

ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΓΚΕΚΑΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ

ΧΑΤΖΗΠΙΕΡΗΣ ΠΕΤΡΟΣ

A.M. 2002050067

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕ ΤΙΤΛΟ:

Προσπάθεια προσέγγισης του λειτουργικού
φάσματος της Εντροπίας, χρησιμοποιώντας ως
μοντέλο το σκάκι

ΧΑΝΙΑ

ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ 2010

Ευχαριστώ τους:

Γκέκα Βασίλειο, που δέχτηκε να επιβλέψει την εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας υποστηρίζοντάς με υπομονετικά μέχρι να οδηγηθούμε στο τελικό αποτέλεσμα.

Μανιάτη Γεώργιο και Ρέππα Χρυσοβιτισινό Ευστάθιο για τις μακρές συζητήσεις μας και την ανταλλαγή ιδεών πάνω στο θέμα.

Γιώτη Λεωνή για την απτόητη υποστήριξη της.

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ^ο : ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	- 3 -
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ^ο : ΘΕΩΡΙΑ	- 4 -
2.1 ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ	- 4 -
2.2 ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΑ ΑΞΙΩΜΑΤΑ	- 8 -
2.3 ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ	- 31 -
2.4 ΕΝΤΡΟΠΙΑ ΤΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ	- 32 -
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ^ο : ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΚΑΚΙ	- 35 -
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ^ο : ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ.....	- 37 -
4.1 ΑΝΟΙΓΜΑ Α.....	- 39 -
4.2 ΑΝΟΙΓΜΑ Β.....	- 40 -
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ^ο : ΠΑΡΑΘΕΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ	- 43 -
5.1 ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΤΗΣ ΕΙΔΙΚΗΣ ΠΟΛΛΑΠΛΟΤΗΤΑΣ w ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΑΝΟΙΓΜΑ.....	- 43 -
5.2 ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ	- 50 -
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ^ο : ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ	- 53 -
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 ^ο : ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	- 54 -
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ:	- 56 -

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο: ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι η διερεύνηση της λειτουργικότητας – παραγωγικότητας ενός συστήματος σε σχέση με τις τιμές της εντροπίας του. Μέχρι τώρα η κυρίαρχουσα άποψη ήταν ότι ένα σύστημα είναι τόσο πιο λειτουργικό όσο μικρότερη είναι η εντροπία του συστήματος. Η εύρεση του λειτουργικού εύρους τιμών της εντροπίας ενός καθορισμένου συστήματος μέχρι τώρα γινόταν εμπειρικά (δοκιμή και λάθος).

Μέσα από την εργασία, θα δείξουμε πως επιτυγχάνεται ο συσχετισμός της εντροπίας του συστήματος σκάκι με τα ποιοτικά χαρακτηριστικά του, ψάχνοντας το εύρος τιμών της εντροπίας για το οποίο ικανοποιείται η απαίτηση ότι ο παίκτης στατιστικά δε θα χάσει.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^Ο: ΘΕΩΡΙΑ

2.1 ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

Η επιστήμη της Θερμοδυναμικής είναι ένας κλάδος της φυσικής που ασχολείται με την ενέργεια και το έργο ενός συστήματος. Πιο συγκεκριμένα, είναι η μελέτη της μετατροπής ενέργειας από μηχανική ενέργεια -έργο- σε θερμότητα και αντίστροφα, μέσα από τη μελέτη θερμικών διεργασιών. Με τον όρο διεργασία εννοούμε την μετάβαση από τη μια κατάσταση ενός συστήματος σε μια άλλη. Θερμότητα ονομάζεται η ποσότητα ενέργειας (θερμικής ενέργειας) που ακτινοβολεί κάθε υλικό σώμα με συνέπεια να μεταφέρεται μεταξύ όμορων σωμάτων ή μορίων λόγω της διαφοράς θερμοκρασίας τους. Γενικότερα με τον όρο θερμότητα μπορούμε να ορίσουμε τη μεταφορά ενέργειας από ένα σύστημα προς το περιβάλλον του, ως συνέπεια μόνο της διαφοράς θερμοκρασίας. Η θερμοδυναμική ασχολείται μόνο με μακροσκοπική απόκριση των συστημάτων που την αποτελούν και μόνο με την μεγάλης κλίμακας απόκριση του συστήματος, την οποία μπορούμε να παρατηρήσουμε και να μετρήσουμε πειραματικά. Οι μικρής κλίμακας αλληλεπιδράσεις των αερίων μπορούν να περιγράφουν από την κινητική θεωρία των αερίων. Οι μέθοδοι αυτοί μπορούν να αλληλοσυμπληρωθούν, καθώς κάποιες θεωρίες γίνονται πιο εύκολα κατανοητές με την βοήθεια της θερμοδυναμικής και κάποιες άλλες με την βοήθεια της κινητικής θεωρίας.

