ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΓΡΑΜΜΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΣΤΑΘΜΟΥΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΑΠΟΔΟΧΗΣ, ΑΠΟΡΡΙΨΗΣ ΚΑΙ ΕΠΑΝΑΚΑΤΕΡΓΑΣΙΑΣ ΚΟΜΜΑΤΙΩΝ

ΓΙΑΝΝΑΚΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

<u>εξεταστική επιτροπή</u>:

Κουϊκόγλου Βασίλειος (επιβλέπων)
Γρηγορούδης Ευάγγελος
Ρόβας Δημήτριος

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στην εποχή μας η ποιότητα αποτελεί καθοριστικό παράγοντα επιτυχίας ή αποτυχίας των προϊόντων και υπηρεσιών στην αγορά. Η ανάπτυξη και η ανταγωνιστικότητα όλων των επιχειρήσεων ανεξαρτήτως μεγέθους και τομέα δραστηριότητας προσδιορίζονται σε μεγάλη κλίμακα από την ποιότητα των παραγομένων προϊόντων ή των παρεχομένων υπηρεσιών. Η ποιότητα αποτελεί πολύ σημαντική συνιστώσα του κόστους παραγωγής, καθώς το κόστος από την πώληση ενός ελαττωματικού προϊόντος είναι κατά πολύ μεγαλύτερο από το κόστος της πρόληψης και του ελέγχου κατά το στάδιο της παραγωγής.

Λαμβάνοντας λοιπόν υπόψη τους παραπάνω παράγοντες οι σύγχρονες και μεγάλες βιομηχανικές μονάδες έχουν εισάγει στην καθημερινή λειτουργία τους τον έλεγχο ποιότητας και έχουν αναγάγει σε βασική προτεραιότητά τους την διασφάλιση της παραγωγής άρτιων και αξιόπιστων προϊόντων.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάζεται αναλυτικά ο τρόπος λειτουργίας ενός συστήματος γραμμής παραγωγής με ένα κέντρο ελέγχου ποιότητας στο τέλος της. Για το σύστημα αυτό υπολογίζονται οι μέσοι ρυθμοί κατεργασιών και επανακατεργασιών των προϊόντων σε κάθε μηχανή. Ακολούθως, χρησιμοποιείται η θεωρία ουρών αναμονής για την εκτίμηση μέσου ρυθμού παραγωγής, μέσου αποθέματος, ρυθμού ελαττωματικών και ρυθμού καλών προϊόντων, ρυθμού απόρριψης, κόστους λειτουργίας και συνολικού κέρδους του συστήματος. Έπειτα επιχειρείται επέκταση της προαναφε-ρθείσας ανάλυσης σε γραμμή παραγωγής με περισσότερους από έναν σταθμούς ελέγχου που παρεμβάλλονται σε διάφορα σημεία της.

2 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

2.1 ΓΕΝΙΚΑ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Ένα προϊόν παράγεται από μια γραμμή παραγωγής με K μηχανές M_1, M_2, M_3, ...,M_K. Κάθε μηχανή M_i εκτελεί την κατεργασία που της αντιστοιχεί. Σε σημεία της γραμμής παραγωγής δίνεται η δυνατότητα τοποθέτησης σταθμών επισκευής – επιθεώρησης. Το πρόβλημα της ανάλυσης τέτοιων συστημάτων συνίσταται στον υπολογισμό του μέσου ρυθμού απορρίψεων, του μέσου ρυθμού παραγωγής αποδεκτών προϊόντων και του μέσου αποθέματος.

Για την επίλυση του προβλήματος γίνονται οι ακόλουθες παραδοχές

- Οι χρόνοι κατεργασίας είναι εκθετικοί με μέση τιμή $1/\mu_k$, όπου μ_k ο ρυθμός εξυπηρέτησης στη μηχανή k.
- Κάθε μηχανή έχει μπροστά της αποθήκη άπειρης χωρητικότητας.
- Όταν φθάνει ένας νέος πελάτης παραγγέλνει ένα κομμάτι και τότε μια νέα πρώτη ύλη εισέρχεται στο σύστημα. Η ζήτηση είναι διαδικασία Poisson με μέσο ρυθμό γ.
- Μια κατεργασία προκύπτει να είναι καλή, επιδιορθώσιμη (επαναληπτέα) ή κακή.
- Αν ένα κομμάτι σταλεί στη M_k για επανακατεργασία τότε χρειάζεται επίσης εκθετικό χρόνο με μέση τιμή $1/\mu_k$ όπου μ_k ο ρυθμός κατεργασίας της μηχανής M_k.
- Στόχος του κάθε σταθμού ελέγχου είναι να αποφανθεί για την ποιότητα κατεργασίας των μηχανών που μεσολαβούν μεταξύ του προηγούμενου και του αναφερόμενου σταθμού.

- Μια κατεργασία μπορεί να είναι καλή, κακή ή επιδιορθώσιμη. Το αν είναι καλή ή κακή ελέγχεται μόνο στο αμέσως επόμενο κέντρο ελέγχου–επιδιόρθωσης της γραμμής παραγωγής. Αν το κέντρο αυτό βρίσκεται μακριά, τότε ένα κομμάτι μπορεί να δεχθεί πολλές κακές, καλές, επιδιορθώσιμες κατεργασίες πριν ανιχνευθούν τα προβλήματα του στο κέντρο επιθεώρησης.

- Εκτός από την ανίχνευση σοβαρών ατελειών που καθιστούν το κομμάτι απορριπτέο ή επιδιορθώσιμο, το κέντρο ελέγχου Ε έχει την δυνατότητα να εκτελεί τοπικές επιδιορθώσεις (μικρής κλίμακας) εφόσον κάποιες κατεργασίες που έχουν προηγηθεί έχουν μικρές ατέλειες.

- Τέλος, αν διαπιστωθεί ότι μια τουλάχιστον κατεργασία είναι καταστροφική τότε όλο το κομμάτι απορρίπτεται και μια νέα πρώτη ύλη εισάγεται στη πρώτη μηχανή M_1.

2.2 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Οι σταθμοί ελέγχου αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι των συστημάτων παραγωγής. Βοηθούν στην επίτευξη του στόχου της προσδοκώμενης ποιότητας και στη διαδικασία συνεχούς βελτίωσης της παραγωγής. Δυο σημαντικά θέματα που σχετίζονται με τους σταθμούς επιθεώρησης και αποτελούν αντικείμενα έρευνας είναι:

- Πόσοι σταθμοί ελέγχου πρέπει να εγκατασταθούν

- Πού θα τοποθετηθούν οι σταθμοί ελέγχου

Η βιβλιογραφία που προσπαθεί να δώσει απάντηση σε αυτά τα ερωτήματα είναι αρκετή. Η βέλτιστη κατανομή των σταθμών ελέγχου άρχισε ήδη να μελετάται από το 1965, από τους Lindsay και Bishop [1] οι οποίοι και πρότειναν ένα μοντέλο δυναμικού προγραμματισμού. Το 1969 ο White [2] είναι από τους πρώτους που εξετάζουν συστήματα όπου το αποτέλεσμα της επιθεώρησης μπορεί να είναι και επιδιόρθωση και όχι μόνο αποδοχή ή απόρριψη. Παρόλα αυτά υποθέτει ότι η επισκευή γίνεται στον σταθμό ελέγχου τοπικά και έτσι δεν επιτρέπει το ενδεχόμενο επανακατεργασίας. Η βελτιστοποίηση της χωροθέτησης σταθμών ελέγχου υλοποιείται με ένα μοντέλο δυναμικού προγραμματισμού.

Το 1978 οι Yum και McDowell [3] εισαγάγουν την έννοια του ατελούς ελέγχου (imperfect inspection) σύμφωνα με την οποία, κάθε σταθμός ελέγχου περιγράφεται από τα σφάλματα τύπου α και β όπου, α είναι η πιθανότητα ένα «καλό» κομμάτι να απορριφθεί και β η πιθανότητα ένα ελαττωματικό κομμάτι να περάσει τον έλεγχο ως αποδεκτό. Μια από τις παραδοχές τους είναι ότι για ένα κομμάτι υπάρχει η δυνατότητα μιας και μόνο επανακατεργασίας σε κάθε μηχανή του συστήματος. Η εργασία τους παρουσιάζει ένα μοντέλο δυναμικού προγραμματισμού για τον βέλτιστο καθορισμό των θέσεων των σταθμών ελέγχου.

Οι Narahari και Khan [4] παρουσιάζουν ένα αναλυτικό μοντέλο που χρησιμοποιεί την τη θεωρία δικτύων αναμονής προκειμένου να επιτύχουν βελτιστοποίηση του συστήματος. Μια από τις παραδοχές τους είναι ότι ένα κομμάτι κατά το τέλος της επιθεώρησης μπορεί να επιστρέφεται σε κάποια προηγούμενη μηχανή για επανακατεργασία αλλά χωρίς μνήμη για τους συνδυασμούς των κατεργασιών που πρέπει να επαναληφθούν και έτσι επαναλαμβάνονται όλες οι κατεργασίες από την μηχανή που επαναλαμβάνει πρώτη την κατεργασία μέχρι την τελευταία μηχανή πριν το σταθμό επιθεώρησης. Για παράδειγμα, κάθε κομμάτι που επιστρέφει από την μηχανή 4 στην μηχανή 1 για επανακατεργασία αλλά δεν ξέρουμε αν πρέπει να επαναλάβει και τις κατεργασίες 2 και 3. Μια επιπλέον παραδοχή είναι ότι η επιθεώρηση γίνεται ακαριαία. Αυτές οι υποθέσεις δεν είναι πάντα ρεαλιστικές.

Ακαριαία επιθεώρηση υποθέτουν και οι Lee, Frein και Duri στην εργασία [5] οι οποίοι αναλύουν ένα σύστημα παραγωγής με τρεις το πολύ μηχανές χρησιμοποιώντας αλυσίδες Markov. Το γεγονός ότι το πλήθος των δυνατών καταστάσεων της αλυσίδας αυξάνεται εκθετικά από το πλήθος των σταθμών ελέγχου καθιστά τη μέθοδο ανέφικτη σε μεγάλης κλίμακας συστήματα. Συνεπώς περιορίζεται σε συστήματα μικρού μεγέθους.

Οι Cochran και Erol [6] παρουσίασαν ένα αναλυτικό μοντέλο για απλή γραμμή παραγωγής με σταθμούς ελέγχων και επιδιόρθωσης. Σε αυτό υπολογίζεται ο ρυθμός ελαττωματικών και αξιόπιστων προϊόντων, που παράγονται στο σύστημα, με βάση τις θέσεις των σημείων ελέγχου. Το μοντέλο εξετάζει την ποιότητα μόνο και δεν μπορεί να περιγράψει αποθέματα, ανικανοποίητη ζήτηση, το ύψος των πωλήσεων και συνεπώς δεν μπορεί να υπολογίσει μέσο ρυθμό κερδοφορίας.

Το 2005 παρουσιάστηκε από τους Volsem et al. [7], ένας γενετικός αλγόριθμος, που χρησιμοποιεί προσομοίωση διακριτών γεγονότων για την εκτίμηση του κέρδους λειτουργίας μιας γραμμής παραγωγής χωρίς συναρμολογήσεις. Σύμφωνα με αυτή την εργασία σε κάθε μηχανή μπορεί να γίνεται επιθεώρηση όμως δεν επιτρέπονται επιδιορθώσεις και όταν εντοπίζεται ελαττωματικό κομμάτι τότε απορρίπτεται.

2.3 ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

2.3.1 Άγνωστες Παράμετροι

Μια πρώτη ύλη εισέρχεται στην πρώτη μηχανή M_1 και υφίσταται διαδοχικές κατεργασίες, επιθεωρήσεις και επανακατεργασίες, και τελικά καταλήγει εμπορεύσιμο προϊόν ή απορρίπτεται. Κομμάτι που απορρίπτεται αντικαθίσταται από μια νέα πρώτη ύλη. Σημαντικό στοιχείο του προβλήματος είναι ο μέσος αριθμός αφίξεων σε κάθε μηχανή ο οποίος για την μηχανή M_k είναι $\lambda_k=\gamma*$(μέσο πλήθος επισκέψεων στη μηχανή M_k μέχρις ότου παράχθει ένα αποδεκτό προϊόν).

Το πλήθος των φορών που ένα κομμάτι θα περάσει από μια μηχανή, έστω την M_k, εξαρτάται από το αποτέλεσμα της κατεργασίας την οποία το κομμάτι υπέστη κατά την επίσκεψη του στη μηχανή M_k αλλά και σε άλλες μηχανές. Συγκεκριμένα, ένα κομμάτι περνά από τη μηχανή M_κ μια φορά αν το αποτέλεσμα είναι καλό ή 2 φορές αν χρειαστεί επανακατεργασία και δεν έχει υποστεί κακή κατεργασία σε κάποια από τις άλλες μηχανές ή 3 φορές αν ύστερα από την πρώτη επανακατεργασία στη M_k χρειαστεί και δεύτερη και δεν απορριφθεί λόγω άλλων κατεργασιών ή … ή απορρίπτεται οπότε ένα νέο κομμάτι ξεκινά εισέρχεται στην πρώτη μηχανή του συστήματος παραγωγής. Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε μια γραμμή M_1-M_2-επιθεώρηση. Αν το αποτέλεσμα της επιθεώρησης είναι επανακατεργασία στη μηχανή M_1 και επανακατεργασία στη μηχανή M_2 τότε η πρώτη ύλη θα επανακατεργαστεί στη μηχανή M_1. Αν όμως, το αποτέλεσμα είναι επανακατεργασία στη μηχανή M_1 και απόρριψη λόγω κακής κατεργασίας στη μηχανή M_2 τότε ή πρώτη ύλη απορρίπτεται και έτσι η επανακτεργασία στη μηχανή M_1 δεν πραγματοποιείται. Πρέπει, λοιπόν να υπολογιστεί πόσες φορές ένα κομμάτι θα χρειαστεί να περάσει από κάθε μηχανή κατά μέσον ορό. Αυτό το πλήθος παραμέτρων συμβολίζεται με $\overline{n}_k$ για k=1,2,…,K.

Όσον αφορά στα κέντρα ελέγχου – επιθεώρησης οι άγνωστες παράμετροι που υπολογίζονται είναι οι μέσοι ρυθμοί αφίξεων λ_E και το μέσο πλήθος επισκέψεων $\overline{n}$ σε κάθε κέντρο.

