# ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

## ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ


**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

# ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΜΕΓΑΛΗΣ ΚΛΙΜΑΚΑΣ


Υπό

ΦΡΑΓΓΟ ΓΕΩΡΓΙΟ



Χανιά, Οκτώβριος 2008

# **<u>ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ</u>**

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου και τους φίλους μου, που στάθηκαν στο πλευρό μου και με στήριξαν σε όλη την διάρκεια των σπουδών μου. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου, κύριο Ηλία Κοσματόπουλο, για την αμέριστη βοήθεια και στήριξη που μου προσέφερε κατά την πραγματοποίηση της εργασίας αυτής.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Παρά την πρόσφατη πρόοδο στον τομέα των συστημάτων ελέγχου, το πρόβλημα του σχεδιασμού αλγορίθμων για πρακτικά μη γραμμικά συστήματα ελέγχου μεγάλης κλίμακας (PLSNCS) παραμένει ένα αρκετά πολύπλοκο πρόβλημα. Ως αποτέλεσμα, οι πρακτικές προσεγγίσεις σχεδιασμού ελέγχου υποθέτουν υπεραπλουστευμένα μοντέλα για την δυναμική των PLSNCS και για τον λόγο αυτόν ο ελεγκτής απέχει πολύ από το βέλτιστο ή ακόμα και από το αποδεκτό. Αυτό, σε συνδυασμό με τις παραμετρικές και δυναμικές αβεβαιότητες καθώς και τις μακροπρόθεσμες διακυμάνσεις των χαρακτηριστικών του συστήματος, οδηγεί στην ανάγκη για χρονοβόρα και εργοβόρα βελτιστοποίηση του αρχικού σχεδιασμού του ελεγκτή. Στην πλειοψηφία των PLSNCS η διαδικασία της βελτιστοποίησης πραγματοποιείται από πεπειραμένο προσωπικό βασιζόμενο σε πραγματικές παρατηρήσεις πάνω στο αντικείμενο και στην διεξαγωγή πειραμάτων με διαφορετικούς συνδυασμούς των παραμέτρων ελέγχου, χωρίς την χρήση κάποιας συστηματικής προσέγγισης. Μια τέτοια διαδικασία βελτιστοποίησης μπορεί να διαρκέσει μήνες ή ακόμα και έτη έως ότου το σύστημα ελέγχου προσεγγίσει μία αποδεκτή απόδοση.

Τα συστήματα ελέγχου της κυκλοφοριακής κίνησης αυτοκινητοδρόμων και αστικών δικτύων είναι χαρακτηριστικά παραδείγματα των συστημάτων ελέγχου PLSNCS, όπου είναι αναγκαία μία επίπονη διαδικασία βελτιστοποίησης. Στις περισσότερες περιπτώσεις, η συνήθης κατάσταση είναι ότι μετά την αρχική ανάπτυξη του συστήματος ελέγχου της κυκλοφορίας, η απόδοση όλου του συστήματος έχει βελτιωθεί ελαφρώς ή ακόμα και καθόλου. Τότε λαμβάνει χώρα μία διαδικασία συνεχούς βελτιστοποίησης («καλιμπραρίσματος») του συστήματος ελέγχου. Σαν παράδειγμα αναφερόμαστε στην περίπτωση της εφαρμογής ενός συστήματος ελέγχου VSL στον αυτοκινητόδρομο M42 του Ηνωμένου Βασιλείου, όπου χρειάστηκε περισσότερο από ένας χρόνος βελτιστοποίησης των παραμέτρων του ελεγκτή μέχρι το σύστημα να προσεγγίσει μία αποδεκτή απόδοση. Κατά την διάρκεια της αρχικής ανάπτυξης του συστήματος [19], η απόδοση του συστήματος ήταν μερικές φορές χειρότερη από την αντίστοιχη περίπτωση οπού δεν υπήρχε σύστημα ελέγχου. Κατά παρόμοιο τρόπο, το SCOOT (ένα από τα πιο δημοφιλή συστήματα ελέγχου της κίνησης αστικών δικτύων) απαιτεί έτη βελτιστοποίησης έως ότου προσεγγίσει μία αποδεκτή απόδοση [21]. Τέλος, ακόμα και καθιερωμένα συστήματα ελέγχου της κυκλοφορίας (π.χ. ALINEA, AMOC) απαιτούν αρκετές εβδομάδες βελτιστοποίησης των παραμέτρων τους [30]. Για τον λόγο αυτό οι πάροχοι συστημάτων ελέγχου της κυκλοφορίας και οι χειριστές κυκλοφορίας αφιερώνουν σημαντικά μέσα και μεγάλη προσπάθεια για την βελτίωση των συστημάτων τους μετά την αρχική εφαρμογή.

Δυστυχώς, η διαδικασία της βελτιστοποίησης των συστημάτων ελέγχου της κυκλοφορίας δεν είναι πάντα επιτυχής. Έχουν αναφερθεί πολλές περιπτώσεις (βλέπε π.χ. [27]), όπου παρά την επίπονη διαδικασία της βελτιστοποίησης, το σύστημα ελέγχου της κυκλοφορίας απέτυχε στο να παρέχει την αναμενόμενη απόδοση, ακόμα και σε περιπτώσεις όπου η βελτιστοποίηση του ίδιου συστήματος ελέγχου σε διαφορετικά κυκλοφοριακά δίκτυα παρήγαγε ικανοποιητικά αποτελέσματα. Εκτός από ορισμένες τεχνικές ή κάποιες άλλες δυσκολίες οι οποίες μπορεί να εμφανίστηκαν σε μερικές από τις περιπτώσεις αυτές, η διαδικασία της βελτιστοποίησης πάντα εμπεριέχει τον κίνδυνο της αποτυχίας, δεδομένου του γεγονότος ότι εξαρτάται ισχυρά από τον ανθρώπινο παράγοντα και όχι από μία συστηματική, αυτοματοποιημένη προσέγγιση.

Οι μέθοδοι προσαρμοστικής βελτιστοποίησης όπως η Random Directions Kieffer Wolfowitz (RDKW) [25], η μέθοδος των ταυτόχρονων διαταραχών (SPSA) [14,15] και η προσέγγιση AFT1 (Adaptive Fine-Tuning) [22] παρέχουν ίσως την πιο ελπιδοφόρα προσέγγιση για την ανάπτυξη μίας συστηματικής μεθοδολογίας για την αυτόματη και αποδοτική βελτιστοποίηση των PLSNCS. Ανάμεσα στα πολλά πλεονεκτήματα των μεθόδων προσαρμοστικής βελτιστοποίησης (AO) έναντι των άλλων ανταγωνιστικών μεθόδων όπως ο προσαρμοστικός ή νευρο-ασαφής έλεγχος, τα πιο σημαντικά είναι τα ακόλουθα:

- Οι μεθοδολογίες προσαρμοστικής βελτιστοποίησης δεν απαιτούν καμία εκ των προτέρων γνώση της δυναμικής του συστήματος. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με τις τεχνικές του προσαρμοστικού ή νευρο-ασαφή ελέγχου όπου απαιτείται κάποια εκ των προτέρων γνώση της δυναμικής του συστήματος και επιβάλλονται αυστηρές υποθέσεις για το ελεγχόμενο σύστημα. Στην πραγματικότητα, οι αυστηρές υποθέσεις αυτές [20] εμποδίζουν την ευρεία εφαρμογή του προσαρμοστικού ή νευρο-ασαφή ελέγχου στα PLSNCS.

- Οι μεθοδολογίες προσαρμοστικής βελτιστοποίησης είναι υπολογιστικά απλές και ικανές να διαχειριστούν προβλήματα πολύ μεγάλων διαστάσεων. Αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό για την βελτιστοποίηση των PLSNCS, όπου οι παράμετροι του ελεγκτή οι οποίες πρέπει να βελτιστοποιηθούν είναι μερικές φορές της τάξεως μερικών εκατοντάδων.

- Οι μεθοδολογίες προσαρμοστικής βελτιστοποίησης εγγυώνται σύγκλιση σε, ή κοντά σε, ένα τοπικό ελάχιστο του δείκτη απόδοσης τον οποίο έχουν την πρόθεση να ελαχιστοποιήσουν ή να μεγιστοποιήσουν.

- Τέλος, Οι μεθοδολογίες προσαρμοστικής βελτιστοποίησης μπορούν να χρησιμοποιηθούν άμεσα για την βελτιστοποίηση των συστημάτων ελέγχου που έχουν αναπτυχθεί χρησιμοποιώντας μη προσαρμοστικές τεχνικές. Αυτό είναι ζωτικής σημασίας στην περίπτωση των PLSNCS τα οποία έχουν σχεδιαστεί χρησιμοποιώντας μη προσαρμοστικές τεχνικές όπως συμβαίνει στην πλειοψηφία των συστημάτων ελέγχου της κυκλοφορίας. Στις περισσότερες από αυτές τις περιπτώσεις τεχνικές προσαρμοστικού ή νευρο-ασαφή ελέγχου δεν μπορούν να εφαρμοστούν άμεσα.

Η βασική ιδέα που βρίσκεται πίσω από τις προαναφερθείσες μεθοδολογίες προσαρμοστικής βελτιστοποίησης είναι η χρήση δύο ή περισσότερων επιτυχημένων εκτιμήσεων ενός κατάλληλα ορισμένου δείκτη απόδοσης, ο οποίος χρησιμοποιείται για την μέτρηση του πόσο καλό είναι ένα συγκεκριμένο σύνολο παραμέτρων του ελεγκτή, έχοντας ως σκοπό την κατασκευή μίας εκτίμησης της κλίσης αυτού του δείκτη. Έπειτα, εφαρμόζεται μία μέθοδος μέγιστης κατάβασης έτσι ώστε να προσδιοριστεί ένα νέο σύνολο παραμέτρων. Πιο συγκεκριμένα οι μεθοδολογίες προσαρμοστικής βελτιστοποίησης περιέχουν δύο φάσεις:

1. Στην φάση διαταραχών, εκτιμάται ο δείκτης απόδοσης σε μία ή περισσότερες διαταραχές του παρόντος συνόλου των παραμέτρων του ελεγκτή.

2. Στην φάση μέγιστης κατάβασης, οι τρέχουσες παράμετροι του ελεγκτή τροποποιούνται χρησιμοποιώντας μία εκτίμηση της κλίσης του δείκτη απόδοσης, η οποία υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τις εκτιμήσεις του δείκτη απόδοσης της προηγούμενης φάσης.

Οι διαταραχές που χρησιμοποιούνται στην φάση των διαταραχών θα πρέπει να ικανοποιούν συγκεκριμένες Persistency of Excitation (PE) συνθήκες [22,23] οι οποίες θα πρέπει να επιλεχθούν έτσι ώστε να παρέχουν στον αλγόριθμο προσαρμοστικής βελτιστοποίησης αρκετές πληροφορίες για την παραγωγή μίας ακριβής εκτίμησης της κλίσης. Τυχαία ή σχεδόν τυχαία επιλογή αυτών των διαταραχών είναι επαρκής στο να εγγυηθεί ότι θα ικανοποιούν μία συνθήκη PE.

Υπάρχουν πολλές επιτυχείς εφαρμογές των μεθοδολογιών προσαρμοστικής βελτιστοποίησης με εφαρμογή σε βελτιστοποίηση συστημάτων ελέγχου που αναφέρονται στην βιβλιογραφία (βλέπε π.χ. [16,22]). Όμως, παρά την επιτυχία των μεθοδολογιών προσαρμοστικής βελτιστοποίησης στις συγκεκριμένες εφαρμογές, αυτές μειονεκτούν όσον αφορά το γεγονός ότι δεν εγγυώνται αποτελεσματική συμπεριφορά ελέγχου κατά την φάση των διαταραχών. Αυτό συμβαίνει διότι όταν χρησιμοποιούνται τυχαίες ή σχεδόν τυχαίες διαταραχές, ενδέχεται να υπάρξουν περιπτώσεις όπου μία συγκεκριμένη διαταραχή μπορεί να οδηγήσει σε μία μη αποδεκτή τιμή του δείκτη απόδοσης. Στα συστήματα ελέγχου κλειστού βρόχου μία μικρή διαταραχή ενός «καλού» συνόλου παραμέτρων του ελεγκτή μπορεί να οδηγήσει σε μία μη αποδεκτή, ή ακόμα χειρότερα ασταθής, συμπεριφορά κλειστού βρόχου.

Επίσης, προτάθηκαν και αναλύθηκαν τροποποιήσεις του AFT1, οι οποίες είναι οι AFT2, AFT3, AFT21 και AFT31οι οποίες επιλύουν το προαναφερθέν πρόβλημα. [23,24]. Όπως φαίνεται στην [23,24]:

- Όπως ο SPSA και ο AFT1, έτσι και ο τροποποιήσεις τους διατηρούν μία παρόμοια συμπεριφορά με αυτήν μίας προσεγγιστικής μεθόδου μέγιστης κατάβασης.

- Σε αντίθεση με τον SPSA και τον AFT1, οι AFT2, AFT3, AFT21 και AFT31 συνδυάζουν την φάση των διαταραχών και την φάση της μέγιστης κατάβασης σε μία, εξασφαλίζοντας ότι οι διαταραχές PE βρίσκονται επίσης στην κατεύθυνση που υποδεικνύεται από μία μέθοδο μέγιστης κατάβασης.

- Όλοι οι AFT, και σε αντίθεση με τον SPSA, ο οποίος δεν είναι ικανός να ενσωματώσει την γνώση που έχει ληφθεί στο παρελθόν αναφορικά με την σχέση [παράμετροι του ελεγκτή, κυκλοφοριακή ζήτηση] → [δείκτης απόδοσης], οι οποίοι χρησιμοποιούν έναν πολυωνυμικό προσεγγιστή για την εκτίμηση αυτής της σχέσης.

- Οι AFT2, AFT3, AFT21 και AFT31 χρησιμοποιούν μία υπολογιστικά αποδοτική διαδικασία για τον υπολογισμό της «καλύτερης» ανάμεσα σε πολλές υποψήφιες PE διαταραχές. Η διαδικασία αυτή απορρίπτει αυτόματα τις υποψήφιες διαταραχές που μπορεί να οδηγήσουν σε φτωχή απόδοση και

Σε κάθε επανάληψη των αλγορίθμων AFT2, AFT3, AFT21 και AFT31, πολλές τυχαία επιλεγμένες διαταραχές καθώς και οι αρνητικές τιμές τους θεωρούνται ως υποψήφιες διαταραχές. Χρησιμοποιώντας έναν πολυωνυμικό προσεγγιστή και κατάλληλους αλγορίθμους εκμάθησης/βελτιστοποίησης, εκτιμάται η επίδραση της κάθε υποψήφιας διαταραχής στην απόδοση του συστήματος και επιλέγεται η καλύτερη διαταραχή. Αξίζει να σημειωθεί ότι είναι ιδιαίτερα σημαντικό για την αποτελεσματικότητα των AFT2, AFT3, AFT21 και AFT31, κάθε φορά που ελέγχουν μία υποψήφια διαταραχή να ελέγχουν και την αρνητική τιμή της. Αυτό συμβαίνει επειδή εάν μία συγκεκριμένη διαταραχή οδηγήσει σε μία μείωση του δείκτη απόδοσης της τάξεως του χ%, τότε η αρνητική της θα οδηγήσει σε μία αύξηση του δείκτη απόδοσης περίπου της τάξεως του χ% και αντιστρόφως. Τέλος, η επιλογή πολλών υποψήφιων διαταραχών πραγματοποιείται έτσι ώστε να αποφευχθεί μία κατάσταση όπου μία συγκεκριμένη υποψήφια διαταραχή οδηγεί σε μία αμελητέα αύξηση ή μείωση (χ≈0) του δείκτη απόδοσης.

Στην εργασία αυτή παρουσιάζεται μία συγκριτική εκτίμηση τωνAFT1, AFT2, AFT3, AFT21 και AFT31 σε μία εφαρμογή ελέγχου της κυκλοφορίας, η οποία είναι ο έλεγχος ραμπών εισόδου σε αυτοκινητόδρομο. Στην περίπτωση αυτή το μοντέλο προσομοίωσης της κυκλοφορίας και τα σενάρια ζήτησης που χρησιμοποιήθηκαν σχεδιάστηκαν χρησιμοποιώντας μετρήσεις της κυκλοφορίας από το πραγματικό δίκτυο. Τα σενάρια που θεωρήθηκαν στις ερευνητικές μας προσομοιώσεις, υπέθεσαν αρχικούς ελεγκτές οι οποίοι ενσωμάτωναν μηδενική ή μερική γνώση των χαρακτηριστικών του δικτύου. Τέλος, σε αυτή την περίπτωση θεωρήθηκαν τυχαίες κυκλοφοριακές διακυμάνσεις της κυκλοφοριακής ζήτησης.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 : ΧΡΗΣΙΜΟΙ ΟΡΙΣΜΟΙ

Στη θεωρία των πιθανοτήτων, μία ακολουθία ή ένα σύνολο τυχαίων αριθμών ονομάζεται i.i.d (independent and identically distributed) εάν όλοι οι τυχαίοι αριθμοί που το αποτελούν ακολουθούν την ίδια κατανομή και είναι αμοιβαίως ανεξάρτητοι μεταξύ τους.

Μία συνάρτηση $f$ λέγεται ότι είναι $C^m$, όπου $m$ ένας θετικός ακέραιος αριθμός, εάν είναι συνεχής και το ίδιο ισχύει και για τις $m$ πρώτες παράγωγούς της.

Μία συνάρτηση $f$ με πεδίο ορισμού ένα υποσύνολο $D \subseteq \Re$ και πεδίο τιμών το σύνολο των πραγματικών αριθμών, $f : D \subseteq \Re \to \Re$ ονομάζεται συνεχής κατά Lipschitz εάν υπάρχει $K \geq 0$ τέτοιο ώστε για κάθε $x, y \in D$ να ισχύει η σχέση:

$$\left|f(x) - f(y)\right| \leq K\left|x - y\right| \tag{2.1}$$

Το μικρότερο $K$ για το οποίο ισχύει η σχέση (2.1) ονομάζεται Lipschitz σταθερά της συνάρτησης $f$.

Εάν η συνάρτηση $f$ ορίζεται στο διάστημα $M$ και δίνει τιμές στο διάστημα $N$, $f : M \to N$ τότε ονομάζεται συνεχής κατά Lipschitz εάν υπάρχει $K \geq 0$ τέτοιο ώστε για κάθε $x, y \in M$ να ισχύει η σχέση:

$$d'(f(x), f(y)) \leq Kd(x, y) \tag{2.2}$$

Εάν $f_a(\cdot)$ είναι μία συνάρτηση παραμετροποιημένη από ένα διάνυσμα $a$ με θετικά στοιχεία, τότε λέμε ότι η $f_a(\cdot)$ είναι $O(a)$, εάν υπάρχει μονοδιάστατη συνάρτηση $g(\cdot)$ που να ικανοποιεί τις σχέσεις: $g(0) = 0$, $g(a) > 0, \forall a \neq 0$ και $g([a_1, a_2, ..., a_i, ...a_n]^T) < g([a_1, a_2, ..., a_i + \Delta\alpha, ...a_n]^T), \forall i, \forall \Delta\alpha > 0$, έτσι ώστε για κάθε $x$ και κάθε $a \geq 0$ να υπάρχει ένας μη-αρνητικός, πραγματικός αριθμός $c_1$ για τον οποίο να ισχύει: $\left|f_a(x)\right| \leq c_1 g(a)$.

Ο συμβολισμός $vec(A, B)$, όπου $A, B$ είναι διανύσματα ή πίνακες, χρησιμοποιείται για να δηλώσει ένα διάνυσμα του οποίου τα στοιχεία είναι τα στοιχεία των $A$ και $B$ (κατά στήλη).

Εάν $x$ είναι ένα διάνυσμα, τότε ο $diag(x_i)$ είναι ένας διαγώνιος πίνακας με τα στοιχεία της διαγωνίου του ίσα με αυτά του διανύσματος $x$.

Η μορφή ενός -ως-προς-τις-παραμέτρους Μη-γραμμικού Προσεγγιστή (Linear-in-the-Weights Universal Approximator) είναι η εξής:

$$y = \vartheta^T \phi(x) \tag{2.3}$$

όπου $x \in \Re^{n1}$ είναι το διάνυσμα εισόδου του προσεγγιστή, $y \in \Re^{n2}$ το διάνυσμα εξόδου του προσεγγιστή, $\vartheta \in \Re^{n2\times L}$ ο πίνακας με τις σταθερές παραμέτρους, $\phi : \Re^{n1} \to \Re^{L}$ μία μη-γραμμική διανυσματική συνάρτηση των όρων παλινδρόμησης, και ο $L$ ένας ακέραιος αριθμός που δηλώνει των πλήθος των όρων παλινδρόμησης του προσεγγιστή. Αποδεικνύεται ότι διάφορα μοντέλα νευρωνικών δικτύων, δίκτυα καμπανοειδών συναρτήσεων (radial basis functions), νευρωνικά δίκτυα με συναρτήσεις ενεργοποίησης σιγμοειδείς μετατοπισμένες συναρτήσεις, προσαρμοστικά ασαφή συστήματα, κ.α. (βλέπε π.χ., [2, 3, 13, 11, 1, 7, 8, 9]) ανήκουν στους Καθολικούς προσεγγιστές της μορφής (2.3).

Μία σημαντική ιδιότητα που ικανοποιούν πολλοί προσεγγιστές της μορφής (2.3) είναι η εξής: Μία οικογένεια συναρτήσεων λέμε ότι ανήκει σε μία οικογένεια Καθολικών προσεγγιστών, εάν για κάθε συνεχή συνάρτηση $F : \Re^{n1} \to \Re^{n1}$, για κάθε $\varepsilon > 0$ και κάθε συμπαγές (δηλαδή, κλειστό και φραγμένο) υποσύνολο $X \subset \Re^{n1}$ υπάρχει ένας ακέραιος $L$ και ένας πίνακας $\vartheta^*$ τέτοιοι ώστε ο προσεγγιστής με τους $L$ όρους να ικανοποιεί τη σχέση:

$$\sup_{x\in X}\left|F(x) - \vartheta^{*T}\phi(x)\right| \le \varepsilon \tag{2.4}$$

Εάν συμβολίσουμε με $\nu(x)$ την απόκλιση μεταξύ της συνάρτησης $F(x)$ και της εκτίμησής της, έχουμε: $F(x) = \vartheta^{*T}\phi(x) + \nu(x)$. Ο βέλτιστος πίνακας των παραμέτρων $\vartheta^*$ και το βέλτιστο σφάλμα μοντελοποίησης $\nu(\cdot)$ συναρτήσει των $L, \phi, F(\cdot), X$ ορίζονται ως εξής:

$$\vartheta^* := W(L,\phi,F,X) := \arg\min_{\vartheta} \sup_{x\in X} \left|F(x) - \vartheta^{*T}\phi(x)\right| \tag{2.5}$$

και.

$$\nu(x) := N(L,\phi,F,X) := F(x) - \vartheta^{*T}\phi(x) \tag{2.6}$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι λόγω της ιδιότητας που ικανοποιούν οι Καθολικοί προσεγγιστές, το $\sup_{x\in X} \nu(x)$ μπορεί να λάβει αυθαίρετα πολύ μικρές τιμές μέσω κατάλληλης επιλογής του ακέραιου αριθμού $L$. Γενικά, το $\sup_{x\in X} \nu(x)$ μειώνεται όσο αυξάνεται το $L$.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 : ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

## 3.1 Αλγόριθμοι αιτιοκρατικής βελτιστοποίησης

Ο άνθρωπος από την αρχή της ύπαρξής του, καλείται να επιλύσει προβλήματα βελτιστοποίησης για κάθε σχεδόν δραστηριότητά του. Καλείται να αντιμετωπίσει τη διαδικασία ανταλλαγής και εξισορρόπησης μεταξύ διαφορετικών παραγόντων με σκοπό την λήψη επιθυμητών αποτελεσμάτων. Η διαδικασία επιλογής των παραμέτρων μιας διαδικασίας κατά ένα βέλτιστο τρόπο αποτελεί και την ουσία του προβλήματος της βελτιστοποίησης.

Μπορούμε να μοντελοποιήσουμε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζοντας μία αντικειμενική συνάρτηση και ένα σύνολο παραμέτρων οι οποίες αν ρυθμιστούν κατάλληλα θα παρέχουν την ελάχιστη δυνατή τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Η μοντελοποίηση έχει τη μορφή:

$$\theta^* = \arg\min_{\theta \in c} L(\theta) \tag{3.1}$$

όπου το $L:\Re^p \to \Re^1$ απεικονίζει την υπό ελαχιστοποίηση συνάρτηση, το $\theta$ αποτελεί το διάνυσμα των ρυθμιζόμενων, $p$ σε αριθμό, παραμέτρων, και $C \subseteq \Re^p$ είναι το σύνολο που ορίζει τις επιτρεπτές τιμές που μπορούν να λάβουν οι παράμετροι $\theta$.

Στην παρούσα διατριβή, αναφερόμαστε σε προβλήματα των οποίων οι παράμετροι $\theta$ λαμβάνουν συνεχείς τιμές και όχι διακριτές. Επιπλέον, οι συναρτήσεις $L$ είναι αρκετά πολύπλοκες με αποτέλεσμα να μην είναι δυνατή η αναλυτική επίλυση της σχέσης (3.1). Έτσι, για την επίλυση της, γίνεται χρήση ενός επαναληπτικού αλγορίθμου, μίας βαθμιαίας, δηλαδή, διαδικασίας που κινείται από μία αρχική εκτίμηση του $\theta^*$ σε ένα τελικό διάνυσμα, το οποίο αναμένεται να αποκλίνει λιγότερο από το πραγματικό $\theta^*$ σε σύγκριση με την αρχική εκτίμησή του, παρέχοντας βελτίωση (μείωση) στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

Πολλές από τις μεθόδους βελτιστοποίησης βασίζονται στον υπολογισμό του διανύσματος κλίσης της υπό βελτιστοποίηση αντικειμενικής συνάρτησης συναρτήσει των παραμέτρων του προβλήματος:

$$g(\theta) \equiv \begin{bmatrix} \dfrac{\partial L}{\partial \theta_1} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial L}{\partial \theta_p} \end{bmatrix}$$

Έτσι, για τοπική βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς, η συνθήκη που πρέπει να ικανοποιείται είναι:

$$g(\theta^*) = 0 \tag{3.2}$$

## 3.2 Αλγόριθμοι στοχαστικής βελτιστοποίησης

Πέρα από τις περιπτώσεις όπου μας παρέχεται η αναλυτική μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος βελτιστοποίησης (deterministic optimization), υπάρχουν περιπτώσεις όπου το μόνο που μας παρέχεται είναι μετρήσεις της αντικειμενικής συνάρτησης οι οποίες εμπεριέχουν τυχαίο θόρυβο. Για την επίλυση προβλημάτων αυτής της κατηγορίας, χρησιμοποιούμε αλγορίθμους Στοχαστικής Προσέγγισης.

Οι αλγόριθμοι Στοχαστικής Προσέγγισης διαχωρίζονται σε αυτούς που βασίζονται στις απευθείας μετρήσεις του διανύσματος κλίσης $g(\theta)$ και σε αυτούς που έχουν στη διάθεσή τους μετρήσεις μόνο της αντικειμενικής συνάρτησης και όχι της κλίσης αυτής.

Γενικά, οι στοχαστικοί αλγόριθμοι που βασίζονται σε μετρήσεις της προς ελαχιστοποίηση αντικειμενικής συνάρτησης και όχι της κλίσης $g(\theta)$ αυτής, επιδεικνύουν ικανότητα σύγκλισης παρόμοια με αυτή των στοχαστικών αλγορίθμων που βασίζονται σε μετρήσεις της κλίσης. Ένα βασικό πλεονέκτημα των πρώτων είναι ότι δεν απαιτούν άριστη γνώση της σχέσης μεταξύ των υπό ρύθμιση παραμέτρων και της υπό ελαχιστοποίηση συνάρτησης, η οποία απαιτείται στους αλγορίθμους που βασίζονται στη γνώση της $g(\theta)$. Ο υπολογισμός αυτής της σχέσης μπορεί να αποδειχθεί πραγματικά δύσκολος ενώ το κόστος υπολογισμού μίας αντικειμενικής συνάρτησης είναι πολύ μικρότερο από το κόστος υπολογισμού της κλίσης αυτής.

Ο πρώτος αλγόριθμος που αναπτύχθηκε και που βασίζεται σε μετρήσεις της κλίσης της συνάρτησης είναι ο αλγόριθμος Στοχαστικής Προσέγγισης των Robins και Monro (R-M SA) [12]. Ο αλγόριθμος αυτός αποτελεί γενίκευση τεχνικών όπως αυτές της μέγιστης κατάβασης, Newton-Raphson, Neural Network back-propagation, και infinitesimal perturbation.

Δύο κλασικές μέθοδοι Στοχαστικής Προσέγγισης που δεν βασίζονται σε μετρήσεις της κλίσης της αντικειμενικής συνάρτησης αλλά σε μετρήσεις της ίδιας, είναι αυτές των Πεπερασμένων Διαφορών των Keifer και Wolfowitz (Finite-Difference Stochastic Approximation, FDSA) [6] και των Ταυτόχρονων Διαταραχών του Spall (Simultaneous Perturbation Stohastic Approximation, SPALL) [14,15]. Και οι δύο προσεγγίσεις χρησιμοποιούν αριθμητικές μεθόδους για την εκτίμηση του άγνωστου διανύσματος κλίσης.

### 3.2.1 Ο αλγόριθμος Στοχαστικής Προσέγγισης των Robins και Monro (RMSA)

Ένα κλασικό πρόβλημα βελτιστοποίησης στο οποίο εφαρμόζεται ο αλγόριθμος RMSA [12] είναι αυτό της εύρεσης της ρίζας της εξίσωσης $g(\theta)=0$, μέσω μετρήσεων με θόρυβο της $g(\theta)$. Έστω $Y(\theta)$ η εκτίμηση της $g(\theta)$. Ο αλγόριθμος έχει τη μορφή:

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k - a_k Y(\hat{\theta}_k) \tag{3.3}$$

όπου $a_k$ μία μη-αρνητική ακολουθία, και $\hat{\theta}_k$ η εκτίμηση του $\theta^*$ στην $k$-οστή επανάληψη του αλγορίθμου.

Η επιλογή της ακολουθίας $\{a_k\}$ πρέπει να είναι τέτοια ώστε να παρέχεται μία ισορροπία μεταξύ της επιθυμίας για μείωση του προστιθέμενου κινδύνου καθώς πλησιάζουμε στη βέλτιστη λύση $\theta^*$ ($a_k \to 0$) και της επιθυμίας για αποφυγή πρόωρης (λανθασμένης) σύγκλισης του αλγορίθμου ($\sum_k a_k = \infty$). Η scaled αρμονική ακολουθία $\{a/(k+1)\}, a>0$ είναι το καλύτερο παράδειγμα ακολουθίας που μας εξασφαλίζει τα παραπάνω. Η σύγκλιση του αλγορίθμου εξαρτάται και από άλλους παράγοντες, όπως για παράδειγμα το σχετικό εύρος του ενσωματωμένου στις μετρήσεις θορύβου, και την αρχική εκτίμηση του $\theta$.

### 3.2.2 Η μέθοδος των Πεπερασμένων Διαφορών (FDSA) των Keifer και Wolfowitz

Έστω $\hat{\theta}_k$ η εκτίμηση του $\theta$ στο $k$-οστό βήμα. Ένας τυπικός αλγόριθμος στοχαστικής προσέγγισης έχει τη μορφή:

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k - a_k \hat{g}_k(\hat{\theta}_k) \tag{3.4}$$

όπου $\hat{g}_k(\hat{\theta}_k)$ είναι η εκτίμηση της κλίσης $g(\theta) \equiv \partial L / \partial \theta$ στην $k$-οστή επανάληψη του αλγορίθμου. Οι μέθοδοι των Πεπερασμένων Διαφορών και της Ταυτόχρονης Διαταραχής διαφέρουν ως προς τον τρόπο που υπολογίζεται η εκτίμηση αυτή της κλίσης.

Έστω $y(\cdot)$ μία μέτρηση της συνάρτησης $L(\cdot)$ ($y(\cdot) = L(\cdot) + \text{noise}$), και $c_k$ ένας μικρός θετικός αριθμός. Εάν $p$ είναι ο αριθμός των υπό βελτιστοποίηση παραμέτρων, κατά τη μέθοδο των Πεπερασμένων Διαφορών [6] λαμβάνουμε $2p$ νέες μετρήσεις της συνάρτησης $L(\cdot)$ σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου, προσθέτοντας διαταραχή σε κάθε ένα από τα στοιχεία του τρέχοντος διανύσματος $\hat{\theta}_k$

ξεχωριστά. Για παράδειγμα, οι δύο νέες μετρήσεις που λαμβάνονται μέσω προσθήκης διαταραχής στο $i$-οστό στοιχείο του διανύσματος $\hat{\theta}_k$ (με $i = 1,2,...,p$) είναι οι: $y(\hat{\theta}_k + \text{διαταραχή}) = y(\hat{\theta}_k + c_k e_i) = y_k^{(+)}$ και $y(\hat{\theta}_k - \text{διαταραχή}) = y(\hat{\theta}_k - c_k e_i) = y_k^{(-)}$ όπου $e_i$ ένα διάνυσμα του οποίου όλα τα στοιχεία είναι μηδέν, εκτός από το $i$-οστό που είναι ίσο με τη μονάδα. Επομένως, το $i$-οστό στοιχείο του διανύσματος $\hat{g}_k(\hat{\theta}_k)$ υπολογίζεται από τη σχέση: $\hat{g}_{ki}(\hat{\theta}_k) = \dfrac{y(\hat{\theta}_k + c_k e_i) - y(\hat{\theta}_k - c_k e_i)}{2c_k}$ με $c_k$ έναν μικρό θετικό αριθμό που συνήθως μειώνεται καθώς το αυξάνεται.

### 3.2.3 Η μέθοδος των Ταυτόχρονων Διαταραχών SPSA

Όπως προαναφέρθηκε, η διαφορά μεταξύ της προσεγγιστικής μεθόδου των Πεπερασμένων Διαφορών και αυτής των Ταυτόχρονων Διαταραχών έγκειται στον τρόπο υπολογισμού της εκτίμησης της κλίσης $g(\theta)$ της υπό ελαχιστοποίηση συνάρτησης (βλέπε σχέση (3.4)).

Η μέθοδος των Ταυτόχρονων Διαταραχών (SPSA) [14,15] που αναλύεται παρακάτω υπολογίζει την εκτίμηση της κλίσης $g(\theta)$ χρησιμοποιώντας μόνο δύο μετρήσεις της συνάρτησης $L(\cdot)$ σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου, σε αντίθεση με τη προσέγγιση μέσω Πεπερασμένων Διαφορών (FDSA) που χρησιμοποιεί 2p μετρήσεις της $L$ σε κάθε επανάληψη. Ο όρος Ταυτόχρονη Διαταραχή προκύπτει από το γεγονός ότι όλα τα στοιχεία του διανύσματος $\hat{\theta}_k$ αλλάζουν ταυτόχρονα.

Υποθέτουμε, λοιπόν, ότι έχουμε στη διάθεση μας τιμές της $L$ με θόρυβο. Έστω :

$$y_k = L(\hat{\theta}_k \pm c_k \Delta_k) + e_k \tag{3.5}$$

όπου τα $e_k$ αντιπροσωπεύουν τον όρο του θορύβου και η $\{c_k\}$ είναι μια θετική ακολουθία. Κατά τη μέθοδο των Ταυτόχρονων Διαταραχών, η εκτίμηση της $g$ στο $k$-οστό βήμα του αλγορίθμου υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\hat{g}_k(\hat{\theta}_k) = \begin{bmatrix} \dfrac{y_k^{(+)} - y_k^{(-)}}{2c_k \Delta_{k1}} \\ \vdots \\ \dfrac{y_k^{(+)} - y_k^{(-)}}{2c_k \Delta_{kp}} \end{bmatrix} = \frac{y_k^{(+)} - y_k^{(-)}}{2c_k} \begin{bmatrix} (\Delta_{k1})^{-1} \\ \vdots \\ (\Delta_{kp})^{-1} \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

όπου $\Delta_k \in \Re^p$ , ένα διάνυσμα από $p$ αμοιβαίως ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές με μέση τιμή μηδέν. Από μελέτες που έχουν γίνει από τον J. Spall [16], προκύπτει ότι τα $\Delta_k$ είναι προτιμότερο να ακολουθούν την συμμετρική κατανομή Bernoulli.

Η δυσκολία σε αυτόν τον αλγόριθμο έγκειται στην επιλογή των τιμών των μεταβλητών που σχετίζονται με τις ακολουθίες $\{a_k\}$ και $\{c_k\}$, δηλαδή των $a, A$, alpha(a) για την πρώτη και $c$, gamma($\gamma$) για τη δεύτερη [16,18]. Παρακάτω παρουσιάζονται αναλυτικά όλα τα βήματα του αλγορίθμου SPSA.

