και άλλο το πλήθος παικτών σε W=30, με σταθερό αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεων μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) L=500 και επίσης τον αριθμό ανεξάρτητων εκτελέσεων για τα παιχνίδια μεταξύ του best και των δημοφιλών στρατηγικών σε R=10. Για τα παραπάνω δεδομένα παίρνουμε τα εξής αποτελέσματα:



Σχήμα12 : L =500, W=30, R=10 TableStrategies (W=30)

Διακρίνουμε λοιπόν ότι το **Σχημα 12** διαφέρει αρκετά με το **Σχημα 11**, όπου στο προηγουμενο σχήμα ο παίκτης του Διακριτού Αλγορίθμου Νυχτερίδας νικούσε σε κάθε παιχνίδι, ενώ στο **Σχημα 12** υπάρχουν τρία παιχνίδια που δεν έχει κερδίσει τις γνωστές στρατηγικές. Αυτό συμβαίνει επειδή το τουρνουά γίνεται ολοένα και πιο απαιτητικό και όσο αυξάνονται οι παίκτες αυξάνονται και οι γύροι που παίζουν μεταξύ τους. Επομένως όσο περισσότεροι γύροι τόσο καλύτερα αντιδρούν οι γνωστές στρατηγικές σε σύγκριση με τον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm).

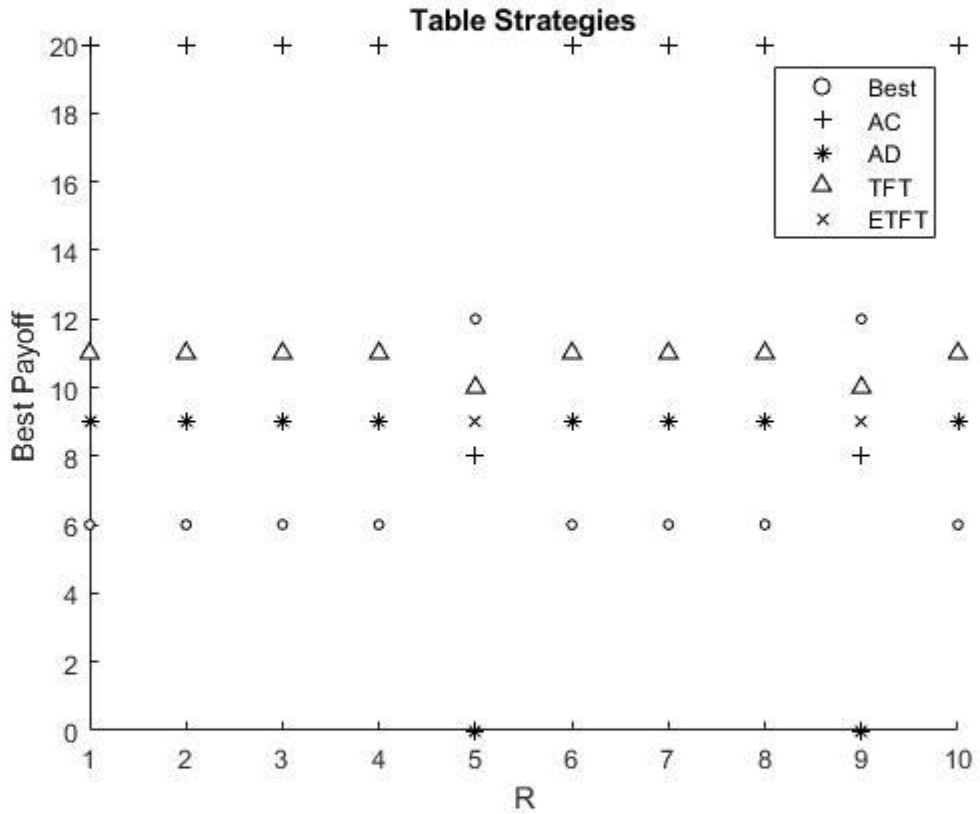
Αλλάξαμε και πάλι τον αριθμό των παικτών σε W=40, για σταθερό αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεων μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) σε L=500 με τελευταίο τον αριθμό ανεξάρτητων εκτελέσεων της διαδικασίας του DBA-PD σε R=10. Με τα δεδομένα αυτά δημιουργήθηκε ο παρακάτω πίνακας :