2.3.2 Παράμετροι Ποιότητας

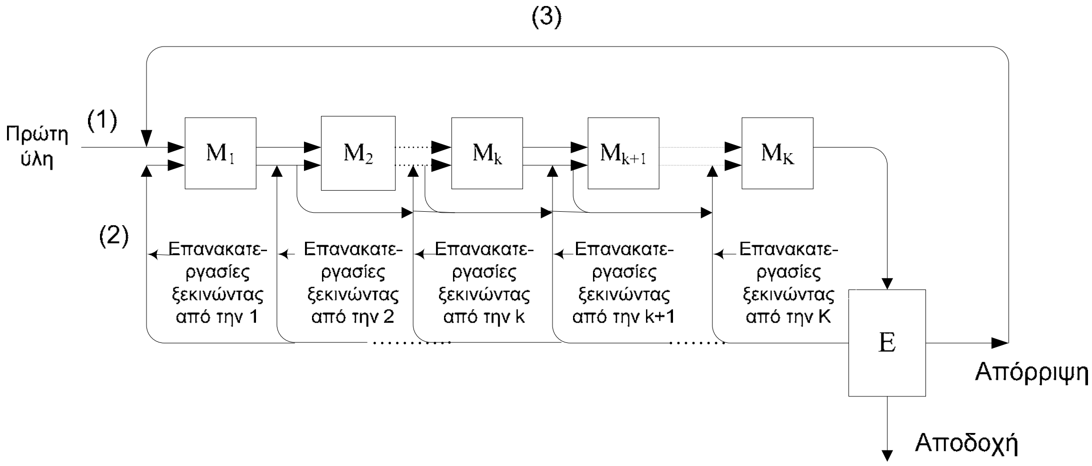
Οι πιθανότητες κατεργασιών σε κάθε μηχανή M_k θεωρούνται δεδομένες. Αποτελούν σημαντική παράμετρο του προβλήματος και εκφράζουν την αξιοπιστία της κάθε μηχανής. Οι πιθανότητες αυτές είναι:

- c_k: η πιθανότητα μια κατεργασία να είναι καλή ή να έχει μικρές ατέλειες οι οποίες μπορούν να διορθωθούν στο σταθμό επιθεώρησης (conforming or locally repairable). Ισχύει $0 \le c_k \le 1$.
- r_k: η πιθανότητα μια κατεργασία να έχει σημαντικές ατέλειες και απαιτείται επανάληψη της κατεργασίας στη μηχανή M_k (reworkable). Ισχύει $0 \le r_k \le 1$.
- s_k: η πιθανότητα μια κατεργασία να είναι καταστροφική και το κομμάτι να πρέπει να απορριφθεί (scrap). Ισχύει $0 \le s_k \le 1$.

Από την θεωρία πιθανοτήτων η σχέση που τις συνδέει είναι $s_k = 1 - c_k - r_k$.

3 ΓΡΑΜΜΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΣΤΑΘΜΟ ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗΣ ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ

Εξετάζουμε μια γραμμή παραγωγής με K μηχανές και ένα σταθμό ελέγχου ποιότητας–επιδιόρθωσης E στο τέλος.



Σχήμα 3.1: Γραμμή παραγωγής με ένα σταθμό ελέγχου – επιθεώρησης στο τέλος. Το πρώτο πέρασμα του κομματιού στο σύστημα εκφράζεται με την γραμμή (1) ενώ το (2) εκφράζει τη διαδικασία επανακατεργασίας. Τα απορριπτόμενα κομμάτια αντικαθίστανται από πρώτες ύλες (3).

Μετά από το πρώτο πέρασμα, ένα κομμάτι φθάνει στο κέντρο ελέγχου–επιθεώρησης E. Διακρίνουμε τρία ενδεχόμενα: (α) Ελέγχεται αν έχει υποστεί κάποια καταστροφική κατεργασία και εφόσον κάτι τέτοιο εντοπιστεί απορρίπτεται. Οπότε μια νέα πρώτη ύλη ξεκινά από τη μηχανή M_1. Αν οι κατεργασίες δεν είναι καταστροφικές τότε (β) επισκευάζονται τοπικά τυχόν μικρές ατέλειες και αν όλες οι κατεργασίες είναι καλές τότε το προϊόν δηλώνεται ως ελεγμένο και αποδεκτό και αποθηκεύεται στην αποθήκη έτοιμων προϊόντων. (γ) Σε περίπτωση που κάποιο υποσύνολο από τις κατεργασίες {1,2,…,k,…K} χρειάζεται να επαναληφθούν, τότε το κομμάτι θα υποστεί ξανά τις κατεργασίες του υποσυνόλου. Για παράδειγμα, μπορεί να απαιτείται επανακατεργασία μόνο από τις μηχανές M_1, M_2 και M_k. Όταν επαναληφθούν οι κατεργασίες, το κομμάτι επιθεωρείται πάλι στο κέντρο Ε και επαναλαμβάνεται η διαδικασία έως καταλήξουμε σε απόφαση (α) ή (β). Τα ενδεχόμενα (α), (β) και (γ) περιγράφονται από τις πιθανότητες s_k, c_k, r_k αντίστοιχα λαμβάνοντας υπ' όψει όλες τις μηχανές M_1, M_2, ..., M_K.

3.1 Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΑΠΟΡΡΙΨΗΣ ΜΙΑΣ ΠΡΩΤΗΣ ΥΛΗΣ

Μια πρώτη ύλη που ξεκινά από τη μηχανή M_1 θα καταλήξει να είναι αποδεκτή ή απορριπτέα, κάτι το οποίο εξαρτάται από τις κατεργασίες που θα υποστεί στις μηχανές που αποτελούν τη γραμμή παραγωγής. Η πιθανότητα ώστε, μια πρώτη ύλη να καταλήξει αποδεκτή μετά από 1 ή περισσότερες επαναλήψεις είναι ίση με την πιθανότητα σε μια ή σε όσες επαναλήψεις χρειαστούν η πρώτη ύλη να μην απορριφθεί λόγω κακής κατεργασίας σε οποιαδήποτε από τις μηχανές.

Επιπλέον, η πιθανότητα να είναι αποδεκτή μετά από 1 ή περισσότερες επαναλήψεις ως προς την κατεργασία στη μηχανή M_k, για $k=1,2,\ldots,K$ είναι ίση με την πιθανότητα να είναι αποδεκτή στην πρώτη επανάληψη ή να περάσει επανακατεργάσιμη στη πρώτη και αποδεκτή στη δεύτερη κλπ.

Έχοντας δεδομένες τις πιθανότητες αποδοχής, απόρριψης και επανακατεργασίας ανά μηχανή, η πιθανότητα C ώστε μία πρώτη ύλη να καταλήξει αποδεκτή εκφράζεται ως εξής :

$$C = (\text{πιθανότητα αποδεκτή από } M_1)\times\ldots\times(\text{πιθανότητα αποδεκτή από } M_K)$$

$$\begin{aligned} &= \prod_{k=1}^{K} (c_k + r_k c_k + r_k^2 c_k + r_k^3 c_k + \ldots) \\ &= \prod_{k=1}^{K} (c_k (1 + r_k + r_k^2 + r_k^3 + \ldots)) \end{aligned} \tag{3.1}$$

Παρατηρείστε ότι η σειρά που βρίσκεται εντός των παρενθέσεων είναι άθροισμα γεωμετρικής προόδου με πρώτο όρο το 1 και λόγω τον r_k. Έτσι από την (3.1) προκύπτει ότι η πιθανότητα μια πρώτη ύλη να καταλήξει καλή μετά από 1 ή περισσότερες κατεργασίες είναι:

$$C = \prod_{k=1}^{K} \frac{c_k}{1 - r_k} \tag{3.2}$$

Ενώ η πιθανότητα απόρριψης μιας πρώτης ύλης είναι 1 - C .

3.2 ΠΛΗΘΟΣ ΠΡΩΤΩΝ ΥΛΩΝ ΠΟΥ ΑΠΑΙΤΟΥΝΤΑΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΕΝΟΣ ΚΑΛΟΥ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ

Συνεπώς, ένα κομμάτι περνάει από τη γραμμή παραγωγής και μετά από μια ή περισσότερες επανακατεργασίες προκύπτει καλό με πιθανότητα C, αλλιώς απορρίπτεται και ένα ακόμη κομμάτι απαιτείται και με πιθανότητα (1-C)C καταλήγει καλό ή ένα επιπλέον κομμάτι εισχωρεί στο σύστημα και προκύπτει καλό με πιθανότητα $(1\text{-}C)^2C$, κλπ.

Οπότε, για την παραγωγή ενός καλού κομματιού απαιτείται:

- 1 πρώτη ύλη με πιθανότητα $P_1=C$
- ή 2 πρώτες ύλες με πιθανότητα $P_2=C(1\text{-}C)$
- ή 3 πρώτες ύλες με πιθανότητα $P_3=C(1\text{-}C)^2$
- ……………………………………………
- ή n πρώτες ύλες με πιθανότητα $P_n=C(1\text{-}C)^{n\text{-}1}$, κ.ο.κ.

Κατά μέσον όρο απαιτούνται $N = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n$. Παρατηρήστε ότι το n ακολουθεί την γεωμετρική κατανομή, Συνεπώς, το N αποτελεί την μαθηματική ελπίδα γεωμετρικής κατανομής [8] που δίνεται από τον τύπο:

$$N = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n = \frac{1}{C} \qquad (3.3)$$

3.3 ΜΕΣΟ ΠΛΗΘΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ ΤΗΣ ΠΡΩΤΗΣ ΥΛΗΣ ΣΕ ΚΑΘΕ ΜΗΧΑΝΗ ΕΩΣ ΟΤΟΥ ΚΑΤΑΛΗΞΕΙ ΑΠΟΔΕΚΤΗ Ή ΑΠΟΡΡΙΠΤΕΑ

Το επόμενο βήμα είναι να εκτιμήσουμε πόσες φορές μια κατεργασία θα χρειαστεί να επαναληφθεί από μια μηχανή μέχρις ότου παραχθεί ένα αποδεκτό προϊόν.

3.3.1 Βοηθητικά αποτελέσματα από τη θεωρία πιθανοτήτων

Έστω μια διακριτή τυχαία μεταβλητή X που παίρνει τιμές n= 0, 1, 2, … με πιθανότητες P_n. Αποδεικνύεται ότι η μέση τιμή της μεταβλητής X, $\sum_{n=1}^{\infty} nP_n$, ισούται με [8]

$P(X \geq 1) + P(X \geq 2) + \ldots$, όπου $P(X \geq n) = P_n + P_{n+1} + \ldots$ (3.4)

Απόδειξη:

$$\begin{aligned}
P(X \geq 1) &= P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_n + \ldots \\
P(X \geq 2) &= \quad\;\; P_2 + P_3 + \ldots + P_n + \ldots \\
P(X \geq 3) &= \qquad\quad\;\; P_3 + \ldots + P_n + \ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
P(X \geq n) &= \qquad\qquad\qquad\; P_n + \ldots
\end{aligned}$$

Προσθέτοντας κατά μέλη προκύπτει:

$$P(X \geq 1) + P(X \geq 2) + P(X \geq 3) + \ldots P(X \geq n) + \ldots = 1P_1 + 2P_2 + 3P_3 + \ldots + nP_n + \ldots,$$

$$P(X \geq 1) + P(X \geq 2) + P(X \geq 3) + \ldots P(X \geq n) + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n$$

Η πιθανότητα ώστε σε n επαναλήψεις η κατεργασία στη μηχανή j να μην έχει δώσει απορριπτέο κομμάτι συμβολίζεται $CR_j(n)$ (Conforming or Reworkable after n) και είναι ίση με την πιθανότητα την πρώτη φορά να είναι αποδεκτή ή την πρώτη να είναι επανακατεργάσιμο και την δεύτερη φορά να είναι αποδεκτή ή την πρώτη και την δεύτερη φορά να είναι επανακατεργάσιμο και την τρίτη να είναι αποδεκτή ή… ή τις n-1 φορές να είναι επανακτεργάσιμο και την n να είναι αποδεκτή ή τέλος και τις n φορές να είναι επανακατεργάσιμο. Η πρόταση αυτή, σύμφωνα με τη θεωρία πιθανοτήτων μεταφράζεται ως εξής:

$$CR_j(n) = c_j + r_j c_j + r_j^2 c_j + \ldots + r_j^{n-1} c_j + r_j^n \tag{3.5}$$

3.3.2 Υπολογισμός του μέσου πλήθους επισκέψεων σε κάθε μηχανή

Η πιθανότητα μια πρώτη ύλη να επαναλάβει την k-οστή κατεργασία τουλάχιστον n φορές (στο n περιλαμβάνεται και η πρώτη φορά) ισούται με την πιθανότητα να πρέπει να υποστεί την κατεργασία k τουλάχιστον n φορές, επί την πιθανότητα στους προηγουμένους n - 1 κύκλους να μην έχει απορριφθεί λόγω κάποιας άλλης κακής κατεργασίας j για κάθε $j \neq k$ (μπορεί κάποιες j κατεργασίες να έχουν ολοκληρωθεί με επιτυχία, αρκεί να μην έχει ολοκληρωθεί η k, ούτε να έχει απορριφθεί η πρώτη ύλη).

Έστω ότι $P_k(\geq n)$ η ζητούμενη πιθανότητα. Τότε:

$$P_k(\geq n) = r_k^{n-1} \prod_{j \neq k} CR_j(n-1) \tag{3.6}$$

Για τον υπολογισμό του μέσου πλήθους, $\bar{n}_k$, εφαρμόζονται οι σχέσεις (3.4), (3.5) και (3.6). Έτσι, προκύπτει:

$$\begin{aligned} \bar{n}_k &= P_k(\geq 1) + P_k(\geq 2) + \ldots + P_k(\geq n) + \ldots \\ &= r_k^0 \prod_{j \neq k} CR_j(0) + r_k \prod_{j \neq k} CR_j(1) + \ldots + r_k^{n-1} \prod_{j \neq k} CR_j(n-1) + \ldots \\ &= 1 + r_k \prod_{j \neq k} (c_j + r_j) + \ldots + r_k^{n-1} \prod_{j \neq k} (c_j + r_j c_j + r_j^2 c_j + \ldots + r_j^{n-2} c_j + r_j^{n-1}) + \ldots \end{aligned} \tag{3.7}$$

Το άθροισμα (3.7) αποτελείται από άπειρους όρους. Στόχος είναι να προσεγγιστεί το αποτέλεσμα του αθροίσματος χρησιμοποιώντας τους n πρώτους όρους. Με άλλα λόγια, σκοπός είναι να βρεθεί κάποιο n τέτοιο ώστε όταν παραλειφθούν οι όροι $P_k(\geq n+1), P_k(\geq n+2), \ldots$, το σφάλμα θα προκύπτει πολύ μικρό π.χ. $\varepsilon=10^{-6}$.