**Βήμα 1: Αρχικοποίηση και επιλογή των τιμών των συντελεστών.**

Αρχίζουμε τις επαναλήψεις θέτοντας $k = 1$. Ορίζουμε τους μη αρνητικούς συντελεστές $a, c, A, \text{alpha}, \gamma$ για τις ακολουθίες $a_k = \frac{a}{(k+A)^{\text{alpha}}}$ και $c_k = \frac{c}{k^{\gamma}}$. Η επιλογή των ακολουθιών $a_k$ και $c_k$ παίζει σημαντικό ρόλο στην απόδοση του SPSA αλγορίθμου.

**Βήμα 2: Δημιουργία του διανύσματος ταυτόχρονης διαταραχής $\Delta_k$.**

Με τη βοήθεια της γεννήτριας Monte Carlo, δημιουργούμε το τυχαίο διάνυσμα διάστασης $p$, του οποίου τα στοιχεία είναι αμοιβαίως ανεξάρτητα και το κάθε ένα από αυτά ακολουθεί κατανομή με μέση τιμή μηδέν. Μία απλή και θεωρητικά έγκυρη κατανομή είναι η Bernoulli $\pm 1$ με πιθανότητα $1/2$ για κάθε ένα από τα $\pm 1$ εξαγόμενα. Να σημειωθεί ότι οι τυχαίες μεταβλητές δεν επιτρέπεται να ακολουθούν ομοιόμορφη και κανονική κατανομή.

**Βήμα 3: Μετρήσεις της προς ελαχιστοποίηση συνάρτηση.**

Παίρνουμε δύο τιμές της συνάρτησης $L$, οι οποίες βασίζονται στην ταυτόχρονη διαταραχή γύρω από το τρέχον διάνυσμα $\hat{\theta}_k$, δηλαδή την $y(\hat{\theta}_k + \text{διαταραχή}) = y(\hat{\theta}_k + c_k\Delta_k) = y_k^{(+)}$ και την $y(\hat{\theta}_k - \text{διαταραχή}) = y(\hat{\theta}_k - c_k\Delta_k) = y_k^{(-)}$, όπου τα $c_k$ και $\Delta_k$ υπολογίζονται στα Βήματα 1 και 2 του αλγορίθμου.

**Βήμα 4: Προσέγγιση του διανύσματος κλίσης.**

Δημιουργούμε την ταυτόχρονα διαταραγμένη εκτίμηση του άγνωστου διανύσματος κλίσης $g_k(\hat{\theta}_k)$ από τον τύπο (3.6)όπου το $\Delta_{ki}$ είναι το $i$-οστό στοιχείο το διανύσματος $\Delta_k$. Ο κοινός αριθμητής και στα $p$ στοιχεία του $\hat{g}_k(\hat{\theta}_k)$ φανερώνει την ταυτόχρονη διαταραχή όλων των στοιχείων του διανύσματος $\hat{\theta}_k$, σε αντίθεση με την περίπτωση της προσέγγισης με πεπερασμένες διαφορές όπου το κάθε στοιχείο επιδέχεται τη διαταραχή ξεχωριστά.

**Βήμα 5: Ενημέρωση της εκτίμησης $\theta$.**

Το νέο $\hat{\theta}$ υπολογίζεται από τον τύπο (3.4):

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k - a_k \hat{g}_k(\hat{\theta}_k)$$

Κάποιες φορές είναι απαραίτητη η μετατροπή της παραπάνω σχέσης ή η επιβολή περιορισμών ώστε να επιτευχθεί η σύγκλιση [17]. Έτσι, το $\hat{\theta}_{k+1}$ μπορεί να μεταβάλλεται ή να απορρίπτεται εάν η τιμή που του προσδίδεται από τη σχέση (3.4) κριθεί ακατάλληλη. Μία προσέγγιση είναι να κρατήσουμε τη νέα τιμή του $\hat{\theta}_{k+1}$ αν και μόνο εάν ικανοποιούνται οι δύο παρακάτω συνθήκες:

**Συνθήκη 1:** Η νόρμα της νέας τιμής του $\hat{\theta}$ να είναι μικρότερη από αυτή της προηγούμενης.

**Συνθήκη 2:** Η συνάρτηση να μειώνεται σε κάθε επανάληψη, τουλάχιστον κατά μία θετική ποσότητα, που τη συμβολίζουμε με "tolerance". Αν θέσουμε την τιμή αυτής της ποσότητας σαν το διπλάσιο της διασποράς του θορύβου που υπάρχει στις μετρήσεις της συνάρτησης, τότε έχουμε εξασφαλίσει μια ουσιαστική βελτίωση ανά βήμα.

**Βήμα 6: Επανάληψη ή τερματισμός**.

Επιστρέφουμε στο Βήμα 2, θέτοντας $k = k + 1$ εάν η συνθήκη τερματισμού του αλγορίθμου δεν ικανοποιηθεί, αλλιώς τερματίζουμε τον αλγόριθμο. Κάποιες από τις συνθήκες τερματισμού που μπορούν να εισαχθούν στον αλγόριθμο [10] είναι όταν το αποτέλεσμα των τελευταίων επαναλήψεων είναι ικανοποιητικό και η μεταβολή στην τιμή της εξόδου είναι πολύ μικρή ή όταν ο αριθμός επαναλήψεων του αλγορίθμου φτάσει τον μέγιστο επιτρεπτό.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 : ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ

## Ορισμός του προβλήματος

Θεωρούμε ένα σύστημα ελέγχου διακριτού χρόνου το οποίο περιγράφεται από το παρακάτω μη γραμμικό δυναμικό μοντέλο:

$$z_{(k+1)} = F\big(z(k), u(k), d(k), k\big), z(0) = z_0 \tag{4.1}$$

όπου $k$ είναι η διακριτή περίοδος ελέγχου, $z(k)$ είναι το διάνυσμα των μεταβλητών κατάστασης του συστήματος, $u(k)$ το διάνυσμα των μεταβλητών ελέγχου και $d(k)$ το διάνυσμα των εξωγενών (μετρήσιμων) σημάτων του συστήματος.

Η συνάρτηση $F$ είναι μία λεία (smooth) μη γραμμική συνάρτηση (ακόμα κι αν συνάρτηση αυτή είναι άγνωστη, η προτεινόμενη μεθοδολογία (AFT) μπορεί να εφαρμοστεί χωρίς κανένα πρόβλημα, καθότι ο AFT μπορεί να εφαρμοστεί σε ένα μη γραμμικό σύστημα ελέγχου ακόμα και όταν δεν γνωρίζουμε τις δυναμικές εξισώσεις που περιγράφουν το σύστημα).

Υποθέτουμε ότι στο σύστημα αυτό εφαρμόζεται ο ακόλουθος κανόνας ελέγχου:

$$u(k) = \varpi\big(\theta(k), z(k)\big) \tag{4.2}$$

όπου $\varpi$ είναι μία γνωστή διανυσματική συνάρτηση και $\theta(k)$ είναι το διάνυσμα των παραμέτρων σχεδιασμού (design parameters) του ελεγκτή των οποίων τις τιμές προσπαθούμε να βελτιστοποιήσουμε (tunable parameters).

Η απόδοση του ελεγκτή (4.2), την οποία θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε, μοντελοποιείται μέσω της ακόλουθης αντικειμενικής συνάρτησης:

$$J\big(\theta(k); z(0), D(K)\big) = \Pi_K\big(z(K)\big) + \sum_{k=0}^{K-1} \Pi_k\big(z(k), u(k)\big) = \Pi_K\big(z(K)\big) + \sum_{k=0}^{K-1} \Pi_k\Big(z(k), \varpi\big(\theta(k), z(k)\big)\Big)$$

Όπου $\Pi_K$, $\Pi_k$ είναι γνωστές μη γραμμικές συναρτήσεις, $K$ ο χρονικός ορίζοντας βελτιστοποίησης κατά τον οποίο εφαρμόζεται ο κανόνας ελέγχου (4.2) και $D(K) = \big[d(0), d(1), ..., d(K-1)\big]$ η χρονική εξέλιξη των εξωτερικών σημάτων για όλο τον ορίζοντα βελτιστοποίησης.

Ορίζοντας ως $x(k) = vec\big(z(0), D(K)\big)$, η συνάρτηση απόδοσης του συστήματος που θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε γίνεται:

$$J\big(\theta(k), x(k)\big) = f\big(\theta(k), x(k)\big) + \xi \tag{4.3}$$

όπου $f$ είναι μια κάτω φραγμένη μη γραμμική συνάρτηση της οποίας η αναλυτική μορφή δεν είναι γνωστή, υπάρχουν όμως διαθέσιμες μετρήσεις της για κάθε περίοδο $k$, $\theta(k)$ είναι ένα διάνυσμα με τις μεταβλητές σχεδιασμού του ελεγκτή, τις οποίες μπορούμε να μεταβάλλουμε σε κάθε περίοδο $k$ και $x(k)$ το διάνυσμα των μεταβλητών εισόδου.

Το πρόβλημα βελτιστοποίησης που πρέπει να επιλυθεί είναι να βρεθεί το διάνυσμα παραμέτρων $\theta^*(k)$ που ελαχιστοποιεί την συνάρτηση $f$ σε κάθε περίοδο εφαρμογής $k$, δηλαδή:

$$\theta^*(k) = \arg\min_{\theta(k)} E \in \left[f(\theta(k), x(k))\right] \tag{4.4}$$

Για το διάνυσμα $x(k)$ συνήθως υπάρχουν μετρήσεις σε πραγματικό χρόνο, ωστόσο ο αλγόριθμος μπορεί να εφαρμοστεί ακόμα και σε προβλήματα που αυτές οι μετρήσεις δεν είναι διαθέσιμες χρησιμοποιώντας μία εκτίμηση $\bar{x}(k)$ του $x(k)$. Σημειώνεται επίσης ότι …. για $\theta(k) \in \theta$.

Για την επίλυση του αναπτυχθέντος προβλήματος βελτιστοποίησης προτείνεται η ανάπτυξη μιας νέας επαναληπτικής μεθοδολογίας, η οποία σε κάθε περίοδο εφαρμογής $k$ ανανεώνει το διάνυσμα των παραμέτρων $\theta(k)$ (με διαταραχές $\Delta\theta(k)$ γύρω από το τρέχων διάνυσμα) και έχει σαν αντικειμενικό σκοπό την βελτίωση της απόδοσης του συστήματος.

Για την προσέγγιση της άγνωστης αντικειμενικής συνάρτησης $J(\theta(k), x(k))$ χρησιμοποιείται ένα νευρωνικό δίκτυο ή ένας πολυωνυμικός προσεγγιστής (polynomial-like approximator) που λαμβάνει πληροφορίες πολλών μετρήσεων της συνάρτησης με χρονικό ορίζοντα που καθορίζεται από τον χρήστη.

$$[performance] = J([tunableparameters], [demand])$$

System performance    Unknown function (measurable)    $\theta(k)$    $x(k)$

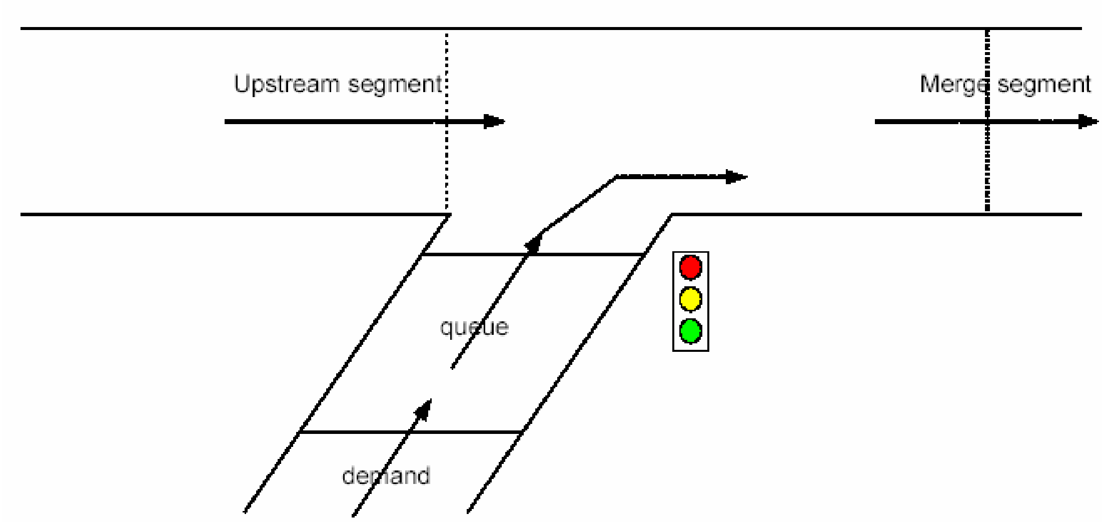
Ένας προσεγγιστής $\hat{J}$ χρησιμοποιείται με σκοπό την προσέγγιση μίας μη γραμμικής συνάρτησης $J$

## Εφαρμογή σε έλεγχο ραμπών εισόδου αυτοκινητοδρόμων

Ο έλεγχος ράμπας εισόδου είναι ένα από τα βασικά και πλέον αποτελεσματικά μέτρα ελέγχου που μπορούν να εφαρμοστούν σε δίκτυα αυτοκινητοδρόμων. Η βασική αρχή λειτουργίας τους βασίζεται στη συνεχή ρύθμιση, με βάση κάποιον προαποφασισμένο κανόνα, που ονομάζεται στρατηγική ελέγχου. Η στρατηγική ελέγχου έχει να κάνει με την απόφαση του αριθμού των οχημάτων που επιτρέπεται να εισέλθουν στο κυρίως ρεύμα της κυκλοφοριακής ροής (δηλαδή στον αυτοκινητόδρομο), μέσω των ραμπών εισόδου.

Στο *σχήμα 4.1* φαίνεται μια ράμπα εισόδου μέσω της οποίας εισέρχονται οχήματα στον αυτοκινητόδρομο. Ο αυτοκινητόδρομος χωρίζεται σε δύο μέρη, ένα ανάντη της ράμπας (upstream) και ένα κατάντη της ράμπας (merge). Η κυκλοφοριακή ζήτηση (demand) που εμφανίζεται στην αρχή της ράμπας εισόδου, είτε από κάποιο αστικό δίκτυο, είτε από κάποιον άλλο αυτοκινητόδρομο, αναμιγνύεται με τη ροή του αυτοκινητοδρόμου που κατέρχεται από το ανάντη τμήμα και προωθείται στο κατάντη τμήμα του αυτοκινητοδρόμου.

Όπως μπορούμε εύκολα να συμπεράνουμε ισχύουν τα παρακάτω. Πρώτον, η ζήτηση της ράμπας ικανοποιείται εις βάρος της πεπερασμένης χωρητικότητας του αυτοκινητοδρόμου. Δεύτερον, η διαδικασία μίξης των οχημάτων της ανάντη ροής με τη ροή της ράμπας, οδηγεί σε μείωση της ταχύτητας στην περιοχή γύρω από τη ράμπα. Αυτή η μείωση μεγιστοποιείται, όταν η είσοδος της ράμπας δεν είναι ελεγχόμενη.




**Σχήμα 4.1 - Ράμπα εισόδου**

Προκειμένου να αποφύγουμε την άναρχη είσοδο των οχημάτων της ράμπας στον αυτοκινητόδρομο, τοποθετούμε φωτεινό σηματοδότη στην διασταύρωση της ράμπας με τον αυτοκινητόδρομο. Η στρατηγική ελέγχου προσδιορίζει τη λειτουργία του φωτεινού σηματοδότη έτσι ώστε να ρυθμίζεται η είσοδος των οχημάτων στον αυτοκινητόδρομο, συμφωνά με τα κριτήρια και τους στόχους σχεδιασμού της.

Η λειτουργία ενός φωτεινού σηματοδότη έχει προκαθορισμένες μορφές. Μια πολιτική είναι αυτή που επιτρέπει την είσοδο μόνο ενός αυτοκινήτου κάθε φορά που ανάβει πράσινο (one-car-per-green). Μια δεύτερη πολιτική είναι αυτή που κάνει χρήση της περιόδου φωτεινής σηματοδότησης, όπως δηλαδή και στα αστικά δίκτυα (cycle time). Και μια τρίτη είναι αυτή των μεταβαλλόμενων διακριτών ροών εισόδου (discrete release rates).

Σε όλες τις περιπτώσεις προστίθενται στο πρόβλημα μας και κάποιοι «λειτουργικοί» περιορισμοί όπως ο προκαθορισμός μιας ελάχιστης διάρκειας του πράσινου και μια μέγιστη επιτρεπτή ουρά που μπορεί να δημιουργηθεί μέσα στη ράμπα. Οι δύο αυτοί περιορισμοί έχουν να κάνουν από τη μια με την κατανόηση, ότι για να διευκολύνουμε την ροή του αυτοκινητοδρόμου, δεν μπορούμε να «φράξουμε» τη ράμπα εισόδου καταδικάζοντας τους οδηγούς σε τεράστια αναμονή, και από την άλλη δεν μπορούμε να επιτρέψουμε την υπερβολική συσσώρευση αυτοκινήτων στη ράμπα, γιατί έτσι θα δημιουργήσουμε πρόβλημα στο δίκτυο ή τον αυτοκινητόδρομο που την τροφοδοτεί.

Οι περιορισμοί αυτοί ποικίλουν ανάλογα με το δίκτυο στο οποίο προσπαθούμε να ασκήσουμε έλεγχο και καθορίζονται κάθε φορά από τους υπεύθυνους με βάση και τις συνθήκες του δικτύου, αλλά και τους στόχους του ελέγχου. Ο σχεδιασμός όμως των στρατηγικών ελέγχου πρέπει να είναι γενικός, ώστε να είναι δυνατή η εφαρμογή τους σε οποιοδήποτε δίκτυο αυτοκινητόδρομων.

Οι στρατηγικές ελέγχου ραμπών εισόδου στοχεύουν στον προσδιορισμό της κυκλοφοριακής ροής που θα πρέπει να εισέλθει από την ουρά (της ράμπας) στην κυκλοφορία κατά τη διάρκεια ενός διακριτού βήματος ελέγχου. Ο προσδιορισμός αυτού του μεγέθους οδηγεί και στην αντίστοιχη ακολουθία πρασίνου και κόκκινου ανάλογα με τις προδιαγραφές λειτουργίας του φωτεινού σηματοδότη. Έτσι ο προσδιορισμός του αριθμού των οχημάτων στα οποία θα επιτραπεί η είσοδος κατά τη διάρκεια ενός διακριτού βήματος ελέγχου, είναι αρκετός στα πλαίσια μιας μελέτης για το σχεδιασμό μιας στρατηγικής ελέγχου. Δύο πολύ γνωστές στρατηγικές ελέγχου είναι οι ALINEA και METALINE, οι οποίες περιγράφονται συνοπτικά παρακάτω.

Η ALINEA είναι μια στρατηγική κλειστού βρόγχου και έχει την μορφή:

$$r(k) = r(k-1) + K_R\left[\hat{o} - o_{out}(k-1)\right] \tag{4.5}$$

όπου $r(k)$ η ροή της ράμπας, $K_R$ η παράμετρος του ελεγκτή ($\theta(k)$), $\hat{o}$ η επιθυμητή τιμή του ποσοστού κατάληψης (occupancy, ποσοστό που ένας φωρατής είναι κατειλημμένος) κατάντη της ράμπας εισόδου (συνήθως άλλα όχι πάντα $\hat{o} = o_{critical}$) και $o_{out}(k-1)$ η μετρούμενη τιμής του κατάντη ποσοστού κατάληψης της ράμπας (occupancy). Όταν έχω πολλές ράμπες εισόδου (όπως στον αυτοκινητόδρομο που εξετάζουμε), η σχέση αυτή μπορεί να γραφεί με μορφή διανυσμάτων. Εμπειρικά έχει βρεθεί ότι η ALINEA δεν είναι ιδιαίτερα ευαίσθητη στην παράμετρο $K_R$.

Η ALINEA αντιδρά με ομαλό και ήπιο τρόπο ακόμη και σε μικρές διαφορές $\hat{o} - o_{out}(k-1)$ και έτσι μπορεί να προλάβει τη δημιουργία της συμφόρησης σταθεροποιώντας την κατάντη ροή σε ένα υψηλό επίπεδο. Είναι επίσης φανερό από την (4.5) ότι στην στάσιμη κατάσταση, δηλαδή όταν η $q_{in}$ (εισερχόμενη ροή) είναι σταθερή, θα είναι $o_{out}(k) = \hat{o}$, παρόλο που δεν χρησιμοποιούνται καθόλου μετρήσεις της $q_{in}$ από την στρατηγική.

Το σημείο $\hat{o}$ μπορεί να μεταβάλλεται, επιτρέποντας κατ' αυτόν τον τρόπο στην ALINEA να είναι μέρος ενός ευρύτερου συστήματος ιεραρχικού ελέγχου όπου τα σημεία $\hat{o}$ κάθε ράμπας προσδιορίζονται με βάση κάποια γενικότερη λογική που αφορά ολόκληρο το δίκτυο και όχι μόνο τις τοπικές συνθήκες.

Αν η υλοποίηση του ελέγχου χρησιμοποιεί περίοδο φωτεινής σηματοδότησης, όπως συμβαίνει στην περίπτωση μας, τότε η ροή $r(k)$ μετατρέπεται σε ένα χρονικό διάστημα $g$ πρασίνου στο σηματοδότη σύμφωνα με την σχέση:

$$g = \frac{r}{r_{\max}} c \tag{4.6}$$

όπου $c$ είναι η προκαθορισμένη περίοδος φωτεινής σηματοδότησης και $r_{\max}$ είναι η μέγιστη δυνατή ροή της ράμπας. Η διάρκεια του πρασίνου $g$ περιορίζεται στο διάστημα $[g_{\min}, g_{\max}]$, όπου $g_{\min} > 0$ προκειμένου να αποφευχθεί το πλήρες κλείσιμο της ράμπας για $g_{\max} \le c$. Στην περίπτωση όπου η υλοποίηση βασίζεται στην αρχή του ενός οχήματος ανά πράσινο (one-car-per-green), τότε επιτρέπεται η είσοδος στον αυτοκινητόδρομο μόνο σε ένα όχημα κάθε φορά που ανάβει πράσινο. Σ' αυτήν την περίπτωση η ροή $r(k)$ ελέγχεται με την μεταβολή της διάρκειας της κόκκινης φάσης ανάμεσα στο ελάχιστο και στο μέγιστο.

Η ALINEA είναι εφαρμόσιμη και με όρους της διάρκειας της πράσινης φάσης σύμφωνα με την σχέση:

$$g(k) = g(k-1) + K'_R[\hat{o} - o_{out}(k-1)] \tag{4.7}$$

όπου $K'_R = \dfrac{K_R}{r_{\max}}$. Οι ποσότητες $r(k-1)$ και $g(k-1)$ που χρησιμοποιούνται στις σχέσεις (4.5) και (4.7), αντίστοιχα, θα πρέπει να είναι μέσα στα αντίστοιχα όρια τους, δηλαδή θα πρέπει πρώτα να φραγούν με τα άνω και κάτω όρια τους.

Αν η ουρά των οχημάτων στην ράμπα εισόδου γίνει πολύ μεγάλη τότε αρχίζει να επιδρά η κυκλοφορία του αυτοκινητοδρόμου στην κυκλοφορία του αστικού δικτύου. Οι μεγάλες ουρές μπορούν να εντοπισθούν με την χρήση αισθητήρων τοποθετημένων κατάλληλα πάνω στο μήκος της ράμπας. Όταν το μέγεθος της ουράς περάσει ένα προκαθορισμένο κατώφλι, τότε γίνεται ένας υπερκερασμός της απόφασης της στρατηγικής ελέγχου με αντικειμενικό σκοπό την αύξηση της ροής της ράμπας εισόδου προκειμένου να μειωθεί το μήκος της ουράς μου έχει σχηματισθεί.

Όλη η προηγούμενη ανάλυση αναφερόταν σε τοπική στρατηγική ελέγχου. Όπως έχει ήδη ειπωθεί, η αποτελεσματικότητα αυτών των στρατηγικών περιορίζεται από το γεγονός ότι χρησιμοποιούν τοπικού χαρακτήρα πληροφορίες σε πραγματικό χρόνο. Η πολυμεταβλητές στρατηγικές ρύθμισης (multivariable regulator strategies) είναι μια προσέγγιση που κάνει χρήση μετρήσεων που λαμβάνονται από ένα μεγάλο τμήμα του αυτοκινητοδρόμου, με αντικειμενικό σκοπό να φέρει την κυκλοφοριακή κατάσταση σε μια προκαθορισμένη μορφή. Ενώ ο τοπικός έλεγχος εφαρμόζεται ανεξάρτητα σε κάθε ράμπα εισόδου βασιζόμενος μόνο σε τοπικές μετρήσεις, ο πολυμεταβλητός έλεγχος κάνει χρήση όλων των διαθέσιμων μετρήσεων $o_i(k)$, $i = 1,...,n$, που λαμβάνονται από τον αυτοκινητόδρομο προκειμένου να γίνει ο ταυτόχρονος υπολογισμός των ροών $r_i(k)$, $i = 1,...,m$, όλων των ραμπών εισόδου που ελέγχονται. Κατ' αυτόν τον τρόπο αυτή η προσέγγιση είναι εν δυνάμει πιο αποτελεσματική σε σχέση με τον τοπικό έλεγχο λόγω του εύρους της χρησιμοποιούμενης πληροφορίας. Η συστηματική και συνεπής χρήση των μετρήσεων πραγματικού χρόνου οδηγεί την στρατηγική στο να αποφεύγει δράσεις ελέγχου που είναι ανταγωνιστικές μεταξύ τους.

Η πολυμεταβλητή στρατηγική ρύθμισης METALINE μπορεί να θεωρηθεί μια γενίκευση της τοπικής αναδραστικής στρατηγικής ALINEA όπου οι ροές των ραμπών εισόδου υπολογίζονται από την σχέση:

$$r(k) = r(k-1) - K_1[o(k) - o(k-1)] + K_2[\hat{O} - \hat{O}(k)] \tag{4.8}$$

όπου $r=[r_1,...,r_m]^T$ είναι το διάνυσμα των ροών των $m$ ελεγχόμενων ραμπών εισόδου, $o=[o_1,...,o_n]^T$ είναι το διάνυσμα των μετρήσεων που συλλέγονται από τον αυτοκινητόδρομο, $O=[O_1,...,O_m]^T$ είναι ένα υποσύνολο του μικρού $o$ που περιλαμβάνει τις $m$ τοποθεσίες για τις οποίες είναι επιθυμητό το ποσοστό κατάληψης τους να διατηρηθεί στο προκαθορισμένο διάνυσμα $\hat{O}=\left[\hat{O}_1,...,\hat{O}_m\right]^T$. Τέλος, η σταθερές $K_1$ και $K_2$ είναι οι πίνακες κέρδους (gain matrices) που πρέπει να σχεδιαστούν με κατάλληλο τρόπο.

Εμείς έχουμε ένα αυτοκινητόδρομο με N=8 ράμπες εισόδου. Στο έλεγχο που εφαρμόζω στις προσομοιώσεις στο matlab, έχω βάλει $K_1=0$ οπότε ο κανόνας γίνεται:

$$r(k)=r(k-1)+K_2\left(\hat{O}-O(k)\right) \tag{4.9}$$

όπου $\hat{O}$ οι επιθυμητές τιμές ποσοστού κατάληψης (occupancy) που θέλω να έχω στα οκτώ κατάντη τμήματα μετά τις ράμπες εισόδου, σταθερά στην αρχή και $O(k)$ το ποσοστό κατάληψης (occupancy) στα οκτώ αυτά τμήματα που μετριέται σε πραγματικό χρόνο (για κάθε $k$). Οπότε:

$$r(k)=r(k-1)+K_2\hat{O}-K_2O(k)=r(k-1)-K_1'O(k)-K_2' \tag{4.10}$$

όπου $K_1'=K_2$ και $K_2'=-K_2\hat{O}$.

Τα στοιχεία των πινάκων $K_1'$ και $K_2'$ είναι τελικά οι παράμετροι $\theta$ (τα βάρη) που θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε με τους AFT. Ο αριθμός των παραμέτρων $\theta$ ισούται με το άθροισμα του τετραγώνου του πλήθους των ραμπών συν το πλήθος των ραμπών και είναι στην περίπτωση μας $8\times 8+8=72$.

Μετά τον υπολογισμό των $r(k)$, μπορούν να υπολογιστούν οι αντίστοιχες διάρκειες πρασίνων $g(k)$ που θα εφαρμοστούν στην ράμπα.

Οι παράμετροι $\theta$ ανανεώνονται από τους AFT κάθε μια μέρα $\theta(\kappa)$, $\kappa=1,2,...,\mathrm{K}$ ημέρες, όπου το $\kappa$ για τους AFT συμβολίζει το βήμα του αλγόριθμου, ενώ για την ALINEA συμβολίζει τον κύκλο σηματοδότησης ο οποίος είναι 30 sec. Με τις παραμέτρους που επιλέγονται για κάθε ημέρα εφαρμόζεται ο κανόνας ελέγχου (4.4) για κάθε περίοδο ελέγχου.

## 4.1 ο αλγόριθμος AFT 1

### 4.1.1 Ιδιότητες AFT1

Ο αλγόριθμος AFT1 είναι μία προσέγγιση της γνωστής μεθόδου μέγιστης κατάβασης. Για την ακρίβεια, ο αλγόριθμος AFT1 εγγυάται ότι, για κάθε k:

$$\theta_k = \theta^*_{k-1} - \beta_k \nabla J\left(\theta^*_{k-1}, x_k\right) + \varepsilon_k + \delta_k$$

όπου $\varepsilon_k, \delta_k$ είναι δυο «όροι διαταραχής» :

- Το $\varepsilon_k$ μπορεί να είναι οσοδήποτε μικρό υπό την κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων που ορίζονται από τον χρήστη. Για την ακρίβεια το $\varepsilon_k$ εξαρτάται από
  - την διάσταση του πολυωνυμικού προσεγγιστή (όσο μεγαλύτερη είναι η διάσταση, τόσο μικρότερο είναι το $\varepsilon_k$).
  - τον σχεδιασμό των παραμέτρων $\alpha_k, \beta_k$ (γενικά, όσο μικρότερες είναι αυτές οι παράμετροι, τόσο μικρότερο είναι το $\varepsilon_k$).
- Ο όρος $\delta_k$ εξαρτάται από τις αβεβαιότητες και τις στοχαστικές ιδιότητες του συστήματος εφαρμογής. Η παρουσία του όρου αυτού είναι αναπόφευκτη, ανεξάρτητα από τον συγκεκριμένο αλγόριθμο. Για την ακρίβεια, ο όρος $\delta_k$ εξαρτάται από
  - το μέγεθος της εκτίμησης της ακρίβειας του $x_k - \overline{x}_k$.
  - το μέγεθος της διαφοράς $x_k - x_{k-1}$.

Επιπλέον στο [22] έχει αποδειχθεί ότι ο αλγόριθμος SPSA είναι μία ειδική περίπτωση του αλγορίθμου AFT1. Όμως σε αντίθεση με τον AFT1, στην περίπτωση του SPSA ο όρος διαταραχής $\varepsilon_k$ δεν μπορεί να είναι αυθαίρετα μικρός υπό την κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων που ορίζονται από τον χρήστη.

### 4.1.2 AFT 1

Ο τρόπος κατά τον οποίο λειτουργεί ο AFT1 είναι άμεσα συνδεδεμένος με το βήμα $k$ της επανάληψης στο οποίο βρίσκεται. Ανάλογα λοιπόν με το βήμα $k$ ισχύει:

- Αν το βήμα $k$ είναι μονό (odd), τότε δημιουργούμε μια τυχαία διαταραχή (random perturbation). Δηλαδή μεταβάλλω το τρέχον διάνυσμα $\theta_k$ κατά ένα τυχαίο διάνυσμα μηδενικής μέσης τιμής και διάστασης $a_k$, $\Delta\theta_k$ (full-rank zero-mean, $a_k$-width random vector).

- Αν το βήμα $k$ είναι ζυγό (even), τότε ακολουθούμε τα εξής βήματα:

1. Υπολογίζουμε πόσους όρους $Lg^k$ θα βάλουμε στο πολυώνυμο $\phi^k(\theta, x)$ στην τρέχουσα επανάληψη $k$. Το $Lg^k$ υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

   $Lg^k = \min\{2(k-1), \overline{L}g\}$, όπου το $\overline{L}g$ ορίζεται στο input file ως σταθερά (constant).

2. Υπολογίζουμε πόσες μετρήσεις (πριν από το παρόν βήμα $k$ θα λάβουμε υπ ’ όψη για την προσέγγιση της συνάρτησης $J$. Το πλήθος των μετρήσεων που θα λάβουμε υπ’ όψη υπολογίζεται ως εξής:

   $l_k = \max\{k - Th, 1\}$, όπου το $Th$ ορίζεται στο input file ως σταθερά (constant).

3. Κατασκευάζουμε το πολυώνυμο $\phi(\theta, x)$ όπως έχουμε περιγράψει για κάθε προηγούμενη μέτρηση:

   $$\phi_l^{(k)} = \phi^{(k)}(\theta_l, \overline{x}_l) \equiv \hat{J}$$

   Το πολυώνυμο αυτό είναι ουσιαστικά η εκτιμήτρια της $J$.

4. Για όλα τα $\Delta\theta_k^{(\pm j)}$, $j = 1,2,...,k$, λύνουμε το παρακάτω πρόβλημα βελτιστοποίησης:

   $$\vartheta_{\pm j} \to \arg\min_{\vartheta}\left[\frac{1}{2}\sum_{l=l_k}^{k-1}\left(J_l - \vartheta^T \phi_l^{(k)}\right)^2\right]$$

   και υπολογίζουμε τα $\vartheta^{T(*)}$.

5. Κάνουμε εκτίμηση της παραγώγου στο σημείο που βρισκόμαστε στην επανάληψη $k$. Οπότε μετακινούμε το διάνυσμα $\theta$ κατά ένα μοναδιαίο βήμα $\forall\theta$ και υπολογίζουμε από την εκτίμηση της συνάρτησης ως εξής:

   $$\hat{J}_{k,i}(\theta_k, x_k) = \vartheta_k^T \phi^{(k)}(\theta_{k-1} + c_k e_i, \overline{x}_k)$$

   όπου $\theta$ διάνυσμα με διάσταση $n_\theta$ για το οποίο ισχύει:

   $$\theta = \begin{cases} e_{ij} = 1, i = j \\ e_{ij} = 0, i \neq j \end{cases}$$

   Επίσης γνωρίζουμε ότι:

   $$\hat{J}_{k-1}(\theta_{k-1}, x_{k-1}) = \vartheta_k^T \phi^{(k)}(\theta_{k-1}, x_{k-1})$$

Οπότε η εκτίμηση της παραγώγου για το σημείο $k$ υπολογίζεται ως εξής:

$$\hat{\Delta J}_k = \frac{\hat{J}_k - \hat{J}_{k-1}}{c_k}$$

$$\Delta\theta_k = -B_k \hat{\Delta J}_k \ \text{ οπότε } \theta_k = \theta_{k-1} + \Delta\theta_k$$

## 4.2 Οι αλγόριθμοι AFT 2, AFT 3, AFT 21, AFT 31

### 4.2.1 AFT 2

Ο αλγόριθμος AFT2 ακολουθεί την διαδικασία που έχουμε για τον AFT1 όταν το βήμα $k$ είναι ζυγός (even), για κάθε βήμα $k$. Εκτός αυτής της διαφοράς υπάρχουν επίσης επιπλέον βήματα στον αλγόριθμο. Τα βήματα της διαδικασίας έχουν αναλυτικά ως εξής:

1. Παράγουμε $K$ τυχαίες διαταραχές:

   $$\Delta\theta_k^{(j)} = a_k \Delta_k,\ j = 1,2,...,K$$

2. Το βήμα αυτό είναι το ίδιο με το βήμα 1 του AFT1

3. Το βήμα αυτό είναι το ίδιο με το βήμα 2 του AFT1

4. Το βήμα αυτό είναι το ίδιο με το βήμα 3 του AFT1

5. Κατασκευάζουμε το πολυώνυμο (με τους ίδιους όρους του πολυωνύμου του βήματος 4) για το βήμα $k$ για όλες τις τυχαίες διαταραχές και τα αρνητικά τους.

   $$\phi_{\pm j}^{(k)} = \phi^{(k)}\left(\pm \Delta\theta_k^{(j)} + \theta_{k-1}, \bar{x}_k\right)$$

6. Το βήμα αυτό είναι το ίδιο με το βήμα 4 του AFT1 με την διαφορά ότι στο πρόβλημα βελτιστοποίησης που πρέπει να λύσουμε, εισάγουμε τον παρακάτω περιορισμό:

   $$\vartheta^T \phi_{\pm j}^{(k)} \geq B_k$$

   Εφαρμόζουμε ουσιαστικά την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων μεταξύ όλων των σημείων, ελαχιστοποιούμε το άθροισμα των τετραγώνων των αποστάσεων μεταξύ των παλιών μετρήσεων και του πολυωνύμου προσέγγισης και τελικά επιλέγουμε το $\Delta\theta$ που έχει το μικρότερο σφάλμα προσέγγισης από τα συνολικά $2 \cdot K$ υποψήφια $\Delta\theta_k$. Οπότε τελικά το πρόβλημα βελτιστοποίησης γίνεται:

$$\Delta\theta_k \to \arg\min_{\Delta\theta_k^{(\pm j)}} \left[ \frac{1}{2} \sum_{l=l_k}^{k-1} \left( J_l - \vartheta_{(\pm j)}^T \phi_l^{(k)} \right)^2 \right]$$

και κατόπιν υπολογίζουμε:

$$\theta_k = \theta_{k-1} + \Delta\theta_k$$

## 4.2.2 AFT 3

Η διαδικασία του αλγορίθμου AFT 3 βασίζεται στα βήματα των αλγορίθμων AFT1 και AFT 2. Η διαδικασία του αλγορίθμου έχει ως εξής.