Σχήμα12 : L =500, W=40, R=10 Table Strategies (W=40)

Έτσι με το **Σχημα 13** παρατηρούμε ότι όσο αυξάνουμε των αριθμό των παικτών και το κάνουμε πιο απαιτητικό, τόσο πιο πολλούς γύρους χάνει ο καλύτερος παίκτης του Διακριτού Αλγορίθμου Νυχτερίδας, στους οποίους χάνει από όλες τις στρατηγικές και αποθαρρύνεται ο επιθετικός τρόπος σκέψης, ώστε να ανέρχονται οι γνωστές στρατηγικές για μεγάλο και άγνωστο αριθμό παιχνιδιών. Ο παίκτης (best) με την στρατηγική του Διακριτού Αλγορίθμου Νυχτερίδας, έχασε μόλις στον τέταρτο, στον έβδομο και στον ένατο γύρο καθώς κέρδισε τα εφτά υπόλοιπα , οπότε βλέπουμε ότι δυσκολεύτηκε λίγο. Το ενδιαφέρον είναι ότι στον τέταρτο γύρο κατάφεραν να τον κερδίσουν όλοι ενώ στον έβδομο και ένατο γύρο έχασε μόνο από τον AD ο οποίος παίζει συνεχώς επιθετικά. Δυσκολεύεται αλλά και πάλι κερδίζει ο Διακριτός Αλγόριθμος Νυχτερίδας στα περισσότερα παιχνίδια.

Τελευταία κατηγορία είναι για παίκτες W=50, με αριθμό αλγοριθμικών επαναλήψεων μέσα στον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας (Discrete Bat Algorithm) σε L=500 να παραμένει σταθερό και για σταθερό αριθμό ανεξάρτητων εκτελέσεων του DBA-PD σε R=10. Με τα παραπάνω δεδομένα έχουμε και τον αντίστοιχο πίνακα με τις στρατηγικές που είναι οι εξης :



Σχήμα13 : L =500, W=50, R=10 Table Strategies (W=50)

Τέλος, σύμφωνα με την βοήθεια από το **Σχημα 14** μπορούμε να δούμε εμφανείς διαφορές σε σχέση με τα υπόλοιπα διαγράμματα. Αρχικά και εδώ ο παίκτης (best) που αντιπροσωπεύει τονΔιακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας κερδίζει στα περισσότερα και έχασε δύο γύρους από τους 10, δηλαδή λιγότερους από **Σχημα 12** και **Σχημα 13**. Η διαφορά όμως με τα προηγούμενα δύο σχήματα είναι στο ότι έχασε περισσότερους γύρους, όπου όλες οι γνωστές στρατηγικές παίξανε καλύτερα και πιο αποδοτικά. Διακρίνουμε ότι για μεγάλο αριθμό παικτών και αντίστοιχα μεγάλο αριθμό παιχνιδιών δυσκολεύεται περισσότερο ο Διακριτός Αλγόριθμος Νυχτερίδας, αλλά και πάλι κατάφερε να κερδίσει 8 από τα 10 παιχνίδια. Στα 2 που έχασε ανέχρονται οι γνωστές στρατηγικές της Θεωρίας Παιγνίων με την E-TFTκαι TFT, να θεωρούνται οι πιο ανταγωνιστικές σε σχέση με τις υπόλοιπες.

Κεφάλαιο 5 – Συμπεράσματα

Ολοκληρώνοντας τα πειράματα που παρουσιάστηκαν παραπάνω για τις διαφορετικές τιμές των παραμέτρων και τα αποτελέσματα με τις επιμέρους συγκρίσεις των γνωστών στρατηγικών με τον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας, καταλήξαμε σε κάποια πολύ ενδιαφέροντα συμπεράσματα τα οποία παρουσιάζονται παρακάτω.

•Η μοναδική στρατηγική , που δεν είναι τόσο ανταγωνιστική σε σχέση με τις υπόλοιπες, είναι αυτή που χρησιμοποιεί την πάντα συνεργασία(AC).Όλες οι στρατηγικές μαζί με αυτή του Διακριτού Αλγορίθμου Νυχτερίδας την κέρδιζαν στην πλειοψηφία των παιχνιδιών σε κάθε εκδοχή πλήν κάποιων εξαιρέσεων.