Ζητείται κάποιο n τέτοιο ώστε

$$S = P_k(\geq n+1) + P_k(\geq n+2) + \ldots < \varepsilon \Leftrightarrow$$
$$S = {r_k}^n \prod_{j\neq k} CR_j(n) + {r_k}^{n+1} \prod_{j\neq k} CR_j(n+1) + \ldots < \varepsilon \Leftrightarrow$$
$$S = {r_k}^n \prod_{j\neq k} (c_j + r_j c_j + \ldots + {r_j}^{n-1} c_j + {r_j}^n) + {r_k}^{n+1} \prod_{j\neq k} (c_j + r_j c_j + \ldots + {r_j}^n c_j + {r_j}^{n+1}) + \ldots < \varepsilon \Leftrightarrow$$
$$S = {r_k}^n \prod_{j\neq k} (c_j \frac{1-{r_j}^n}{1-r_j} + {r_j}^n) + {r_k}^{n+1} \prod_{j\neq k} (c_j \frac{1-{r_j}^{n+1}}{1-r_j} + {r_j}^{n+1}) + \ldots < \varepsilon$$

Παρατηρούμε ότι κάθε όρος του γινομένου είναι $c_j \frac{1-{r_j}^m}{1-r_j} + {r_j}^m$ με m=n, n+1, … Αναφερόμενοι στον δεύτερο όρο του αθροίσματος, για κάθε m=n, n+1, … ισχύει ότι όσο αυξάνεται το m το ${r_j}^m$ μειώνεται καθώς $0 \leq r_j \leq 1$. Συνεπώς, για κάθε m=n, n+1, … ισχύει ότι:

$$ {r_j}^m < 1 \tag{3.8}$$

Επιπλέον, το γεγονός ότι όσο αυξάνεται το m το ${r_j}^m$ μειώνεται συνεπάγεται ότι όσο αυξάνεται το m το $1-{r_j}^m$ αυξάνεται. Άρα, επειδή

$$m < \infty \Rightarrow 1-{r_j}^m < \lim_{m\to\infty} (1-{r_j}^m) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 1-{r_j}^m < 1$$
$$\Rightarrow \frac{1-{r_j}^m}{1-r_j} < \frac{1}{1-r_j}$$
$$\Rightarrow c_j \frac{1-{r_j}^m}{1-r_j} < \frac{c_j}{1-r_j} \tag{3.9}$$

Προσθέτοντας τις ανισότητες (3.8) και (3.9) προκύπτει:

$$c_j \frac{1-r_j{}^m}{1-r_j} + r_j{}^m < \frac{c_j}{1-r_j} + 1 \tag{3.10}$$

Συνεπώς το άθροισμα S είναι μικρότερο από το άθροισμα Σ το οποίο αναπτύσσεται παρακάτω. Αν υπολογιστεί, λοιπόν, κάποιο n τέτοιο ώστε Σ<ε, τότε το ίδιο n θα ικανοποιεί και την ανισότητα S<ε.

$$\begin{aligned}
\Sigma &= r_k{}^n \prod_{j\neq k} \left(\frac{c_j}{1-r_j} + 1\right) + r_k{}^{n+1} \prod_{j\neq k} \left(\frac{c_j}{1-r_j} + 1\right) + \ldots \\
&= r_k{}^n \prod_{j\neq k} \left(\frac{c_j}{1-r_j} + 1\right)(1 + r_k + r_k{}^2 + \ldots) \\
&= \left[\prod_{j\neq k} \left(\frac{c_j}{1-r_j} + 1\right)\right] \frac{r_k{}^n}{1-r_k}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Ζητείται λοιπόν n για το οποίο Σ<ε, δηλαδή n τέτοιο ώστε:

$$\begin{aligned}
&\left[\prod_{j\neq k} \left(\frac{c_j}{1-r_j} + 1\right)\right] \frac{r_k{}^n}{1-r_k} < \varepsilon \\
&\Leftrightarrow r_k{}^n < \frac{\varepsilon(1-r_k)}{\prod_{j\neq k} \left(\frac{c_j}{1-r_j} + 1\right)} \\
&\Leftrightarrow r_k{}^n < A_k, \qquad A_k = \frac{\varepsilon(1-r_k)}{\prod_{j\neq k} \left(\frac{c_j}{1-r_j} + 1\right)}
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Από τις σχέσεις $0 \leq \varepsilon \leq 1$, $0 \leq 1 - r_k{}^n \leq 1$ και $\frac{c_j}{1-r_j} + 1 > 1$ προκύπτει ότι $0 < A_k < 1$ για κάθε n. Έτσι η ανισότητα (3.12) ισοδυναμεί με την ανισότητα:

$$\ln r_k^{\,n} < \ln A_k$$
$$\Leftrightarrow n \ln r_k < \ln A_k$$
$$\Leftrightarrow n > \frac{\ln A_k}{\ln r_k} \qquad \text{(αλλάζει το πρόσημο αφού } \ln A_k<0\text{)}$$
$$\Leftrightarrow n = \mathrm{int}\left(\frac{\ln A_k}{\ln r_k}\right) + 1 \tag{3.13}$$

Οπότε, το $\overline{n}_k$ υπολογίζεται βάσει του αθροίσματος της σχέσης (3.7) έως και τον n-οστό όρο, ο οποίος υπολογίζεται από τη σχέση (3.13). Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο αλγόριθμος που χρησιμοποιεί τις σχέσεις (3.7) και (3.13) για τον υπολογισμό του $\overline{n}_k$.

Αλγόριθμος υπολογισμού του $\overline{n}_k$

1.Υπολογισμος του A_k:

Δώσε το ε
Π=1
Για j=1 έως K
    Αν $j \neq k$ τότε
        Π=Π $[(c_j/(1-r_j))+1]$
    Τέλος αν
Επόμενο j
Ak=ε$(1-r_k)$/Π

2.Υπολογισμος του n:

$$n = \mathrm{int}\left(\frac{\ln A_k}{\ln r_k}\right) + 1$$

$\overline{n}_k = 1$
Για m=2,…,n
    Π=1
    Για j=1 έως K
        Αν $j \neq k$ τότε
            Π=Π $\left(c_j \dfrac{1-r_j^{\,m-1}}{1-r_j} + r_j^{\,m-1}\right)$
        Τέλος αν
    Επόμενο j

    $\overline{n}_k = \overline{n}_k + \Pi r_k^{\,m-1}$
Επόμενο m

3.4 ΜΕΣΟ ΠΛΗΘΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ ΤΗΣ ΠΡΩΤΗΣ ΥΛΗΣ ΣΤΟ ΣΤΑΘΜΟ ΕΛΕΓΧΟΥ

3.4.1 Η πιθανότητα n τουλάχιστον επιθεωρήσεων

Η πιθανότητα να πραγματοποιηθούν n τουλάχιστον επιθεωρήσεις για μια πρώτη ύλη συμβολίζεται ως $P(\geq n)$. Ισχύει

- $P(\geq 1)=1$ καθώς πάντα πραγματοποιείται μια επιθεώρηση, μετά το πρώτο πέρασμα. Επιπλέον,
- $P(\geq 2)=$ πιθανότητα κατά την πρώτη επιθεώρηση κάθε κατεργασία να είναι είτε καλή είτε επαναλήψιμη αλλά να μην είναι όλες καλές. Άρα,

$$P(\geq 2) = \prod_{k=1}^{K}(c_k + r_k) - \prod_{k=1}^{K} c_k$$

- Με όμοια επιχειρήματα βρίσκουμε ότι η πιθανότητα $P(\geq n)$ να πραγματοποιηθούν τουλάχιστον n επιθεωρήσεις ισούται με την πιθανότητα ως την n-οστή επανάληψη να μην έχει απορριφθεί ούτε να έχει γίνει αποδεκτή η πρώτη ύλη. Έχουμε λοιπόν το γινόμενο $\prod_{j=1}^{K} CR_j(n-1)$, όπου το $CR_j(n-1)$ είναι η πιθανότητα σε n – 1 επιθεωρήσεις να μην έχουμε απορριπτέο, αλλά από αυτό πρέπει να αφαιρέσουμε την πιθανότητα ώστε να είναι όλες καλές είτε στην πρώτη, είτε στην δεύτερη,…, είτε στην n-1 επανάληψη. Δηλαδή,

$P(\geq n) =$ (Πιθανότητα αποδεκτό ή επανακατεργάσιμο από κάθε μηχανή) – (Πιθανότητα αποδεκτό από κάθε μηχανή)

$= \prod_{j=1}^{K} CR_j(n-1)$ - πιθανότητα αποδεκτό από κάθε μηχανή

Ο πρώτος όρος υπολογίζεται από την εξίσωση (3.5) ενώ ο δεύτερος ισούται με $\prod_{k=1}^{K}(c_k + r_k c_k + ... + r_k^{n-2} c_k)$. Συνεπώς,

$$\begin{aligned} P(\geq n) &= \prod_{k=1}^{K}(c_k + r_k c_k + ... + r_k^{n-2} c_k + r_k^{n-1}) - \prod_{k=1}^{K}(c_k + r_k c_k + ... + r_k^{n-2} c_k) \\ \Leftrightarrow P(\geq n) &= \prod_{k=1}^{K}(c_k \frac{1 - r_k^{n-1}}{1 - r_k} + r_k^{n-1}) - \prod_{k=1}^{K}(c_k \frac{1 - r_k^{n-1}}{1 - r_k}) \end{aligned} \tag{3.14}$$

3.4.2 Υπολογισμός του μέσου πλήθους επισκέψεων στο σταθμό ελέγχου

Όπως και στην παράγραφο 3.3.2, χρησιμοποιώντας το βοηθητικό αποτέλεσμα των πιθανοτήτων (3.4) και τη σχέση (3.14) το μέσο πλήθος επισκέψεων στο σταθμό ελέγχου υπολογίζεται ως

$$\begin{aligned} \bar{n} &= P(\geq 1) + P(\geq 2) + ... + P(\geq n) + ... \\ &= 1 + [\prod_{k=1}^{K}(c_k + r_k) - \prod_{k=1}^{K} c_k] + ... + [\prod_{k=1}^{K}(c_k \frac{1 - r_k^{n-1}}{1 - r_k} + r_k^{n-1}) - \prod_{k=1}^{K}(c_k \frac{1 - r_k^{n-1}}{1 - r_k})] + ... \end{aligned} \tag{3.15}$$

Όπως προηγουμένως, το άθροισμα (3.15) αποτελείται από άπειρους όρους. Στόχος και πάλι είναι να προσεγγιστεί το αποτέλεσμα του αθροίσματος, χρησιμοποιώντας τους n πρώτους όρους. Με άλλα λόγια, επιδιώκεται η εύρεση κάποιου n τέτοιου ώστε όταν παραλειφθούν οι όροι $P_k(\geq n+1), P_k(\geq n+2), \ldots$, το σφάλμα θα προκύπτει πολύ μικρό π.χ. $\varepsilon=10^{-6}$.

Άρα, ζητείται κάποιο n τέτοιο ώστε

$S = P_k(\geq n+1) + P_k(\geq n+2) + ... < \varepsilon$.

Κάθε όρος $P(\geq m)$ για m=n+1, n=2, … γράφεται:

$\prod_{k=1}^{K}(A_k + B_k) - \prod_{k=1}^{K} A_k$,όπου:

$$A_k = c_k \frac{1-r_k^{\ m}}{1-r_k}, B_k = r_k^{\ m}, \text{όμως}:$$
$$A_k = c_k \frac{1-r_k^{\ m}}{1-r_k} < \max_j \frac{c_j}{1-r_j} = A,\ B_k = r_k^{\ m} < \max_j r_j^{\ n} = r^n \tag{3.16}$$

Επιπλέον, αποδεικνύεται παρακάτω ότι η συνάρτηση $f = \prod_{k=1}^{K}(A_k + B_k) - \prod_{k=1}^{K} A_k$ είναι αύξουσα και ως προς A_k και ως προς B_k.

Απόδειξη μονοτονίας της συνάρτησης f:

Οι όροι A_k και B_k είναι θετικοί. Άρα,

$$\frac{\partial f}{\partial B_k} = \frac{\partial[(\prod_{j\neq k}(A_j + B_j))(A_k + B_k) - \prod_{k=1}^{K} A_k]}{\partial B_k} = \prod_{j\neq k}(A_j + B_j) > 0$$
$$\frac{\partial f}{\partial A_k} = \frac{\partial[(\prod_{j\neq k}(A_j + B_j))(A_k + B_k) - \prod_{k=1}^{K} A_k]}{\partial A_k} = \prod_{j\neq k}(A_j + B_j) - \prod_{j\neq k} A_j$$

Όμως το $\prod_{j\neq k} A_j$ αποτελεί ένα μόνο μέρος του $\prod_{j\neq k}(A_j + B_j)$ και έτσι καταλήγουμε ότι η συνάρτηση f έχει θετικές μερικές παραγώγους και άρα είναι αύξουσα.

Το άθροισμα S αυξάνεται αν όλους τους όρους A_k με ένα άνω όριο A και όλους τους όρους B_k τους αντικαταστήσουμε με ένα άνω όριο r^n. Συνεπώς, το άθροισμα S είναι μικρότερο του αθροίσματος Σ το οποίο προκυπτει αν σε κάθε όρο του S θεωρήσουμε το άνω όριό του.