1. Το βήμα αυτό είναι το ίδιο με το βήμα 1 του AFT2.
2. Το βήμα αυτό είναι το ίδιο με το βήμα 2 του AFT2.
3. Το βήμα αυτό είναι το ίδιο με το βήμα 3 του AFT2.
4. Το βήμα αυτό είναι το ίδιο με το βήμα 4 του AFT2.
5. Το βήμα αυτό είναι το ίδιο με το βήμα 4 του AFT1.
6. Για κάθε $\Delta\theta_k^{(\pm j)}$ υπολογίζουμε τα:

$$\hat{J}_k^{(\pm j)}(\theta_k, \bar{x}_k) = \vartheta_k^T \phi^{(k)}\left(\theta_{k-1} + \Delta\theta_k^{\pm j}{}_i, \bar{x}_k\right)$$

7. Τελικά επιλέγουμε το $\Delta\theta_k$ που δίνει την μικρότερη τιμή στην εκτίμηση $\hat{J}_k$. Δηλαδή:

$$\Delta\theta_k = \arg\min_{\Delta\theta_k^{(\pm j)}} \hat{J}_k^{(\pm j)}$$

## 4.2.3 AFT 21

Ο αλγόριθμος AFT21 αποτελεί την σύνθεση των αλγόριθμων AFT1 και AFT2. Η διαδικασία επίλυσης του προβλήματος είναι άμεσα συνδεδεμένη με το βήμα $k$ της επανάληψης που βρισκόμαστε. Ειδικότερα:

- Αν το βήμα $k$ είναι μονό (odd), τότε ακολουθούμε την διαδικασία του AFT1 για βήμα $k$ ζυγό (even).
- Αν το βήμα $k$ είναι ζυγό (even) τότε ακολουθούμε την διαδικασία του AFT2.

## 4.2.4 AFT 31

Ο αλγόριθμος AFT31 αποτελεί την σύνθεση των αλγόριθμων AFT1 και AFT3, όπως ακριβώς γίνεται και στην περίπτωση του AFT21. Η διαδικασία επίλυσης του προβλήματος είναι άμεσα συνδεδεμένη, και στον αλγόριθμο αυτό, με το βήμα $k$ της επανάληψης που βρισκόμαστε. Ειδικότερα:

- Αν το βήμα $k$ είναι μονό (odd), τότε ακολουθούμε την διαδικασία του AFT1 για βήμα $k$ ζυγό (even).
- Αν το βήμα $k$ είναι ζυγό (even) τότε ακολουθούμε την διαδικασία του AFT3.

## 4.2.5 Ιδιότητες των αλγορίθμων AFT2, AFT 3, AFT 21 AFT 31

Για $K \geq \dim(\theta)$, οι αλγόριθμοι AFT2, AFT3, AFT21, AFT31 εγγυώνται ότι για κάθε k ισχύει ότι:

$$J_k \leq J_{k-1} + \varepsilon_k + \delta_k \qquad (4.5)$$

όπου οι όροι θορύβου $\varepsilon_k, \delta_k$ ορίζονται με παρόμοιο τρόπο όπως στην περίπτωση του AFT1. Επιπλέον, οι αλγόριθμοι AFT2, AFT3, AFT21, AFT31 εγγυώνται ότι το $\theta_k$ συγκλίνει σε μία σφαίρα με κέντρο ένα τοπικό ελάχιστο του $J(\theta_k, x_k)$ και ακτίνα ανάλογη του $\varepsilon_k + \delta_k$.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονίσουμε ότι η απαίτηση να ισχύει η σχέση $K \geq \dim(\theta)$, μπορεί να είναι, σε πολλές περιπτώσεις, πολύ δύσκολη υπολογιστικά. Ευτυχώς, όπως θα δείξουμε σε επόμενα υποκεφάλαια, μία μικρή τιμή για το K (π.χ., K=10) αρκεί για να επιδείξουν οι αλγόριθμοι AFT2, AFT3, AFT21, AFT31 μία ικανοποιητική συμπεριφορά. Στην πραγματικότητα, η απαίτηση $K \geq \dim(\theta)$ στους αρχικούς αλγόριθμους AFT2, AFT3, AFT21, AFT31 επιβάλλεται έτσι ώστε να αποφευχθεί η περίπτωση όπου όλες οι υποψήφιες διαταραχές $\pm\Delta\theta^{(j)}$ οδηγούν σε αμελητέα μείωση του J. Μπορεί όμως να αποδειχθεί ότι ακόμα και αν το K είναι ένας μικρός αριθμός, τότε η (4.5) διατηρεί την ισχύ της και, επιπλέον, ισχύει ότι ο αλγόριθμοι αυτοί συγκλίνουν κοντά σε ένα τοπικό ελάχιστο αλλά εις βάρος ενός χαμηλότερου ρυθμού σύγκλισης σε σύγκριση με την περίπτωση όπου ισχύει ότι $K \geq \dim(\theta)$.

## 4.3 Διαστάσεις του διανύσματος $x$ για τον AFT

Ο αυτοκινητόδρομος που προσομοιώνουμε έχει συνολικό μήκος 17 χιλιομέτρων και χωρίζεται σε 39 τμήματα (segments, κάθε τμήμα είναι περίπου 450 μέτρα, βλ. χάρτη στο Παράρτημα Β).

Κάθε δρόμο (link) το χωρίζουμε σε segments, κομμάτια ίσου μήκους, στα οποία υπάρχουν φωρατές που μετρούν ή υπολογίζουν τα παρακάτω μεγέθη:

| | |
|---|---|
| $u_i$ | Ταχύτητα τμήματος i |
| $\rho_i$ | Ροή τμήματος i |
| $o_i$ | Occupancy (ποσοστό κατάληψης) τμήματος i |
| $d_i$ | Πυκνότητα οχημάτων (density) τμήματος i |

Οπότε ο AFT παίρνει μετρήσεις ποσοστού κατάληψης (occupancy) για τα 39 τμήματα (segments) του αυτοκινητόδρομου και για τις 8 ράμπες εισόδου. Κάθε μέρα εισάγουμε στον AFT 5 μετρήσεις για κάθε κομμάτι. Έτσι το πλήθος των $x$ υπολογίζεται: $n_x = 5 \times (n_s + n_r) = 5 \times (39 + 8) = 235$, όπου $n_s$ το πλήθος των τμημάτων και $n_r$ το πλήθος των ραμπών.

Έτσι τελικά το $x$ είναι ένα διάνυσμα μήκους $n_x$ που μπαίνει σαν είσοδος στον AFT και έχει τις μετρήσεις ποσοστού κατάληψης (occupancy) που αναφέραμε.

## 4.4 Τυχαίο βήμα (Random)

Μπορούμε να μεταβάλλουμε το διάνυσμα $\theta_k$ μιας επανάληψης κατά ένα τυχαίο βήμα, δημιουργώντας μια τυχαία διαταραχή (random perturbation, $\Delta\theta_k$) του διανύσματος στο οποίο βρισκόμαστε. Τότε:

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \alpha_k \cdot \Delta_k = \theta_k + x_k$$

όπου $\theta_k$, $\theta_{k+1}$ διανύσματα μήκους $n_\theta$, $\alpha_k$ μια σταθερά και $\Delta_k$ τυχαίο διάνυσμα μηδενικής μέσης τιμής. Γενικώς για τυχαία διανύσματα $x$ μηδενικής μέσης τιμής ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$\left|[x_1,...,x_n]^{-1}\right| \le \frac{\Xi}{a} \quad \Big| \quad \forall a \in \Re^+ \text{ όπου } \Xi \text{ πεπερασμένη θετική σταθερά.}$$

Το matlab, το οποίο και χρησιμοποίησα για την εκτέλεση των προσομοιώσεων, παράγει τα διανύσματα $\Delta_k$ μέσω της συνάρτησης randn($n_\theta$,1). Η συνάρτηση αυτή γεννά διανύσματα μήκους $n_\theta$ με στοιχεία που ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέση τιμή 0, διασπορά 1 και τυπική απόκλιση 1. Η κατανομή αυτή ονομάζεται επίσης κατανομή Gauss.

## 4.5 Δημιουργία του πολυωνύμου $\phi(\theta,x)$

Δημιουργούμε ένα πολυώνυμο με $Lg$ παράγοντες ως εξής:

$$\phi(\theta,x) = \phi_1(\theta,x) + \phi_2(\theta,x) + ... + \phi_{Lg}(\theta,x)$$

όπου $\phi_i(\theta,x) = S(\theta_i)^d \cdot S(\theta_j) \cdot \bar{S}(x_k)$ με $d \in \{0,1\}$ random και $i,j \in \{1,2,...,n_\theta\}$, $k \in \{1,2,...,n_x\}$.

όπου $S$, $\bar{S}$ οποιαδήποτε λεία μονότονη μη-γραμμική συνάρτηση. Στην βιβλιογραφία περί νευρωνικών δικτύων οι συναρτήσεις αυτές είναι συνήθως επελεγμένες ώστε να είναι σιγμοειδείς συναρτήσεις. Στην περίπτωση μας επιλέγουμε:

$$S(\theta) = \tanh(A\theta + a) \text{ και } \bar{S}(x) = \tanh(B\theta + b)$$

όπου $A$, $B$, $a$ και $b$ παράγονται τυχαία.
Οπότε το κάθε $\phi_i(\theta,x)$ αποτελείται από δύο ή τρεις πολλαπλασιαστές (ανάλογα με το τι είναι το $d$ και επιλέγει τυχαία στοιχεία από τα διανύσματα $\theta$ και $x$).
Στο τέλος έχω το πολυώνυμο $\phi(\theta,x)$ και το χρησιμοποιώ για την εκτίμηση $\hat{J}$ του $J$:

$$\hat{J} = \hat{F}(\theta,x) = \vartheta^T \phi(\theta,x)$$

όπου το $\vartheta^T$ είναι διάνυσμα διάστασης $Lg$ και ουσιαστικά απεικονίζει τα βάρη που υπολογίζονται κατά την λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης. Όσο μεγαλύτερη η διάσταση $Lg$ τόσο καλύτερη προσέγγιση έχουμε. Υπάρχει όμως κάποιο όριο, καθώς από κάποιο σημείο και μετά αρχίζω να μοντελοποιώ τις διαταραχές του συστήματος.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 : ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

## 5.1 Προσέγγιση του μοντέλου

Δύο[1] βασικές προσεγγίσεις έχουν πραγματοποιηθεί στον τομέα της κυκλοφοριακής ροής, η μικροσκοπική μοντελοποίηση περιγράφει την διαμήκης (ακολουθία αυτοκινήτων) και την πλάγια (αλλαγή λωρίδας) κίνηση του κάθε οχήματος ξεχωριστά, ενώ η μακροσκοπική μοντελοποίηση διαχειρίζεται την κυκλοφοριακή ροή σαν ένα συγκεκριμένο υγρό μέσω αθροιστικών μεταβλητών (πυκνότητα, μέση ταχύτητα, ροή).

Τα μικροσκοπικά μοντέλα είναι πολύπλοκα, μη-αναλυτικά (είναι περισσότερο εργαλεία προσομοίωσης παρά κλειστής μορφής μαθηματικά μοντέλα), και με μεγάλο υπολογιστικό φόρτο. Συνεπώς, η καταλληλότητά τους για τον σχεδιασμό της επιτήρησης της κυκλοφορίας και των στρατηγικών ελέγχου είναι μάλλον περιορισμένες. Σε αντίθεση με τις μικροσκοπικές προσεγγίσεις, τα μακροσκοπικά μοντέλα είναι αναλυτικά και άρα καταλληλότερα για τον σχεδιασμό στρατηγικών ελέγχου της κυκλοφορίας.

Μια σειρά δυναμικών μακροσκοπικών μοντέλων, κυρίως με την μορφή μερικών διαφορικών εξισώσεων (PDEs), έχουν προταθεί κατά καιρούς από σχετικές ερευνητικές προσπάθειες. Η εξίσωση της διατήρησης, όντας η μόνη ακριβής σχέση στην μοντελοποίηση της κυκλοφοριακής ροής, περιλαμβάνεται σε όλες τις προσεγγίσεις. Επιπλέον, τα μοντέλα πρώτης τάξης περιλαμβάνουν μία στατική σχέση ανάμεσα στην ταχύτητα και την πυκνότητα, ενώ τα μοντέλα δεύτερης τάξης διαχειρίζονται την μέση ταχύτητα δυναμικά και ενδεχομένως περισσότερο ρεαλιστικά. Παρότι η τεχνική βιβλιογραφία των μακροσκοπικών μοντέλων κυκλοφοριακής ροής είναι πολύ μεγάλη και αυξάνεται με ταχύ ρυθμό, έγκυρες εργασίες που βασίζονται σε αυστηρά μοντέλα και χρησιμοποιούν πραγματικά δεδομένα κυκλοφοριακής ροής είναι πραγματικά σπάνιες. Δεδομένου του εμπειρικού χαρακτήρα των προτεινόμενων μοντέλων, η έλλειψη προσπαθειών επικύρωσης είναι ένα ελάττωμα το οποίο δεν μπορεί να τονιστεί επαρκώς.

Ένα άλλο θέμα που σχετίζεται με τα μακροσκοπικά μοντέλα είναι η διακριτοποίηση του χρόνου και του χώρου των PDEs με σκοπό να καταστήσει δυνατή την αριθμητική επίλυση σε ψηφιακούς υπολογιστές. Σε πολλές περιπτώσεις, πολύπλοκα αριθμητικά σενάρια χρησιμοποιούνται για μία αξιόπιστη και ακριβή αριθμητική προσέγγιση των PDEs. Αυτές οι προσεγγίσεις, ωστόσο, συνήθως οδηγούν σε πολύπλοκα υπολογιστικά σενάρια τα οποία απαιτούν υψηλή υπολογιστική προσπάθεια και επιπλέον δεν οδηγούν σε αναλυτικά διακριτοποιημένα μοντέλα. Με άλλα λόγια αυτές οι προσεγγίσεις καταβάλουν σημαντική προσπάθεια για να προσεγγίσουν τα PDEs τα οποία όμως δεν είναι ακριβείς. Μία εναλλακτική και πιο πρακτική προσέγγιση είναι η διακριτοποίηση των αρχικών εμπειρικών PDEs με την

[1] Το κεφάλαιο αυτό αποτελεί μετάφραση του [29]

χρήση απλών (π.χ. Euler) αλγορίθμων. Το κύριο μειονέκτημα των προσεγγίσεων αυτών βασίζεται στο γεγονός ότι οι θεωρητικές έρευνες και τα αποτελέσματα που λαμβάνονται από τα PDEs δεν μπορούν άμεσα να μεταφερθούν στα διακριτοποιημένα μοντέλα.

Στη συνέχεια, ένα μακροσκοπικό διακριτοποιημένο μοντέλο δεύτερης τάξης για την κυκλοφοριακή ροή χρησιμοποιείται για την περιγραφή της κυκλοφοριακής ροής σε ένα αυτοκινητόδρομο. Το μοντέλο αυτό είναι κατάλληλο για ελεύθερης ροής, κρίσιμες και με συμφόρηση κυκλοφοριακές συνθήκες και συμπεριλαμβάνεται στο γενικό εργαλείο προσομοίωσης METANET. Το METANET έχει δύο διακριτούς τρόπους λειτουργίας. Όταν δεν είναι γνωστός ο προορισμός (routing), τότε το METANET μπορεί να λειτουργήσει στην λειτουργία μη – προσανατολισμένος – προορισμός. Τώρα, στην περίπτωση όπου ο προορισμός είναι γνωστός, πρέπει να επιλεγεί η λειτουργία προσανατολισμένος προορισμός. Στη συνέχεια παρουσιάζεται μόνο η πρώτη περίπτωση.

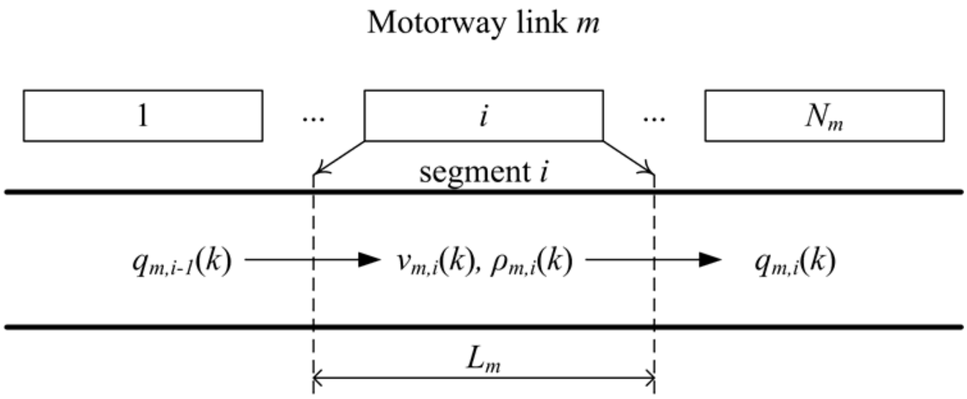
Το δίκτυο του αυτοκινητόδρομου αναπαρίσταται από ένα προσανατολισμένο γράφημα όπου οι σύνδεσμοι του γραφήματος αναπαριστούν τις εκτάσεις του αυτοκινητόδρομου που έχουν ομοιόμορφα χαρακτηριστικά, π.χ. απουσία ραμπών εισόδου/εξόδου και όχι σημαντικές διαφορές στην γεωμετρία. Οι κόμβοι του γραφήματος τοποθετούνται στα σημεία όπου συναντάται σημαντική αλλαγή στην γεωμετρία του δρόμου καθώς και στις διασταυρώσεις, στις ράμπες εισόδου και στις ράμπες εξόδου. Τέσσερις τύποι συνδέσμων χρησιμοποιούνται. Πρώτον, υπάρχουν σύνδεσμοι που χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση των ομογενών εκτάσεων του αυτοκινητόδρομου. Δεύτερον, υπάρχουν σύνδεσμοι προέλευσης οι οποίοι δέχονται την κυκλοφοριακή ζήτηση εκτός του δικτύου και την προωθούν στο κυρίως δίκτυο. Τρίτον, υπάρχουν σύνδεσμοι προορισμού που δέχονται την κυκλοφοριακή ροή μέσα από το δίκτυο και την προωθούν προς τα έξω. Τέλος, υπάρχουν αποθηκευτικοί και προωθητικοί σύνδεσμοι που χρησιμοποιούνται κυρίως για την μοντελοποίηση μέτρων ελέγχου από αυτοκινητόδρομο σε αυτοκινητόδρομο.

Η μακροσκοπική περιγραφή της κυκλοφοριακής ροής υπονοεί τον ορισμό επαρκών μεταβλητών που εκφράζουν την αθροιστική συμπεριφορά της κίνησης σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές και τοποθεσίες. Τα ορίσματα του χώρου και του χρόνου διακριτοποιούνται. Το διακριτό χρονικό βήμα ορίζεται από το Τ (συνήθως Τα=5-10 sec). Ένας σύνδεσμος m του αυτοκινητόδρομου χωρίζεται σε $N_m$ τμήματα ίδιου μεγέθους $L_m$ (συνήθως $L_m \geq 300$m) έτσι ώστε η συνθήκη αριθμητικής σταθερότητας $L_m \geq Tv_{f,m}$ να ικανοποιείται, όπου το $v_{f,m}$ είναι η ελεύθερη (υψηλότερη) ταχύτητα στον σύνδεσμο m. Η κυκλοφορία σε κάθε τμήμα i του συνδέσμου m στον διακριτό χρόνο $t = kT$, $k = 0,1,...,K$, όπου $K$ είναι ο χρονικός ορίζοντας, χαρακτηρίζεται μακροσκοπικά μέσω των ακόλουθων μεταβλητών :

- Πυκνότητα $\rho_{m,i}(k)$ (οχήματα/χιλιόμετρο/λωρίδα) είναι ο αριθμός των οχημάτων στο τμήμα i του συνδέσμου m τη χρονική στιγμή $t = kT$ διαιρεμένος με το μήκος του τμήματος $L_m$ και τον αριθμό των λωρίδων $\lambda_m$.

- Μέση ταχύτητα $v_{m,i}(k)$ (χιλιόμετρα/ώρα) είναι η μέση ταχύτητα των οχημάτων στο τμήμα i του συνδέσμου m την χρονική στιγμή $t = kT$.

- Κυκλοφοριακός όγκος ή κυκλοφοριακή ροή (οχήματα/ώρα) είναι ο αριθμός των οχημάτων που φεύγουν από το τμήμα i του συνδέσμου m κατά το χρονικό διάστημα $\left[kT,(k+1)T\right)$, διαιρεμένος με τον χρόνο T.




**Διάγραμμα 5.1: Διακριτοποιημένος σύνδεσμος αυτοκινητόδρομου.**

Οι μεταβλητές που ορίστηκαν προηγουμένως υπολογίζονται για κάθε τμήμα I του συνδέσμου m σε κάθε χρονικό βήμα $k$ από τις ακόλουθες εξισώσεις :

$$\rho_{m,i}(k+1)=\rho_{m,i}(k)+\frac{T}{L_m\lambda_m}\left[q_{m,i-1}(k)-q_{m,i}(k)\right] \tag{5.1}$$

$$q_{m,i}(k)=\rho_{m,i}(k)v_{m,i}(k)\lambda_m \tag{5.2}$$

$$v_{m,i}(k+1)= v_{m,i}(k)+\frac{T}{\tau}\left\{V\left[\rho_{m,i}(k)\right]-v_{m,i}(k)\right\}+\frac{T}{L_m}\left[v_{m,i-1}(k)-v_{m,i}(k)\right]v_{m,i}(k) -\frac{\nu T}{\tau L_m}\frac{\rho_{m,i+1}(k)-\rho_{m,i}(k)}{\rho_{m,i}(k)+\kappa} \tag{5.3}$$

$$V\left[\rho_{m,i}(k)\right]=v_{f,m}\exp\left[-\frac{1}{\alpha_m}\left(\frac{\rho_{m,i}(k)}{\rho_{cr,m}}\right)^{\alpha_m}\right] \tag{5.4}$$

όπου $v_{f,m}$ είναι η ελεύθερη ταχύτητα (που προκύπτει από την (5.4) για $\rho_{m,i}=0$), το $\rho_{cr,m}$ δηλώνει την κρίσιμη πυκνότητα ανά λωρίδα του συνδέσμου m (η πυκνότητα για την οποία η κυκλοφοριακή ροή του συνδέσμου βρίσκεται κοντά στην χωρητικότητά του $q_{cap,m}$) και $\alpha_m$ είναι μία επιπλέον παράμετρος της εξίσωσης (5.4) για τον σύνδεσμο m. Επιπλέον, το $\tau$ (μία χρονική σταθερά), το $\nu$ και το $\kappa$ είναι παράμετροι του μοντέλου που έχουν ίδια τιμή για όλους τους συνδέσμους του δικτύου. Οι τιμές των παραμέτρων θα καθοριστούν μέσω της διαδικασίας βελτιστοποίησης παραμέτρων που περιγράφεται στην παράγραφο 5.3.

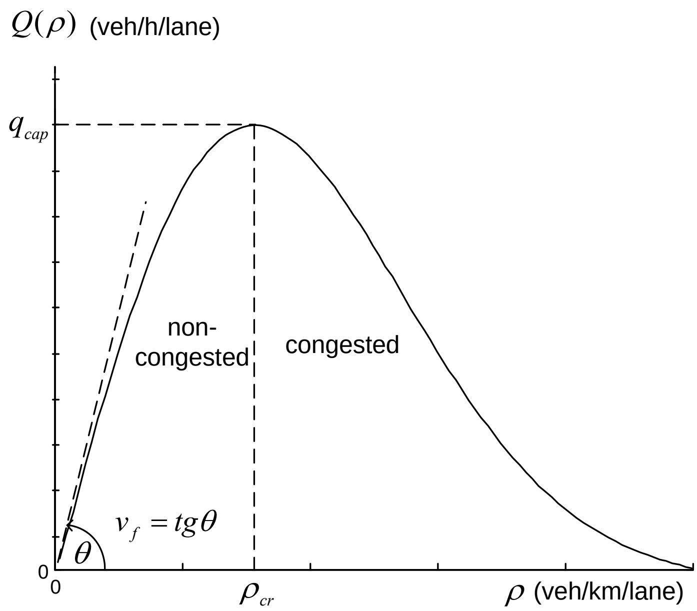
Αυτό το μοντέλο δεύτερης τάξης προτάθηκε από τον Payne. Η εξίσωση (5.1) εκφράζει την αρχή διατήρησης των οχημάτων, ενώ η (5.2) είναι η εξίσωση της ροής η οποία προκύπτει άμεσα από τον μη διακριτοποιημένο ορισμό των μεταβλητών κυκλοφορίας και μπορεί να αντικατασταθεί στην εξίσωση (5.1). Η εξίσωση (5.4) εκφράζει μία απλοποιημένη, στατική, γνησίως φθίνουσα σχέση ανάμεσα στην μέση ταχύτητα και στην πυκνότητα. Στα μοντέλα δεύτερης τάξης, η σχέση αυτή αντικαθίσταται στη γενικευμένη δυναμική εξίσωση (5.3) η οποία θεωρεί επιπρόσθετες δυναμικές και ανομοιογενείς, όσον αφορά τον χώρο, επιδράσεις. Παραταύτα, η εξίσωση (5.3) «κυριαρχείται» από την (5.4) και επίσης, και οι δύο εξισώσεις είναι εμπειρικές, π.χ. δεν έχουν καμία ουσιαστική φυσική υπόσταση.

Δύο επιπλέον όροι μπορούν να περιληφθούν στο δεξί μέλος της εξίσωσης (5.3) για μία περισσότερο ακριβή μοντελοποίηση των φαινομένων κυκλοφορίας στις ράμπες εισόδου. Αυτοί οι επιπλέον όροι περιλαμβάνουν δύο επιπλέον σταθερές παραμέτρους του μοντέλου, την $\phi$ και $\delta$. Επιπλέον, η μέση ταχύτητα που προκύπτει από την (5.3) φράζεται προς τα κάτω από την ελάχιστη ταχύτητα $v_{\min}$, έτσι ώστε να αποφεύγονται οι μη ρεαλιστικές χαμηλές ροές κατά την διάρκεια κυκλοφοριακής συμφόρησης.

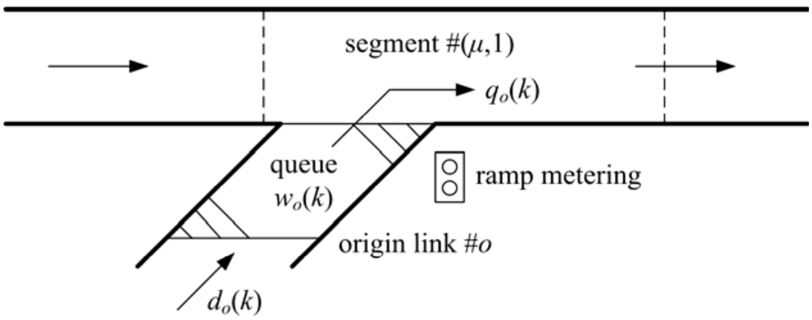
Αντικαθιστώντας την (5.4) στην (5.2) προκύπτει μία στατική σχέση ροής – πυκνότητας

$$Q(\rho) = v_f \rho \exp\left[-\frac{1}{\alpha}\left(\frac{\rho}{\rho_{cr}}\right)^{\alpha}\right] \tag{5.5}$$

η οποία έχει μία χαρακτηριστική μορφή αντίστροφου U και συχνά καλείται ως το θεμελιώδες διάγραμμα της Μηχανικής Κυκλοφορίας (Traffic Engineering) (Διάγραμμα 5.2). Λαμβάνοντας υπόψη την (5.2), η κλίση της ευθείας που ενώνει ένα συγκεκριμένο σημείο $(Q,\rho)$ της καμπύλης με την αρχή των αξόνων, αντιστοιχεί στην σχετική μέση ταχύτητα. Όπως φαίνεται από το διάγραμμα, οι χαμηλές πυκνότητες σχετίζονται με χαμηλές ροές και υψηλές ταχύτητες (ίση με $v_f$ για $\rho = 0$). Καθώς η πυκνότητα αυξάνεται, αυξάνεται η ροή, έως ότου η τιμή της χωρητικότητας της ροής $q_{cap}$ αγγίξει την τιμή της κρίσιμης πυκνότητας $\rho_{cr}$, πέρα από την οποία αρχίζει η κυκλοφοριακή συμφόρηση και μειώνεται η ροή. Αξίζει να σημειωθεί ότι είναι δύσκολη η μέτρηση της πυκνότητας σε πραγματικό χρόνο, γι' αυτό συνήθως χρησιμοποιείται η άμεσα μετρήσιμη πληρότητα του δρόμου (%), η οποία είναι σχεδόν ανάλογη της πυκνότητας.




**Διάγραμμα 5.2: Το θεμελιώδες διάγραμμα**




**Διάγραμμα 5.3: Το μοντέλο ουράς συνδέσμων προέλευσης**

Για τους συνδέσμους προέλευσης, π.χ. σύνδεσμοι που δέχονται την κυκλοφοριακή ζήτηση $d_o$ και την προωθούν στο δίκτυο του αυτοκινητόδρομου, χρησιμοποιείται ένα απλό μοντέλο ουράς (Διάγραμμα 5.3 (Το μοντέλο ουράς συνδέσμων προέλευσης)). Η εξερχόμενη ροή $q_o$ ενός συνδέσμου προέλευσης $o$ εξαρτάται από την ζήτηση των αφίξεων, τις κυκλοφοριακές συνθήκες του αντίστοιχου κύριου τμήματος ($\mu$,1) και από την ύπαρξη μέτρων ελέγχου ραμπών εισόδου. Εάν ο έλεγχος ραμπών εισόδου εφαρμοστεί, τότε η εξερχόμενη ροή $q_o(k)$ που φεύγει από τον σύνδεσμο προέλευσης $o$ κατά την περίοδο $k$, είναι ένα μέρος $r_o(k)$ της εξερχόμενης ροής $\hat{q}_o(k)$ το οποίο θα έφευγε εάν δεν υπήρχε ο έλεγχος ραμπών εισόδου. Έτσι, το $r_o(k) \in [r_{\min,o}, 1]$ είναι ο ρυθμός μέτρησης για τον σύνδεσμο προέλευσης $o$, π.χ. μία μεταβλητή ελέγχου, όπου το $r_{\min,o}$ είναι η ελάχιστη αποδεκτή τιμή. Εάν ισχύει $r_o(k) = 1$, δεν εφαρμόζεται έλεγχος ραμπών εισόδου**,** αλλιώς ισχύει ότι $r_o(k) < 1$. Το μοντέλο ουράς περιγράφεται από την ακόλουθη εξίσωση διατήρησης:

$$w_o(k+1) = w_o(k) + T\left[d_o(k) - q_o(k)\right] \tag{5.6}$$

όπου $w_o(k)$ (οχήματα) είναι το μήκος της ουράς στον σύνδεσμο προέλευσης $o$ την χρονική στιγμή $kT$ και $d_o(k)$ (οχήματα/ ώρα) είναι η ροή ζήτησης στον $o$. Η εξερχόμενη ροή $q_o(k)$ καθορίζεται ως ακολούθως:

$$q_o(k) = r_o(k)\hat{q}_o(k) \tag{5.7}$$

$$\hat{q}_o(k) = \min\left\{\hat{q}_{o,1}(k), \hat{q}_{o,2}(k)\right\} \tag{5.8}$$

$$\hat{q}_{o,1}(k) = d_o(k) + w_o(k)/T \tag{5.9}$$

$$\hat{q}_{o,2}(k) = Q_o \min\left\{1, \frac{\rho_{\max} - \rho_{\mu,1}(k)}{\rho_{\max} - \rho_{cr,\mu}}\right\} \tag{5.10}$$

όπου, $Q_o$ (οχήματα/ώρα) είναι η χωρητικότητα της ροή στις ράμπες εισόδου, π.χ. η μέγιστη δυνατή εξερχόμενη ροή των ραμπών εισόδου υπό συνθήκες ελεύθερης κυκλοφοριακής ροής στο κυρίως δίκτυο, και $\rho_{\max}$ (οχήματα/χιλιόμετρο/λωρίδα) είναι η μέγιστη πυκνότητα στο δίκτυο. Σύμφωνα με τις εξισώσεις (5.8)-(5.10), η ανεξέλεγκτη εξερχόμενη ροή $\hat{q}_o(k)$ καθορίζεται από την τρέχουσα ζήτηση του συνδέσμου προέλευσης εάν $\hat{q}_{o,1}(k) < \hat{q}_{o,2}(k)$. Αλλιώς καθορίζεται από την γεωμετρική χωρητικότητα $Q_o$ εάν η πυκνότητα του κυρίως δικτύου βρίσκεται κάτω από την κρίσιμη, π.χ. $\rho_{\mu,1}(k) < \rho_{cr,\mu}$, ή από τη μειωμένη χωρητικότητα λόγω της συμφόρησης στο κυρίως δίκτυο εάν $\rho_{\mu,1}(k) > \rho_{cr,\mu}$.

Για πολλούς λόγους, ανάμεσα στους οποίους είναι η μοντελοποίηση μέτρων ελέγχου από αυτοκινητόδρομο σε αυτοκινητόδρομο, ένα παρόμοιο απλό μοντέλο μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για μερικούς εσωτερικούς συνδέσμους του δικτύου, γνωστών ως αποθηκευτικών και προωθητικών συνδέσμων. Τέλος, οι κυκλοφοριακές συνθήκες στους συνδέσμους προορισμού επηρεάζονται από τις κατάντη κυκλοφοριακές συνθήκες οι οποίες ίσως παρέχονται ως οριακές συνθήκες για τον συνολικό ορίζοντα. Εάν δεν υπάρχουν διαθέσιμες οριακές συνθήκες, πραγματοποιείται η υπόθεση ότι δεν υπάρχει κατάντη κυκλοφοριακή συμφόρηση.

Οι διακλαδώσεις και οι διασταυρώσεις του αυτοκινητόδρομου (συμπεριλαμβάνοντας τις ράμπες εισόδου και τις ράμπες εξόδου) αναπαρίστανται με κόμβους. Η κυκλοφορία εισέρχεται στον κόμβο $n$ μέσω ενός αριθμού συνδέσμων εσόδου και διανέμεται στους συνδέσμους εξόδου σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση.

$$Q_n(k) = \sum_{\mu \in I_n} q_{\mu,N_\mu}(k) \tag{5.11}$$

$$q_{m,0}(k) = \beta_n^m(k) Q_n(k) \quad \forall m \in O_n \tag{5.12}$$

όπου, $I_n$ είναι το σύνολο των συνδέσμων που μπαίνουν στον κόμβο $n$, $O_n$ είναι το σύνολο των συνδέσμων που φεύγουν από τον κόμβο $n$, $Q_n(k)$ είναι ο συνολικός κυκλοφοριακός όγκος που εισέρχεται στον κόμβο $n$ κατά την περίοδο $k$, $q_{m,0}(k)$ είναι ο κυκλοφοριακός όγκος που εγκαταλείπει τον κόμβο $n$ μέσω $m$ εξωτερικών συνδέσμων και $\beta_n^m(k)\in[0,1]$ είναι το τμήμα του $Q_n(k)$ που εγκαταλείπει τον κόμβο $n$ μέσω του συνδέσμου $m$ (turning rates).