•Ενάντια σε παίκτες με στρατηγική που παίζουν παντα αποστασία (AD) έφερε ικανοποιητικά αποτελέσματα καθώς κέρδιζε στα περισσότερα παιχνίδια με κάποιες εξαιρέσεις που βγήκε πίσω από τέτοιου είδους στρατηγικές.Γενικά, για μικρό αριθμό παιχνιδιών ευνοούνται τέτοιου είδους παίκτες και φέρνουν τα καλύτερα αποτελέσματα.

•Η πιό ανταγωνιστικές στρατηγικές που αντιμετώπισε ο Αλγόριθμος Νυχτερίδας ήταν αυτή της χρήσης ETFT και TFT, με την E-TFT να ταυτίζεται στα περισσότερα σημεία με τον Διακριτό Αλγόριθμο Νυχτερίδας γενικά και οι δύο για μεγάλο αριθμό παιχνιδιών να δυσκολεύουν τον Διακριτό ΑλγόριθμοΝυχτερίδας

•Τέλος, θα ήταν καλό να αναφερθεί ότι ο Διακριτός Αλγόριθμος Νυχτερίδας(Discrete Bat Algorithm), με την χρησιμοποίηση της υβριδοποιημένης έκδοσης του αλγορίθμου (DBA-PD), έφερε ικανοποιητικά αποτελέσματα για τις διακριτές ευρετικές τεχνικές και στρατηγικές που καταχωρήσαμε από το περιβάλλον της Θεωρίας Παιγνίων.

Βιβλιογραφία

[1] MartinJ. Osborne «Εισαγωγή στη θεωρία Παιγνίων 2003»

[2]http//:el.wikipedia.org/wiki/θεωρία Παιγνίων

[3]Graham Romp-Game theory Introduction and Applications-Βιβλίο-Oxford-1997

[4]Αθανάσιος Μυγδαλας-Θεωρία Παιγνίων και Προγραμματισμός Ισορροπίας-Βιβλίο-Χανιά-2007

[5]J.F.Nash .Non-cooperative Annals of Mathematics,54:286-295,1951

[6]Κ.Δασκαλάκης.Διπλωματική Εργασία: Το πρόβλημα ύπαρξης Γνήσιας Ισορροπίας Nash σε Γραφηματικά Παίγνια 2004

[7]J.F.Nash Equilibrium Points in n-Person Games,Proceedings of the National Academy of Sciences,36:48-49,1950

[8]Α.Μπομπούλα Το δίλημμα του φυλακισμένου, το διασημότερο πρόβλημα της θεωρίας παιγνίων -2015-

[9]Yuce tekol-To cooperate or to defect: That's the Prisoners Dilemma-IEEE Computer Society Looking Forward Magazine -2003-

[10]Α.Παλαιός .Διπλωματική Εργασία: Μοντελοποίηση Συνεργατικής Συμπεριφοράς Υπολογιστικών Οντοτήτων 2010 σελ 20

[11]Π.Μπούτσης.Μεταπτυχιακή Εργασία : Προσέγγιση του προβλήματος 'το δίλημμα του φυλακισμένου' με χρήση μεθευρετικών αλγορίθμων εμπνευσμένων απ' τη φύση 2015

[12] Pravesjit, S. A hybrid bat algorithm with natural-inspired algorithms for continuous optimization problem.*Artif Life Robotics* **21**,2016

[13]D.Soni.Introduction to Evolutionary Algorithms 2018

[14]D.Karaboga & B.Akay A survey: algorithms simulating bee swarm intelligence -2009-

[15]Pravesjit, S. A hybrid bat algorithm with natural-inspired algorithms for continuous optimization problem.*Artif Life Robotics* **21**,2016

[16]S.Ding. Discrete Bat Algorithm for Optimal Problem of Permutation Flow Shop Scheduling -2014-

[17] E. Osaba et al., An Improved Discrete Bat Algorithm for Symmetric and Asymmetric Traveling Salesman Problems 2018

[18] Ν.Τσαντάς : παίγνια σταθερού αθροίσματος -2015-