Το άθροισμα Σ, σύμφωνα με τη σχέση (3.16), δίνεται από τον τύπο:

$$\Sigma = (A + r^n)^K - A^K + (A + r^{n+1})^K - A^K + \ldots \tag{3.17}$$

Ισχύει το ανάπτυγμα: $(a+b)^K = \binom{K}{0} a^K b^0 + \binom{K}{1} a^{K-1} b^1 + \ldots + \binom{K}{K-1} a^1 b^{K-1} + \binom{K}{0} a^0 b^K$. Χρησιμοποιώντας το ανάπτυγμα στις σχέση (3.17) προκύπτει:

$$\Sigma = \{(A + r^n)^K - A^K\} + \{(A + r^{n+1})^K - A^K\} + ... =$$
$$= \{\tbinom{K}{0}A^K (r^n)^0 + \tbinom{K}{1}A^{K-1}(r^n)^1 + ... + \tbinom{K}{K-1}A^1(r^n)^{K-1} + \tbinom{K}{0}A^0(r^n)^K - A^K\}$$
$$+ \{\tbinom{K}{0}A^K (r^{n+1})^0 + \tbinom{K}{1}A^{K-1}(r^{n+1})^1 + ... + \tbinom{K}{K-1}A^1(r^{n+1})^{K-1} + \tbinom{K}{0}A^0(r^{n+1})^K - A^K\} + ... =$$
$$= \tbinom{K}{1}A^{K-1}(r^n)^1 + ... + \tbinom{K}{K-1}A^1(r^n)^{K-1} + \tbinom{K}{0}A^0(r^n)^K\}$$
$$+ \{\tbinom{K}{1}A^{K-1}(r^{n+1})^1 + ... + \tbinom{K}{K-1}A^1(r^{n+1})^{K-1} + \tbinom{K}{0}A^0(r^{n+1})^K\} + ...$$

Προσθέτουμε καθέτως, άρα:

$$\Sigma = \tbinom{K}{1}A^{K-1}\{r^n + r^{n+1} + r^{n+2} + ...\}$$
$$+ \tbinom{K}{2}A^{K-2}\{(r^n)^2 + (r^{n+1})^2 + (r^{n+2})^2 + ...\}$$
$$+ ...$$
$$+ \tbinom{K}{K}A^0\{(r^n)^K + (r^{n+1})^K + (r^{n+2})^K + ...\}$$

Επειδή το r<1 κάθε άθροισμα εντός των αγκυλών είναι μικρότερο από το πρώτο άθροισμα εντός των αγκυλών. Άρα,

$$\Sigma < \{\tbinom{K}{1}A^{K-1}\tbinom{K}{2}A^{K-2}\{\} + ... + \tbinom{K}{K}A^0\} * \{r^n + r^{n+1} + r^{n+2} + ...\},$$
$$\Sigma < \{\tbinom{K}{1}A^{K-1}\tbinom{K}{2}A^{K-2}\{\} + ... + \tbinom{K}{K}A^0\} * r^n\{1 + r + r^2 + ...\},$$
$$\Sigma < \{\tbinom{K}{1}A^{K-1}\tbinom{K}{2}A^{K-2}\{\} + ... + \tbinom{K}{K}A^0\} * r^n \frac{1}{1-r} = \Sigma_1 \qquad (3.18)$$

Επειδή όμως το S<ε και ισχύει ότι S<Σ<Σ_1 αρκεί να βρούμε το n εκείνο για το οποίο Σ_1<ε. Έτσι, από την ανισότητα (3.18) καταλήγουμε στο εξής :

$$\begin{aligned} &\{\tbinom{K}{1}A^{K-1}\tbinom{K}{2}A^{K-2}\{\} + ... + \tbinom{K}{K}A^0\} * r^n \frac{1}{1-r} < \varepsilon \Leftrightarrow \\ &\{(A+1)^K - A^K\} * r^n \frac{1}{1-r} < \varepsilon \end{aligned} \qquad (3.19)$$

Λύνοντας την ανισότητα (3.19) ως προς n προκύπτει ότι για να ισχύει η ανισότητα S<ε πρέπει:

$$n > \frac{\ln \frac{\varepsilon(1-r)}{(A+1)^K - A^K}}{\ln r} \Leftrightarrow n = \mathrm{int}\left(\frac{\ln \frac{\varepsilon(1-r)}{(A+1)^K - A^K}}{\ln r}\right) + 1 \qquad (3.20)$$

Οπότε, το $\bar{n}$ υπολογίζεται βάσει του αθροίσματος της σχέσης (3.15) έως και τον n-οστό όρο, ο οποίος υπολογίζεται από τη σχέση (3.20). Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο αλγόριθμος που χρησιμοποιεί τις σχέσεις (3.15) και (3.20) για τον υπολογισμό του $\bar{n}$.

Αλγόριθμος υπολογισμού του $\bar{n}$:

1. Υπολογισμός των Α και r:

A=0
r=0
Για j=1 έως Κ
    $L=c_j/(1-r_j)$
    $m=r_j$

    Αν L>A τότε
        A=L
    Τέλος αν

    Αν m>r τότε
        m=r
    Τέλος αν

Επόμενο j
2. Υπολογισμός του n:
Δώσε το ε

$$n = \mathrm{int}\left(\frac{\ln \dfrac{\varepsilon(1-r)}{(A+1)^K - A^K}}{\ln r}\right) + 1$$

$\bar{n}=1$
Για m=2 έως n
    $\Pi_1=1$
    $\Pi_2=1$
    Για j=1 έως Κ

$$\Pi_1=\Pi_1\left(c_j \frac{1-r_j^{\,m-1}}{1-r_j} + r_j^{\,m-1}\right)$$

$$\Pi_2=\Pi_2\left(c_j \frac{1-r_j^{\,m-1}}{1-r_j}\right)$$

    Επόμενο j

$$\bar{n} = \bar{n} + \Pi_1 - \Pi_2$$

Επόμενο m

3.5 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Για να ολοκληρωθεί η ανάλυση της λειτουργίας ενός συστήματος γραμμής παραγωγής στην οποία το κέντρο ελέγχου ποιότητας εντοπίζεται στο τέλος της απαιτείται ο υπολογισμός των ρυθμών αφίξεων σε κάθε μηχανή και στο σταθμό ελέγχου, του μέσου αποθέματος, του μέσου χρόνου καθυστέρησης μιας παραγγελίας καθώς και του ρυθμού απόρριψης.

3.5.1 Ρυθμοί αφίξεων λ_k στη μηχανή M_k

Το λ_k είναι ίσο με το γινόμενο του ρυθμού παραγωγής αποδεκτών προϊόντων (γ) επί το μέσο πλήθος επισκέψεων στη μηχανή M_k που απαιτούνται μέχρις ότου παραχθεί ένα αποδεκτό προϊόν. Συνεπώς, για να υπολογίσουμε τα λ_k για k=1,2,…,K πρέπει να γνωρίζουμε πόσες φορές ένα κομμάτι θα χρειαστεί να περάσει από τη μηχανή M_k, κατά μέσον όρο ($\bar{n}_k$) πριν παραχθεί ή απορριφθεί και πόσες πρώτες ύλες απαιτούνται για την παραγωγή ενός καλού κομματιού (N). Τα δυο αυτά στοιχεία υπολογιστήκαν σε προηγούμενα κεφάλαια. Άρα,

$$\lambda_k = \gamma \, N \, \bar{n}_k \qquad \forall k \in \{1,2,...K\} \tag{3.21}$$

Όσον αφορά στο σταθμό ελέγχου, η διαφορά είναι στο πόσες φορές ένα κομμάτι θα χρειαστεί να επιθεωρηθεί, κατά μέσον όρο ($\bar{n}$). Συνεπώς, συμβολίζοντας με Ε τον σταθμό ελέγχου – επιθεώρησης, το λ_E θα δίνεται από τον τύπο:

$$\lambda_E = \gamma \, N \, \bar{n} \tag{3.22}$$

3.5.2 Συνολικό μέσο απόθεμα N_{tot}

Εφόσον υπολογίσουμε το λ_k τότε , το μέσο πλήθος κομματιών στην μηχανή M_k δίνεται από τον τύπο [11]:

$$N_k = \frac{\rho_k}{1-\rho_k}$$

όπου $\rho_k = \frac{\lambda_k}{\mu_k}$. Οπότε, το συνολικό μέσο απόθεμα υπολογίζεται από το άθροισμα των N_k συν το μέσο απόθεμα στο σταθμό ελέγχου – επιθεώρησης N_E. Άρα,

$$N_{tot} = \sum_{k=1}^{K} N_k + N_E \tag{3.23}$$

3.5.3 Μέσος χρόνος καθυστέρησης μιας παραγγελίας T

Βρίσκοντας το N_{tot} ο μέσος χρόνος καθυστέρησης μιας παραγγελίας είναι, από το νόμο του Little [11]:

$$T = \frac{N_{tot}}{\gamma} \tag{3.24}$$

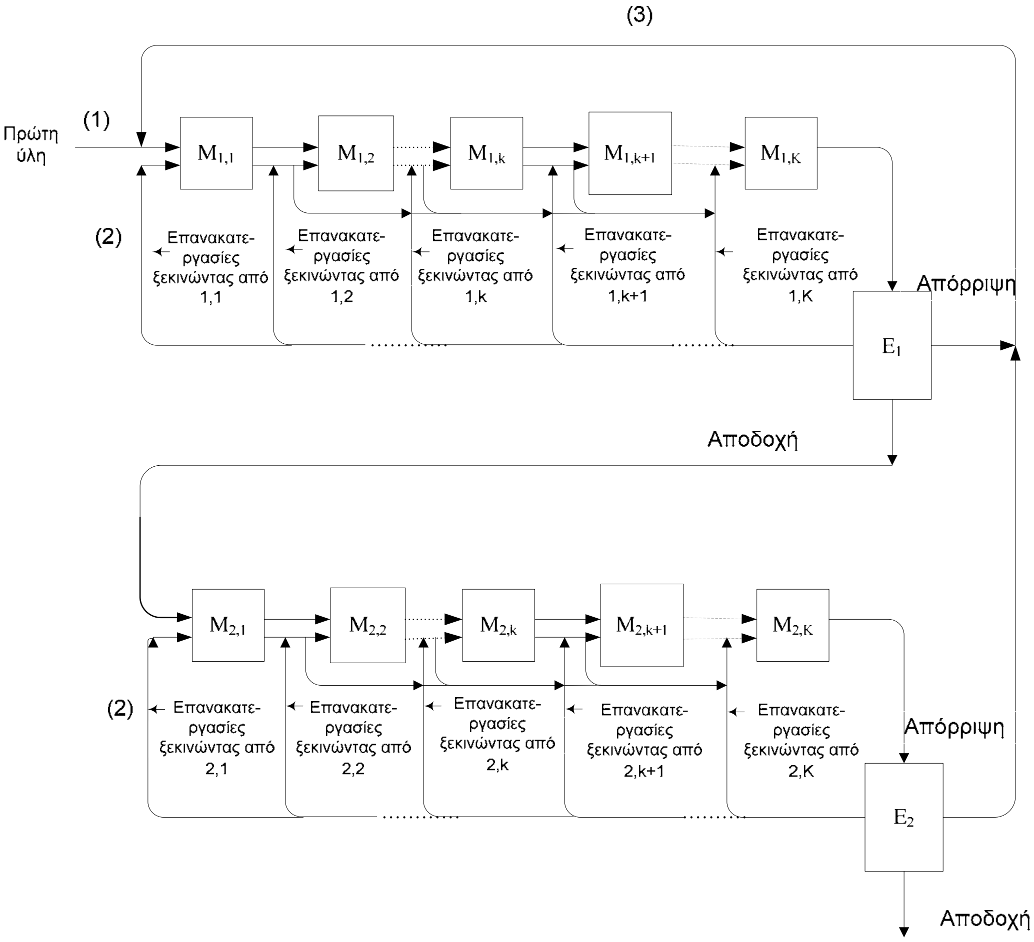
3.5.4 Μέσος ρυθμός απορρίψεων R

Ο μέσος ρυθμός απορρίψεων είναι ίσος με το μέσο πλήθος κομματιών που απορρίπτονται επί το ρυθμό παραγωγής γ. Το μέσο πλήθος κομματιών που απορρίπτονται είναι N-1 καθώς, το N συμβολίζει το μέσο πλήθος κομματιών που θα υποστούν κατεργασία μέχρις ότου παραχθεί ένα καλό. Δηλαδή, από τα N κομμάτια που θα κατεργαστούν μόνο ένα θα καταλήξει αποδεκτό ενώ τα υπόλοιπα απορριπτέα. Συνεπώς,

$$R = \gamma(N - 1) \tag{3.25}$$

4 ΓΡΑΜΜΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΠΛΗΘΟΣ ΣΤΑΘΜΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ–ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗΣ

Μια γραμμή παραγωγής με πολλούς σταθμούς ελέγχου – επιθεώρησης αποτελείται από ένα σύνολο υποσυστημάτων παραγωγής που έχουν ένα σταθμό ελέγχου στο τέλος, συνδεδεμένων μεταξύ τους σειριακά, όπως δείχνει το Σχήμα 4.1. Συνεπώς, για την ανάλυση της γραμμής αρκεί να αναλυθεί κάθε υποσύστημα παραγωγής με σταθμό ελέγχου στο τέλος λαμβάνοντας βεβαία υπ' όψει ότι κατά την απόρριψη μιας πρώτης ύλης, μια νέα πρώτη ύλη εισέρχεται στη μηχανή $M_{1,1}$ του υποσυστήματος 1, ανεξάρτητα από τον σταθμό που απορρίφθηκε η πρώτη ύλη.



Σχήμα 4.1: Γραμμή παραγωγής με 2 σταθμούς ελέγχου – επιθεώρησης . Το πρώτο πέρασμα του κομματιού στο σύστημα εκφράζεται με την γραμμή (1) ενώ το (2) εκφράζει τη διαδικασία επανακατεργασίας. Αν μια πρώτη ύλη απορριφθεί στο 1 ή στο 2 σταθμό ελέγχου τότε μια νέα πρώτη ύλη εισέρχεται στη μηχανή $M_{1,1}$ της γραμμής παραγωγής (3).

4.1 ΜΕΣΟ ΠΛΗΘΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ ΤΗΣ ΠΡΩΤΗΣ ΥΛΗΣ ΣΕ ΚΑΘΕ ΜΗΧΑΝΗ ΕΩΣ ΟΤΟΥ ΚΑΤΑΛΗΞΕΙ ΑΠΟΔΕΚΤΗ Ή ΑΠΟΡΡΙΠΤΕΑ

Μια πρώτη ύλη θα υφίσταται επεξεργασίες στις μηχανές $M_{i,1}$, $M_{i,2}$,... και $M_{i,K}$ που προηγούνται του σταθμού ελέγχου i μέχρις ότου αποφασιστεί η αποδοχή ή η απόρριψη της. Η πιθανότητα απόρριψης της πρώτης ύλης είναι ίδια με την περίπτωση συστημάτων παραγωγής με ένα σταθμό ελέγχου στο τέλος. Συνεπώς, όσα αναφερθήκαν στην παράγραφο 3.3 ισχύουν και για τον υπολογισμό των μέσων πληθών επισκέψεων στις μηχανές ανά σταθμό επιθεώρησης. Άρα η ίδια διαδικασία υπολογισμού θα εκτελείται για κάθε σταθμό ελέγχου. Συμβολίζοντας με,

- Ε: πλήθος των σταθμών ελέγχου – επιθεώρησης, i =1, …, Ε.
- MB_i: πλήθος των μηχανών που επιθεωρούνται από τον σταθμό ελέγχου i.
- $\bar{n}_{i,k}$: μέσο πλήθος επισκέψεων της πρώτης ύλης στη μηχανή $M_{i,k}$ του σταθμού i.
- $r_{i,k}$: πιθανότητα ώστε μια κατεργασία να έχει σημαντικές ατέλειες και απαιτείται επανάληψη της κατεργασίας στη μηχανή $M_{i,k}$
- $c_{i,k}$: πιθανότητα ώστε η κατεργασία στη μηχανή $M_{i,k}$ να είναι καλή ή να έχει μικρές ατέλειες οι οποίες μπορούν να διορθωθούν στο σταθμό επιθεώρησης

Ο αλγόριθμος υπολογισμού του μέσου πλήθους επισκέψεων σε κάθε μηχανή είναι παρόμοιος με εκείνον της παραγράφου 3.3.2:

Αλγόριθμος υπολογισμού του $\bar{n}_m$

Για i=1 έως E

Για m=1 έως MB_i

1.Υπολογισμος του Am:

Δώσε το ε

Π=1

Για j=1 έως MB_i

Αν $j \neq m$ τότε

$\Pi=\Pi\,[(c_{i,j}/(1-r_{i,j}))+1]$

Τέλος αν

Επόμενο j

$A_m=\varepsilon(1-r_{i,m})/\Pi$

2.Υπολογισμος του n:

$$n = \mathrm{int}\left(\frac{\ln A_m}{\ln r_{i,m}}\right) + 1$$

$\bar{n}_{i,m} = 1$

Για L=2,…,n

Π=1

Για j=1 έως MBi

Αν $j \neq m$ τότε

$$\Pi=\Pi\ \left(c_{i,j}\,\frac{1-r_{i,j}^{\ L-1}}{1-r_{i,j}} + r_{i,j}^{\ L-1}\right)$$

Τέλος αν

Επόμενο j

$\bar{n}_{i,m} = \bar{n}_{i,m} + \Pi r_{i,m}^{\ L-1}$

Επόμενο L

Επόμενο m

Επόμενο i

4.2 ΜΕΣΟ ΠΛΗΘΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ ΤΗΣ ΠΡΩΤΗΣ ΥΛΗΣ ΣΕ ΚΑΘΕ ΣΤΑΘΜΟ ΕΛΕΓΧΟΥ

Με επιχειρήματα όμοια με εκείνα της παραγράφου 3.4.2 αποδεικνύεται ότι ο υπολογισμός του μέσου πλήθους επισκέψεων σε κάθε σταθμό ελέγχου δεν διαφέρει από την περίπτωση συστημάτων παραγωγής με έναν σταθμό ελέγχου στο τέλος. Συνεπώς, ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε σε εκείνη την παράγραφο για τον υπολογισμό του μέσου πλήθους επισκέψεων σε σταθμό ελέγχου εφαρμόζεται για κάθε επιμέρους υποσύστημα παραγωγής με σταθμό ελέγχου στο τέλος που αποτελεί μέρος της ολικής γραμμής παραγωγής.