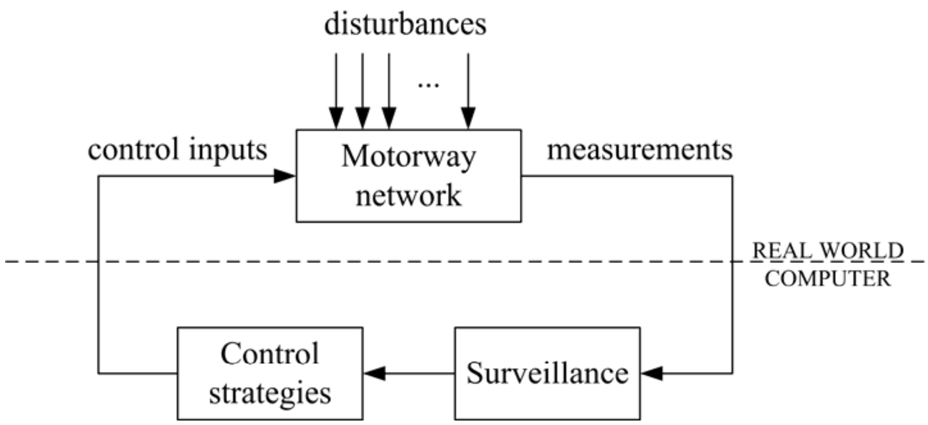
Σε ένα δίκτυο κόμβων $n$, πρέπει να ληφθεί υπόψη στο τελευταίο τμήμα των εισερχόμενων συνδέσμων η ανάντη επίδραση της πυκνότητας των κατάντη συνδέσμων (βλέπε εξίσωση (5.3) για $i=N_m$). Αυτό προσδιορίζεται μέσω της εξίσωσης

$$\rho_{m,N_m+1}(k)=\sum_{\mu\in O_n}\rho_{\mu,1}^2(k)/\sum_{\mu\in O_n}\rho_{\mu,1}(k) \tag{5.13}$$

όπου, $\rho_{m,N_m+1}(k)$ είναι η εικονική πυκνότητα που υπάρχει κατάντη κάθε συνδέσμου εισόδου $m$ που χρησιμοποιείται στην εξίσωση (5.3) για $i=N_m$ και $\rho_{\mu,1}(k)$ είναι η πυκνότητα του πρώτου τμήματος του εξερχόμενου συνδέσμου $\mu$. Η δευτεροβάθμια μορφή χρησιμοποιείται για να συνυπολογιστεί το γεγονός ότι η συμφόρηση σε έναν εξερχόμενο σύνδεσμο μπορεί να μεταφερθεί προς τα πίσω σε έναν εισερχόμενο σύνδεσμο ακόμα και στην περίπτωση όπου υπάρχει ελεύθερη ροή σε κάποιον άλλο σύνδεσμο εξόδου.

Παρομοίως, σε ένα δίκτυο $n$ κόμβων πρέπει να ληφθεί υπόψη η κατάντη επίδραση της ταχύτητας των ανάντη συνδέσμων σύμφωνα με την εξίσωση (5.3) για $i=1$. Η απαιτούμενη τιμή της ανάντη μέσης ταχύτητας, υπολογίζεται από τον σταθμισμένο μέσο της ροής

$$v_{m,0}(k)=\sum_{\mu\in I_n}v_{\mu,N_\mu}(k)q_{\mu,N_\mu}(k)/\sum_{\mu\in I_n}q_{\mu,N_\mu}(k) \tag{5.14}$$




**Διάγραμμα 5.4: the control loop**

όπου, $v_{m,0}(k)$ είναι η εικονική ταχύτητα ανάντη κάθε συνδέσμου εξόδου $m$ που χρειάζεται στην εξίσωση (5.3) για $i=1$.
Συνδυάζοντας τις εξισώσεις που αναφέρθηκαν ανωτέρω, προκύπτει ένα μη γραμμικό, μακροσκοπικό, διακριτού χρόνου μοντέλο χώρου καταστάσεων.

$$\mathbf{x}(k+1)=\mathbf{f}\left[\mathbf{x}(k),\mathbf{u}(k),\mathbf{d}(k),\mathbf{p}\right], \quad \mathbf{x}(0)=\mathbf{x}_0 \tag{5.15}$$

για ολόκληρο το δίκτυο του αυτοκινητόδρομου, όπου το $\mathbf{x}$ είναι ένα διάνυσμα κατάστασης, το $\mathbf{u}$ είναι ένα διάνυσμα ελέγχου, το $\mathbf{d}$ είναι ένα διάνυσμα θορύβου και το $\mathbf{p}$ είναι ένα διάνυσμα παραμέτρων. Το μοντέλο αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προσομοιώσει το κυκλοφοριακό δίκτυο του αυτοκινητόδρομου όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 5.4 με σκοπό να εξετάσει διάφορες στρατηγικές ελέγχου.

Το διάνυσμα κατάστασης αποτελείται από τις πυκνότητες $\rho_{m,i}$ και τις μέσες ταχύτητες $v_{m,i}$ για κάθε τμήμα $i$ κάθε συνδέσμου $m$ και οι ουρές $w_o$ κάθε σύνδεσμο προέλευσης, αποθηκευτικό και προωθητικό σύνδεσμο $o$. Το διάνυσμα ελέγχου αποτελείται από τους ρυθμούς ramp metering $r_o$ κάθε συνδέσμου προέλευσης, αποθηκευτικού και προωθητικού $o$, ο οποίος μετράται. Το διάνυσμα θορύβου αποτελείται από την ζήτηση $d_o$ σε κάθε σύνδεσμο προέλευσης $o$ και τα ποσοστά στροφής $\beta_n^m$ σε κάθε διακλαδωμένο κόμβο $n$. Το διάνυσμα παραμέτρων αποτελείται από την ελεύθερη ταχύτητα $v_{f,m}$, την κρίσιμη πυκνότητα $\rho_{cr,m}$ και $\alpha_m$ για κάθε σύνδεσμο $m$, και τις παραμέτρους $\tau$, $\nu$, $\kappa$, $\delta$, $\phi$, $v_{\min}$ και $\rho_{\max}$ οι οποίες είναι κοινές για όλα τα δίκτυα συνδέσμων.

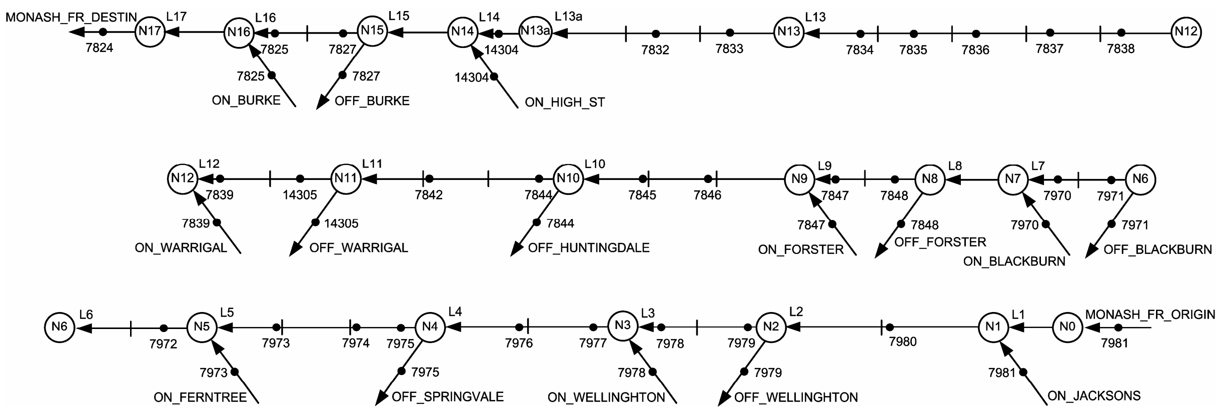
Αυτός ο αναλυτικός σχηματισμός χώρου καταστάσεων είναι ιδιαίτερα σημαντικός καθώς επιτρέπει την χρήση γνωστών μεθοδολογιών για την εκτίμηση και πρόβλεψη του διανύσματος κατάστασης και παραμέτρων καθώς επίσης και για τον σχεδιασμό στρατηγικών ανατροφοδότησης και βέλτιστου ελέγχου για το κυκλοφοριακό δίκτυο του αυτοκινητόδρομου.

## 5.2 Εφαρμογή του μοντέλου στο πιλοτικό έργο έκτασης του αυτοκινητοδρόμου

Το πιλοτικό έργο ramp metering θα τρέξει με έξι ράμπες εισόδου του Monash Freeway εκτεινόμενο από το Jacksons RD έως το Warrigal RD. Αυτή είναι η δυτική κατεύθυνση του αυτοκινητόδρομου η οποία οδηγεί στο κέντρο της πόλης. Το μοντέλο θα εφαρμοστεί στο πιλοτικό έργο της έκτασης του αυτοκινητόδρομου κατάντη του Burke RD. Η επέκταση αυτή πραγματοποιείται, πρώτον, έτσι ώστε να υπολογιστεί η πιθανότητα διάχυσης της κυκλοφοριακής συμφόρησης από την περιοχή του Burke RD και δεύτερον, με σκοπό την μελέτη των επιδράσεων του ALINEA/HERO στις κυκλοφοριακές συνθήκες σε αυτή την περιοχή.

Το συνολικό μήκος της έκτασης του αυτοκινητόδρομου το οποίο μοντελοποιήθηκε είναι περίπου 16.5 χιλιόμετρα. Ο συνολικός αριθμός των συνδέσμων που χρησιμοποιούνται για την μοντελοποίηση του αυτοκινητόδρομου είναι 34. Ο αριθμός αυτός περιλαμβάνει 17 συνδέσμους αυτοκινητόδρομου, 9 συνδέσμους προέλευσης και 8 συνδέσμους προορισμού. Οι σύνδεσμοι του αυτοκινητόδρομου διαιρέθηκαν σε 38 τμήματα . Το μήκος του κάθε τμήματος κυμαίνεται από 300 έως 650 μέτρα.

Το Διάγραμμα 5.5 απεικονίζει την τελική μοντελοποιημένη έκταση του αυτοκινητόδρομου συμπεριλαμβάνοντας τους σταθμούς ανίχνευσης (τελείες με αντίστοιχους αριθμούς). Τα βέλη αναπαριστούν συνδέσμους και οι κύκλοι αναπαριστούν κόμβους. Τρεις τύποι συνδέσμων χρησιμοποιούνται. Ονομαστικά, οι σύνδεσμοι αυτοκινητόδρομου (L1-L17), οι αρχικοί σύνδεσμοι (ονόματα ραμπών εισόδου και το MONASH_FR_ORIGIN) και σύνδεσμοι προορισμού (ονόματα ραμπών εισόδου και το MONASH_FR_DESTIN). Κάθε σύνδεσμος αυτοκινητόδρομου διαιρείται σε έναν αριθμό τμημάτων. Ένας κόμβος χρησιμοποιείται κυρίως όταν μία αφετηρία ή ένας προορισμός πρέπει να συνδεθεί με το κυρίως δίκτυο. Ο κόμβος N13 χρησιμοποιείται έτσι ώστε να διακόψει αυτήν την μεγάλη έκταση ανάμεσα σε δύο συνδέσμους που θα μοντελοποιηθούν με την χρήση διαφορετικών θεμελιωδών διαγραμμάτων, π.χ. διαφορετικές τιμές χωρητικότητας. Αυτό είναι απαραίτητο καθώς ο «λαιμός» αυτής της έκτασης του αυτοκινητόδρομου τοποθετείται στην περιοχή του L13a ο οποίος φαίνεται να έχει χαμηλότερη χωρητικότητα από τον L13. ο κόμβος N13a χρησιμοποιείται δεδομένου του γεγονότος ότι υπάρχει μια αύξηση στις λωρίδες από 3 που είναι έως τον σύνδεσμο L13a σε 4 από τον σύνδεσμο L14 και μετά.




**Διάγραμμα 5.5: Αναπαράσταση του πιλοτικού έργου έκτασης του αυτοκινητόδρομου**

## 5.3 Βελτιστοποίηση Παραμέτρων Μοντέλου

Η διαδικασία αυτή έχει ως στόχο να δώσει την δυνατότητα στο μακροσκοπικό μοντέλο του δικτύου του αυτοκινητόδρομου να αναπαραστήσει τις κυκλοφοριακές συνθήκες με ικανοποιητική ακρίβεια. Η εκτίμηση των αγνώστων παραμέτρων που εμπεριέχονται στην εξίσωση (5.15) δεν είναι εύκολο ζήτημα, δεδομένου του γεγονότος ότι οι εξισώσεις του συστήματος είναι υψηλά μη γραμμικές όσον αφορά τις παραμέτρους και τις μεταβλητές κατάστασης. Η πιο κοινή προσέγγιση είναι η ελαχιστοποίηση της διαφοράς ανάμεσα στους υπολογισμούς του μοντέλου και στην πραγματική διαδικασία. Θεωρούμε ότι το $\mathbf{y}$ είναι το μετρήσιμο διάνυσμα εξόδου (συνήθως αποτελείται από ροές κα μέσες ταχύτητες σε διάφορες τοποθεσίες) του μη γραμμικού συστήματος (5.15) και δίνεται από την εξίσωση

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{g}\left[\mathbf{x}(k), \mathbf{p}\right] \tag{5.16}$$

Έπειτα το πρόβλημα της εκτίμησης των παραμέτρων ως ένα πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων : έχοντας ως δεδομένα την διαταραχή και τις τροχιές των διανυσμάτων ελέγχου, το αποτέλεσμα της διαδικασίας $\mathbf{y}^m(k)$ για $k = 0,1,...,K$, και την αρχική κατάσταση $\mathbf{x}_0$, βρίσκουμε το σύνολο των παραμέτρων $\mathbf{p}$ ελαχιστοποιώντας την διαφορά κόστους

$$J(\mathbf{p}) = \sum_{k=1}^{K} \left\| \mathbf{y}(k) - \mathbf{y}^m(k) \right\|_{\mathbf{Q}}^2 \tag{5.17}$$

υπό τους (5.15) και (5.16), όπου το $\mathbf{Q}$ είναι ένας θετικά ορισμένος διαγώνιος πίνακας. Οι παράμετροι του μοντέλου επιλέγονται από μία στενή αποδεκτή περιοχή του χώρου των παραμέτρων που μπορεί να καθοριστεί στην βάση φυσικών θεωρήσεων. Ο καθορισμός του βέλτιστου συνόλου παραμέτρων πρέπει να πραγματοποιηθεί με την βοήθεια ενός κατάλληλου μη γραμμικού συνηθισμένου προγράμματος, όπου για κάθε επιλογή ενός καινούριου διανύσματος παραμέτρων $\mathbf{p}$, η τιμή του κριτηρίου της απόδοσης (5.17) υπολογίζεται από την εκτέλεση μίας προσομοίωσης του μοντέλου των εξισώσεων. Έχει αποδειχθεί ότι το μοντέλο είναι περισσότερο ευαίσθητο όσον αφορά τις τιμές των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται στην θεμελιώδη εξίσωση (5.4) του Διαγράμματος 5.2.

Όπως αναφέραμε ήδη νωρίτερα, το διάνυσμα των παραμέτρων αποτελείται από την ελεύθερη ταχύτητα $v_{f,m}$, την κρίσιμη πυκνότητα $\rho_{cr,m}$ και $\alpha_m$ για κάθε σύνδεσμο $m$, και τις παραμέτρους $\tau$, $\nu$, $\kappa$, $\delta$, $\phi$, $v_{\min}$ και $\rho_{\max}$ οι οποίες είναι κοινές για όλους τους συνδέσμους του δικτύου. Στο παρόν πιλοτικό έργο έκτασης του αυτοκινητόδρομου δεν υπάρχει μείωση του αριθμού των λωρίδων. Επομένως, η παράμετρος $\phi$ δεν εμφανίζεται στις εξισώσεις του μοντέλου. Έξι διαφορετικά θεμελιώδη διαγράμματα χρησιμοποιήθηκαν στο μοντέλο για έξι σύνολα συνδέσμων. Οι ελεύθερες ταχύτητες για αυτά τα θεμελιώδη διαγράμματα θεωρούνται γνωστές και ίσες με την μέγιστη μέση ταχύτητα η οποία συνήθως μετράται στους αντίστοιχους συνδέσμους. Επιπλέον, κάποιες κοινές παράμετροι δίνονται ως σταθερές τιμές έτσι ώστε να μειωθεί η διάσταση του διανύσματος παραμέτρων. Η τιμή του $\kappa$ ορίζεται 10 οχήματα/χιλιόμετρο/λωρίδα, η τιμή του $v_{\min}$ 8 χιλιόμετρα/ώρα και η τιμή του $\rho_{\max}$ 180 οχήματα/χιλιόμετρο/λωρίδα.

Η διαδικασία του μοντέλου εύρεσης των κατάλληλων παραμέτρων που περιγράφεται παραπάνω εφαρμόστηκε 3 φορές χρησιμοποιώντας 2 διαφορετικά σύνολα δεδομένων. Αυτό είχε σαν αποτέλεσμα 3 διαφορετικά μοντέλα με παρόμοιες τιμές παραμέτρων. Το πρώτο μοντέλο προέκυψε χρησιμοποιώντας το πρώτο σύνολο δεδομένων και το δεύτερο μοντέλο χρησιμοποιώντας το δεύτερο σύνολο δεδομένων. Τέλος, το τρίτο μοντέλο προέκυψε χρησιμοποιώντας και τα δύο σύνολα δεδομένων.

Τα δεδομένα της ροής, κυρίως ανάντη του τέλους της έκτασης του αυτοκινητόδρομου, είχαν πολύ θόρυβο και αυτό συνέβη γιατί δεν λήφθηκαν υπόψη στις διαδικασία μέτρησης του διανύσματος εξόδου. Επιπλέον, μερικοί μετρητές δεν έδιναν μετρήσεις ροής και ταχύτητας για ένα μεγάλο τμήμα της μέρας. Συνεπώς, λήφθηκαν υπόψη μόνο μετρήσεις της ταχύτητας από μετρητές που λειτουργούσαν. Το πρώτο σύνολο μετρήσεων τη ταχύτητας λήφθηκε από τις 05:00 μέχρι τις 11:00 στις 10.08.2006 και το δεύτερο σύνολο τις ίδιες ώρες στις 18.08.2006. Αυτή η χρονική περίοδος χρησιμοποιήθηκε έτσι ώστε να εξασφαλίσει την αναπαραγωγή της συμφόρησης που δημιουργείται στις πρωινές ώρες αιχμής από το μοντέλο.

Επίσης πρέπει να σημειωθεί ότι και για τις δύο μέρες που μελετήθηκαν εμφανίζεται λαιμός κατάντη της ράμπας εισόδου στον Warrigal RD, στην περιοχή που καλύπτεται από τους σταθμούς μέτρησης 7832 και 7833. έχοντας ως σκοπό της διαβεβαίωση ότι ο λαιμός θα «ενεργοποιηθεί» από το μοντέλο, το βάρος που χρησιμοποιείται για τις αντίστοιχες μετρήσεις ήταν διπλάσιο από το βάρος που χρησιμοποιείται για όλες τις άλλες μετρήσεις. Τα βάρη αυτά αποτελούν την διαγώνιο του θετικά ορισμένου διαγώνιου πίνακα $\mathbf{Q}$.

Η βελτιστοποίηση του προβλήματος πραγματοποιήθηκε χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο μη γραμμικού προγραμματισμού με περιορισμούς που είναι ενσωματωμένος στην Matlab. Παρόλο που το πρόβλημα ήταν μέσης δυσκολίας, ήταν πολύ δύσκολο να επιλυθεί καθώς η αντικειμενική συνάρτηση επιτυγχάνει πολλά τοπικά ελάχιστα. Τα αποτελέσματα των τριών μοντέλων παρουσιάζονται στον ακόλουθο Πίνακα 5.1

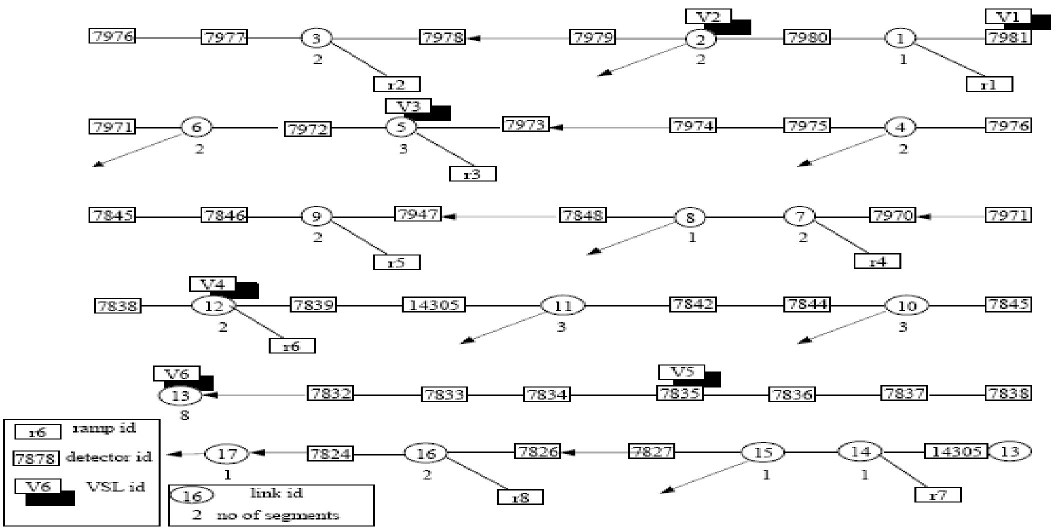
| | Model 1 | Model 2 | Model 3 |
|---|---|---|---|
| $\tau$ (sec) | 23.4 | 17.5 | 17.5 |
| $\nu$ (km$^2$/h) | 31.8 | 30.5 | 32.9 |
| $\delta$ (h/km) | 1.60 | 2.01 | 2.13 |
| $v_{f,m}$, $m \in \{\text{L1,L2}\}$ (km/h) | 100 | 100 | 100 |
| $\rho_{cr,m}$, $m \in \{\text{L1,L2}\}$ (veh/km/lane) | 31.3 | 30.9 | 31.8 |
| $\alpha_m$, $m \in \{\text{L1,L2}\}$ | 3.10 | 3.88 | 3.99 |
| $v_{f,m}$, $m \in \{\text{L3,L4,L5}\}$ (km/h) | 102 | 102 | 102 |
| $\rho_{cr,m}$, $m \in \{\text{L3,L4,L5}\}$ (veh/km/lane) | 29.9 | 30.2 | 30.0 |
| $\alpha_m$, $m \in \{\text{L3,L4,L5}\}$ | 2.39 | 2.25 | 2.34 |
| $v_{f,m}$, $m \in \{\text{L6,…,L12}\}$ (km/h) | 102 | 102 | 102 |
| $\rho_{cr,m}$, $m \in \{\text{L6,…,L12}\}$ (veh/km/lane) | 31.6 | 31.7 | 31.0 |
| $\alpha_m$, $m \in \{\text{L6,…,L12}\}$ | 2.98 | 2.79 | 3.12 |
| $v_{f,m}$, $m \in \{\text{L13}\}$ (km/h) | 100 | 100 | 100 |
| $\rho_{cr,m}$, $m \in \{\text{L13}\}$ (veh/km/lane) | 34.1 | 31.6 | 32.4 |
| $\alpha_m$, $m \in \{\text{L13}\}$ | 2.14 | 2.62 | 2.65 |
| $v_{f,m}$, $m \in \{\text{L13a}\}$ (km/h) | 100 | 100 | 100 |
| $\rho_{cr,m}$, $m \in \{\text{L13a}\}$ (veh/km/lane) | 28.8 | 28.0 | 28.0 |
| $\alpha_m$, $m \in \{\text{L13a}\}$ | 2.84 | 2.76 | 3.01 |
| $v_{f,m}$, $m \in \{\text{L14,…,L17}\}$ (km/h) | 100 | 100 | 100 |
| $\rho_{cr,m}$, $m \in \{\text{L14,…,L17}\}$ (veh/km/lane) | 29.0 | 28.8 | 32.1 |
| $\alpha_m$, $m \in \{\text{L14,…,L17}\}$ | 3.83 | 3.68 | 3.16 |

**Πίνακας 5.1: Αποτελέσματα των τριών μοντέλων**

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 : ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ

## 6.1 Δίκτυα κυκλοφορίας

Στο Γράφημα 6.1 παρουσιάζεται ένα διάγραμμα της έκτασης του αυτοκινητόδρομου που χρησιμοποιείται στα πειράματά μας. Η έκταση αυτή είναι ένα τμήμα του Monash - CityLink- Wesr Gate Corridor στην Μελβούρνη (στην Αυστραλία), που χρησιμοποιείται από την VicRoads. Οι αριθμημένοι κύκλοι στο Γράφημα 6.1 αναπαριστούν τους συνδέσμους του δικτύου (οι σύνδεσμοι ξεκινούν και σταματούν σε τοποθεσίες όπου είτε υπάρχει ράμπα εισόδου ή εξόδου είτε αύξηση ή μείωση στις λωρίδες όπως συμβαίνει στον σύνδεσμο 13, όπου υπάρχει μία αύξηση των λωρίδων από 3 σε 4). Η έκταση του αυτοκινητόδρομου έχει μήκος 17 χιλιόμετρα και περιέχει συνολικά 8 ράμπες εισόδου και 7 ράμπες εξόδου, όπως φαίνεται στο Γράφημα 6.1. Κυκλοφοριακή συμφόρηση συνήθως συμβαίνει ανάντη της ράμπας r7. Την παρούσα χρονική στιγμή, μία στρατηγική ελέγχου ALINEA/HERO [29] πρόκειται να εφαρμοστεί στο συγκεκριμένο δίκτυο.




**Γράφημα 6 1: Η έκταση του αυτοκινητόδρομου που χρησιμοποιήθηκε στις προσομοιώσεις.**

## 6.2 Προσομοίωση κυκλοφοριακού δικτύου

Στην περίπτωσή μας, της προσομοίωσης του δικτύου ενός αυτοκινητόδρομου, χρησιμοποιήθηκε το εργαλείο μακροσκοπικής προσομοίωσης της κυκλοφορίας METANET [26]. Οι παράμετροι του κυκλοφοριακού μοντέλου που θεωρήθηκαν στο METANET είναι αυτές που παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.1.

Σχεδιάστηκαν 3 βασικά σενάρια ημερήσιας κυκλοφοριακής ζήτησης βασιζόμενα σε πραγματικές μετρήσεις. Αξίζει να σημειωθεί ότι τα σενάρια αυτά αντιστοιχούν σε συνθήκες μεγάλης κυκλοφοριακής συμφόρησης. Οι ημερήσιες ζητήσεις που χρησιμοποιήθηκαν στις προσομοιώσεις ήταν τυχαίες διαταραχές αυτών των βασικών σεναρίων ζήτησης. Πιο συγκεκριμένα:

- Τα βασικά σενάρια ζήτησης διαταράχθηκαν τυχαία, για κάθε μέρα, κατά έναν μέσο όρο της τάξεως του 10% από της αρχικές τιμές τους. Ο συνολικός χρόνος προσομοίωσης $h_{sim}$ για κάθε ημέρα ήταν 6 ώρες (5 πμ. – 11 πμ.) καλύπτοντας τις πρωινές ώρες αιχμής.

Τέλος, η μέση τιμή της μέσης ημερήσιας ταχύτητας όλου του κυκλοφοριακού δικτύου (σε χιλιόμετρα/ ώρα) χρησιμοποιήθηκε για την εκτίμηση της αποδοτικότητας των αλγορίθμων βελτιστοποίησης. Δεδομένου του γεγονότος ότι ο κύριος στόχος ενός συστήματος ελέγχου της κυκλοφορίας είναι η μεγιστοποίηση της μέσης ταχύτητας, εφαρμόστηκε η μεγιστοποίηση του δείκτη απόδοσης (θέτοντας J = –μέση ταχύτητα) αντί της ελαχιστοποίησης.

## 6.3 Στρατηγικές ελέγχου της κυκλοφορίας

Στην περίπτωση του ελέγχου ραμπών εισόδου, η γενική μορφή του ελεγκτή που χρησιμοποιείται μπορεί να περιγραφεί ως ακολούθως:

$$u_t = \hbar\left(K_1 z_t + K_2 + u_{t-1}\right) \tag{6.1}$$

όπου t=0, 1, ..., είναι ο διακριτός δείκτης χρόνου ο οποίος εξισώνει την δειγματική χρονική περίοδο με τον χρόνο κυκλοφοριακού κύκλου, το $u_t$ δηλώνει τον έλεγχο εισροών που εφαρμόζεται στον t-οστό κύκλο και το $z_t$ είναι ένα διάνυσμα των κυκλοφοριακών μετρήσεων. Στην περίπτωση του ελέγχου ραμπών εισόδου, το $u_t$ δηλώνει τις ροές των ραμπών που επιτρέπονται από την εφαρμογή του ελέγχου ραμπών εισόδου και το $z_t$ αντιστοιχεί στο διάνυσμα των μέσων πυκνοτήτων (υπολογιζόμενος κατά μέσον όρο κατά τον τελευταίο κύκλο) στις τοποθεσίες των ανιχνευτών κατάντη των ελεγχόμενων ραμπών. Οι μετρήσεις της πυκνότητας από τους ανιχνευτές 7980, 7977, 7972, 7848, 7846 και 7838 χρησιμοποιήθηκαν για τον σχεδιασμό του διανύσματος $z_t$. Οι χρονικοί κύκλοι επιλέχθηκαν να είναι ίσοι με 30 δευτερόλεπτα στην περίπτωση του ελέγχου ραμπών εισόδου.

Ο μη-γραμμικός τελεστής $\hbar$ χρησιμοποιείται για να εγγυηθεί ότι οι αποφάσεις ελέγχου ικανοποιούν στην περίπτωση του ελέγχου ραμπών εισόδου τους περιορισμούς ελάχιστης και μέγιστης επιτρεπόμενης ροής στις ράμπες. Τέλος, ο σταθερός πίνακας $K_1$ και το σταθερό διάνυσμα $K_2$ δηλώνουν τις ρυθμιζόμενες παραμέτρους του ελεγκτή. Αξίζει να αναφερθεί ότι:

- Η δημοφιλής στρατηγική τοπικού ελέγχου ραμπών εισόδου ALINEA [28] έχει την μορφή της (6.1) με τον πίνακα $K_1$ να είναι ένας διαγώνιος πίνακας και το διάνυσμα $K_2$ να εξαρτάται από τις κρίσιμες πυκνότητες των τοποθεσιών κατάντη των ραμπών εισόδου. Επίσης, μία ποικιλία πολυμεταβλητών στρατηγικών ελέγχου ραμπών εισόδου, π.χ. [28], έχουν την μορφή της (4.1) στις οποίες τα $K_1$, $K_2$ υπολογίζονται χρησιμοποιώντας γραμμική ή μη-γραμμική βελτιστοποίηση ή τεχνικές βέλτιστου ελέγχου.

## 6.4 Ρυθμιζόμενες παράμετροι

Όλες οι είσοδοι του $K_1$ και $K_2$ ήταν καλώς ρυθμισμένες, αντιστοιχώντας σε ένα διάνυσμα ρυθμιζόμενων παραμέτρων διάστασης ίσης με $8 \cdot 8 + 8 = 72$.

## 6.5 Σχεδιασμός των αλγορίθμων AFT

Για τον σχεδιασμό των αλγορίθμων AFT, έπρεπε να γίνει μία προσεκτική επιλογή των διανυσμάτων $\overline{x}_\ell$ (εκτίμηση προηγούμενης ζήτησης) και $\overline{x}_k$ (πρόβλεψη ζήτησης επόμενης μέρας). Σημειώνεται ότι στην συγκεκριμένη εφαρμογή, το διάνυσμα εισόδου $x_k$ δηλώνει την χρονο-ιστορία του αριθμού των οχημάτων που μπαίνουν στο δίκτυο σε κάθε κόμβο προέλευσης του δικτύου. Έχοντας υπόψη μας το γεγονός ότι υπάρχουν 9 κόμβοι προέλευσης με $h_{sim}=6$ ώρες, θα ήταν δύσκολο υπολογιστικά να χρησιμοποιήσουμε διανύσματα $\overline{x}_\ell$, $\overline{x}_k$ των οποίων οι είσοδοι αντιστοιχούν σε εκτιμήσεις των διανυσμάτων $x_\ell, x_k$ σε μικρά χρονικά διαστήματα. Από την άλλη μεριά, δεδομένου του γεγονότος ότι η πρόβλεψη της ζήτησης $\overline{x}_k$ θα είναι οπωσδήποτε ανακριβής (εξαιτίας μίας φυσικής διακύμανσης της ζήτησης), δεν έχει νόημα η χρήση εκτιμήσεων για μικρά χρονικά διαστήματα. Στα πειράματά μας, βρήκαμε ότι αρκεί η χρήση μίας εκτίμησης για κάθε ¼ του $h_{sim}$ (π.χ., τέσσερις διαφορετικές εκτιμήσεις για την ζήτηση της συνολικής ημερήσιας ζήτησης παρήχθησαν για κάθε κόμβο προέλευσης). Η εκτίμηση αυτή υπολογίστηκε ως ο μέσος αριθμός των οχημάτων που εισέρχονταν στο συγκεκριμένο κόμβο προέλευσης στα χρονικά διαστήματα $[0, \frac{1}{4}h_{sim})$, $[\frac{1}{4}h_{sim}, \frac{1}{2}h_{sim})$, $[\frac{1}{2}h_{sim}, \frac{3}{4}h_{sim})$, $[\frac{3}{4}h_{sim}, h_{sim}]$ και είχαν ως αποτέλεσμα ένα διάνυσμα $\overline{x}_\ell$ ή $\overline{x}_k$ διάστασης 36. Ένα δεύτερο πρόβλημα το οποίο προέκυψε ήταν λόγω του υπολογισμού της μέσης ζήτησης από μετρήσεις της ροής που προέρχονταν από αισθητήρες βρόχου. Οι μετρήσεις αυτές αντιστοιχούν στην πραγματική ζήτηση όταν η ουρά στον σύνδεσμο προέλευσης είναι μικρή, αλλά ενδέχεται να υποτιμήσουν σοβαρά την ζήτηση όταν η ουρά γίνει αρκετά μεγάλη ώστε να καλύψει τον αισθητήρα βρόχου. Με άλλα λόγια, όταν υπάρχει υψηλή ζήτηση ή όταν η συγκεκριμένη στρατηγική ελέγχου δεν μπορεί να αντιμετωπίσει ικανοποιητικά τις ουρές στους συνδέσμους προέλευσης, το πιο πιθανό είναι ότι οι μετρήσεις της ροής υποτιμούν την πραγματική ζήτηση. Για να υπερνικηθεί μερικώς αυτό το πρόβλημα, το διάνυσμα $\overline{x}_k$ που χρησιμοποιήθηκε στους αλγορίθμους AFT αντιστοιχούσε στην καλύτερη ημερήσια απόδοση (μέση ταχύτητα) που είχε ληφθεί μέχρι στιγμής. Με τον τρόπο αυτό, αποφύγαμε τον κίνδυνο της χρήσης μίας πρόβλεψης του $\overline{x}_k$ που αντιστοιχεί σε μία μη αποδοτική επιλογή για το διάνυσμα των παραμέτρων ελέγχου.

Οι υπόλοιπες σχεδιαστικές παράμετροι των αλγορίθμων AFT επιλέχθηκαν ως ακολούθως:

- $\phi(\theta,x)$: Σε κάθε επανάληψη των αλγορίθμων AFT, το διάνυσμα $\phi(\theta,x)$ σχεδιάζεται ως ακολούθως:

$$\phi_i(\theta,x)=\sum_{j=1}^{\min\{k+1,N\}} S_{1,\theta}\left(\theta_{r_{1,\theta}(j)}\right)S_{1,x}\left(x_{r_{1,x}(j)}\right)+\sum_{j=1}^{\min\{k+1,N\}} S_{2,\theta}\left(\theta_{r_{2,\theta}(j)}\right)S_{3,\theta}\left(\theta_{r_{3,\theta}(j)}\right)S_{2,x}\left(x_{r_{2,x}(j)}\right) \qquad (6.2)$$

όπου το N είναι μία θετική σχεδιαστική σταθερά (δηλώνει το μέγιστο επιτρεπτό μέγεθος του σχεδόν πολυωνυμικού προσεγγιστή), τα $r_{h,\theta}(j), r_{g,x}(j), h=1,2,3, g=1,2$ είναι αριθμοί που γεννήθηκαν τυχαία στα διαστήματα $\{1,\cdots,\dim(\theta)\}$ και $\{1,\cdots,\dim(x)\}$, αντίστοιχα $S_{h,\theta}(\zeta)=\tanh(\lambda_{h,\theta}\zeta+\bar{\lambda}_{h,\theta})$, $S_{g,x}(\zeta)=\tanh(\lambda_{g,x}\zeta+\bar{\lambda}_{g,x}) \quad, h=1,2,3, g=1,2$ με τα $\lambda_{h,\theta}$, $\lambda_{g,x}$ και τα $\bar{\lambda}_{h,\theta}$, $\bar{\lambda}_{g,x}$ θετικές και μη-αρνητικές σχεδιαστικές σταθερές. Αρχικά το $\lambda_{h,\theta}$ και το $\lambda_{g,x}$ επιλέχθηκαν ίσα με μικρές θετικές τιμές (π.χ., 0.01) και τα $\bar{\lambda}_{h,\theta}$, $\bar{\lambda}_{g,x}$ τέθηκαν ίσα με το μηδέν. Μετά τις πρώτες 5 επαναλήψεις των αλγορίθμων τα $\lambda_{h,\theta}$, $\lambda_{g,x}$, $\bar{\lambda}_{h,\theta}$, $\bar{\lambda}_{g,x}$ βελτιστοποιούνται έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η $\sum_{\ell=\kappa(k)}^{k-1}\left(\Delta J_\ell-\Delta\hat{J}_\ell^{(k)}(\Delta\theta_\ell)\right)^2$ ή $\min_{j\in\{1,\cdots,K\}}\Im_k\left(\pm\Delta\theta_k^{(j)}\right)$, υπό διαφορετικές τιμές των $\lambda_{h,\theta}$, $\lambda_{g,x}$, $\bar{\lambda}_{h,\theta}$, $\bar{\lambda}_{g,x}$.

- Η σταθερά N στην παραπάνω εξίσωση ορίζεται από τον χρήστη και τέθηκε ίση με 30 και για τους AFT..

- Η σταθερά K των AFT2, AFT3, AFT21, AFT31 ορίζεται από τον χρήστη και τέθηκε ίση με 10.

- Η $\psi(\Delta\bar{\theta})$ είναι μία βοηθητική συνάρτηση η οποία ορίζεται ως ακολούθως:

$$\psi(\Delta\bar{\theta})=\left[\beta(\Delta\bar{\theta}_1), \beta(-\Delta\bar{\theta}_1), \cdots, \beta(\Delta\bar{\theta}_{\dim(\theta)}), \beta(-\Delta\bar{\theta}_{\dim(\theta)})\right]^\tau$$

όπου $\beta(\zeta)$ είναι η συνάρτηση που ορίζεται ως $\beta(\zeta)=\zeta$ εάν $\zeta\geq 0$ και $\beta(\zeta)=0$, αλλιώς.

- Οι τυχαίοι όροι $\Delta_{k,i}$ επιλεχθήκαν και στους τρεις αλγορίθμους να είναι ομοιόμορφες τυχαίες μεταβλητές στο διάστημα [-1, +1]. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι συνθήκες σύγκλισης για τους AFT2, AFT3, AFT21, AFT31 που παρουσιάζονται στο [14] και [24], αντίστοιχα, δεν μπορούν να εγγυηθούν σύγκλιση υπό μία ομοιόμορφη τυχαία επιλογή του $\Delta_{k,i}$ (ενώ εγγυώνται σύγκλιση στην περίπτωση όπου τα $\Delta_{k,i}$ είναι τυχαίες μεταβλητές Bernoulli ή σχεδόν Bernoulli). Όμως, όπως σημειώνεται στα [14,15], στην πράξη μία ομοιόμορφη τυχαία επιλογή για τα $\Delta_{k,i}$ μπορεί να παράγει εξίσου καλά αποτελέσματα με μία τυχαία επιλογή Bernoulli ή σχεδόν Bernoulli. Επίσης, μία ομοιόμορφη τυχαία επιλογή για τα $\Delta_{k,i}$ παρέχει στον αλγόριθμο μεγαλύτερη ευελιξία από μία τυχαία επιλογή Bernoulli, επιτρέποντας στα $\Delta_{k,i}$ να πάρουν οποιαδήποτε τιμή στο διάστημα [-1, +1] (σε σύγκριση με την Bernoulli που επιτρέπει τα $\Delta_{k,i}$ να είναι -1 ή +1). Στις δικές μας ερευνητικές προσομοιώσεις βρήκαμε ότι μία ομοιόμορφη τυχαία επιλογή για τα $\Delta_{k,i}$

- Όπως ήδη αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 4, μία επιλογή των ακολουθιών $\alpha_k, \beta_k$ να τείνουν αργά προς το μηδέν (όπως συνήθως συμβαίνει στα περισσότερα σενάρια προσαρμοστικής βελτιστοποίησης (AO) που εφαρμόζονται στα προβλήματα στοχαστικής βελτιστοποίησης) απέτυχαν να παράγουν ικανοποιητικά αποτελέσματα και στους τρεις αλγορίθμους κατά την διαδικασία βελτιστοποίησης της συγκεκριμένης εφαρμογής. Για τον λόγο αυτό έπρεπε να υιοθετηθούν διαφορετικές επιλογές. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκαν οι ακόλουθες επιλογές για τα $\alpha_k, \beta_k$ στις ερευνητικές μας προσομοιώσεις:

  - το $\alpha_k$ διατηρήθηκε ίσο με μία σταθερή τιμή $\alpha$ για κάθε k. Η επιλογή της σταθεράς $\alpha$ ήταν αρκετά ξεκάθαρη για την εφαρμογή μας. Πιο συγκεκριμένα, στην περίπτωση του ελέγχου κυκλοφορίας ραμπών εισόδου, ελέγχοντας τις τιμές του $K_1$ και του $K_2$ που παρήχθησαν από την στρατηγική ελέγχου ALINEA σε παρόμοιες εφαρμογές, βρήκαμε ότι μία τροποποίηση των στοιχείων του $K_1$ και του $K_2$ σύμφωνα με την επιλογή $\alpha=0.01$ και $\alpha=0.001$, αντίστοιχα, ήταν αρκετή για να παράγει μία αμελητέα αλλαγή στον δείκτη απόδοσης χωρίς να εισαγάγει προβλήματα ευστάθειας.

  - ενώ η επιλογή του $\alpha$ είναι ξεκάθαρη, αυτό δεν συμβαίνει με το μέγεθος του δείγματος $\beta_k$ της μέγιστης κατάβασης στην περίπτωση του AFT1. Για τον λόγο αυτό, έπρεπε να ερευνηθούν διαφορετικές επιλογές για το μέγεθος του δείγματος διεξάγοντας πειράματα με διαφορετικές τιμές για το $\beta_k$. Στην περίπτωσή μας, βρέθηκε ότι αρκεί η επιλογή του $\beta_k$ ίσο με μία σταθερή τιμή $\beta$.

  - Στην περίπτωση των αλγορίθμων AFT2, AFT3, AFT21, AFT31 η επιλογή του $\beta_k$ είναι άμεση, αφού το $\beta_k$ σε αυτή την περίπτωση αντιστοιχεί σε μία «εφικτή» αύξηση του δείκτη απόδοσης (μέση ταχύτητα) σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου. Για τον λόγο αυτό η επιλογή του $\beta_k=1$ επαρκεί εφόσον αντιστοιχεί σε μία αύξηση της μέσης ταχύτητας της τάξεως του 1 χιλιομέτρου/ώρα

## 6.6 Αρχικές παράμετροι του ελεγκτή

Δύο διαφορετικά αρχικά σύνολα των $K_1$,$K_2$ χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα βελτιστοποίησης:

- $K_1 = 0, K_2 = 0$ υποθέτοντας μηδενική αρχική γνώση των χαρακτηριστικών του κυκλοφοριακού δικτύου και
- $K_1$,$K_2$ αντίστοιχα με τον σχεδιασμό ALINEA.

Πιο συγκεκριμένα, σε αυτήν την περίπτωση τα $K_1$,$K_2$ αρχικοποιήθηκαν σύμφωνα με τα $K_1 = -diag(K_A, K_A, K_A, K_A, K_A, K_A)$, $K_2 = K_A[\rho_{cr,1},\rho_{cr,2},\rho_{cr,3},\rho_{cr,4},\rho_{cr,5},\rho_{cr,6}]$, όπου το $K_A$ είναι των κέρδος του ελεγκτή του και το $\rho_{cr,i}$ δηλώνει την επιθυμητή πυκνότητα κυκλοφορίας (η οποία θα έπρεπε να είναι κοντά στην κρίσιμη πυκνότητα) της τοποθεσίας του αισθητήρα κατάντη της i-οστής ράμπας εισόδου. Το $K_A$ και τα $\rho_{cr,i}$ βελτιστοποιήθηκαν, διεξάγοντας πειράματα με διαφορετικές τιμές για το $K_A$ και τα $\rho_{cr,i}$ και επιλέχθηκε ο συνδυασμός που παρήγαγε την καλύτερη μέση τιμή της μέσης ταχύτητας για το βασικό σενάριο ζήτησης.

# <u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ</u>

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα των αλγορίθμων AFT 1, AFT 3 και AFT 31. Οι αλγόριθμοι AFT 2 και AFT 21 δεν θα παρουσιαστούν εξ' αιτίας του γεγονότος ότι είναι χρονικά ασύμφοροι καθώς χρειάζονταν υπερβολικό χρόνο για την ολοκλήρωση των προσομοιώσεων.

Οι παρακάτω πίνακες παρουσιάζουν τα αποτελέσματα για τις διάφορες προσομοιώσεις που εκτελέσαμε. Για κάθε AFT αναφέρονται οι συνδυασμοί των παραμέτρων που χρησιμοποιηθήκαν, για τις οποίες όμως ο κάθε αλγόριθμος εκτέλεσε τρεις συνεχόμενες προσομοιώσεις για τις οποίες παρουσιάζεται ο μέσος όρος για κάθε ένα από τα μεγέθη των πινάκων. Στις παραμέτρους αυτές καταχωρούνται σταθερές τιμές καθώς επίσης και συναρτήσεις οι οποίες παρέχουν τις τιμές των παραμέτρων. Οι συναρτήσεις αυτές είναι οι ακόλουθες:

$$a_k = \frac{a_0}{(1+k)^{n_a}} \text{ όπου } a_0 = 0.0936 \text{ και } n_a = 0.9047 \text{ με πεδίο τιμών } [0.05, 0.001] \quad (7.1)$$

$$b_k = \frac{b_0}{(1+k)^{n_b}} \text{ όπου } b_0 = 0.4680 \text{ και } n_b = 0.9047 \text{ με πεδίο τιμών } [0.25, 0.005] \quad (7.2)$$

Ο κάθε αλγόριθμος εκτελεί προσομοιώσεις για ALINEA 1, δηλαδή με τη χρήση ελεγκτή ο οποίος παρέχει στον αλγόριθμο μία αρχική γνώση, και για ALINEA 0,δηλαδή με τη χρήση ελεγκτή ο οποίος δεν παρέχει στους αλγόριθμους κάποια αρχική γνώση. Στην περίπτωση του ALINEA 1 η ταχύτητα εκκίνησης του αλγορίθμου είναι τα 70 km/h, σε αντίθεση με την περίπτωση του ALINEA 0 κατά τον οποίο η ταχύτητα εκκίνησης είναι τα 55 km/h.

Στους ακόλουθους πίνακες παρουσιάζονται τρία μεγέθη. Το πρώτο μέγεθος που εξετάζουμε είναι το drop-down, κατά το οποίο βρίσκουμε σε κάθε προσομοίωση που εκτελείται, τον αριθμό των ημερών κατά τις οποίες η ταχύτητα έπεσε κάτω από τη ταχύτητα εκκίνησης της προσομοίωσης, στη συνέχεια αθροίζουμε και διαιρούμε δια του 3 για να βρούμε τον μέσο όρο και για τις τρεις προσομοιώσεις.

Το δεύτερο μέγεθος που εξετάζουμε είναι το convergence speed, δηλαδή την ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου, κατά το οποίο βρίσκουμε την ημέρα κατά την οποία η αλγόριθμος συνέκλινε στο 90% στην max ταχύτητας, μετά αθροίζουμε τις τιμές που έχουμε και βρίσκουμε τη μέση τιμή που θέλουμε.

Το τρίτο μέγεθος που εξετάζουμε είναι η μέση ταχύτητα (mean speed), κατά την οποία βρίσκουμε για κάθε προσομοίωση τη μέση τιμή και στη συνέχεια αθροίζουμε τις μέσες τιμές των ταχυτήτων και των τριών προσομοιώσεων και εξάγουμε την τελική μέση ταχύτητα. Τα παραπάνω επαναλαμβάνονται για κάθε set μεταβλητών, για όλους τους αλγορίθμους.

Στον πίνακα 7.1 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τον AFT 1, για τον οποίο εκτελέσαμε 6 προσομοιώσεις με αρχική γνώση (ALINEA 1) και άλλες 6 χωρίς αρχική γνώση (ALINEA 0). Οι τιμές με τα έντονα γράμματα είναι οι πιο ικανοποιητικές τιμές σύμφωνα με τις παραμέτρους που εξετάζουμε, ενώ τα διαγραμμισμένα κελιά είναι οι προσομοιώσεις κατά τις οποίες υπάρχει πιθανότητα ο αλγόριθμος να μην παράξει ικανοποιητικά αποτελέσματα, λόγω μη σύγκλησης των προσομοιώσεων μεταξύ τους. Επίσης παρουσιάζονται και δύο διαγράμματα που παρουσιάζουν ικανοποιητική και μη ικανοποιητική συμπεριφορά αντίστοιχα για κάθε περίπτωση προσομοίωσης, με αρχική γνώση και χωρίς.

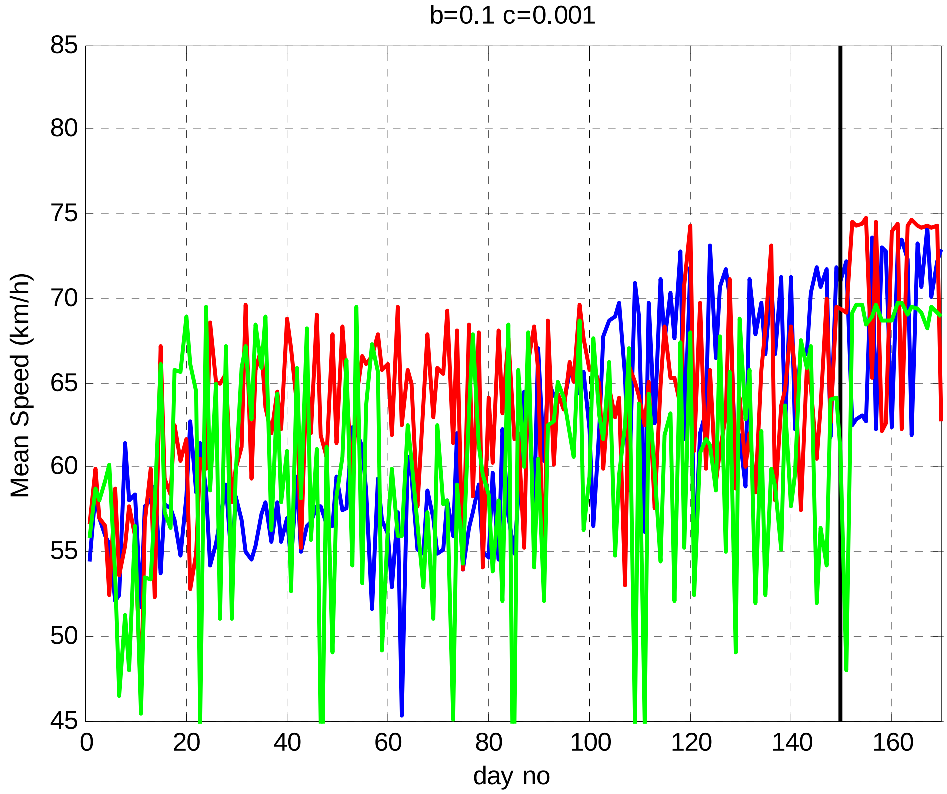
## AFT 1

| | ALINEA 1 | | | ALINEA 0 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | *Drop down* | *Convergence speed* | *Mean speed* | *Drop down* | *Convergence speed* | *Mean speed* |
| *a=0.001 b=0.01 c=0.001* | 120.3333 | 1 | 69.3897 | 28.3333 | 26 | 60.5999 |
| *a=0.001 b=0.01 c=0.01* | 106.3333 | 47 | 69.7623 | 9 | 33 | 62.4844 |
| ***a=0.001 b=0.1 c=0.001*** | 55.6667 | 26 | 76.3525 | **22.3333** | **43.3333** | **62.1078** |
| *a=0.001 b=0.1 c=0.01* | 79 | 9 | 73.2703 | 25.6667 | 64 | 62.0608 |
| *a=function b=function c=0.001* | 11 | 8 | 82.7563 | 80.3333 | 25.3333 | 51.5039 |
| ***a=function b=function c=0.01*** | **2** | **2.6667** | **83.1587** | 26 | 25.6667 | 58.6448 |

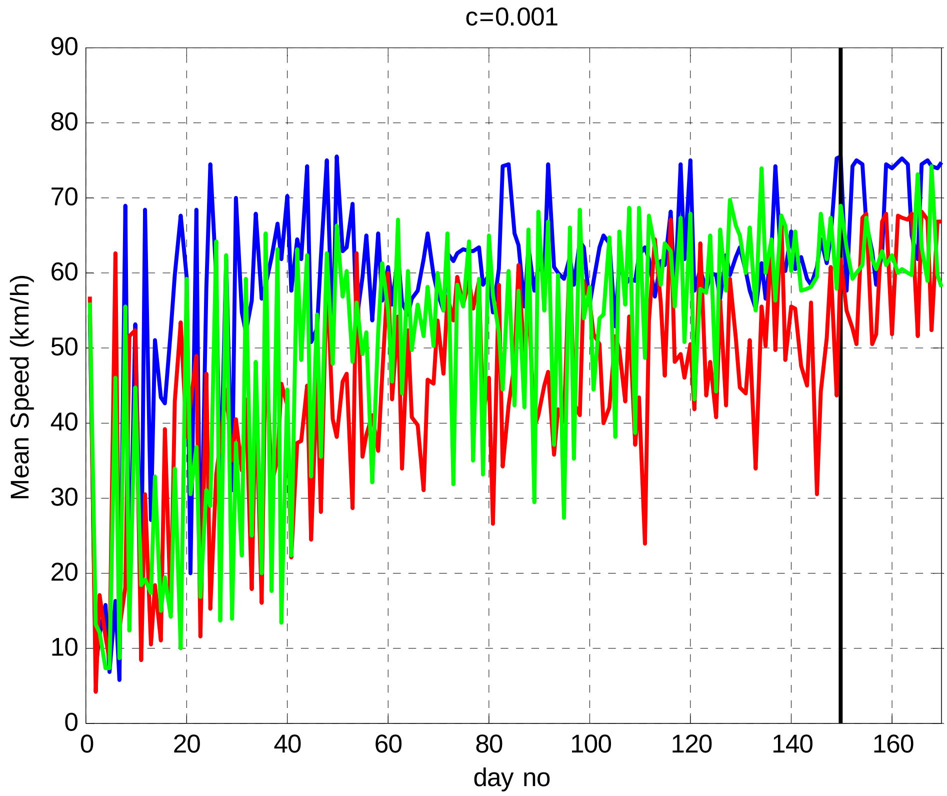
**Πίνακας 7.1: πίνακας παρουσίασης αποτελεσμάτων του αλγορίθμου AFT 1**

## **Για ALINEA 0:**

Ικανοποιητική συμπεριφορά με παραμέτρους: α=0.0001, b=0.1, c=0.001

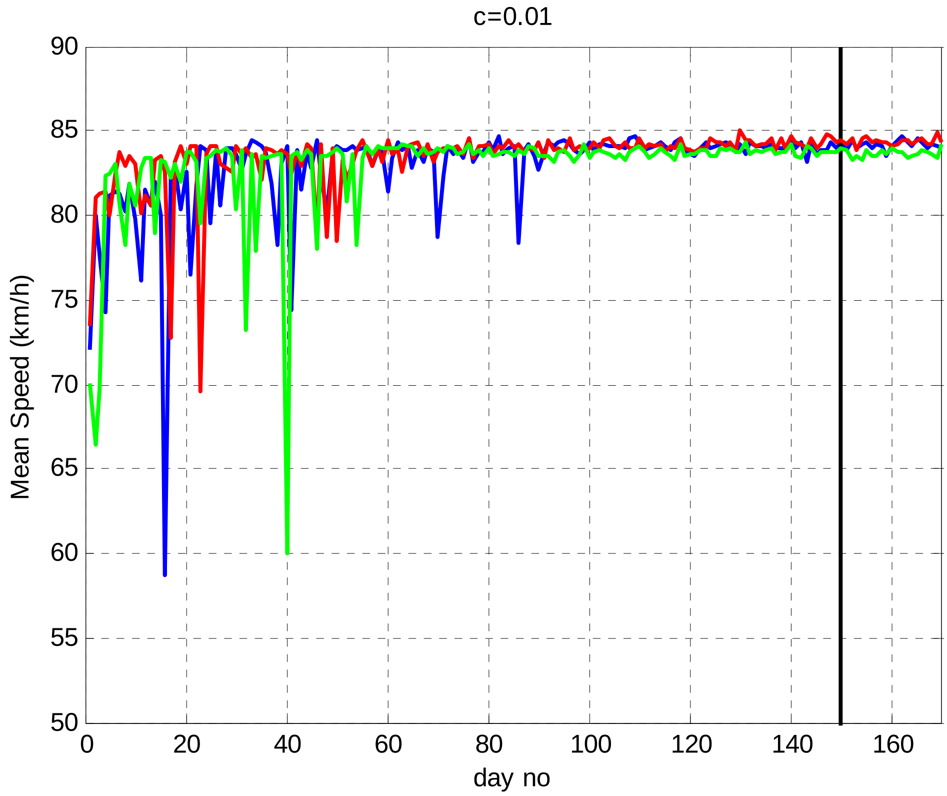



Μη ικανοποιητική συμπεριφορά με παραμέτρους: α=function, b=function,c=0.001

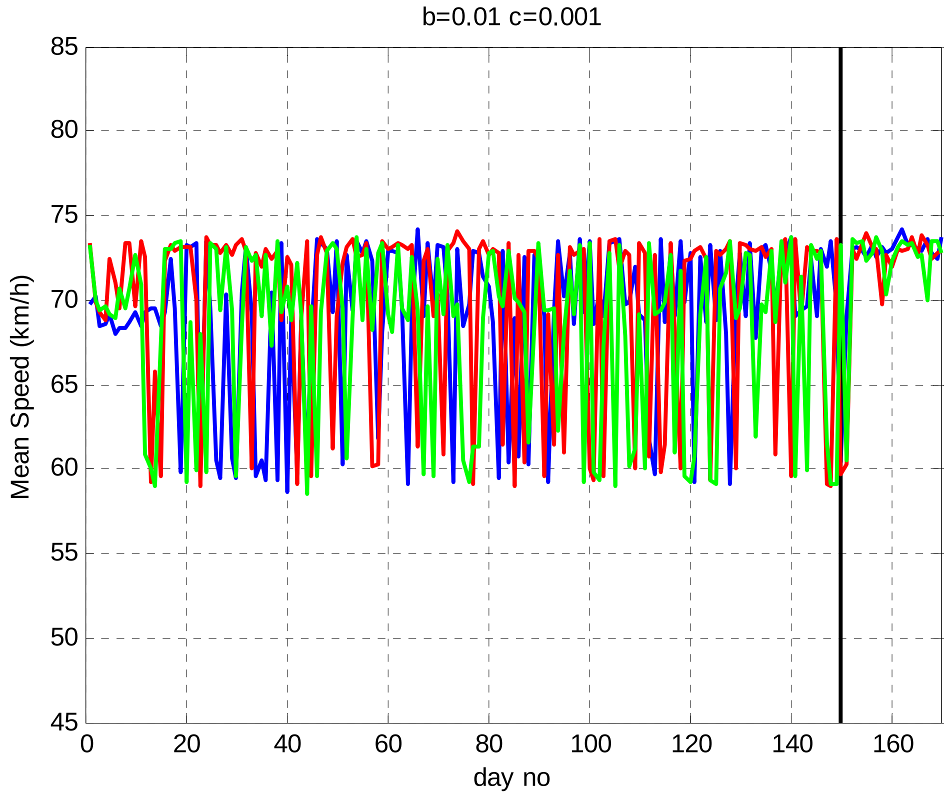


## Για ALINEA 1:

Ικανοποιητική συμπεριφορά με παραμέτρους: α=function, b=function, c=0.01




Μη ικανοποιητική συμπεριφορά με παραμέτρους: α=0.001, b=0.01, c=0.001



Στον πίνακα 7.2 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τον AFT 3, για τον οποίο εκτελέσαμε 4 προσομοιώσεις με αρχική γνώση (ALINEA 1) και άλλες 4 χωρίς αρχική γνώση (ALINEA 0). Οι τιμές με τα έντονα γράμματα είναι οι καλύτερες τιμές σύμφωνα με τις παραμέτρους που εξετάζουμε, ενώ τα διαγραμμισμένα κελιά είναι οι προσομοιώσεις κατά τις οποίες υπάρχει πιθανότητα ο αλγόριθμος να μην παράξει ικανοποιητικά αποτελέσματα, λόγω μη σύγκλησης των προσομοιώσεων μεταξύ τους. Επίσης παρουσιάζονται και δύο διαγράμματα που παρουσιάζουν ικανοποιητική και μη ικανοποιητική συμπεριφορά αντίστοιχα για κάθε περίπτωση προσομοίωσης με αρχική γνώση και χωρίς.

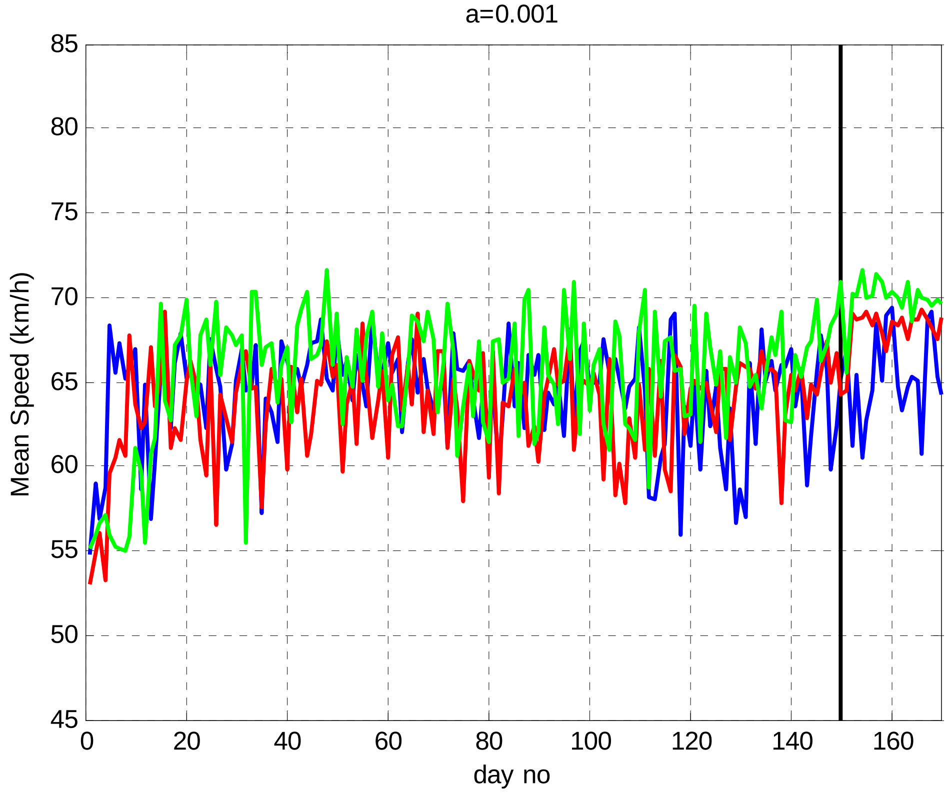
## AFT 3

| | **ALINEA 1** | | | **ALINEA 0** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | *Drop down* | *Convergence speed* | *Mean speed* | *Drop down* | *Convergence speed* | *Mean speed* |
| *a=0.0001* | 41.3333 | 1 | 71.3248 | 11.3333 | 2.3333 | 56.5265 |
| ***a=0.001*** | 90.6667 | 1 | 68.7058 | **0.6667** | **9.6667** | **64.7589** |
| *a=0.01* | 10.3333 | 6.6667 | 82.0189 | 81 | 76 | 52.0046 |
| ***a=function*** | **10.3333** | **15.6667** | **82.0401** | 34.3333 | 33.3333 | 60.2756 |

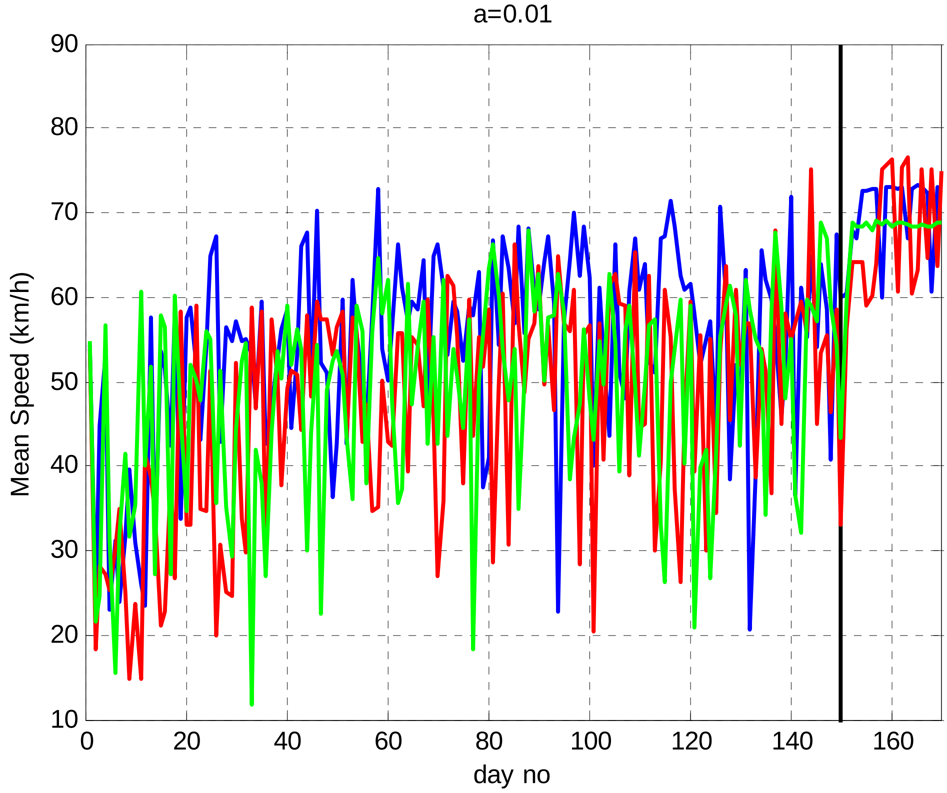
**Πίνακας 7.2: πίνακας παρουσίασης αποτελεσμάτων του αλγορίθμου AFT3**

## **Για ALINEA 0:**

Ικανοποιητική συμπεριφορά με παραμέτρους: α=0.001

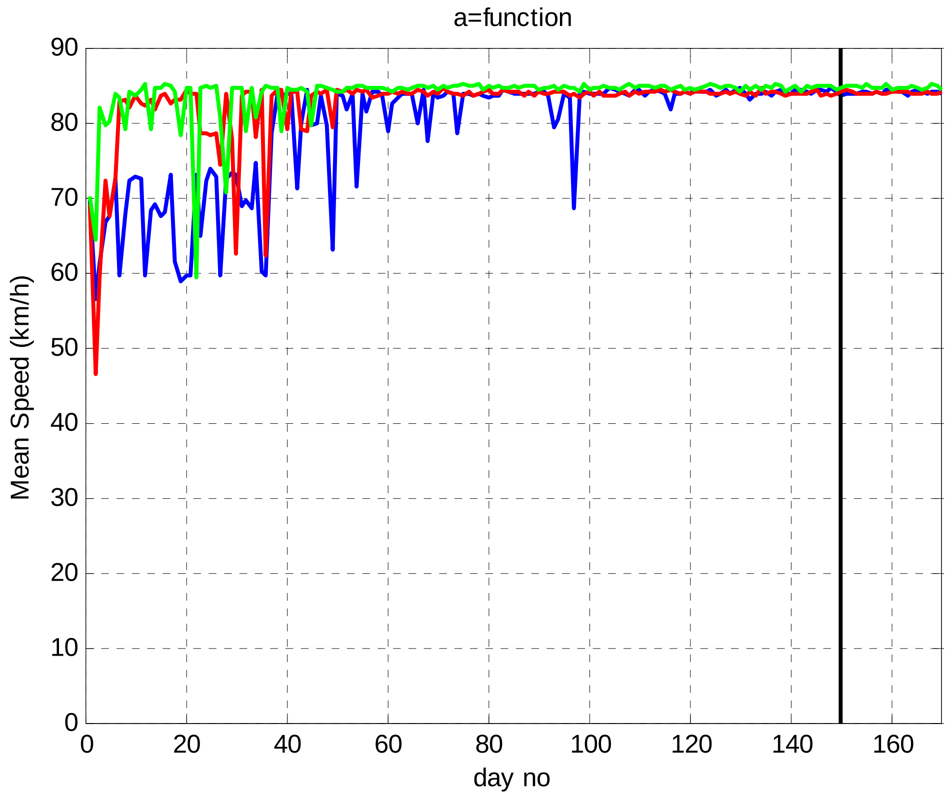



Μη ικανοποιητική συμπεριφορά με παραμέτρους: α=0.01

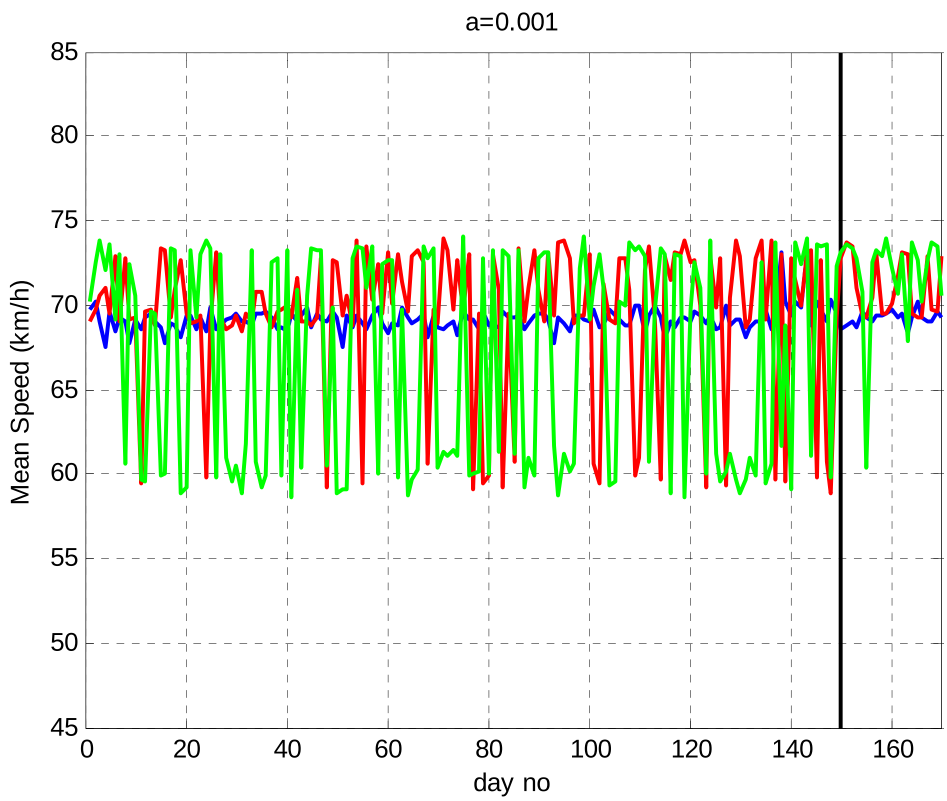


## Για ALINEA 1:

Ικανοποιητική συμπεριφορά με παραμέτρους: α=function




Μη ικανοποιητική συμπεριφορά με παραμέτρους: α=0.001



Στον πίνακα 7.3 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τον AFT 31, για τον οποίο εκτελέσαμε 6 προσομοιώσεις με αρχική γνώση (ALINEA 1) και άλλες 6 χωρίς αρχική γνώση (ALINEA 0). Οι τιμές με τα έντονα γράμματα είναι οι καλύτερες τιμές σύμφωνα με τις παραμέτρους που εξετάζουμε, ενώ τα διαγραμμισμένα κελιά είναι οι προσομοιώσεις κατά τις οποίες υπάρχει πιθανότητα ο αλγόριθμος να μην παράξει ικανοποιητικά αποτελέσματα, λόγω μη σύγκλησης των προσομοιώσεων μεταξύ τους.