Αλγόριθμος υπολογισμού του $\bar{n}$:

Για i=1 έως Ε
1. Υπολογισμός των A και r:

    A=0
    r=0
    Για j=1 έως MB_i
        $L=c_j/(1-r_j)$
        $m=r_j$

        Αν L>A τότε
            A=L
        Τέλος αν

        Αν m>r τότε
            m=r
        Τέλος αν
    Επόμενο j

    2. Υπολογισμός του n:

    Δώσε το ε

$$n = \mathrm{int}\left(\frac{\ln \dfrac{\varepsilon(1-r)}{(A+1)^{MB_i} - A^{MB_i}}}{\ln r}\right) + 1$$

    $\bar{n}_i = 1$

Για m=2 έως n

Π_1=1

Π_2=1

Για j=1 έως MBi

$$\Pi_1 = \Pi_1 \left(c_{i,j} \frac{1 - r_{i,j}^{m-1}}{1 - r_{i,j}} + r_{i,j}^{m-1}\right)$$

$$\Pi_2 = \Pi_2 \left(c_{i,j} \frac{1 - r_{i,j}^{m-1}}{1 - r_{i,j}}\right)$$

Επόμενο j

$$\overline{n_i} = \overline{n}_i + \Pi_1 - \Pi_2$$

Επόμενο m

Επόμενο i

4.3 ΠΛΗΘΟΣ ΠΡΩΤΩΝ ΥΛΩΝ ΠΟΥ ΕΠΙΣΚΕΠΤΕΤΑΙ ΚΑΘΕ ΜΗΧΑΝΗ ΜΕΧΡΙΣ ΟΤΟΥ ΠΑΡΑΧΘΕΙ ΕΝΑ ΚΑΛΟ ΠΡΟΪΟΝ

Προκειμένου να υπολογίσουμε το πλήθος των πρώτων υλών που επισκέπτεται κάθε μηχανή μέχρις ότου παραχθεί ένα καλό προϊόν, αρχικά διαχωρίζουμε το σύστημα παραγωγής με πολλούς σταθμούς ελέγχου σε επιμέρους υποσυστήματα με έναν σταθμό ελέγχου στο τέλος. Ο υπολογισμός της πιθανότητας ώστε ένα προϊόν να καταλήγει αποδεκτό μετά από μια ή περισσότερες επαναλήψεις, για κάθε ένα από τα υποσυστήματα, γίνεται σύμφωνα με την εξίσωση (3.1) της παραγράφου 3.1.

Επιπλέον, για την παραγωγή ενός καλού κομματιού οι πρώτες ύλες που θα επισκεφθούν:

(α) Τις μηχανές που προηγούνται του σταθμού ελέγχου 1 είναι:

- 1 πρώτη ύλη με πιθανότητα P_1= πιθανότητα ώστε, ένα προϊόν να καταλήγει αποδεκτό μετά από μια ή περισσότερες επαναλήψεις στο σταθμό ελέγχου 1 και να καταλήγει αποδεκτό μετά από μια ή περισσότερες επαναλήψεις στο σταθμό ελέγχου 2 και... να καταλήγει αποδεκτό μετά από μια ή περισσότερες επαναλήψεις στο σταθμό ελέγχου Ε. Άρα, μια πρώτη ύλη με πιθανότητα

$$P_1 = \prod_{i=1}^{E} C_i \qquad (4.1)$$

- 2 πρώτες ύλες με πιθανότητα $P_2 = (\prod_{i=1}^{E} C_i)(1 - \prod_{i=1}^{E} C_i)$
- 3 πρώτες ύλες με πιθανότητα $P_3 = (\prod_{i=1}^{E} C_i)(1 - \prod_{i=1}^{E} C_i)^2$
- ....
- n πρώτες ύλες με πιθανότητα $P_n = (\prod_{i=1}^{E} C_i)(1 - \prod_{i=1}^{E} C_i)^{n-1}$, κ.ο.κ.

Κατά μέσον όρο απαιτούνται $N_1 = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n$. Παρατηρείστε ότι το n ακολουθεί την γεωμετρική κατανομή, Συνεπώς, το N αποτελεί την μαθηματική ελπίδα γεωμετρικής κατανομής που δίνεται από τον τύπο:

$$N_1 = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n = \frac{1}{\prod_{i=1}^{E} C_i} \qquad (4.1)$$

(β) Όσες πρώτες ύλες απορρίφθηκαν κατά τον έλεγχο τους στο σταθμό ελέγχου 1 δεν θα επισκεφθούν τις μηχανές που προηγούνται του σταθμού ελέγχου 2. Συνεπώς, τις μηχανές που προηγούνται του σταθμού ελέγχου 2 επισκέπτονται:

- 1 πρώτη ύλη με πιθανότητα P_1= πιθανότητα ώστε, ένα προϊόν να καταλήγει αποδεκτό μετά από μια ή περισσότερες επαναλήψεις στο σταθμό ελέγχου 2 και να καταλήγει αποδεκτό μετά από μια ή περισσότερες επαναλήψεις στο σταθμό ελέγχου 3 και... να καταλήγει αποδεκτό μετά από μια ή περισσότερες επαναλήψεις στο σταθμό ελέγχου Ε. Άρα, μια πρώτη ύλη με πιθανότητα

$$P_1 = \prod_{i=2}^{E} C_i$$

- 2 πρώτες ύλες με πιθανότητα $P_2 = (\prod_{i=2}^{E} C_i)(1-\prod_{i=2}^{E} C_i)$
- 3 πρώτες ύλες με πιθανότητα $P_3 = (\prod_{i=2}^{E} C_i)(1-\prod_{i=2}^{E} C_i)^2$
- ....
- n πρώτες ύλες με πιθανότητα $P_n = (\prod_{i=2}^{E} C_i)(1-\prod_{i=2}^{E} C_i)^{n-1}$, κ.ο.κ.

Κατά μέσον όρο απαιτούνται $N_2 = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n$ κομμάτια στην είσοδο του υποσυστήματος 2 προκειμένου να παραχθεί ένα αποδεκτό τελικό προϊόν. Άρα:

$$N_2 = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n = \frac{1}{\prod_{i=2}^{E} C_i} \tag{4.2}$$

(γ) Με όμοια επιχειρήματα καταλήγουμε στο ότι για τις μηχανές που ανήκουν στο τελευταίο υποσύστημα με σταθμό ελέγχου Ε, το μέσο πλήθος κομματιών που πρέπει να κατεργασθούν ώστε να παραχθεί ένα αποδεκτό τελικό προϊόν δίνεται από τον τύπο:

$$N_E = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n = \frac{1}{\prod_{i=E}^{E} C_i} = \frac{1}{C_E} \tag{4.3}$$

Στη γενική περίπτωση για το υποσύστημα s, το μέσο πλήθος των πρώτων υλών που πρέπει να εισέλθουν ώστε να παραχθεί ένα αποδεκτό τελικό προϊόν από το τελευταίο υποσύστημα Ε δίνεται από τον τύπο:

$$N_S = \frac{1}{\prod_{i=S}^{E} C_i} \tag{4.4}$$

4.4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

4.4.1 Ρυθμοί αφίξεων $\lambda_{i,k}$ στη μηχανή $M_{i,k}$ του σταθμού i

Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 3.5.1. ο μέσος ρυθμός εισροής στην $M_{i,k}$ είναι ίσος με το γινόμενο του ρυθμού παραγωγής αποδεκτών προϊόντων (γ) επί το μέσο πλήθος επισκέψεων στη μηχανή $M_{i,k}$ που απαιτούνται μέχρις ότου παραχθεί ένα αποδεκτό προϊόν. Συνεπώς, για να επιτευχθεί ρυθμός παραγωγής γ αποδεκτών προϊόντων ανά μονάδα χρόνου, ο μέσος ρυθμός εισροής στην $M_{i,k}$ θα πρέπει να είναι :

$$\lambda_{i,k} = \gamma\, N_i\, \bar{n}_{i,k} \qquad \forall k \in \{1,2,...MB_i\}, \forall i \in \{1,2,...E\} \tag{4.4}$$

Για τους σταθμούς ελέγχου ισχύει ανάλογη εξίσωση:

$$\lambda_i = \gamma\, N_i\, \bar{n}_i \qquad \forall i \in \{1,2,...E\} \tag{4.5}$$

4.4.2 Συνολικό μέσο απόθεμα N_{tot}

Όπως και στην παράγραφο 3.5.2 εφόσον υπολογίσουμε το $\lambda_{i,k}$ τότε, το μέσο πλήθος κομματιών στην μηχανή $M_{i,k}$ είναι $N_{i,k} = \frac{\rho_{i,k}}{1-\rho_{i,k}}$, όπου $\rho_{i,k} = \frac{\lambda_{i,k}}{\mu_{i,k}}$. Οπότε, το συνολικό μέσο απόθεμα υπολογίζεται από το άθροισμα των $N_{i,k}$ συν το άθροισμα των μέσων αποθεμάτων στους σταθμούς ελέγχου – επιδιόρθωσης N_i. Άρα,

$$N_{tot} = \sum_{i=1}^{E} \sum_{k=1}^{MB_i} N_{i,k} + \sum_{i=1}^{E} N_i \tag{3.23}$$

5 ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Από την ανάλυση συστημάτων παραγωγής τόσο με έναν σταθμό ελέγχου-επιδιόρθωσης στο τέλος όσο και συστημάτων παραγωγής με πολλούς σταθμούς ελέγχου προέκυψαν οι ανάλογοι τύποι υπολογισμού των χαρακτηριστικών που περιγράφουν τα συστήματα. Πρόκειται για τύπους με αθροίσματα καθώς και γινόμενα πολλών όρων καθιστώντας τον υπολογισμό των χαρακτηριστικών του συστήματος επίπονο και χρονοβόρο. Αναπτύχθηκε λοιπόν, αλγόριθμος ο οποίος υλοποιεί τους τύπους αυτούς για καθένα από τα προαναφερθέντα συστήματα (βλέπετε παράρτημα 7.1 και παράρτημα 7.2).

Στη συνέχεια, ο αλγόριθμος αυτός εφαρμόζεται για τρία διαφορετικά συστήματα παραγωγής με έναν σταθμό στο τέλος. Προκειμένου να αποδειχθεί η ορθότητα των αναλυτικών τύπων τα αποτελέσματα για κάθε σύστημα παραγωγής συγκρίνονται με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προκύπτουν από αλγόριθμο προσομοίωσης.

Εφόσον αποδειχθεί η ορθότητα των αναλυτικών τύπων ακολουθεί η σύγκριση αποτελεσμάτων για πέντε συστήματα παραγωγής τα οποία διαφέρουν μεταξύ τους ως προς το πλήθος των σταθμών επιθεώρησης αλλά και τα σημεία στα οποία είναι αυτοί τοποθετημένοι.

5.1 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΤΙΚΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

5.1.1 Δεδομένα των συστημάτων

Στη παράγραφο αυτή μελετώνται τα αποτελέσματα που προκύπτουν για τα μέσα πλήθη επισκέψεων σε κάθε μηχανή ($\bar{n}_k$) και στο σταθμό ελέγχου ($\bar{n}$), τόσο της αναλυτικής εξίσωσης όσο και της προσομοίωσης για τρία διαφορετικά συστήματα παραγωγής. Το σύστημα 1 αποτελείται από τέσσερις μηχανές και έναν σταθμό ελέγχου στο τέλος. Το σύστημα 2 αποτελείται από 5 μηχανές και έναν σταθμό ελέγχου στο τέλος ενώ, σύστημα 3 από 6 μηχανές και έναν σταθμό ελέγχου στο τέλος της γραμμής παραγωγής. Σε πίνακα που ακολουθεί δίνονται οι πιθανότητες αποδοχής c, και επανακατεργασίας r, καθώς και ο ρυθμός επεξεργασίας μ κάθε μηχανής.

ΜΗΧΑΝΕΣ	ΣΥΣΤΗΜΑ 1			ΣΥΣΤΗΜΑ 2			ΣΥΣΤΗΜΑ 3		
	c	r	μ	c	r	μ	c	r	μ
M_1	0,95	0,04	2,1	0,95	0,04	2,1	0,94	0,05	2,1
M_2	0,9	0,08	2,5	0,9	0,08	2,5	0,92	0,06	2,5
M_3	0,95	0,03	2,2	0,95	0,03	2,2	0,96	0,02	2,2
M_4	0,9	0,07	2,1	0,9	0,07	2,1	0,95	0,03	2,1
M_5	-	-	-	0,93	0,05	2,2	0,93	0,05	2,2
M_6	-	-	-	-	-	-	0,97	0,02	2,3
E	-	-	1,9	-	-	1,9	-	-	1,9

5.1.2 Αποτελέσματα αναλυτικής εξίσωσης και προσομοίωσης

Στο σημείο αυτό ενδεικτικά, θα διερευνηθούν τα αποτελέσματα που προκύπτουν κατά την εφαρμογή του αλγορίθμου που υλοποιεί την αναλυτική εξίσωση καθώς και κατά την προσομοίωση για τα συστήματα παραγωγής που περιγράφονται παραπάνω.