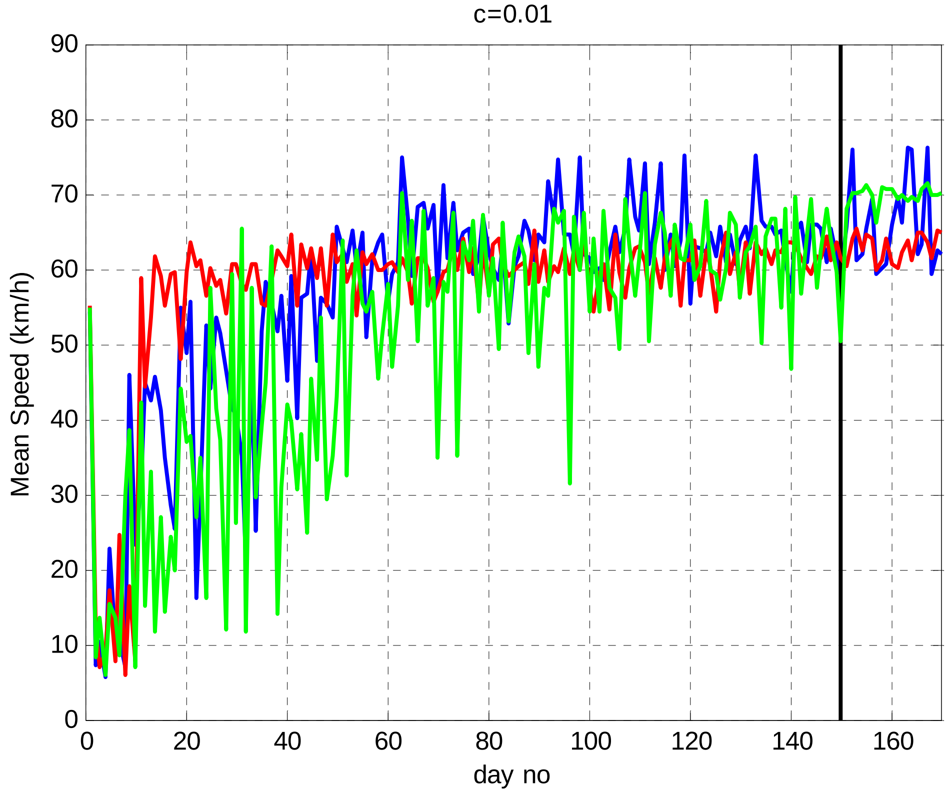
## AFT 31

| | **ALINEA 1** | | | **ALINEA 0** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | *Drop down* | *Convergence speed* | *Mean speed* | *Drop down* | *Convergence speed* | *Mean speed* |
| *a=0.01 b=0.01 c=0.001* | 18.6667 | 5 | 80.1274 | 96 | 32 | 44.7027 |
| *a=0.01 b=0.01 c=0.01* | 12.3333 | 5 | 80.5987 | 75.3333 | 35 | 51.0498 |
| *a=0.01 b=0.1 c=0.001* | 24.3333 | 6.6667 | 79.8573 | 87.3333 | 50.6667 | 44.0877 |
| *a=0.01 b=0.1 c=0.01* | 18 | 5 | 80.1410 | 93 | 26.6667 | 50.2158 |
| *a=function b=function c=0.001* | 5 | 5.6667 | 82.3956 | 51 | 38.6667 | 53.7063 |
| ***a=function b=function c=0.01*** | **4.3333** | **5.3333** | **83.5653** | **42** | **36** | **55.8474** |

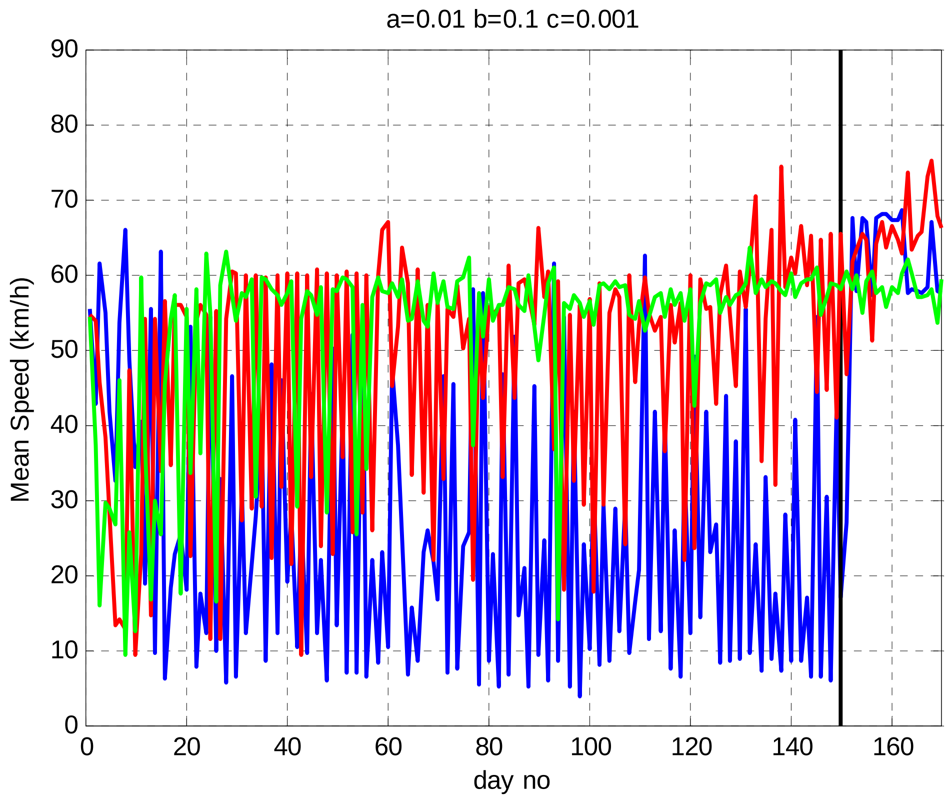
**Πίνακας 7.3: πίνακας παρουσίασης αποτελεσμάτων του αλγορίθμου AFT 31**

## Για ALINEA 0:

Ικανοποιητική συμπεριφορά με παραμέτρους: α=function, b=function, c=0.01

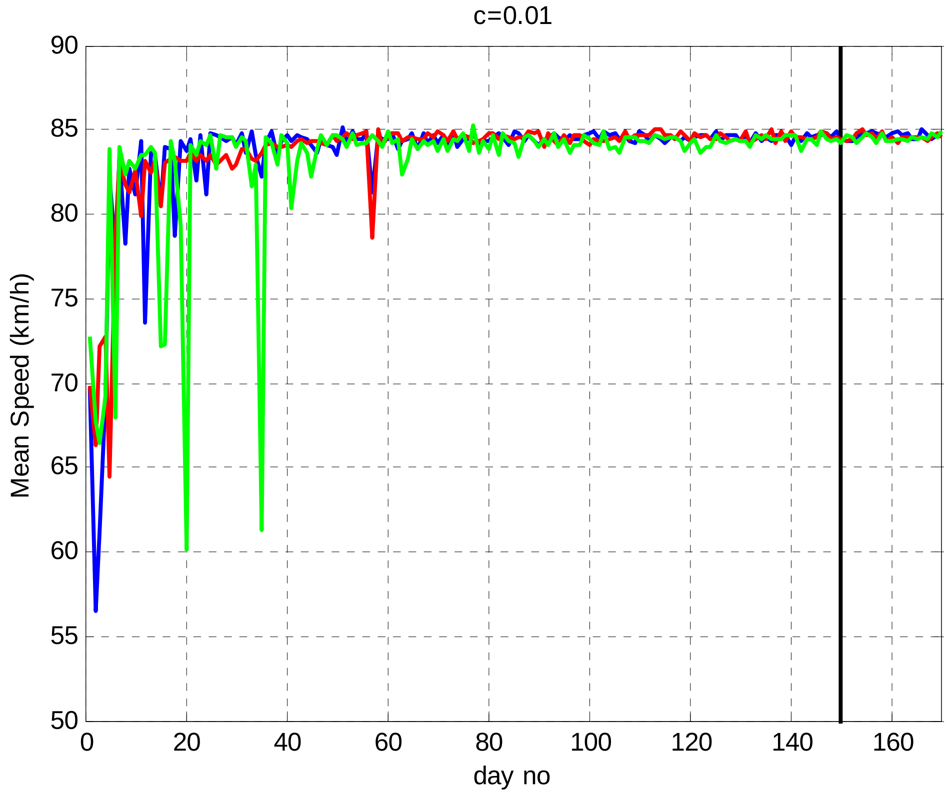



Μη ικανοποιητική συμπεριφορά με παραμέτρους: α=0.01, b=0.1,c=0.001

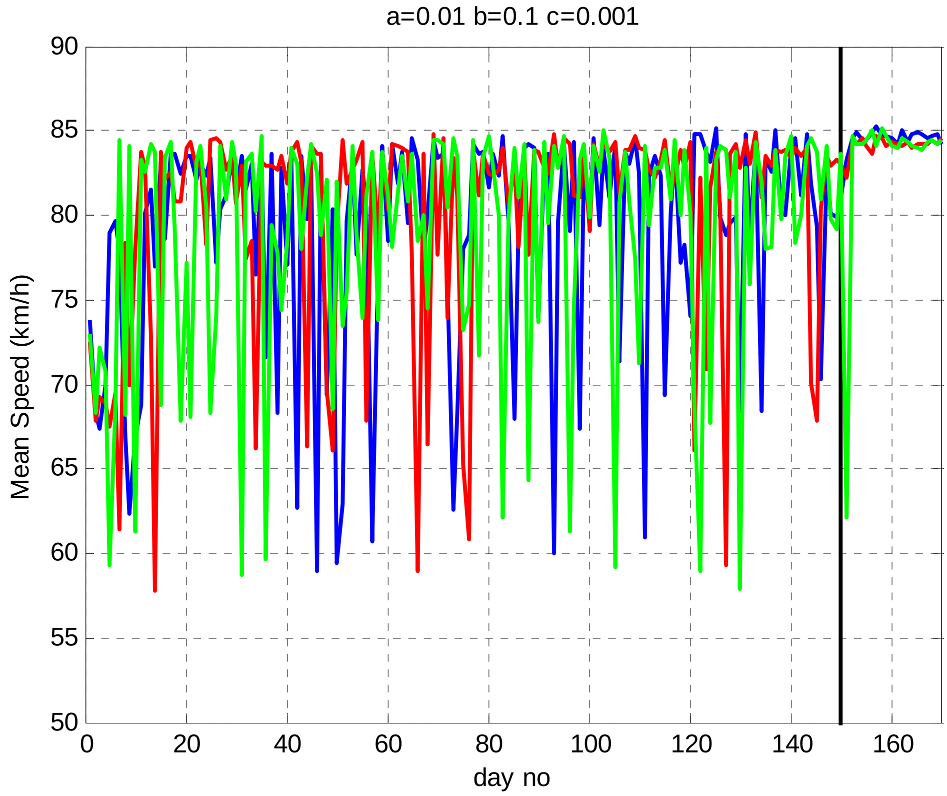


# Για ALINEA 1:

Ικανοποιητική συμπεριφορά με παραμέτρους: α=function, b=function, c=0.01




Μη ικανοποιητική συμπεριφορά με παραμέτρους: α=0.01, b=0.1, c=0.001



# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία έγινε μία συγκριτική αξιολόγηση των αλγορίθμων AFT1, AFT 3 και AFT31, οι οποίοι ανήκουν στην οικογένεια των αλγορίθμων προσαρμοστικής βελτιστοποίησης (**A**daptive **O**ptimization). Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρατέθηκαν τρεις πίνακες που ουσιαστικά παρουσιάζουν τη συμπεριφορά του κάθε αλγόριθμου. Βάση αυτών των πινάκων θα γίνει και η σύγκριση. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να θυμίσουμε ότι η ταχύτητα εκκίνησης του αλγόριθμου στην περίπτωση ALINEA 1 είναι τα 70 km/h, σε αντίθεση με την περίπτωση ALINEA 0 για την οποία η ταχύτητα εκκίνησης είναι τα 55 km/h.

Για τον AFT 1 παρατηρούμε ότι, για την περίπτωση που χρησιμοποιούμε αρχική γνώση, η βέλτιστη συμπεριφορά παρουσιάζεται όταν οι παράμετροι α και b ακολουθούν τις συναρτήσεις (7.1) και (7.2) αντίστοιχα και η παράμετρος c παίρνει την τιμή 0.01. Στην περίπτωση αυτή η μέση ταχύτητα αυξάνεται κατά 13,1587 km/h, η ταχύτητα σύγκλησης είναι 2.6667 μέρες και καθ' όλη τη διάρκεια προσομοίωσης πέφτει κάτω από την ταχύτητα εκκίνησης δύο στις 170 ημέρες προσομοίωσης. Η αντίστοιχη συμπεριφορά του ίδιου αλγόριθμου στην περίπτωση όπου δεν υπάρχει αρχική γνώση (περίπτωση ALINEA 0), παρουσιάζει βέλτιστη συμπεριφορά για τιμές παραμέτρων α=0,001, b=0,1, c=0,001, για τις οποίες μας δίνει τελική μέση ταχύτητα αυξημένη κατά 7,1078 km/h, η ταχύτητα σύγκλησης είναι 43.3333 ημέρες και πέφτει κάτω από την ταχύτητα έναρξης της προσομοίωσης 22.3333 ημέρες κατά μέσο όρο.

Από τα παραπάνω οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι η συμπεριφορά του AFT 1 βελτιστοποιείται για την περίπτωση ALINEA 1 γιατί όπως παρατηρούμε από τους πίνακες, εξάγει πολύ καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με την περίπτωση ALINEA 0.

Για τον AFT 3 παρατηρούμε ότι στην περίπτωση ALINEA 1, επιστρέφει ικανοποιητικά αποτελέσματα και η βέλτιστη παράμετρος είναι η α=function κατά την οποία η μέση ταχύτητα αυξάνεται κατά 12.0401 km/h, πέφτει κάτω από την ταχύτητα έναρξης 10.3333 ημέρες και η ταχύτητα σύγκλησης είναι στις 15.6667 ημέρες κατά μέσο όρο. Για την περίπτωση ALINEA 0 τα καλύτερα αποτελέσματα δίνονται όταν η παράμετρος α έχει την τιμή 0.001 κατά την οποία η ταχύτητα αυξάνεται κατά 9.7589 km/h η ταχύτητα σύγκλησης είναι στις 9.6667 ημέρες και πέφτει κάτω από την ταχύτητα έναρξης μόνο 0.6667 ημέρες κατά μέσο όρο.

Από τα παραπάνω παρατηρούμε ότι ο AFT 3 παράγει και αυτός πολύ καλά αποτελέσματα στην περίπτωση ALINEA 1, αλλά στη συγκεκριμένη περίπτωση το μειονέκτημα του σε σχέση με την περίπτωση του ALINEA 0 είναι ότι για ALINEA 0 ο αλγόριθμος μας δίνει ελάχιστα drop down κάτι το οποίο είναι πολύ σημαντικό για τις πρακτικές εφαρμογές

Για τον AFT 31 βλέπουμε ότι και για τις δύο περιπτώσεις (ALINEA 1 και ALINEA 0)τα πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα μας τα δίνουν οι παράμετροι με τις τιμές α= function, b=function, c=0.01. Για την περίπτωση που έχουμε ALINEA 1 βλέπουμε ότι η μέση ταχύτητα αυξάνεται κατά 13.553 km/h, πέφτει κάτω από την ταχύτητα έναρξης 4.3333 ημέρες και η ταχύτητα σύγκλησης του αλγόριθμου είναι 5.3333 ημέρες κατά μέσο όρο. Αντίστοιχα για την περίπτωση που έχουμε ALINEA 0 η ταχύτητα αυξάνεται κατά 0.8474 km/h πέφτει κάτω από την ταχύτητα έναρξης 42 ημέρες και η ταχύτητα σύγκλησης του είναι 36 ημέρες κατά μέσο όρο.

Από τα παραπάνω καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι ο AFT 31 δίνει καλύτερα εξαγόμενα για την περίπτωση του ALINEA 1.

Συνολικά και για τους τρεις αλγόριθμους παρατηρούμε ότι τα ικανοποιητικότερα αποτελέσματα παρουσιάζονται στην περίπτωση ALINEA 1. Βλέπουμε ότι κατά κύριο λόγο παρουσιάζεται γρηγορότερη σύγκληση και υπάρχει αύξηση στις τελικές ταχύτητες. Ο AFT1 σε σχέση με τον AFT3 παρουσιάζει μεγαλύτερη τελική ταχύτητα αλλά έχει πολύ λιγότερα drop down καθώς και μεγαλύτερη ταχύτητα σύγκλησης, έτσι θα μπορούσαμε να πούμε ότι ο AFT1 υπερτερεί του AFT3. Το ίδιο ισχύει και για τον AFT1 σε σχέση με τον AFT31 με τη διαφορά ότι ο AFT31 έχει ελάχιστα αυξημένη την τελική του ταχύτητα. Θα πρέπει, βέβαια, να αναφέρουμε το γεγονός ότι ο AFT1 παρουσιάζει τις περισσότερες περιπτώσεις εξαγωγής μη ικανοποιητικών αποτελεσμάτων, λόγω μη σύγκλησης των προσομοιώσεων.

Στην περίπτωση μηδενικής αρχικής γνώσης (ALINEA 0), ο αλγόριθμος που συμπεριφέρεται καλύτερα από όλους είναι ο AFT 3, αφού επιτυγχάνει τη μεγαλύτερη τελική ταχύτητα , έχει τη μεγαλύτερη ταχύτητα σύγκλησης και έχει το μικρότερο drop down. Έτσι καταλήγουμε στο γεγονός ότι ο αλγόριθμος AFT 3 παρουσιάζει την καλύτερη συμπεριφορά σε σχέση με τους υπόλοιπους.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει αν αναφέρουμε ότι όταν οι παράμετροι a και b ακολουθούν συναρτήσεις ,τότε η γενική συμπεριφορά που παρατηρούμε είναι ότι αρχικά παρουσιάζονται αρκετά drop down, αλλά τελικά και για τις τρεις προσομοιώσεις, οι αλγόριθμοι συγκλίνουν στις ίδιες περίπου τελικές μέσες ταχύτητες και παραμένουν εκεί μέχρι το πέρας της προσομοίωσης.

**ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

[1] A. R. Barron, “Universal approximation bounds for superpositions of a sigmoidal function,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol.39, no. 3, pp. 930-945, 1993.

[2] N. E. Cotter, “The Stone-Weierstrass theorem and its application to neural networks,” *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 1, no. 4, pp. 290-295, 1990.

[3] G. Cybenko, “Approximations by superpositions of a sigmoidal function,” *Mathematics of Control, Signals, and Systems*, vol. 2, pp. 303-314, 1989.

[4] J. A. Farrell and M. M. Polycarpou. Adaptive Approximation Based Control: Unifying Neural, Fuzzy and Traditional Adaptive Approximation Approaches. Wiley Publishers, 2006.

[5] P. A. Ioannou and J. Sun, Stable and Robust Adaptive Control, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1995.

[6] J. Keifer, and J. Wolfowitz, “Stochastic Estimation of a Regression Function,” *Ann. Math. Stat.*, vol. 23, pp. 462-466, 1952.

[7] E. B. Kosmatopoulos and M.A. Christodoulou, “Filtering, prediction, & learning properties of ECE neural networks,” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 24, no. 7, pp. 971-981, July 1994.

[8] E. B. Kosmatopoulos, M. M. Polycardou, M.A. Christodoulou, and P.A. Ioannou, “High-order neural network structures for identification of dynamical systems,” *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 6, no. 2, pp.422-431, March 1995.

[9] E. B. Kosmatopoulos, and M.A. Christodoulou, “Structural properties of gradient recurrent high-order neural networks,” *IEEE Transactions on Circuits*

*and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, vol. 42, no. 9, September 1995.

[10] G. Ch. Pflug, "Optimization of Stohastic Models: The Interface Between Simulation and Optimization," Kluwer Academic, Boston, 1996.

[11] M. M. Polycardou, and P. A. Ioannou, "Identification and control of non-linear systems using neural network models: design and stability analysis," Tech. *Rep. 91- 09-01*, Univ. of Southern Cal., Los Angeles, September, 1991.

[12] H. Robbins, and S. Monro, "A Stochastic Approximation Method," *Ann. Math. Stat.*, vol. 29, pp. 400-407, 1951.

[13] R. M. Sanner and J.- J. E. Slotine, "Gaussian networks for direct adaptive control", *Proc. American Control Conf.*, ACC91, pp. 2153-2159, 1991; also in *IEEE Transactions on Neural Networks,* vol. 3, no. 6, pp. 837-863, November 1992.

[14] J. C. Spall, "Multivariate Stochastic Approximation Using a Simultaneous Perturbation Gradient Approximation," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, pp. 332-341, 1992.

[15] J. C. Spall, "Adaptive Stohastic Approximation by the Simultaneous Perturbation Method," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, pp. 1839-1853, 2000.

[16] http://www.jhuapl.edu/SPSA.

[17] J. C. Spall, "Adaptive Simultaneous Perturbation Method for Accelerated Optimization," Memo PSA-98-017, JHU/APL, Laurel, MD, 1998.

[18] J. C. Spall, "Implementation of the simultaneous Perturbation Algorithm for Stochastic Optimization," *IEEE Transactions Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 34, pp. 817-823, 1998.

[19] B. Harbord, J. White, K. McCabe, A. Riley, and S. Tarry, “A flexible approach to motorway control,” *13th ITS World Congress*, paper id: 1126, London, October 2006.

[20] E. B. Kosmatopoulos and P. A. Ioannou, “Robust switching adaptive control of multi-input nonlinear systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, no. 4, pp. 610 - 624, April 2002.

[21] E. B. Kosmatopoulos, M. Papageorgiou, V. Dinopoulou, Ch. Bielefeldt, R. Morris, J. Mueck, A. Richards, F. Weichenmeier, “International comparative field evaluation of a traffic signal control strategy in three cities,” *Transportation Research – A*, vol. 40, no. 5, pp. 399-413, 2006.

[22] E. B. Kosmatopoulos, M. Papageorgiou, A. Vakouli and A. Kouvelas, “Adaptive fine-tuning of non-linear control systems with application to the urban traffic control strategy TUC,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2007, to appear.

[23] E. B. Kosmatopoulos, “Adaptive optimization and adaptive fine-tuning of nonlinear control systems with efficient performance,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, submitted.

[24] E. B. Kosmatopoulos, “Adaptive optimization with efficient transient performance,” *SIAM Journal on Control and* Optimization, submitted.

[25] H. K. Kushner and D. S. Clark, “Stochastic Approximation Methods for Constrained and Unconstrained Systems,” New York: Springer 1978.

[26] A. Messmer, and M. Papageorgiou, “METANET: A macroscopic simulation program for motorway networks,” *Traffic Engineering & Control*, Vol. 31, pp. 466-470 and 549, 1990.

[27] F. Middelham and H. Taale, "SCOOT compared," *3rd ITS World Congress*, Orlando, FL, U.S.A., 1996.

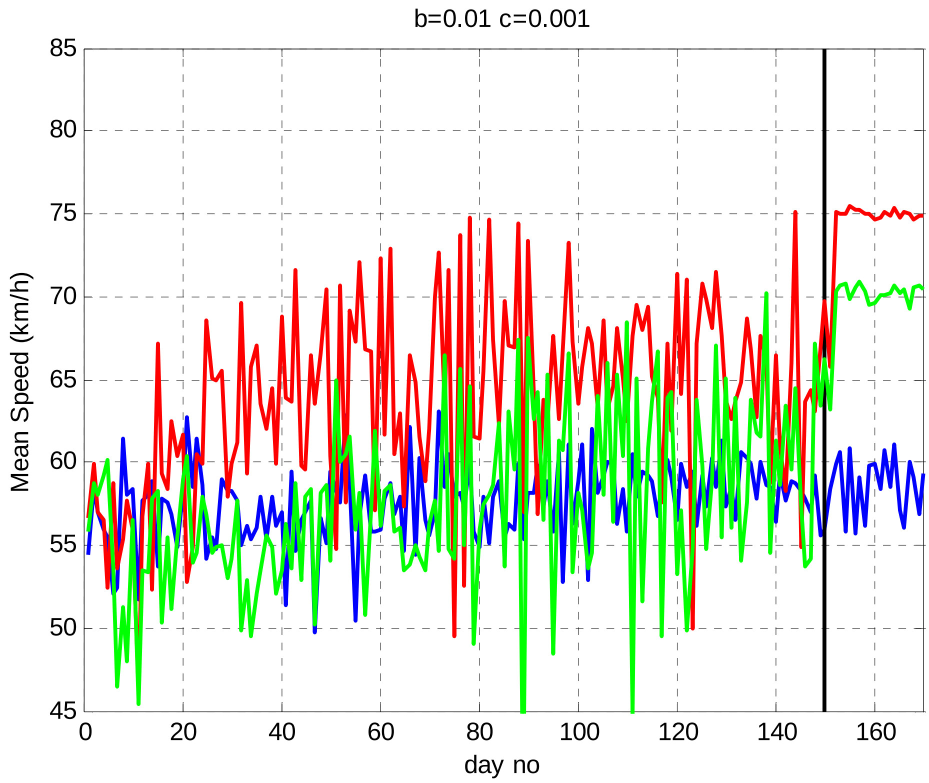
[28] M. Papageorgiou, C. Diakaki, V. Dinopoulou, A. Kotsialos, and Y. Wang, "Review of road traffic control strategies," *Proceedings of the IEEE* 91, pp. 2043-2067, 2003.

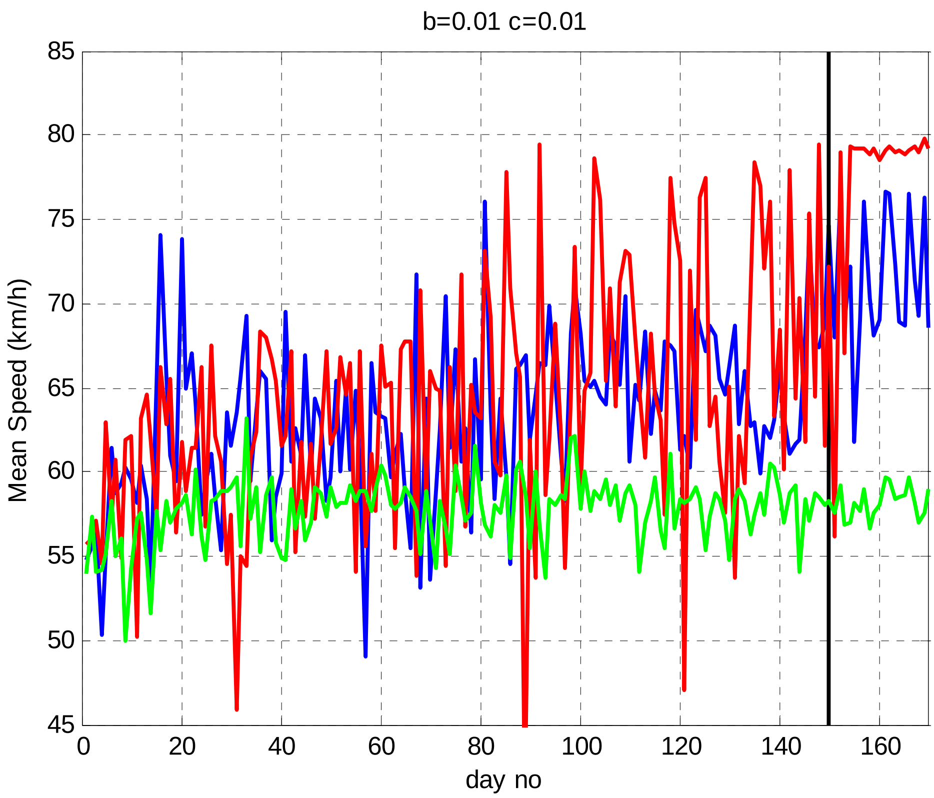
[29] I. Papamichail, M. Papageorgiou and E. Kosmatopoulos, "Modelling, configuration and simulation testing for the VicRoads ramp metering project – Final report," DSSL, Technical University of Crete, August 2007.

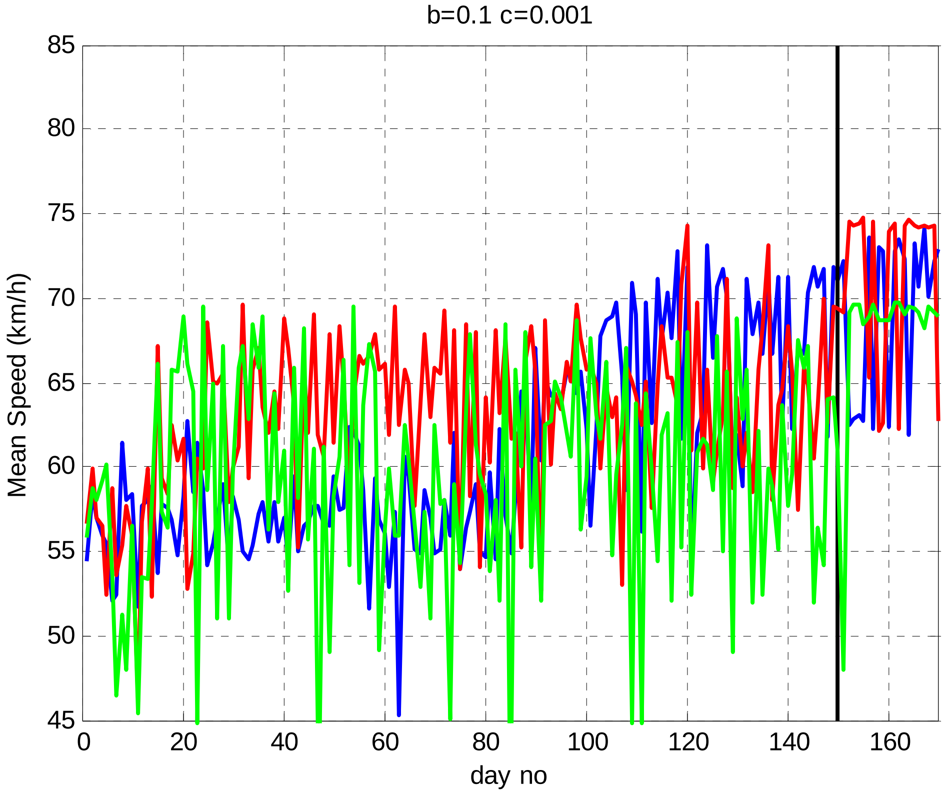
[30] EURAMP deliverable D5.1: Demonstration Report, 2007, EURAMP project.

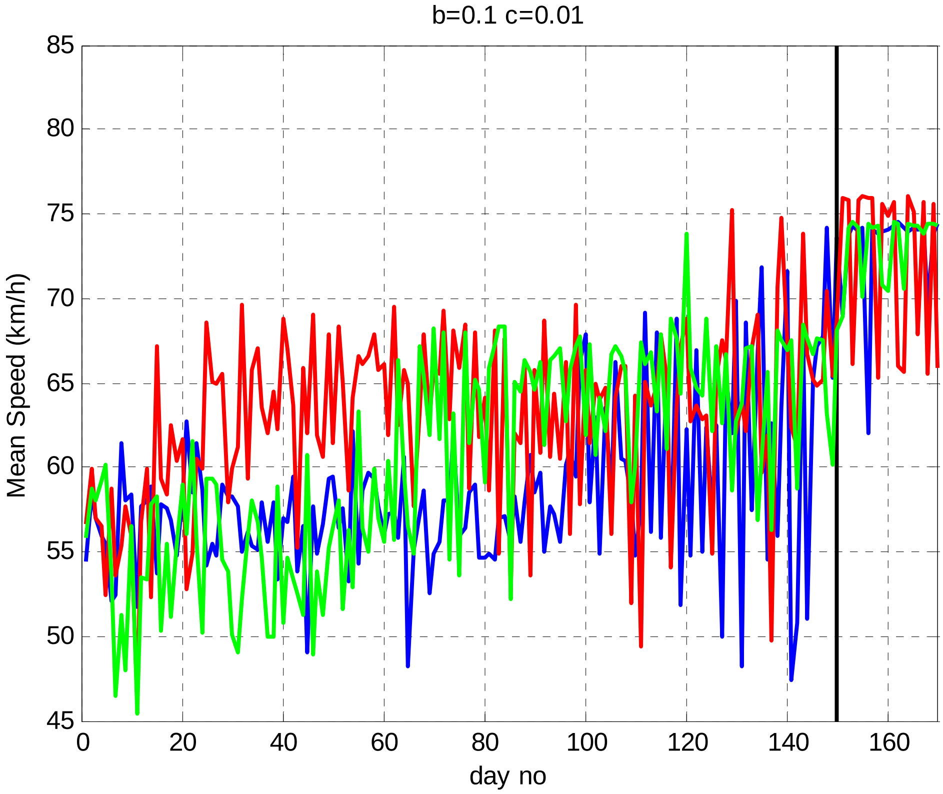
# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Αποτελέσματα βελτιστοποίησης του αλγορίθμου AFT 1 για τον έλεγχο ραμπών εισόδου θεωρώντας μηδενική αρχική γνώση και μεταβλητές: α=0.001(σταθερή), b και c(μεταβαλλόμενες).

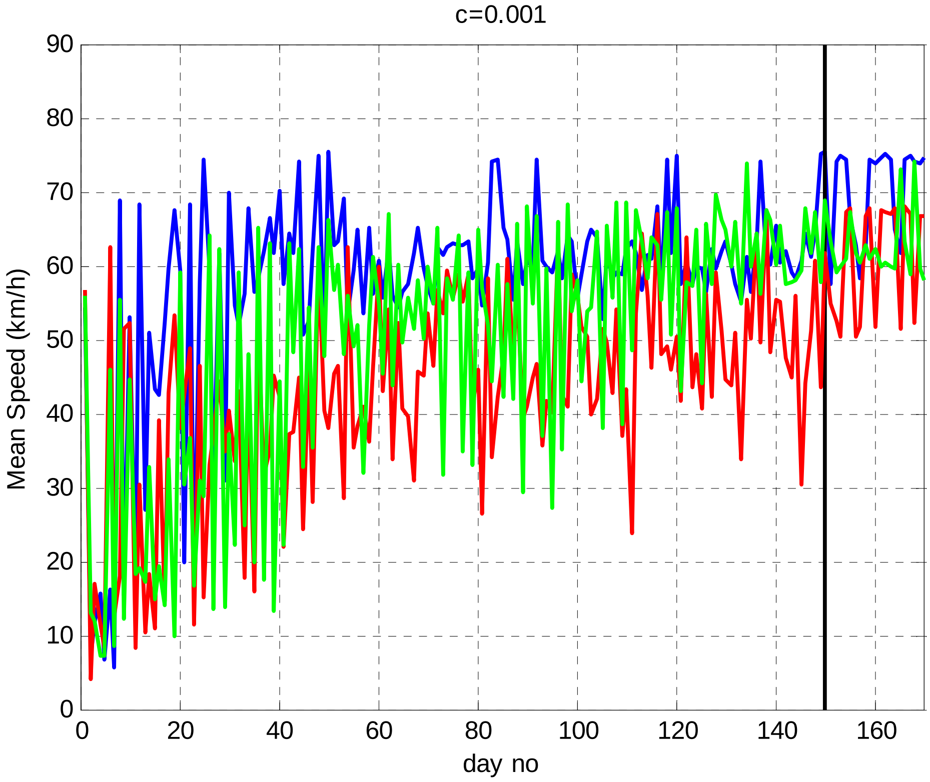


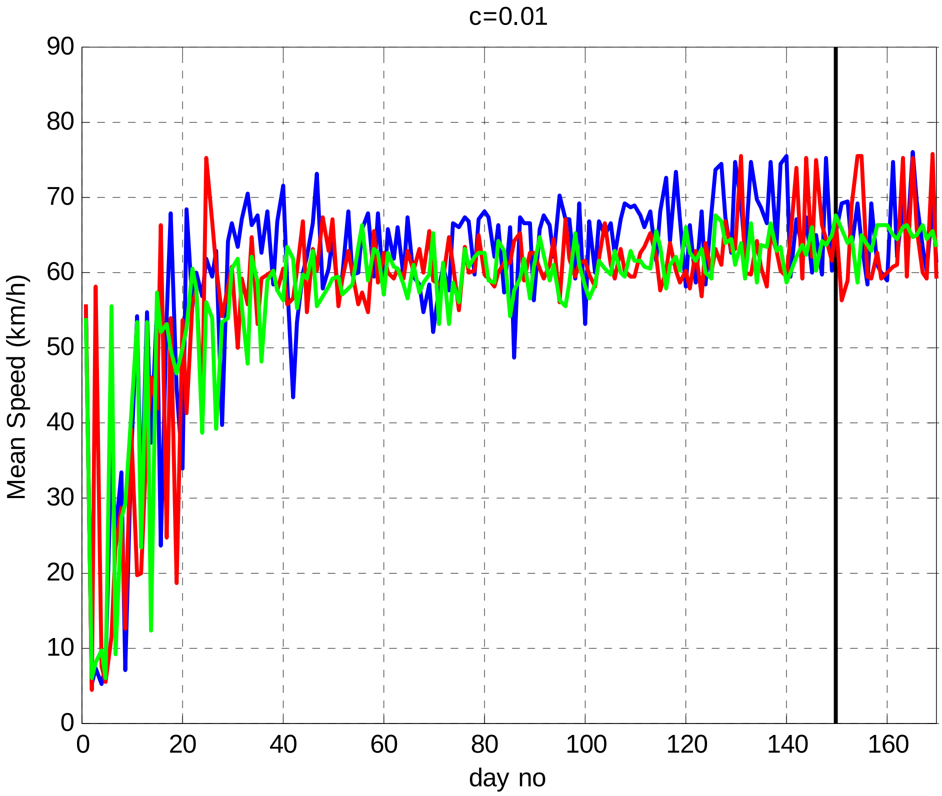




b=0.1 c=0.001
Mean Speed (km/h)
85
80
75
70
65
60
55
50
45
0
20
40
60
80
100
120
140
160
day no

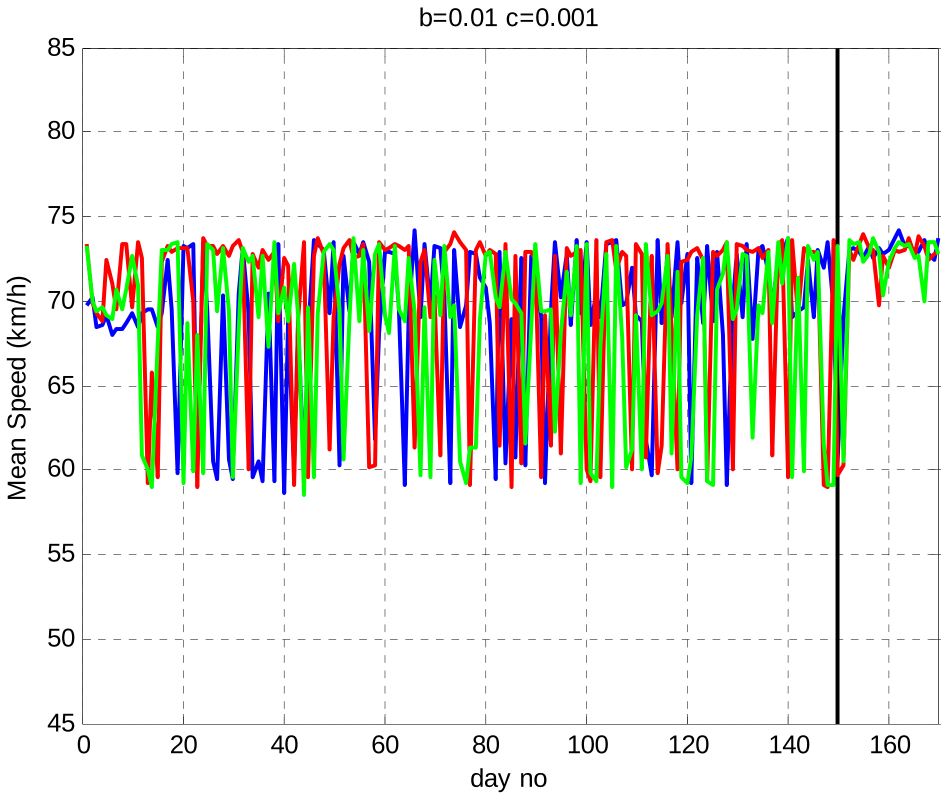

b=0.1 c=0.01
Mean Speed (km/h)
85
80
75
70
65
60
55
50
45
0
20
40
60
80
100
120
140
160
day no

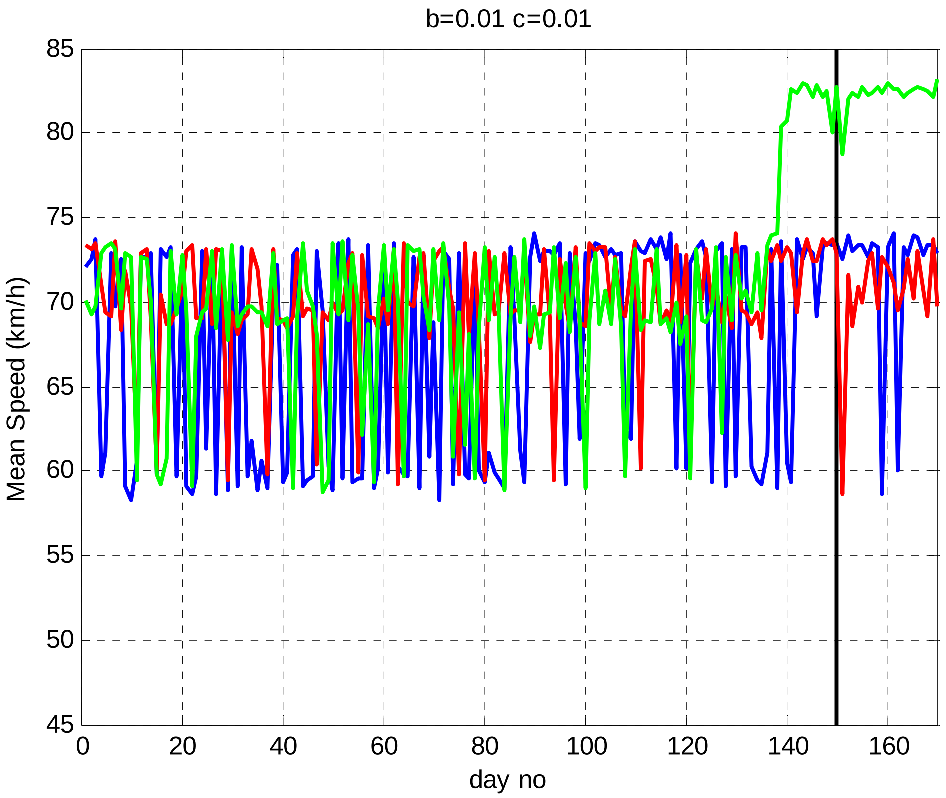
Αποτελέσματα βελτιστοποίησης του αλγορίθμου AFT 1 για τον έλεγχο ραμπών εισόδου θεωρώντας μηδενική αρχική γνώση και μεταβλητές: α και b οι οποίες ακολουθούν τις συναρτήσεις $a_k = \dfrac{a_0}{(1+k)^{n_a}}$ $b_k = \dfrac{b_0}{(1+k)^{n_b}}$ αντίστοιχα και c(μεταβαλλόμενη).

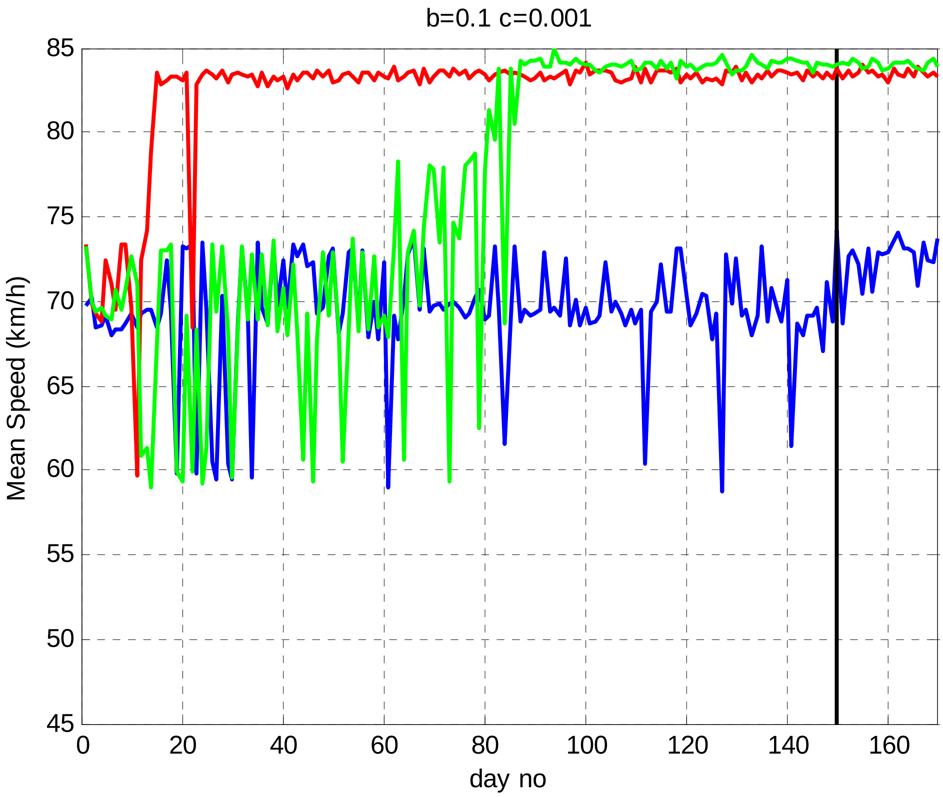


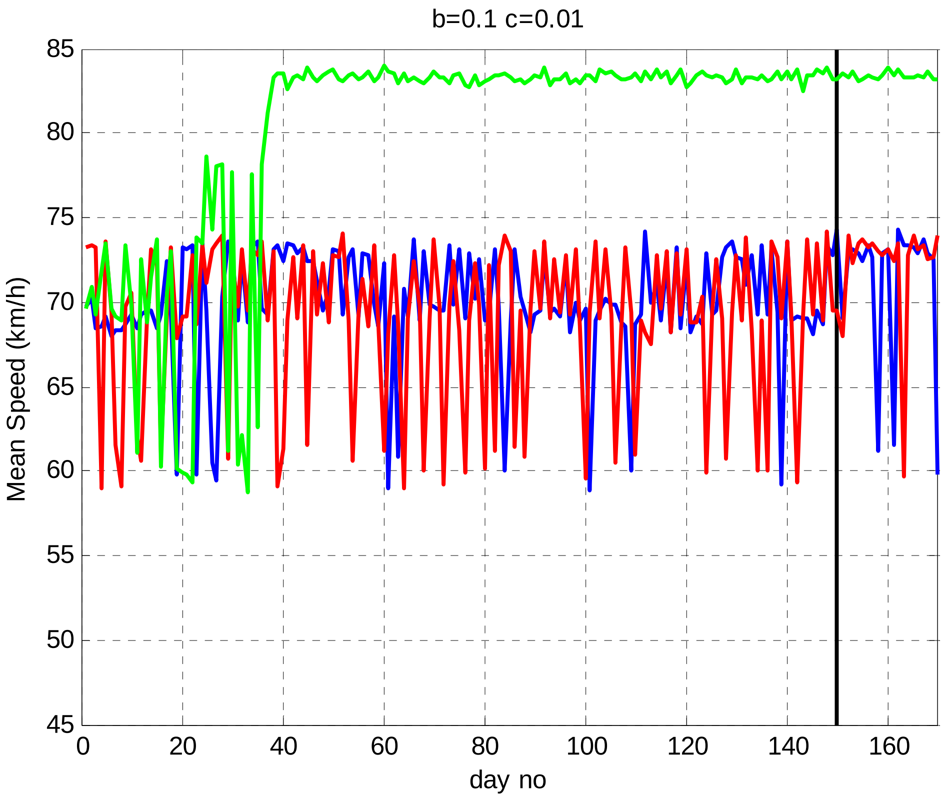



Αποτελέσματα βελτιστοποίησης του αλγορίθμου AFT1 για τον έλεγχο ραμπών εισόδου με αρχικό ελεγκτή ALINEA και μεταβλητές: α=0.001(σταθερή), b και c(μεταβαλλόμενες).

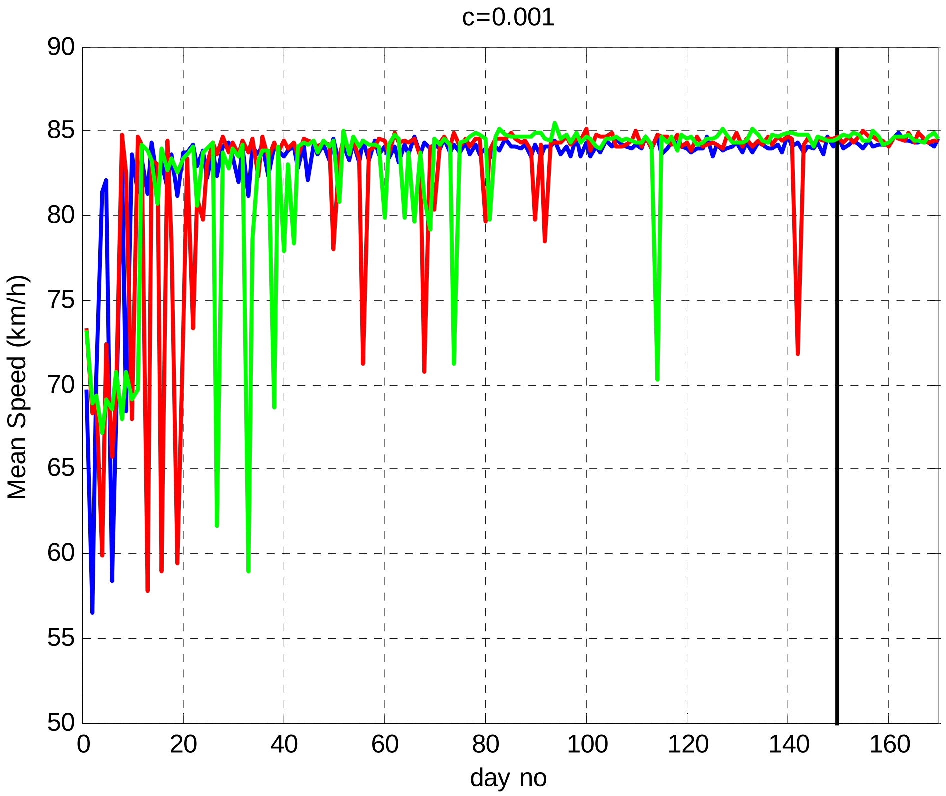


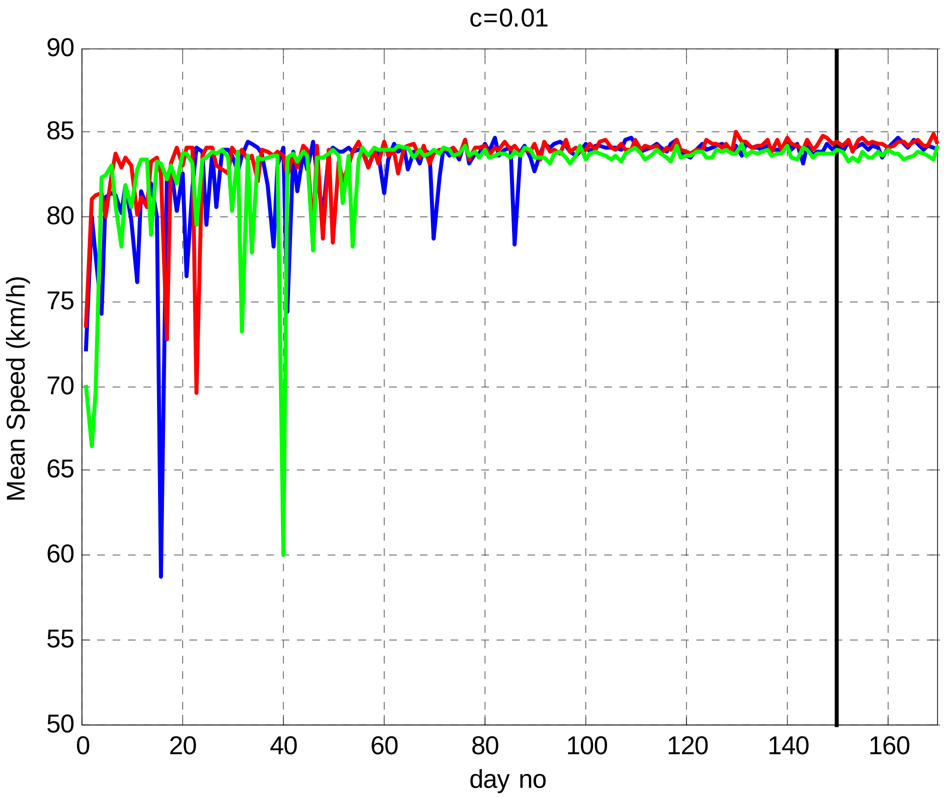




b=0.1 c=0.001
Mean Speed (km/h)
85
80
75
70
65
60
55
50
45
0
20
40
60
80
100
120
140
160
day no

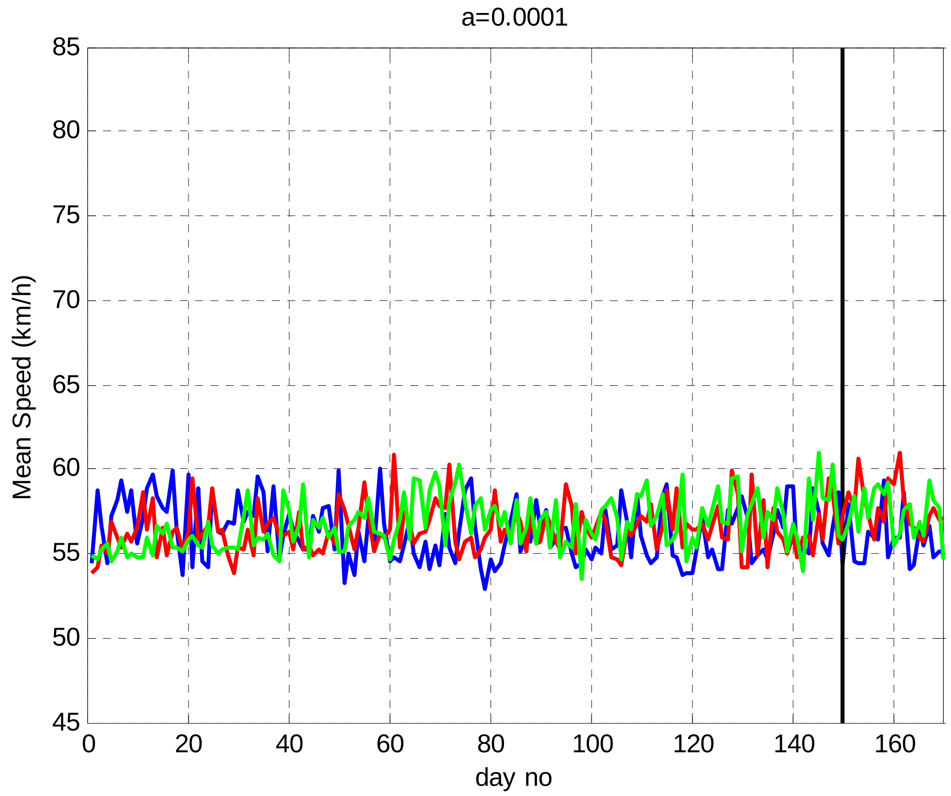

b=0.1 c=0.01
Mean Speed (km/h)
85
80
75
70
65
60
55
50
45
0
20
40
60
80
100
120
140
160
day no

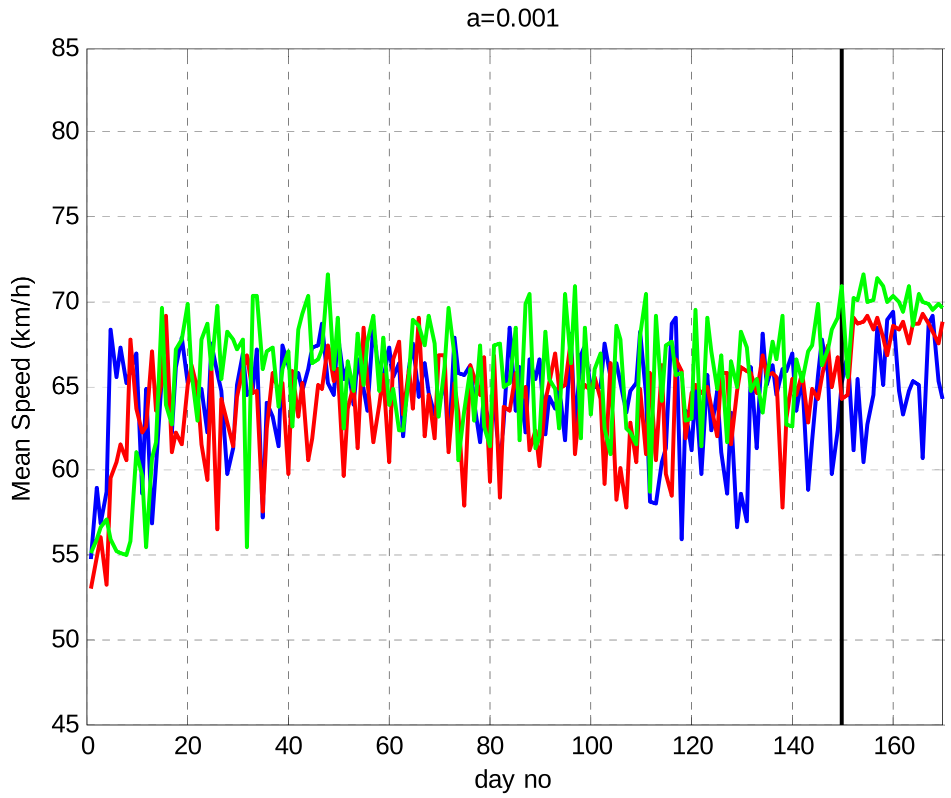
Αποτελέσματα βελτιστοποίησης του αλγορίθμου AFT 1 για τον έλεγχο ραμπών εισόδου με αρχικό ελεγκτή ALINEA και μεταβλητές: c(μεταβαλλόμενη) και α, b ακολουθώντας τις συναρτήσεις $a_k = \dfrac{a_0}{(1+k)^{n_a}}$ $b_k = \dfrac{b_0}{(1+k)^{n_b}}$ αντίστοιχα.

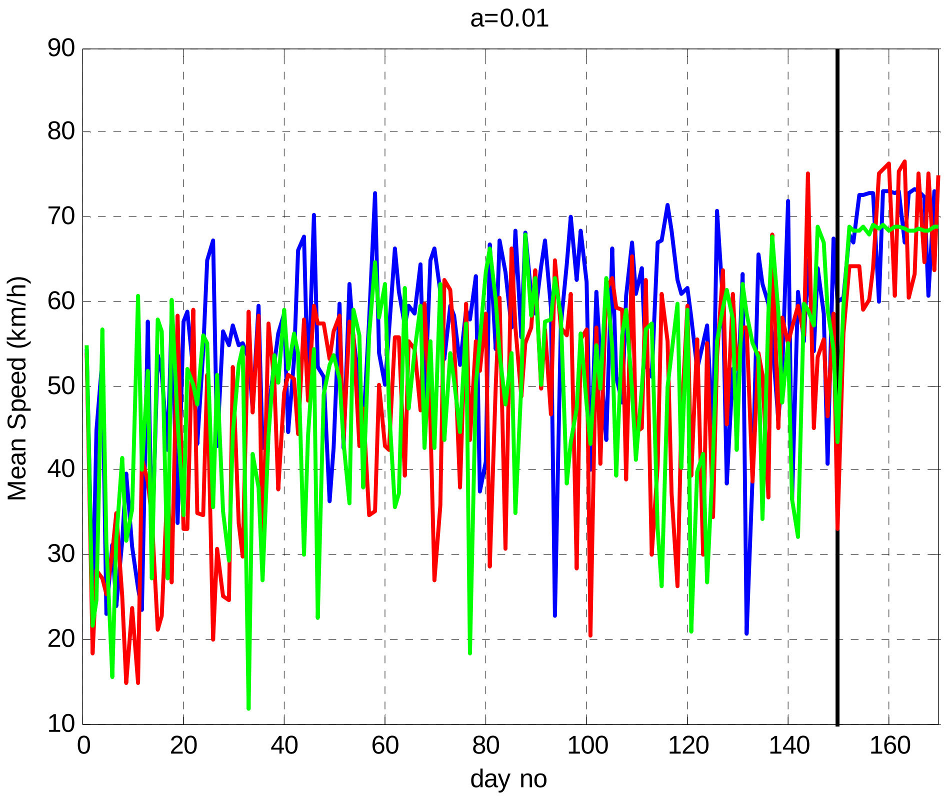


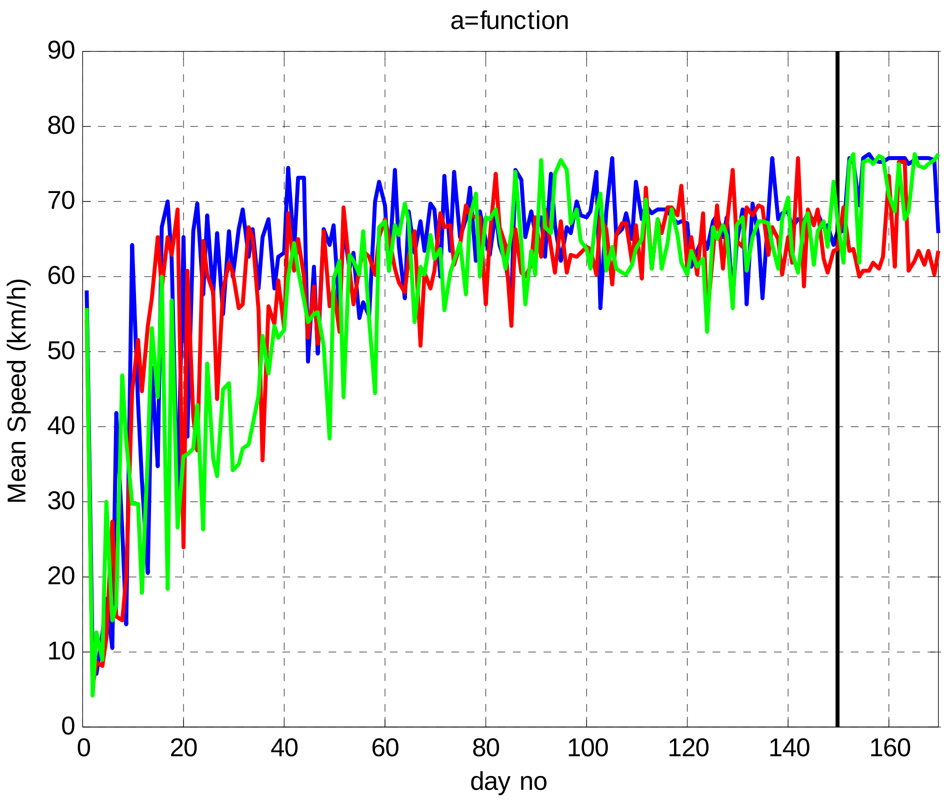



Αποτελέσματα βελτιστοποίησης του αλγορίθμου AFT 3 για τον έλεγχο ραμπών εισόδου θεωρώντας μηδενική αρχική γνώση, με μεταβλητή το α το οποίο έχει πάρει διάφορες τιμές καθώς επίσης ακολουθεί και την συνάρτηση: $a_k = \dfrac{a_0}{(1+k)^{n_a}}$

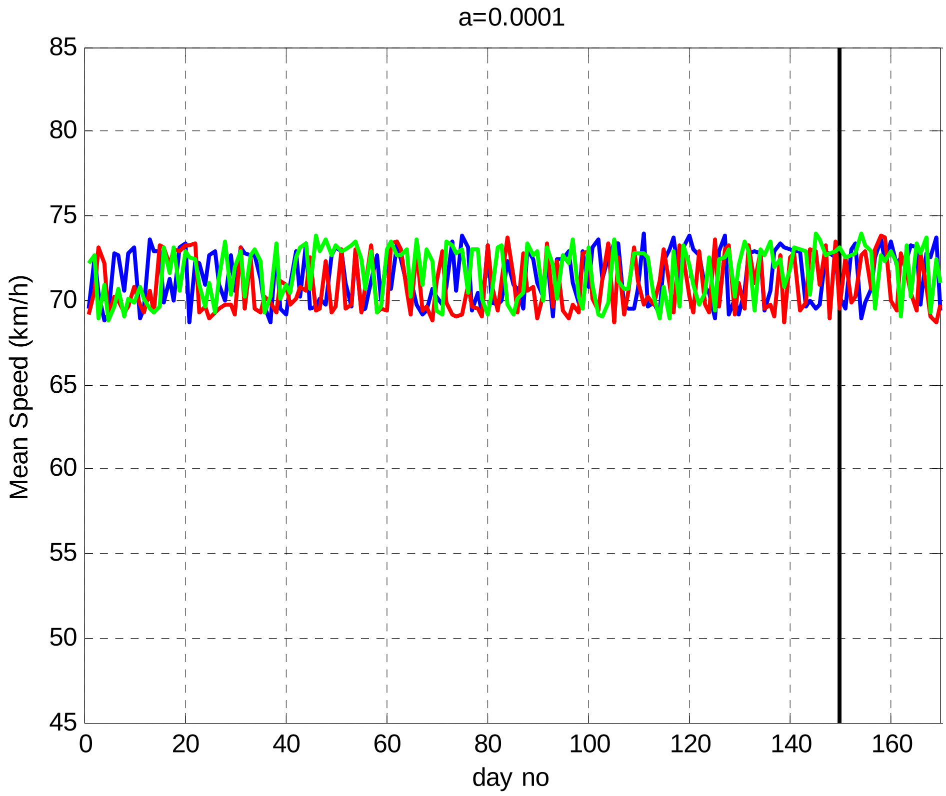


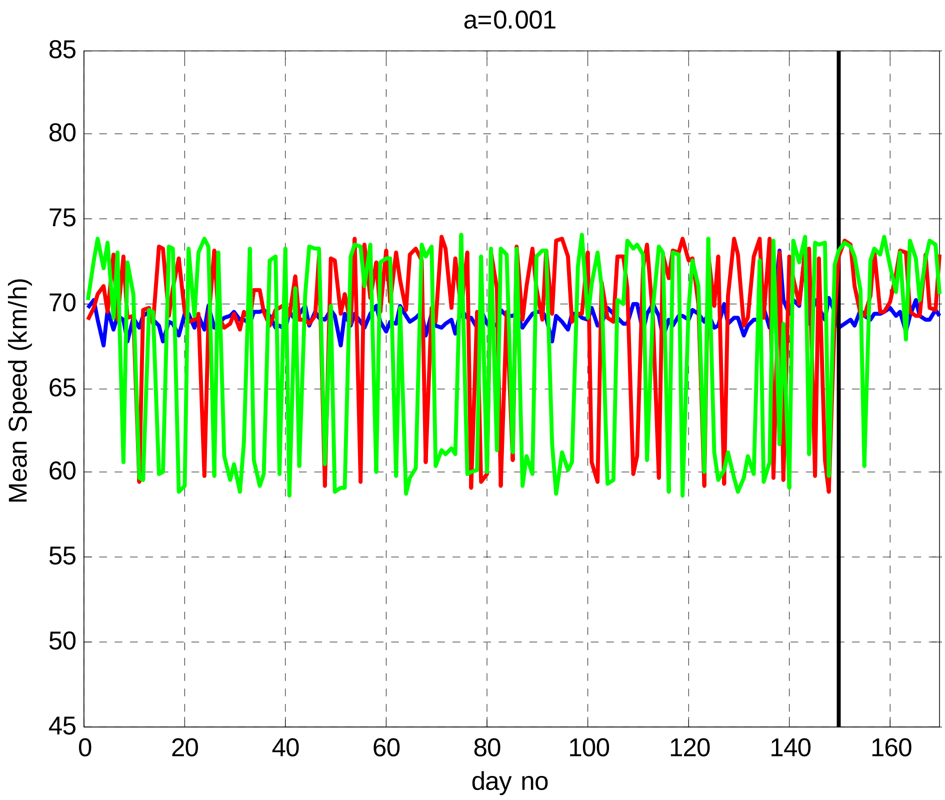



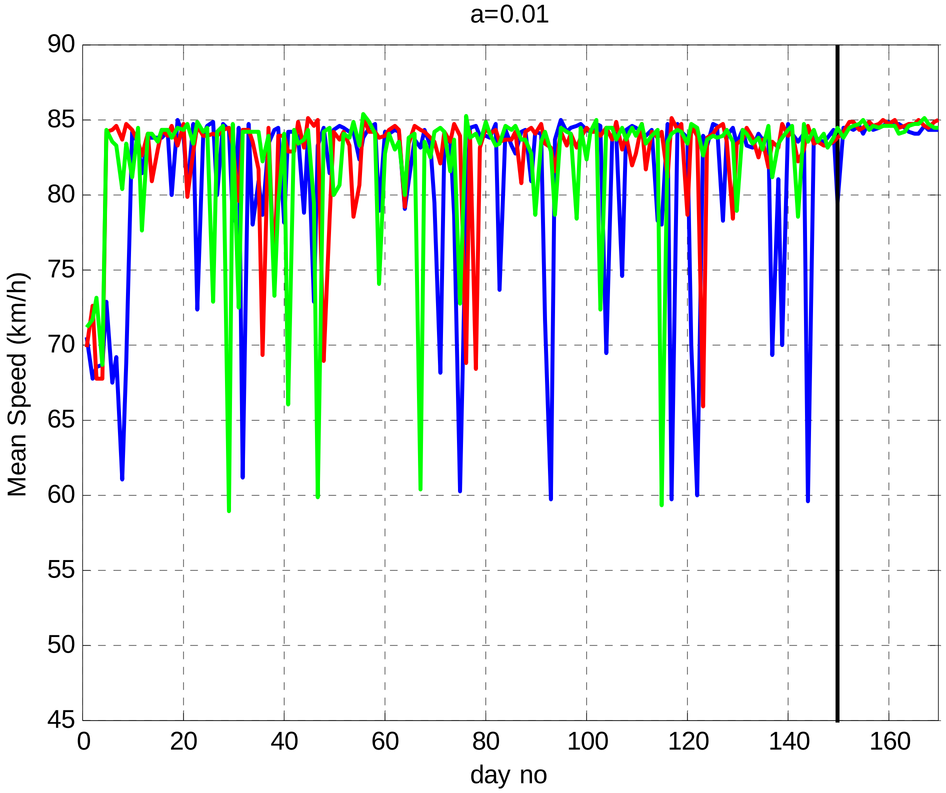

a=0.01
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
20
40
60
80
100
120
140
160
Mean Speed (km/h)
day no

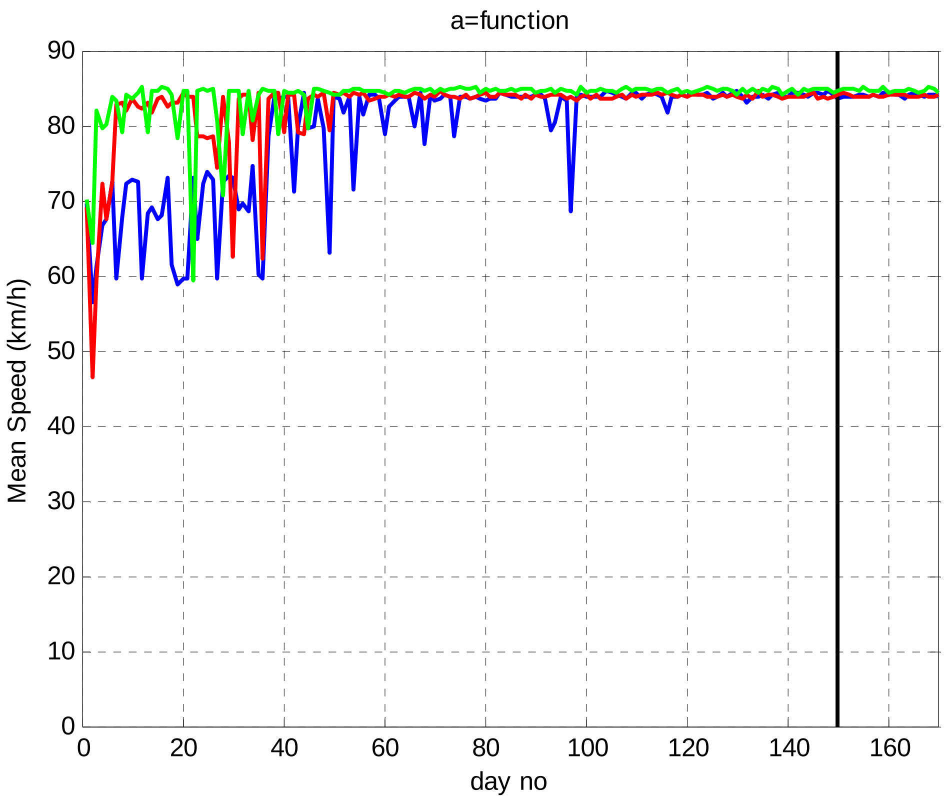

a=function
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0
20
40
60
80
100
120
140
160
Mean Speed (km/h)
day no

Αποτελέσματα βελτιστοποίησης του αλγορίθμου AFT3 για τον έλεγχο ραμπών εισόδου με αρχικό ελεγκτή ALINEA , με μεταβλητή το α το οποίο έχει πάρει διάφορες τιμές καθώς επίσης ακολουθεί και την συνάρτηση: $a_k = \dfrac{a_0}{(1+k)^{n_a}}$.