Πίνακας 5.1: μέσο πλήθος επισκέψεων σε κάθε μηχανή και στο σταθμό ελέγχου κατά την προσομοίωση και κατά την αναλυτική εξίσωση για 3 διαφορετικά συστήματα με σταθμό ελέγχου επιδιόρθωσης στο τέλος.

ΜΕΣΟ ΠΛΗΘΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ ΣΕ ΚΑΘΕ ΜΗΧΑΝΗ ΚΑΙ ΣΤΟΝ ΣΤΑΘΜΟ ΕΛΕΓΧΟΥ						
ΜΗΧΑΝΕΣ	ΣΥΣΤΗΜΑ 1		ΣΥΣΤΗΜΑ 2		ΣΥΣΤΗΜΑ 3	
	αναλυτική εξίσωση	προσομοί-ωση	αναλυτική εξίσωση	προσομοί-ωση	αναλυτική εξίσωση	προσομοί-ωση
M_1	1,038809	1,038823	1,038031	1,038002	1,048052	1,048119
M_2	1,081813	1,081929	1,080171	1,0804	1,058871	1,059067
M_3	1,029102	1,029157	1,028519	1,028655	1,018824	1,018746
M_4	1,071552	1,071769	1,070116	1,070304	1,028527	1,028619

ΜΕΣΟ ΠΛΗΘΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ ΣΕ ΚΑΘΕ ΜΗΧΑΝΗ ΚΑΙ ΣΤΟΝ ΣΤΑΘΜΟ ΕΛΕΓΧΟΥ						
ΜΗΧΑΝΕΣ	**ΣΥΣΤΗΜΑ 1**		**ΣΥΣΤΗΜΑ 2**		**ΣΥΣΤΗΜΑ 3**	
	αναλυτική εξίσωση	**προσομοί-ωση**	**αναλυτική εξίσωση**	**προσομοί-ωση**	**αναλυτική εξίσωση**	**προσομοί-ωση**
M_5	-	-	1,048529	1,048732	1,048543	1,048714
M_6	-	-	-	-	1,018634	1,018612
Ε	1,205126	1,205456	1,2399943	1,240593	1,202429	1,202757

Όπως διαφαίνεται στον πίνακα αποτελεσμάτων, η αναλυτική εξίσωση καθώς και η προσομοίωση συμφωνούν ως προς το πλήθος επισκέψεων σε κάθε μηχανή και στον σταθμό ελέγχου για κάθε σύστημα καθώς, η διαφορά των αποτελεσμάτων είναι πολύ μικρή και μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα. Επιβεβαιώνεται έτσι η ορθότητα των αναλυτικών εξισώσεων υπολογισμού του μέσου πλήθους επισκέψεων.

Επιπλέον, μικρή αλλά όχι αμελητέα είναι η διαφορά των αποτελεσμάτων του συστήματος 2 από το σύστημα 1. Η διαφορά αυτή ερμηνεύεται ως εξής: Το πλήθος των επισκέψεων σε μια μηχανή δεν εξαρτάται μόνο από το αποτέλεσμα της κατεργασίας στην ίδια τη μηχανή αλλά και από το αποτέλεσμα των κατεργασιών στις υπόλοιπες μηχανές. Για παράδειγμα, έστω ένα σύστημα M_1-M_2-E . Αν το αποτέλεσμα του πρώτου περάσματος είναι επανακατεργασία στη μηχανή 1 και επανακατεργασία ή αποδοχή στη μηχανή 2 τότε το κομμάτι θα επισκεφθεί τη μηχανή 1 μια ακόμα φορά για επανακατεργασία. Αν όμως το αποτέλεσμα ήταν επανακατεργασία στη μηχανή 1 και απόρριψη στη μηχανή 2 τότε ή επίσκεψη στη μηχανή 2 δεν θα πραγματοποιούταν καθώς το κομμάτι θα είχε απορριφθεί λόγω κακής κατεργασίας στη μηχανή M_2. Προσθέτοντας μια επιπλέον μηχανή M_3 πριν το σταθμό ελέγχου τότε το πλήθος των επισκέψεων σε κάθε μια από τις προηγούμενες μηχανές εξαρτάται και από το αποτέλεσμα της κατεργασίας στη μηχανή M_3. Για την ακρίβεια το πλήθος των επισκέψεων σε κάθε μια από τις προηγούμενες μηχανές μειώνεται καθώς θα αυξάνεται η πιθανότητα απόρριψης σε μια από τις υπόλοιπες μηχανές κατά την πιθανότητα απόρριψης της μηχανής M_3.

Όσον αφορά στα αποτελέσματα του συστήματος 3 παρατηρούμε την σπουδαιότητα των πιθανοτήτων c και r στη διαμόρφωση του αποτελέσματος.

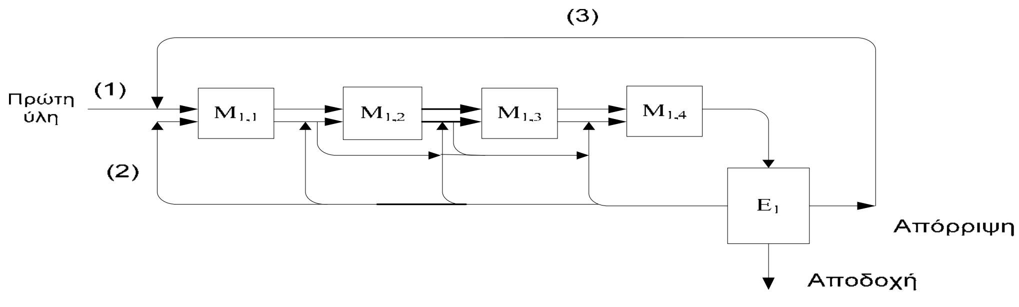
5.2 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ ΜΕ ΕΝΑ ΣΤΑΘΜΟ ΕΛΕΓΧΟΥ ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΠΛΗΘΟΣ ΣΤΑΘΜΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ

5.2.1 Δεδομένα των συστημάτων

Σκοπός της παραγράφου αυτής είναι να παρουσιαστούν και να αναλυθούν τα αποτελέσματα τα οποία προκύπτουν για 5 διαφορετικά συστήματα τα δεδομένα των οποίων παρουσιάζονται στη συνέχεια. Τα συστήματα αυτά επιλέχθηκαν τέτοια ώστε να διαφαίνεται η επίδραση επιπλέον σταθμών ελέγχου σε ένα σύστημα ελέγχου με έναν σταθμό ελέγχου στο τέλος καθώς και το πως επιδρά η επιλογή των σημείων τοποθέτησης των σταθμών ελέγχου στη διαμόρφωση του αποτελέσματος.

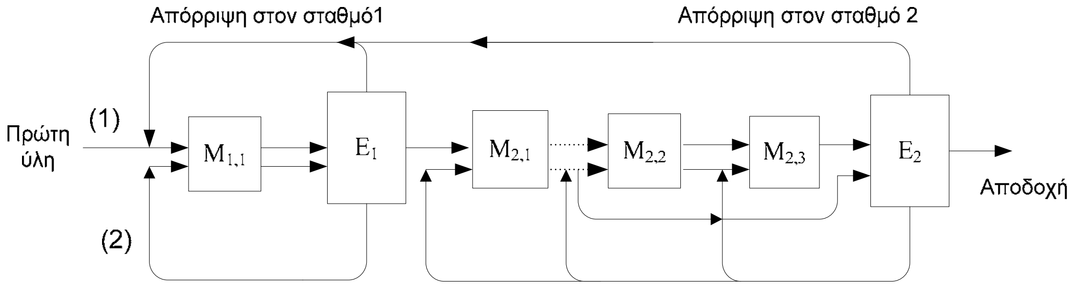
Οι μηχανές επεξεργασίας των κομματιών είναι ίσες στο πλήθος και έχουν κοινά χαρακτηριστικά (πιθανότητες c, r και ρυθμό μ) και για τα 5 συστήματα. Για τις μηχανές επεξεργασίας των κομματιών τα δεδομένα συμπίπτουν με αυτά του συστήματος 1 της παραγράφου 5.1.1.

Σύστημα 1: Αποτελείται από 4 μηχανές επεξεργασίας και ένα σταθμό ελέγχου στο τέλος. Ο σταθμός αυτός έχει ρυθμό πραγματοποίησης ελέγχου μ_1=1,9 και ευθύνεται για τον έλεγχο του αποτελέσματος των κατεργασιών και στις 4 μηχανές..



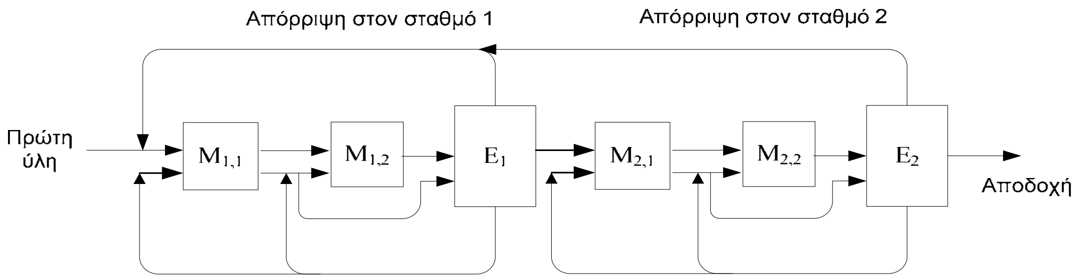
Σχήμα 5.1: γραμμή παραγωγής με 4 μηχανές επεξεργασίας κομματιού και έναν σταθμό ελέγχου στο τέλος.

Σύστημα 2a: Αποτελείται από 4 μηχανές επεξεργασίας κομματιών και 2 σταθμούς ελέγχου εκ των οποίων ο πρώτος βρίσκεται μετά την πρώτη μηχανή και επιθεωρεί το αποτέλεσμα της κατεργασίας στη μηχανή $M_{1,1}$ και ο δεύτερος στο τέλος επιθεωρώντας τα αποτελέσματα των κατεργασιών στις μηχανές $M_{2,1}$, $M_{2,2}$ και $M_{2,3}$. Οι ρυθμοί πραγματοποίησης ελέγχου στους σταθμούς είναι $\mu_1=\mu_2= 3,8$



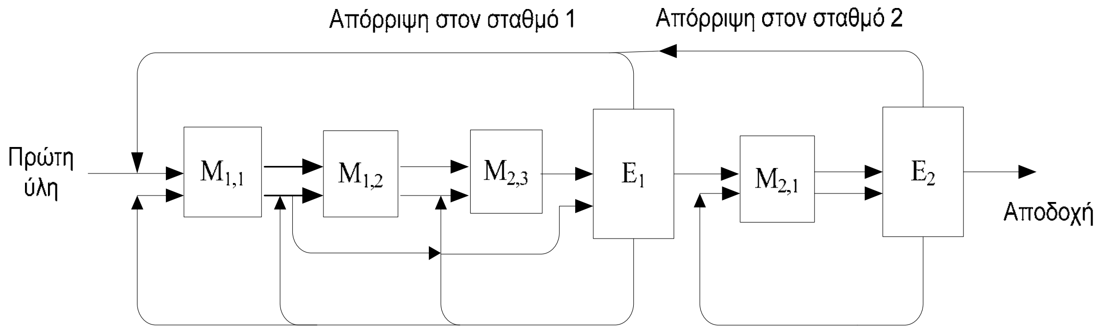
Σχήμα 5.2: γραμμή παραγωγής με 4 μηχανές επεξεργασίας κομματιού και 2 σταθμούς ελέγχου. Πρόκειται για τη σχηματική αναπαράσταση του συστήματος 2a

Σύστημα 2b: Αλλάζοντας τα σημεία ελέγχου στο σύστημα 2a προκύπτει το σύστημα 2b. Για την ακρίβεια τοποθετούμε τον πρώτο σταθμό ελέγχου E_1 έπειτα από την δεύτερη μηχανή και τον δεύτερο σταθμό E_2 στο τέλος. Συνεπώς, ο σταθμός ελέγχου E_1 επιθεωρεί τα αποτελέσματα των κατεργασιών στις μηχανές $M_{1,1}$ και $M_{1,2}$ και ο σταθμός ελέγχου E_2 τα αποτελέσματα των κατεργασιών στις μηχανές $M_{2,1}$ και $M_{2,2}$. Οι ρυθμοί πραγματοποίησης ελέγχου στους σταθμούς είναι $\mu_1=\mu_2= 3,8$.



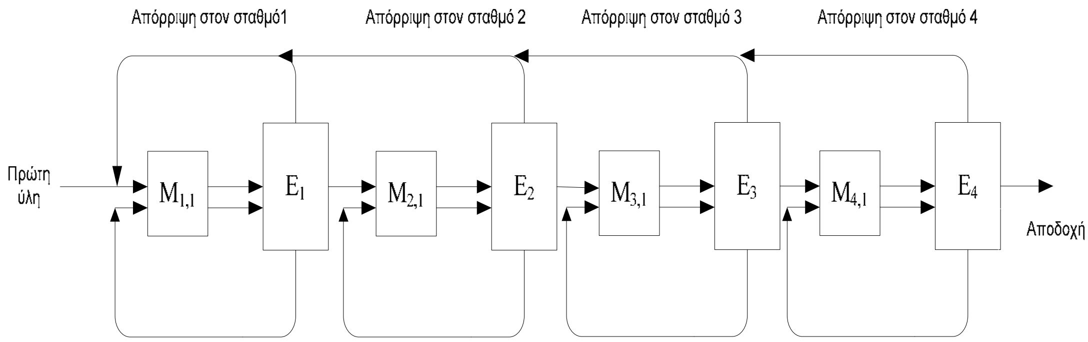
Σχήμα 5.3: γραμμή παραγωγής με 4 μηχανές επεξεργασίας κομματιού και 2 σταθμούς ελέγχου. Πρόκειται για τη σχηματική αναπαράσταση του συστήματος 2b

Σύστημα 2c: Και αυτό το σύστημα συγκαταλέγεται στα συστήματα με 4 μηχανές επεξεργασίας και 2 σταθμούς ελέγχου. Ο πρώτος σταθμός ελέγχου E_1 είναι υπεύθυνος για τον έλεγχο των αποτελεσμάτων των τριών πρώτων μηχανών $M_{1,1}$, $M_{1,2}$ και $M_{1,3}$ ενώ το αποτέλεσμα της κατεργασίας στη τέταρτη μηχανή $M_{2,1}$ ελέγχεται από τον σταθμό ελέγχου E_2.



Σχήμα 5.4: γραμμή παραγωγής με 4 μηχανές επεξεργασίας κομματιού και 2 σταθμούς ελέγχου. Πρόκειται για τη σχηματική αναπαράσταση του συστήματος 2c.

Σύστημα 3: πρόκειται για ένα σύστημα παραγωγής όπου το πλήθος των σταθμών ελέγχου είναι ίσο με το πλήθος το μηχανών. Συνεπώς, το σύστημα αποτελείται από μια εναλλαγή μηχανή επεξεργασίας – σταθμός ελέγχου. Στο σύστημα που μελετάμε έχουμε 4 μηχανές επεξεργασίας κομματιού άρα και 4 σταθμούς ελέγχου με μέσους ρυθμούς $\mu_1=\mu_2=\mu_3=\mu_4=7,3$.



Σχήμα 5.5: γραμμή παραγωγής με 4 μηχανές επεξεργασίας κομματιού και 4 σταθμούς ελέγχου. Πρόκειται για τη σχηματική αναπαράσταση του συστήματος 2a

Πίνακας 5.2: αποτελέσματα των αναλυτικών εξισώσεων για τα συστήματα παραγωγής 1, 2a, 2b, 2c και 3.

ΜΗΧΑΝΕΣ	**ΜΕΣΟ ΠΛΗΘΟΣ ΕΠΙΣΚΕΨΕΩΝ ΣΕ ΚΑΘΕ ΜΗΧΑΝΗ ΚΑΙ ΣΤΟΝ ΣΤΑΘΜΟ ΕΛΕΓΧΟΥ**					**ΡΥΘΜΟΙ ΑΦΙΞΕΩΝ ΣΕ ΚΑΘΕ ΜΗΧΑΝΗ ΚΑΙ ΣΤΟ ΣΤΑΘΜΟ ΕΛΕΓΧΟΥ**				
	1	**2a**	**2b**	**2c**	**3**	**1**	**2a**	**2b**	**2c**	**3**
$M_{1,1}$	1,038809	1,041667	1,04083	1,040013	1,04166	1,13219	1,135299	1,134388	1,133497	1,135296
$M_{1,2}$	1,081813	-	1,08608	1,084358	-	1,17905	-	1,183709	1,181828	-
$M_{1,3}$	1,029102	-	-	1,030004	-	1,12161	-	-	1,122588	-
$M_{1,4}$	1,071552	-	-	-	-	1,16787	-	-	-	-
$M_{2,1}$	-	1,082642	1,03	1,075267	1,08695	-	1,167666	1,086737	1,111109	1,172316
$M_{2,2}$	-	1,029397	1,07376	-	-	-	1,110239	1,132911	-	-
$M_{2,3}$	-	1,072277	-	-	-	-	1,156487	-	-	
$M_{3,1}$	-	-	-	-	1,03093	-	-	-	-	1,087718
$M_{4,1}$	-	-	-	-	1,07527	-	-	-	-	1,111109
E_1	1,205126	1,041664	1,1237	1,147763	1,0416	1,31345	1,135296	1,224707	1,111109	1,135296
E_2	-	1,174564	1,10117	1,075243	1,08691	-	1,266807	1,16234	1,111084	1,172272
E_3	-	-	-	-	1,0309	-	-	-	-	1,08769
E_4	-	-	-	-	1,07524	-	-	-	-	1,111084
	ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΜΕΣΟ ΑΠΟΘΕΜΑ					**ΣΥΝΟΛΙΚΟΣ ΜΕΣΟΣ ΡΥΘΜΟΣ ΑΠΟΡΡΙΨΕΩΝ**				
	5,130812	5,345127	5,257125	5,823561	4,891421	0,08989	0,089887	0,089887	0,089887	0,089887

Ως προς το πλήθος των σταθμών ελέγχου που ο αναλυτής πρέπει να επιλέξει, παρατηρούμε ότι η βέλτιστη λύση προκύπτει για το σύστημα 3 καθώς για το σύστημα αυτό προκύπτει το μικρότερο συνολικό μέσο απόθεμα και κατά συνέπεια ο μικρότερος χρόνος αναμονής του κομματιού στο σύστημα. Παρ’ όλ’ αυτά, το σύστημα 3 αναμένεται να έχει μεγαλύτερο κόστος λειτουργίας των κέντρων ελέγχου.

Συγκρίνοντας τα συστήματα 2a, 2b και 2c διαφαίνεται η σημαντικότητα της επιλογής των σημείων τοποθέτησης των σταθμών ελέγχου σε μια γραμμή παραγωγής. Τοποθετώντας το δεύτερο σταθμό ελέγχου στο τέλος και μεταβαλλοντας τη θέση του πρώτου σταθμό ελέγχου το συνολικό μέσο απόθεμα στο σύστημα και κατά συνέπεια ο συνολικός μέσος χρόνος καθυστέρησης του πελάτη φαίνεται να μεταβάλλεται σημαντικά. Συνεπώς, στόχος του αναλυτή δεν είναι μόνο να επιλέξει το πλήθος των σταθμών ελέγχου αλλά και τα σημεία στα οποία οι σταθμοί ελέγχου θα τοποθετηθούν. Για το σύστημα παραγωγής 4 μηχανών επεξεργασίας και 2 σταθμών ελέγχου, το δίκτυο

2b προκύπτει να είναι το ποιο κερδοφόρο καθώς δίνει μικρότερο συνολικό μέσο απόθεμα και μικρότερο χρόνο καθυστέρησης του πελάτη.

Τέλος, ο συνολικός μέσος ρυθμός απορρίψεων δεν φαίνεται να αποτελεί μέτρο σύγκρισης των παραπάνω αποτελεσμάτων καθώς προκύπτει ίδιος και για τα 5 συστήματα. Το αποτέλεσμα αυτό ήταν αναμενόμενο καθώς οι πιθανότητες επανακατεργασίας και αποδοχής είναι ίδιες για τις μηχανές σε κάθε σύστημα.

Τι θα συμβεί όμως αν απομακρύνουμε από το σύστημα τους σταθμούς ελέγχου; Σε μια τέτοια περίπτωση ή επανακατεργασία του κομματιού δεν θα είναι εφικτή. Δηλαδή, ένα κομμάτι θα καταλήγει αποδεκτό ή απορριπτέο σε ένα και μόνο πέρασμα. Συνεπώς, η πιθανότητα ένα κομμάτι να προκύπτει αποδεκτό θα είναι:

$$C = \prod_{k=1}^{4} c_k$$

Υπολογίζοντας για την περίπτωση των 4 μηχανών που μελετήσαμε θα είναι: $C = 0.95 \times 0.9 \times 0.95 \times 0.9 = 0.731$

Συνεπώς, από την εξίσωση 3.3 το μέσο πλήθος κομματιών που χρειάζονται για την παραγωγή ενός καλού θα είναι N=1/C=1.368.

Και έτσι ο συνολικός μέσος ρυθμός απόρριψης θα είναι Rej=(N-1)γ=0.368

Συμπεραίνουμε λοιπόν πως, στοχεύοντας στην αύξηση του κέρδους και κατά συνέπεια στη μείωση του μέσου ρυθμού απόρριψης, η χρήση σταθμών ελέγχου είναι απαραίτητη. Επιπλέον, για περαιτέρω βελτιστοποίηση της συνάρτησης κέρδους ο αναλυτής καλείται να εντοπίσει το πλήθος των σταθμών ελέγχου καθώς και τα σημεία στα οποία αυτοί θα τοποθετηθούν ώστε να προκύψει ο μικρότερος δυνατός μέσος χρόνος καθυστέρησης του κομματιού στο σύστημα.

6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία περιγράφηκε αναλυτικά ο τρόπος λειτουργίας ενός ανοικτού συστήματος γραμμής παραγωγής με ένα κέντρο ελέγχου ποιότητας στο τέλος της. Έπειτα η ανάλυση επεκτάθηκε σε γραμμή παραγωγής με περισσότερους από έναν σταθμούς ελέγχου που παρεμβάλλονται σε διάφορα σημεία της. Σημαντική παραδοχή των συστημάτων που αναλύθηκαν είναι ότι τα ενδεχόμενα κατεργασίας κάθε μηχανής είναι τρία: αποδοχή, απόρριψη ή επανάληψη της κατεργασίας.

Στη συνέχεια αναπτύχθηκε αλγόριθμος ο οποίος υπολογίζει αναλυτικά διάφορα μέτρα απόδοσης του συστήματος όπως: συνολικό μέσο απόθεμα, μέσο πλήθος επιθεωρήσεων, μέσος ρυθμός ελαττωματικών. Η εφαρμογή του περιορίζεται σε ανοικτού τύπου συστήματα παραγωγής. Στοχεύοντας στην απόδειξη της ορθότητας τόσο των αναλυτικών εξισώσεων όσο και του αλγορίθμου υλοποίησης τους, ο αλγόριθμος αυτός εφαρμόστηκε για διάφορα ανοικτά συστήματα παραγωγής. Τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με τα αντίστοιχα αποτελέσματα αλγορίθμου προσομοίωσης κάθε συστήματος και διαπιστώθηκε ότι είναι ακριβή, ενώ οι υπολογιστικές απαιτήσεις είναι πολύ μικρότερες από εκείνες της προσομοίωσης.

Ένα από τα σημεία που θα μπορούσαν να μελετηθούν περαιτέρω είναι η τροποποίηση του αλγορίθμου αναλυτικών εξισώσεων ώστε να υπολογίζει τη βέλτιστη χώροθετηση των σταθμών ελέγχου. Η αναζήτηση των βέλτιστων σημείων τοποθέτησης των σταθμών πιθανόν να μπορεί να υπολογιστεί με τη εφαρμογή δυναμικού προγραμματισμού ή κάποιου αλγορίθμου απληστίας ή τέλος, κάποιου γενετικού αλγορίθμου.

Επιπλέον θα μπορούσε να διερευνηθεί πώς οι αναλυτικές εξισώσεις τροποποιούνται για κλειστά συστήματα παραγωγής.

7 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

7.1 ΚΩΔΙΚΑΣ C ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΕΝΑ ΣΤΑΘΜΟ ΕΛΕΓΧΟΥ ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ

```
#include<stdio.h>
#include<stdlib.h>
#include<math.h>
#define K 4
#define Dem 5.0

main()
{
/*1.DHLWSH TWN METAVLHTWN POY THA XRHSIMOPOIHTHOYN*/
	FILE *fp,*fp2;
	int m,j,k,l,n1,n2;
	double array1[K+1][4],c[K+1],r[K+1],mesos[K+1],Ca,Cr,N,e,P1,A,n[K];
	double rr,kk,p,nmeso,P2,xx,axa3,axa4;
	double lamda[K+1],P[K+1],Rej,T,Na,ala,aya,aya2,mar;

/*2.H ANAGNWSH TWM DEDOMENWN OSON AFORA STIS PITHANOTHTES KAI STOYS RYTHMOUS KATERGASIAS SE KATHE MHXANH GINETAI APO TO ARXEIO data.txt */

/*2.a.ELEGXOS GIA THN YPARKSH KAI THN DYNATOTHTA ANAGNWSHS TWM DEDOMENWN*/
	if ((fp=fopen("data.txt","r"))!=NULL)
		printf("\n Successful openning of data\n");
	else
	{
		printf("\n Error openning data\n");
		exit(0);
	}

	if ((fp2=fopen("results.txt","w"))!=NULL)
		printf("\n Successful openning of data\n");
	else
	{
		printf("\n Error openning data\n");
		exit(0);
	}
```

```
/*2.b.APOTHHKEYSH TWM DEDOMENWN STON PINAKA array1 KAI YSTERA SE DIANYSMATA WSTE NA EINAI DYNATH H EPEKSERGASIA TOYS*/
	for(k=0;k<=K;k++)
	{
		for(j=0;j<4;j++)
		{
			fscanf(fp,"%lf",&array1[k][j]);
		}
		c[k]=array1[k][1];
		r[k]=array1[k][2];
		mesos[k]=array1[k][3];
	}

for(k=0;k<=K;k++)
	{
		for(j=0;j<4;j++)
		{
			printf("array1[%d][%d]==%f\n",k,j,array1[k][j]);
		}
}

/*3.YPOLOGISMOS THS PITHANOTHTAS MIA PRWTH YLH NA KATALHGEI OK...Ca*/
	Ca=1;
	for(k=0;k<K;k++)
		Ca=Ca*c[k]/(1-r[k]);

	Cr=1-Ca; /*H PITHANOTHTA MIA PRWTH YLH NA KATALHGEI APOR-RIPTEA..Cr*/
	printf("\n\n%f",Ca);


/*4.POSES PRWTES YLES XREIAZONTAI KATA MESO ORO WSTE NA PARAXTHEI 1 KALO KOMMATI?...N*/
	N=1/Ca;
	printf("\n\n%f",N);

/*5.KSEKINONTAS APO THN M1,POSES FORES KATA MESO ORO THA PREPEI MIA PRWTH YLH NA EPANALAVEI THN KATERGASIA k PRIN EKEINH KATALHKSEI SE OK H' APORRIPTEA?...n[k]*/
	printf("\nWhich is the risk you are willing to tolerate?\n");
	scanf("%lf",&e);
	for(k=0;k<K;k++)
	{
		P1=1.0;
		for(l=0;l<K;l++)
		{
			if(l!=k)
			    P1=P1*((c[l]/(1.0-r[l]))+1.0);
```

```
                        printf("\n\nP1=%f",P1);
                }
                printf("\n\nP1=%f",P1);
                A=e*(1.0-r[k])/P1;
                printf("\n\nA=%f",A);

                n1=(log(A)/log(r[k]))+1;
                printf("\n\nn1=%d",n1);

                n[k]=1.0;
                for(m=2;m<=n1;m++)
                {
                        P2=1.0;
                        for(j=0;j<K;j++)
                        {
                                if(j!=k)
                                {
                                        axa3=pow(r[j],(m-1));
                                        P2=P2*(c[j]*(1-axa3)/(1-r[j])+(axa3));
                                }
                        }
                        printf("\n\nP2=%f",P2);
                        axa4=pow(r[k],(m-1));
                        n[k]=n[k]+P2*(axa4);
                        }
                printf("\n\nn[%d]=%f",k,n[k]);

        }

/*6.POSES FORES KATA MESO ORO EPITHEWREITAI KATHE PRWTH YLH?...nmeso*/
        A=0;
        rr=0;
        for(j=0;j<K;j++)
        {
                kk=c[j]/(1-r[j]);
                p=r[j];
                if(kk>A)
                        A=kk;
                if(p>rr)
                        rr=p;
        }
        printf("\n\nA=%f kai rr=%f",A,rr);

        printf("\nWhich is the risk you are willing to tolerate?\n");
        scanf("%lf",&e);
        mar=A+1;
        aya=pow((mar),(K-1));
        aya2=pow(A,(K-1));
```

```
	printf("\n\naya2=%f kai aya=%f",aya2,aya);

	xx=(e*(1-rr)/(aya-aya2));
	printf("\nxx=%f",xx);
	n2=(log(xx))/(log(rr));
	printf("\n\nn2=%d",n2);

	nmeso=1;
	for(l=2;l<=n2;l++)
	{
		P1=1.0;
		P2=1.0;
		for(j=0;j<K;j++)
		{
			ala=pow(r[j],l-1);
			P1=P1*(c[j]*(1-ala)/(1-r[j])+ala);
			P2=P2*(c[j]*(1-ala)/(1-r[j]));
		}
		nmeso=nmeso+P1-P2;
	}
	printf("\n\nnmeso=%f",nmeso);

/*7.YPOLOGISMOS TWN a.MESWMRYTHMWN AFIKSEWN SE KATHE MHXA-NH...lamda, b.MESOY APTHEMATOS...Na, c.MESOS XRONOS KATHYSTERHSHS MIAS PARAGELIAS...T, d.MESOS RYTHMOS APORRIPSEWN...Rej*/

/*7.a.YPOLOGISMOS TWN MESWMRYTHMWN AFIKSEWN SE KATHE MHXANH ...lamda*/
	for(j=0;j<K;j++)
	{
		lamda[j]=n[j]*N*Dem;
		P[j]=lamda[j]/mesos[j];
		printf("P[%d]=%f\n",j,P[j]);
	}

	lamda[K]=nmeso*N*Dem;
	P[K]=lamda[K]/mesos[K];

/*7.b.YPOLOGISMOS MESOY APTHEMATOS...Na*/
	Na=0.0;
	for(j=0;j<=K;j++)
		Na=Na+(P[j]/(1-P[j]));
	printf("\n\nNa=%f",Na);

/*7.c.MESOS XRONOS KATHYSTERHSHS MIAS PARAGELIAS...T*/
	T=Na/Dem;
	printf("\n\nT=%f",T);
	/*d.MESOS RYTHMOS APORRIPSEWN...Rej*/
```

```
	Rej=(N-1)*Dem;
	printf("\n\nRej=%f",Rej);

/*8.EKTYPWSH TWN APOTELESMATWN*/
	fprintf(fp2,"TA APOTELESMATA THS ANALYSHS EINAI:\n\n\n");
	fprintf(fp2,"1.TO PLITHOS EPISKEPSEWN SE KATHE MHXANH:\n");
	for(k=0;k<K;k++)
		fprintf(fp2,"n[%d]=%f\n",k,n[k]);
	fprintf(fp2,"\n2.TO PLITHOS EPISKEPSEWN STO STA8MO ELEGXOY:\n");
	fprintf(fp2,"nmeso=%f\n",nmeso);
	fprintf(fp2,"\n3.OI RY8MOI AFIKSEWN STIS MHXANES:\n");
	for(k=0;k<K;k++)
		fprintf(fp2,"ë[%d]=%f\n",k,lamda[k]);
	fprintf(fp2,"\n4.MESO APO8EMA:\n");
	fprintf(fp2,"Na=%f\n\n",Na);
	fprintf(fp2,"5.MESOS XRONOS KA8YSTERHSHS MIAS PARAGGELIAS:\n");
	fprintf(fp2,"T=%f\n\n",T);
	fprintf(fp2,"5.MESOS RY8MOS APORRIPSEWN:\n");
	fprintf(fp2,"Rej=%f\n",Rej);
}
```