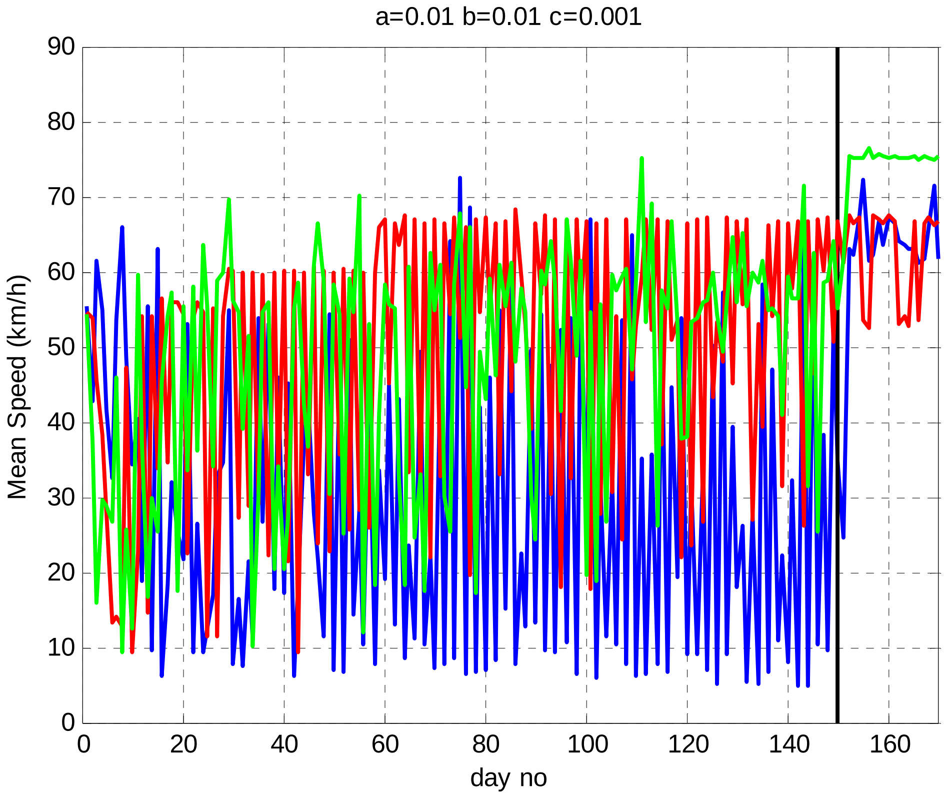


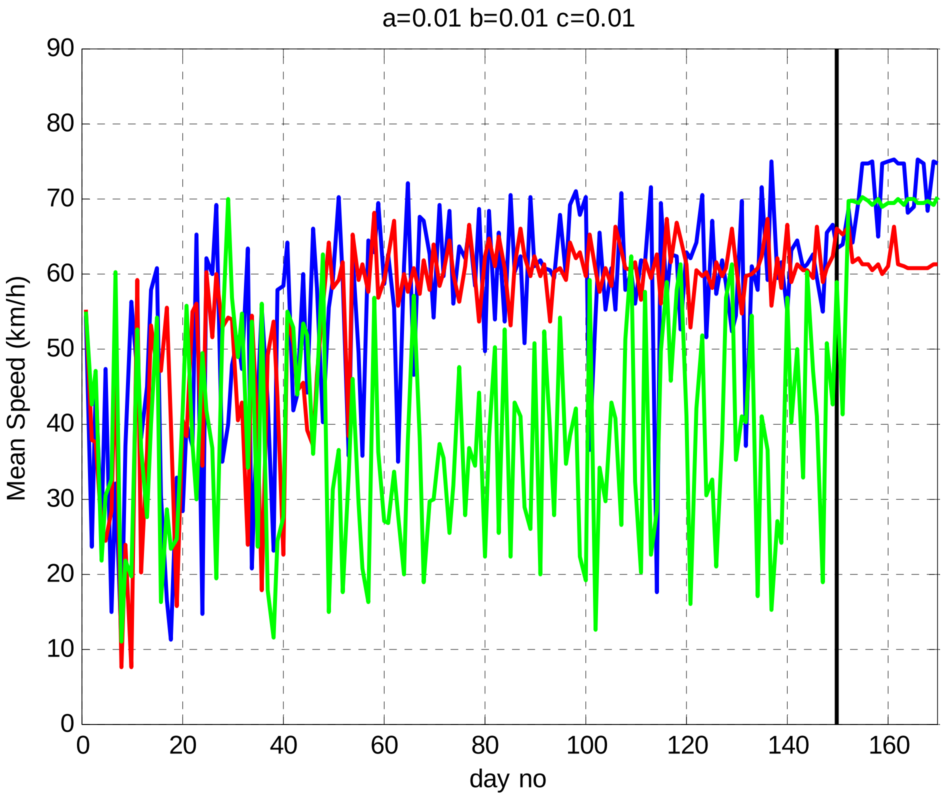



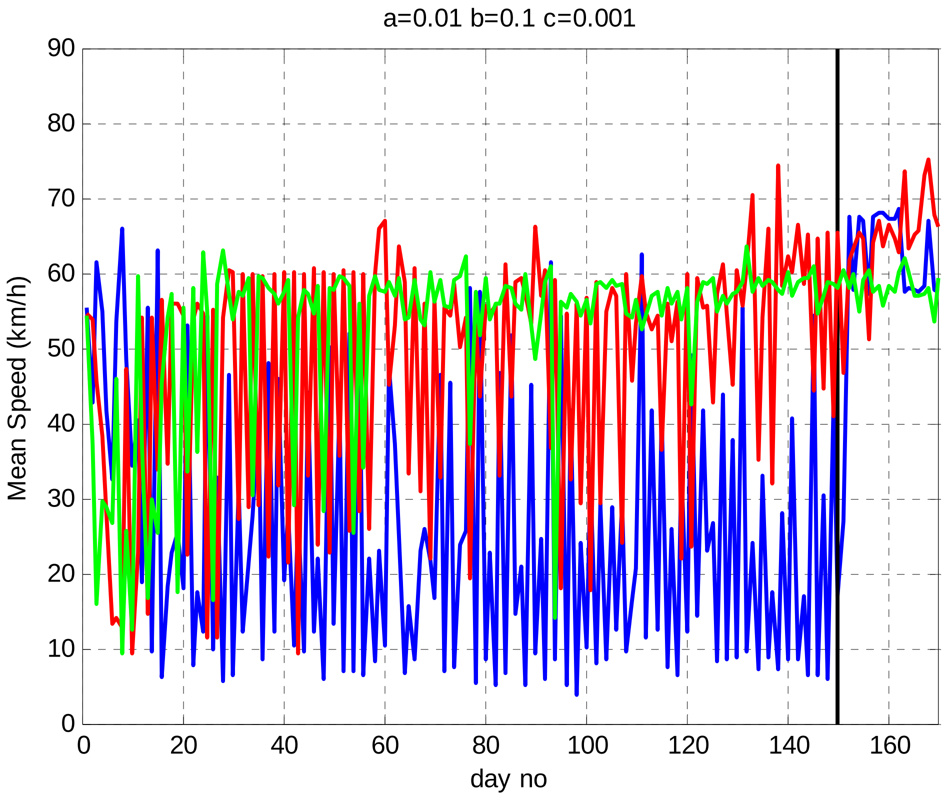

a=0.01
Mean Speed (km/h)
90
85
80
75
70
65
60
55
50
45
0
20
40
60
80
100
120
140
160
day no

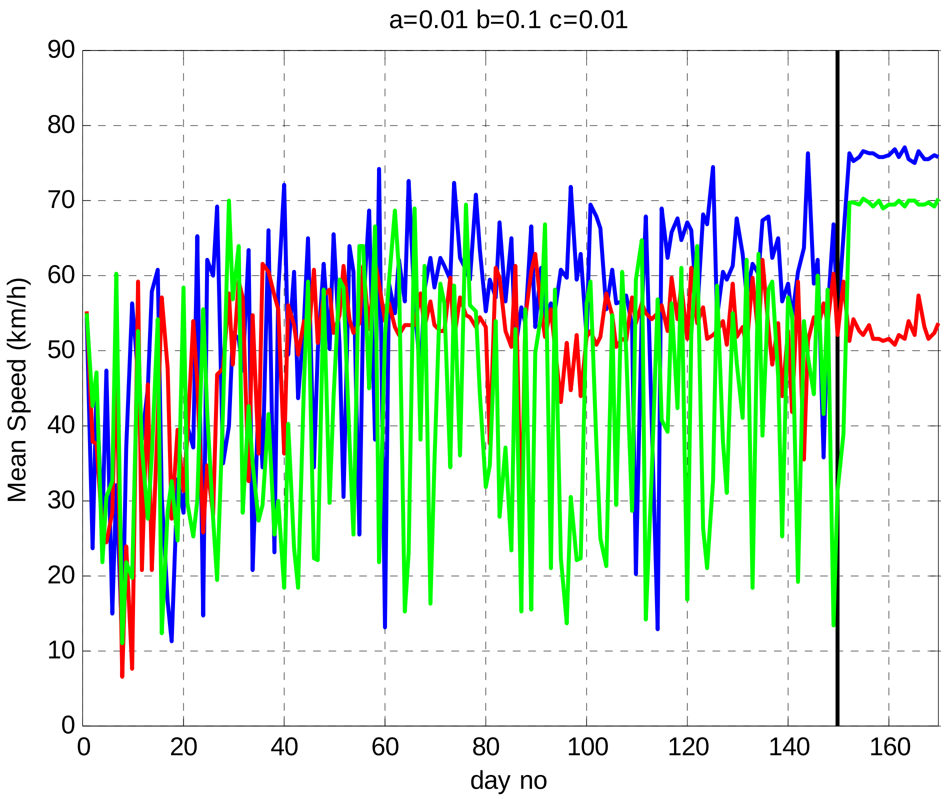

a=function
Mean Speed (km/h)
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0
20
40
60
80
100
120
140
160
day no

Αποτελέσματα βελτιστοποίησης του αλγορίθμου AFT 31 για τον έλεγχο ραμπών εισόδου θεωρώντας μηδενική αρχική γνώση με μεταβλητές a (σταθερή), b και c (μεταβαλλόμενες).



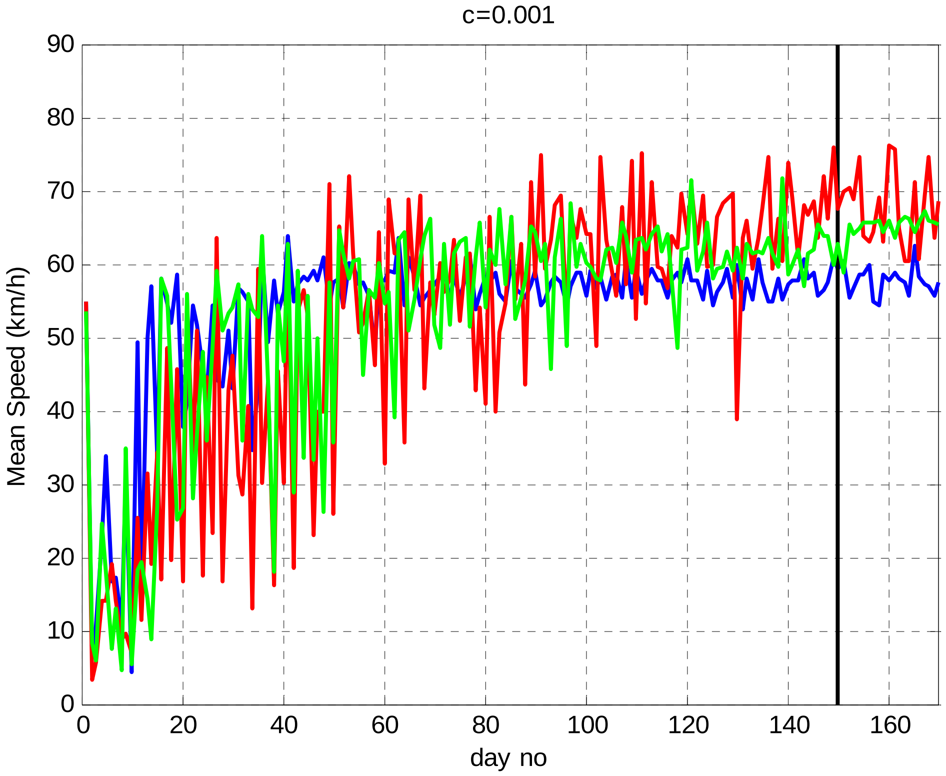

a=0.01 b=0.1 c=0.001
Mean Speed (km/h)
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
0
20
40
60
80
100
120
140
160
day no

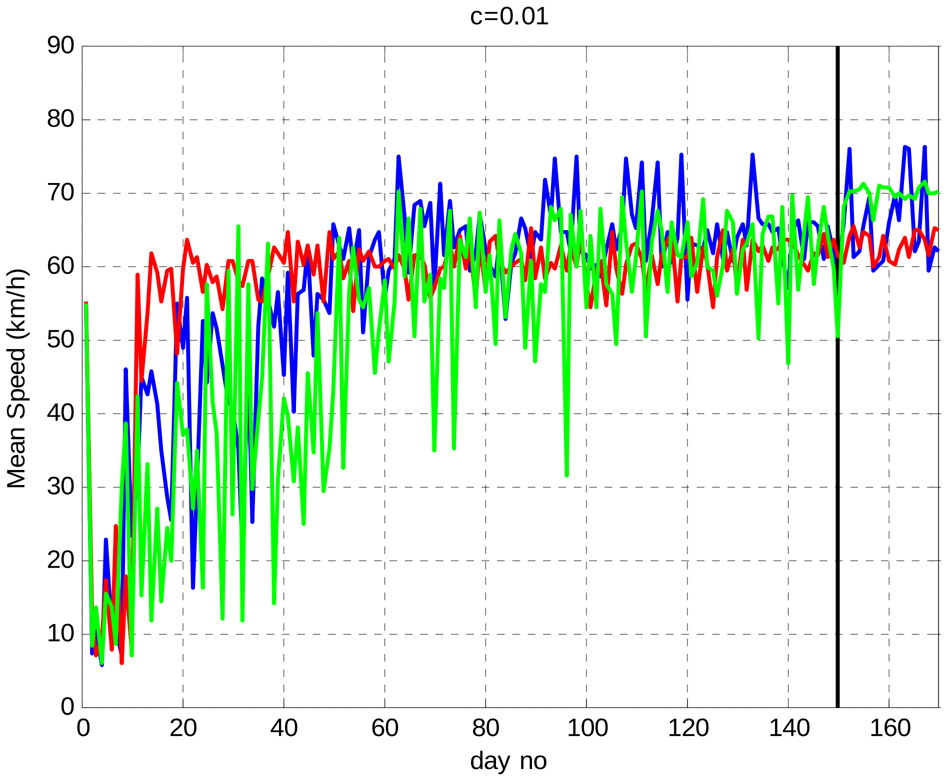

a=0.01 b=0.1 c=0.01
Mean Speed (km/h)
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
0
20
40
60
80
100
120
140
160
day no

Αποτελέσματα βελτιστοποίησης του αλγορίθμου AFT 31 για τον έλεγχο ραμπών εισόδου θεωρώντας μηδενική αρχική γνώση με μεταβλητές:

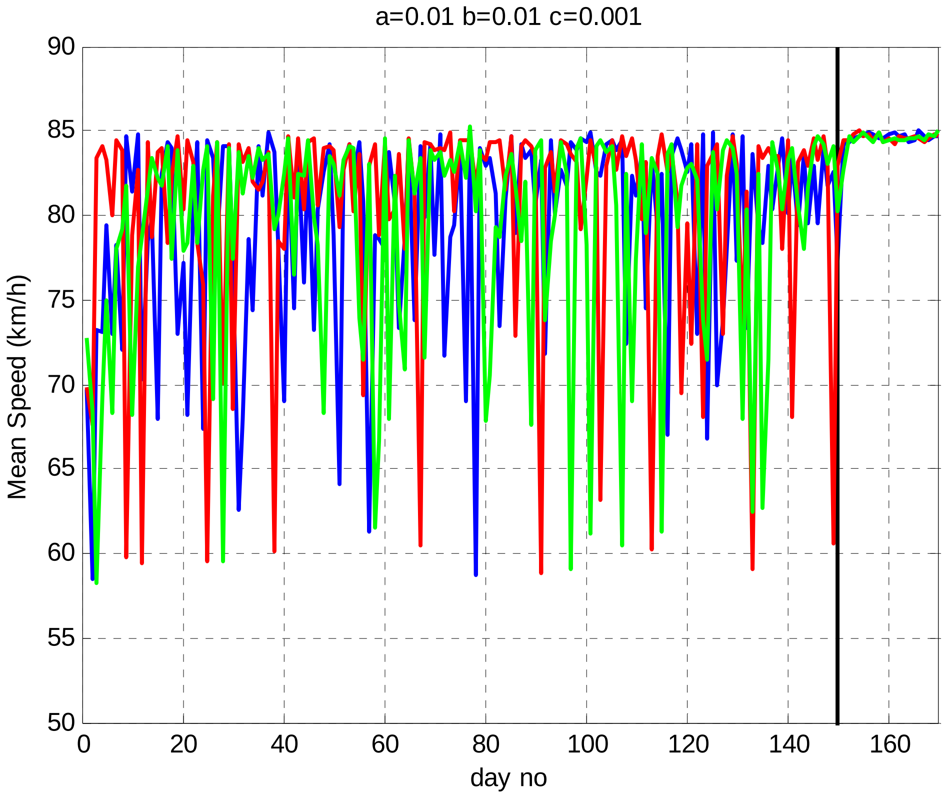
c(μεταβαλλόμενη) και α, b ακολουθώντας τις συναρτήσεις $a_k = \dfrac{a_0}{(1+k)^{n_a}}$

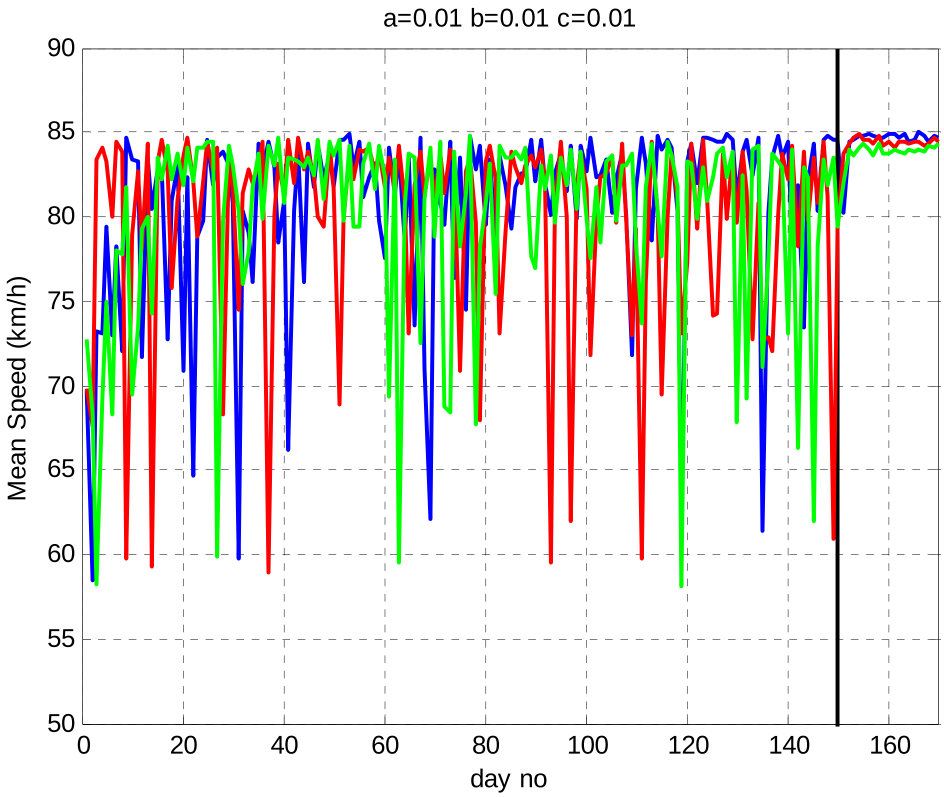
$b_k = \dfrac{b_0}{(1+k)^{n_b}}$ αντίστοιχα.

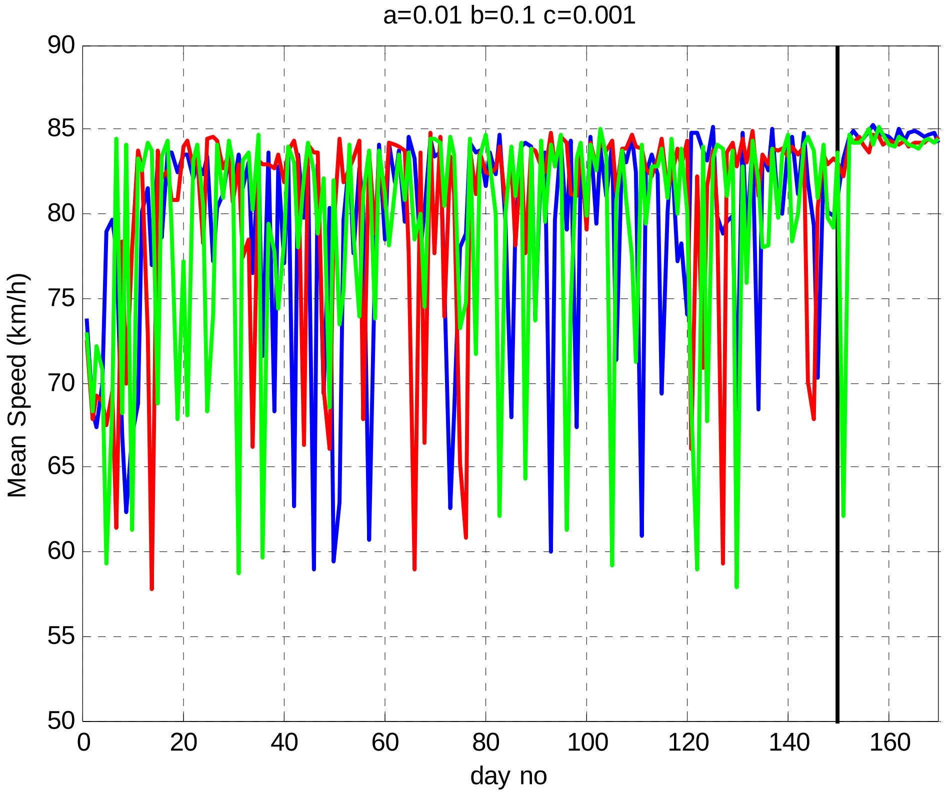


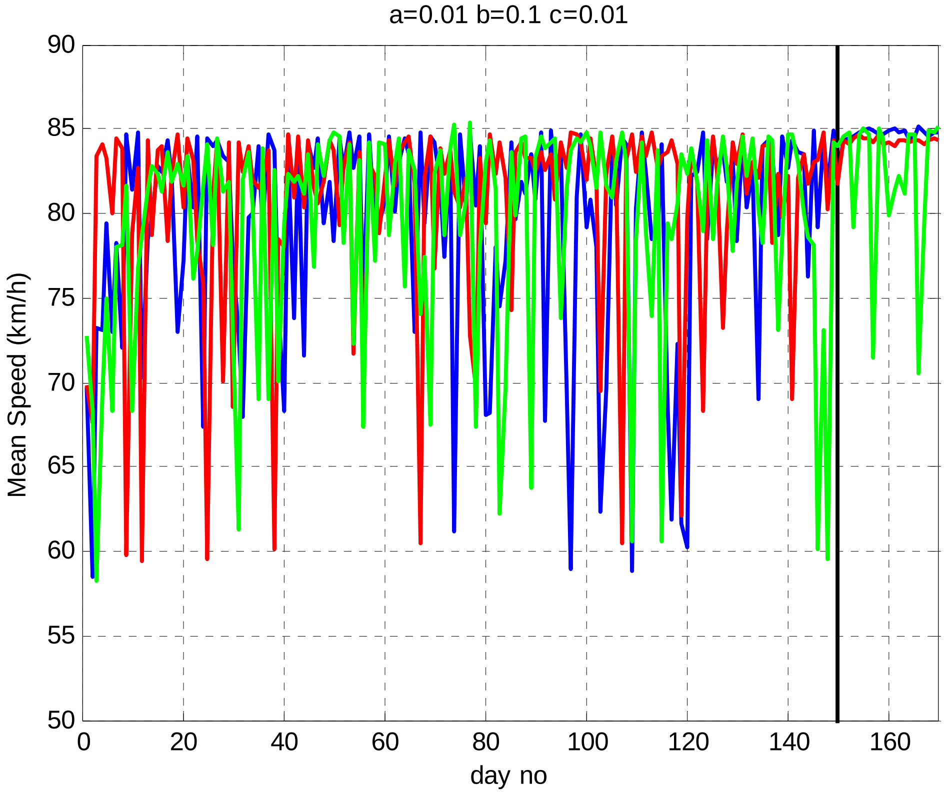



Αποτελέσματα βελτιστοποίησης του αλγορίθμου AFT31 για τον έλεγχο ραμπών εισόδου με αρχικό ελεγκτή ALINEA με μεταβλητές α (σταθερή), b και c (μεταβαλλόμενες).

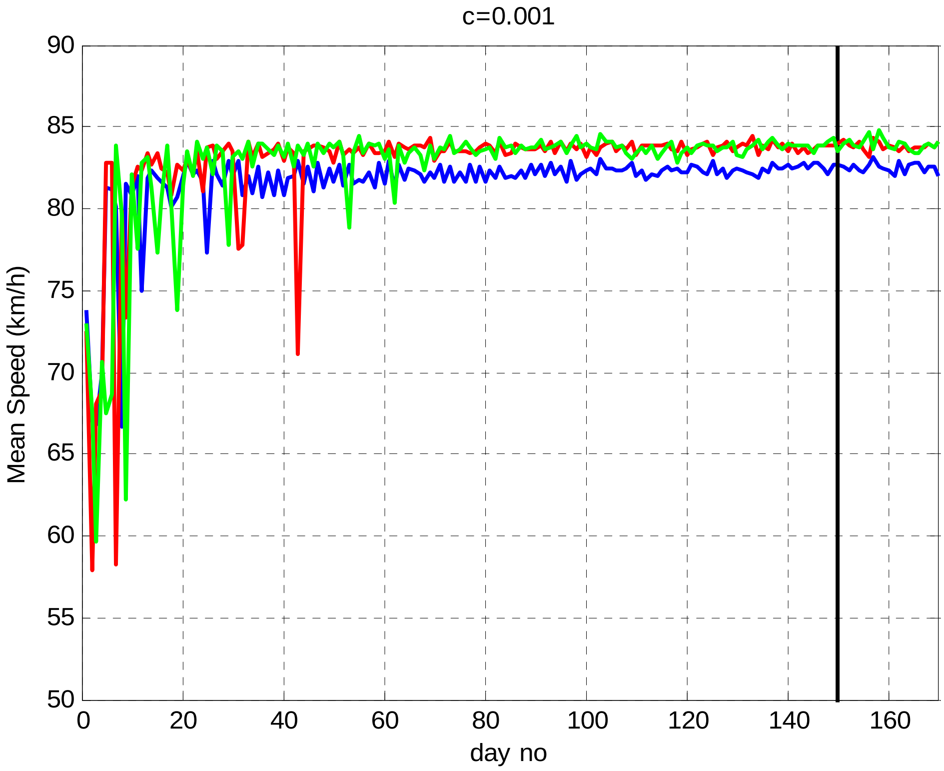


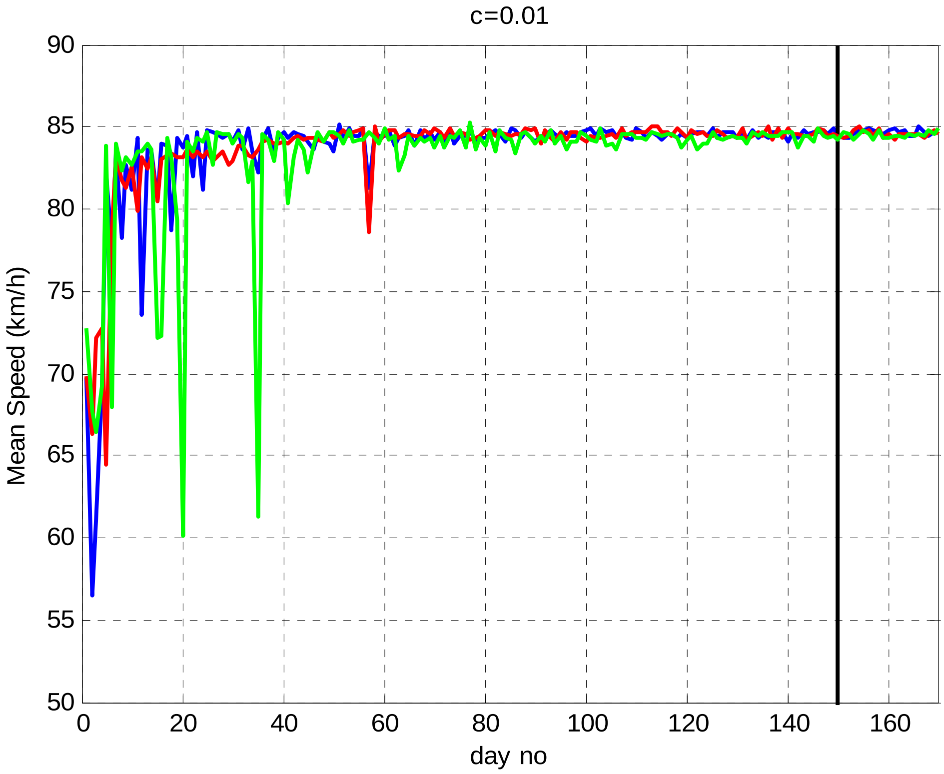




a=0.01 b=0.1 c=0.001
Mean Speed (km/h)
day no

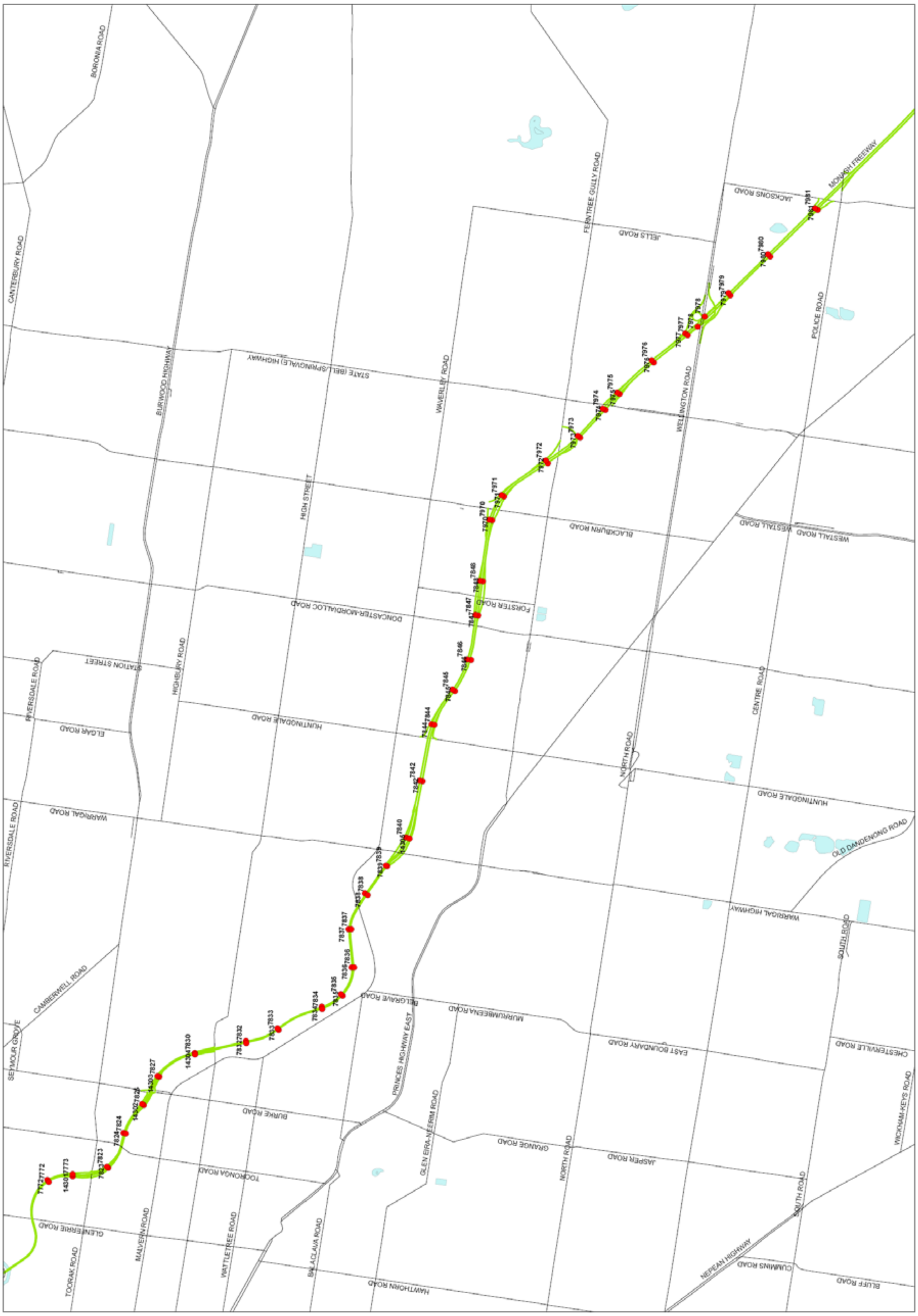

a=0.01 b=0.1 c=0.01
Mean Speed (km/h)
day no

Αποτελέσματα βελτιστοποίησης του αλγορίθμου AFT31 για τον έλεγχο ραμπών εισόδου με αρχικό ελεγκτή ALINEA με μεταβλητές: c(μεταβαλλόμενη) και α, b ακολουθώντας τις συναρτήσεις $a_k = \dfrac{a_0}{(1+k)^{n_a}}$ $b_k = \dfrac{b_0}{(1+k)^{n_b}}$ αντίστοιχα.



# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

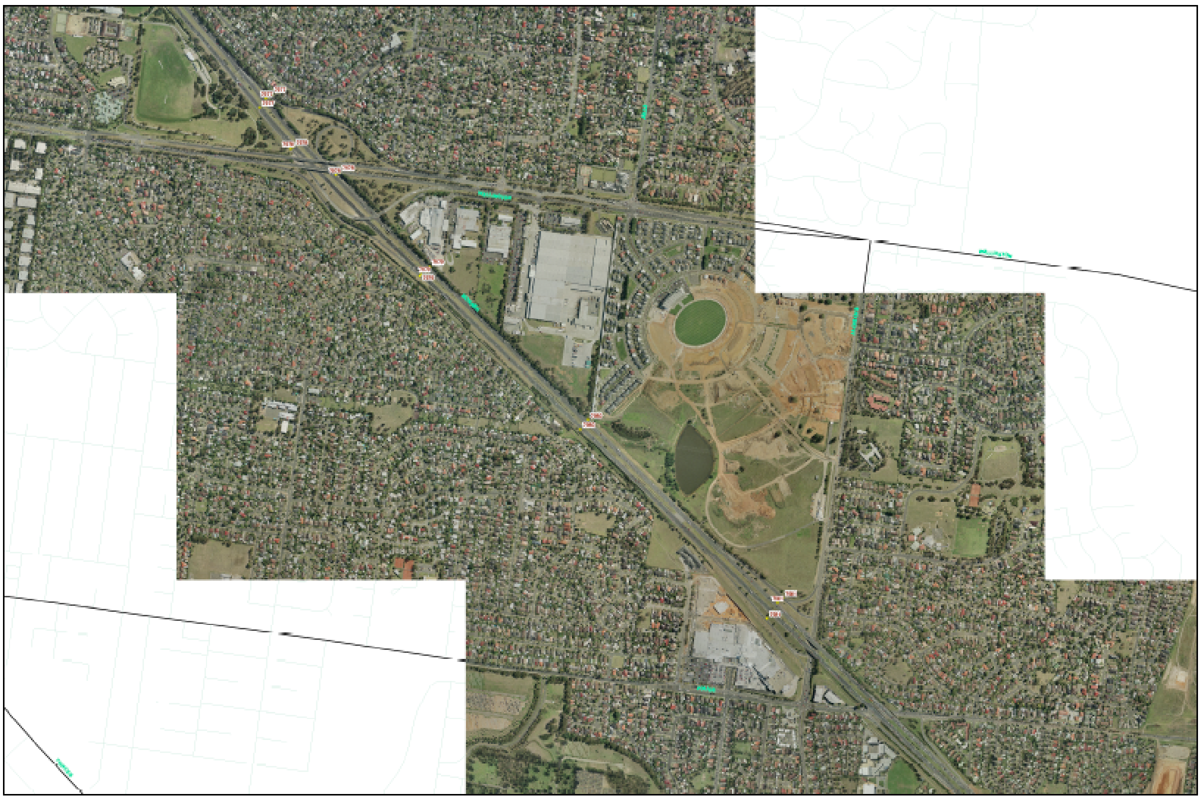


Χάρτης του πιλοτικού project


Αεροφωτογραφίες της έκτασης του αυτοκινητόδρομου (1)

Αεροφωτογραφίες της έκτασης του αυτοκινητόδρομου (2)

Αεροφωτογραφίες της έκτασης του αυτοκινητόδρομου (3)



Αεροφωτογραφίες της έκτασης του αυτοκινητόδρομου (4)