7.2 ΚΩΔΙΚΑΣ C ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΜΕ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΟΥΣ ΑΠΟ ΕΝΑΝ ΣΤΑΘΜΟΥΣ ΕΛΕΓΧΟΥ

```
/*1.DHLWSH TWN METAVLHTWN POY THA XRHSIMOPOIHTHOYN*/
#include<stdio.h>
#include<stdlib.h>
#include<math.h>
#define D 4
#define E 3

main()
{

	FILE *fp,*fp2;
	int m,j,N[E],k,l,n1,n2,i;
	double c[E][D],r[E][D],mesos[E][D],Ca[E],Cr[E],Np[E],e,P1,A,n[E][D];
	double rr,kk,p,e2,A2,nmeso[E],P3,P2,P4,xx,axa3,axa4,Dem;
	double ala,aya,aya2,mar,T,lamda[E][D],P[E][D],Na;
```

```
/*2.H ANAGNWSH TWM DEDOMENWN OSON AFORA STIS PITHANOTHTES KAI STOYS RYTHMOUS KATERGASIAS SE KATHE MHXANH GINETAI APO TO ARXEIO data2.txt ENW TA APOTELESMATA APOTHIKEYONTAI STO ARXEIO results2.txt*/

/*2.a.ELEGXOS GIA THN YPARKSH KAI THN DYNATOTHTA ANAGNWSHS TWM DEDOMENWN KA8WS KAI GIA TH DYNATOTHTA APO8HKEYSHS TOYS*/
	if ((fp=fopen("data2.txt","r"))!=NULL)
		printf("\n Successful openning of data2\n");
	else
	{
		printf("\n Error openning data2\n");
		exit(0);
	}
	if ((fp2=fopen("results2.txt","w"))!=NULL)
		printf("\n Successful openning of results2\n");
	else
	{
		printf("\n Error openning results2\n");
		exit(0);
	}

/*2.b.SKANARISMA TVN DEDOMENWN APO TO ARXEIO data2.txt KAI KATAGRAFH TOYS STO ARXEIO results.txt*/
	fscanf(fp,"%lf",&Dem);
	fprintf(fp2,"the demanding rate is:%f\n",Dem);

	fprintf(fp2,"the number of checK stations is:%d\n",E);


	for(l=0;l<E;l++)
	{
		fscanf(fp,"%d",&N[l]);
		fprintf(fp2,"the number of machines before check station %d: N[%d]=%d
			\n",l,l,N[l]);
	}

for(l=0;l<E;l++)
	{
		for(m=0;m<=N[l];m++)
		{
			fscanf(fp,"%d %d",&l,&m);
			fscanf(fp,"%lf",&c[l][m]);
			fscanf(fp,"%lf",&r[l][m]);
			fscanf(fp,"%lf",&mesos[l][m]);
			fprintf(fp2,"c[%d][%d]=%f r[%d][%d]=% fmesos[%d][%d]=%f\n" ,l, m,
				c[l][m] ,l, m, r[l][m],l,m,mesos[l][m]);
		}
	}
```

```
/*3.YPOLOGISMOS THS PITHANOTHTAS MIA PRWTH YLH NA KATALHGEI OK SE
KA8E STA8MO ELEGXOY...Ca[l]*/

	for(l=0;l<E;l++)
	{
		Ca[l]=1;
		for(m=0;m<N[l];m++)
			Ca[l]=Ca[l]*c[l][m]/(1-r[l][m]);
		Cr[l]=1-Ca[l]; /* H PITHANOTHTA MIA PRWTH YLH NA KATALHGEI
APORRIPTEA..Cr[l]*/
	//	printf("\n\n%f",Ca[l]);
	}

/*4.POSES PRWTES YLES XREIAZONTAI KATA MESO ORO WSTE NA PARAXTHEI 1
KALO KOMMATI SE KATHE STA8MO?...N[l]*/
	for(l=0;l<E;l++)
	{
		Np[l]=1;
		for(m=l;m<E;m++)
			Np[l]=Np[l]*1/Ca[m];

	//	printf("\n\n%f",Np[l]);
	}

/*5.KSEKINONTAS APO THN M1,POSES FORES KATA MESO ORO THA PREPEI MIA
PRWTH YLH NA EPANALAVEI THN KATERGASIA [l,m] PRIN EKEINH KATALHKSEI
SE OK H' APORRIPTEA?...n[l][m]*/

	printf("\nWhich is the risk you are willing to tolerate?\n");
	scanf("%lf",&e);
	for(i=0;i<E;i++)
	{
		for(m=0;m<N[i];m++)
		{
			P1=1.0;
			for(l=0;l<N[i];l++)
			{
				if(l!=m)
					P1=P1*((c[i][l]/(1.0-r[i][l]))+1.0);
			}
		//printf("\n\nP1=%f",P1);
			A=e*(1.0-r[i][m])/P1;
		//printf("\n\nA=%f",A);

			n1=(log(A)/log(r[i][m]))+1;
		//	printf("\n\nn1=%d",n1);
```

```
				n[i][m]=1.0;
				for(k=2;k<=n1;k++)
				{
					P2=1.0;
					for(j=0;j<N[i];j++)
					{
						if(j!=m)
						{
						axa3=pow(r[i][j],(k-1));
						P2=P2*(c[i][j]*(1-axa3)/(1-r[i][j])+(axa3));
						}
					}
				//printf("\n\nP2=%f",P2);
					axa4=pow(r[i][m],(k-1));
					n[i][m]=n[i][m]+P2*(axa4);
				}
			//printf("\n\nn[%d]=%f",m,n[m]);

			}
		}


/*6.POSES FORES KATA MESO ORO EPITHEWREITAI KATHE PRWTH YLH SE KA8E
STA8MO ELEGXOY?...nmeso[l]*/

		for(i=0;i<E;i++)
		{
			A2=0;
			rr=0;
			for(j=0;j<N[i];j++)
			{
				kk=c[i][j]/(1-r[i][j]);
				p=r[i][j];
				if(kk>A2)
					A2=kk;
				if(p>rr)
					rr=p;
			}
//		printf("\n\nA2=%f kai rr=%f",A2,rr);


		printf("\nWhich is the risk you are willing to tolerate?\n");
		scanf("%lf",&e2);
		mar=A2+1;
		aya=pow((mar),(N[i]-1));
		aya2=pow(A2,(N[i]-1));
		printf("\n\naya2=%f kai aya=%f",aya2,aya);
```

```
	xx=(e2*(1-rr)/(aya-aya2));
	printf("\nxx=%f",xx);
	n2=(log(xx))/(log(rr));
	printf("\n\nn2=%d",n2);

	nmeso[i]=1;
	for(l=2;l<=n2;l++)
	{
		P3=1.0;
		P4=1.0;
		for(j=0;j<N[i];j++)
		{
			ala=pow(r[i][j],l-1);
			P3=P3*(c[i][j]*(1-ala)/(1-r[i][j])+ala);
			P4=P4*(c[i][j]*(1-ala)/(1-r[i][j]));
		}
		nmeso[i]=nmeso[i]+P3-P4;
	}
	printf("\n\nnmeso[%d]=%f",i,nmeso[i]);
	}

/*7.YPOLOGISMOS TWN a.MESWN RYTHMWN AFIKSEWN SE KATHE MHXA-
NH...lamda[l][m], b.MESOY APTHEMATOS...Na,  c.MESOS XRONOS KATHYSTERHSHS
MIAS PARAGELIAS...T, d.MESOS RYTHMOS APORRIPSEWN...Rej*/

/*7.a.YPOLOGISMOS TWN MESWMRYTHMWN AFIKSEWN SEKATHE MHXANH
...lamda*/
	for(i=0;i<E;i++)
	{
		for(j=0;j<=N[i];j++)
		{
			lamda[i][j]=n[i][j]*Np[i]*Dem;
			P[i][j]=lamda[i][j]/mesos[i][j];
		}
	}

/*7.b.YPOLOGISMOS MESOY APTHEMATOS...Na*/
	Na=0;
	for(i=0;i<E;i++)
		{
		for(j=0;j<=N[i];j++)
			Na=Na+P[i][j]/(1-P[i][j]);
		}

/*7.c.MESOS XRONOS KATHYSTERHSHS MIAS PARAGELIAS...T*/
	T=Na/Dem;
	printf("\n\nT=%f",T);
	/*d.MESOS RYTHMOS APORRIPSEWN...Rej*/
```

```
//	Rej=Rej+(Np[i]-1)*Dem;
//	printf("\n\nRej=%f",Rej);


/*8.EKTYPWSH TWN APOTELESMATWN*/
	fprintf(fp2,"TA APOTELESMATA THS ANALYSHS EINAI:\n\n\n");
	fprintf(fp2,"1.TO PLITHOS EPISKEPSEWN SE KATHE MHXANH:\n");
	for(i=0;i<E;i++)
	{
		for(m=0;m<N[i];m++)
		{
			fprintf("\nn[%d][%d]=%f",i,m,n[i][m]);
		}
	}
	fprintf(fp2,"\n2.TO PLITHOS EPISKEPSEWN STOYS STA8MOYS ELEGXOY:\n");
	for(i=0;i<E;i++)
	{
		fprintf(fp2,"nmeso[%d]=%f\n",i,nmeso[i]);
	}
	fprintf(fp2,"\n3.OI RY8MOI AFIKSEWN STIS MHXANES:\n");
	for(i=0;i<E;i++)
	{
		for(m=0;m<N[i];m++)
		{
			fprintf(fp2,"lamda[%d][%d]=%f\n",i,m,lamda[i][m]);
		}
	}
	fprintf(fp2,"\n4.MESO APO8EMA:\n");
	fprintf(fp2,"Na=%f\n\n",Na);
	fprintf(fp2,"5.MESOS XRONOS KA8YSTERHSHS MIAS PARAGGELIAS:\n");
	fprintf(fp2,"T=%f\n\n",T);
	fprintf(fp2,"5.MESOS RY8MOS APORRIPSEWN:\n");
	fprintf(fp2,"Rej=%f\n",Rej);

	}
```

8 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] G.F. Lindsay and A.B. Bishop, Allocation of screening inspection effort: A dynamic programming approach, Management Science volume 10, 342-352, 1965.

[2] L. S. White, Shortest route models for the allocation of inspection effort on a product line, Management Science volume 15, 249-259, 1969.

[3] B. J. Yum and E. D. McDowell, The Optional Allocation of Inspection Effort in a Class of Nonserial Production Systems, AIIE TRANSACTIONS volume 13, No.4, 285-293, 1981.

[4] Y. Narahari and L. M. Khan, Modeling Re-entrant Manufacturing Systems with Inspections, IEEE International Cnference on Robotics and Automation, 1738-1743, 1995.

[5] H. S. Lee, Y. Frein and C. Duri, Performance evaluation of a flow line system with Bernoulli sampling inspections, INT. J. PROD. RES. Volume 37, No.3, 581-595, 1997.

[6] J.K. Cochran and R. Erol, Performance modeling of serial production lines with inspection/repair stations, *International Journal of Production Research,* 39(8), 1707-1720, 2001.

[7] S. Van Volsem, W. Dullaert, H. Van Landeghem, “An evolutionary algorithm and discrete event simulation for optimizing inspection strategies for multi-stage processes,” *European Journal of Operational Research*, 179, 621-633, 2005.

[8] Κ. Γ. Δρακατου, Στατιστικη 2^{η} Εκδοση, Εκδοσεις Παπαζηση, Αθηνα, 1984.

[9] Β. Κουϊκόγλου, *Προσομοίωση*, Σημειώσεις μαθήματος, Πολυτεχνείο Κρήτης, 2006.

[10] Γ. Ν. Ταγαράς, Στατιστικος Ελεγχος Ποιοτητας, Εκδοσεις Ζητη, Θεσσαλονικη, 2001

[11] Γ. Φίλη, *Δίκτυα Συστημάτων Παραγωγής*, Σημειώσεις μαθήματος, Πολυτεχνείο Κρήτης.