Κάθε φυσικό σύστημα περιέχει (ή εναλλακτικά αποθηκεύει) μία ποσότητα που ονομάζεται ενέργεια. Οι πολυποίκιλες μορφές ενέργειας βρίσκονται πίσω από την ασύλληπτη ποικιλία των φυσικών φαινομένων.

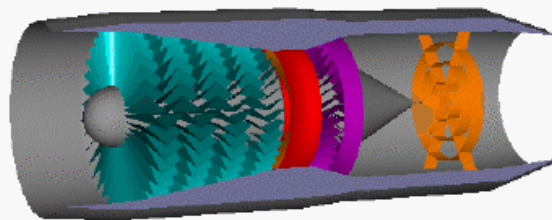
Η Ενέργεια χαρακτηρίζεται, τόσο στη θεωρία όσο και στη πράξη, περισσότερο ως μια λογιστική έννοια, που μας δίνει τη δυνατότητα να προβλέψουμε την εξέλιξη ή την κίνηση ενός συστήματος. Ορίζεται σαν το ποσό του έργου που απαιτείται προκειμένου το σύστημα να πάει από μια αρχική κατάσταση σε μια τελική. Ακριβώς πόση ενέργεια περιέχεται σε ένα σύστημα μπορεί να υπολογιστεί παίρνοντας το άθροισμα ή το ολοκλήρωμα ενός αριθμού ειδικών εξισώσεων (όπως οι εξισώσεις Λαγκράνζ ή οι εξισώσεις Χάμιλτον), καθεμιά από τις οποίες δίνει την ενέργεια που έχει αποθηκευτεί κατά έναν ιδιαίτερο τρόπο. Ανάλογα με τον τρόπο που έχει αποκτηθεί, ανταλλαχθεί ή αποθηκευτεί, μπορούμε να μιλήσουμε για πολλές μορφές ενέργειας:

1. κινητική ενέργεια
2. δυναμική ενέργεια
3. ενέργεια ακτινοβολίας
4. πυρηνική ενέργεια
5. θερμική ενέργεια
6. ηλεκτρική ενέργεια
7. φωτεινή ενέργεια
8. χημική ενέργεια

Η ιδέα για τη χρήση της θερμότητας για τη μετάδοση κίνησης υπάρχει από την αρχαιότητα, εντούτοις οι θερμικές μηχανές εκείνης της περιόδου δεν είχαν πρακτική χρήση. Το μοντέρνο ενδιαφέρον για τη θερμοδυναμική σαν επιστήμη ξεκινάει με την κατασκευή του πρώτου κινητήρα ατμού από τον Thomas Savery το 1697 και τον Thomas Newcomen στην Αγγλία το 1712. Έκτοτε, η ιστορία της θερμοδυναμικής είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με την εικόνα που είχε ο άνθρωπος για τη θερμότητα. Αρχικά υπήρχε η αντίληψη ότι η θερμότητα ήταν ένα είδος ρευστού, και η θέρμανση ενός σώματος δεν ήταν παρά η μεταφορά αυτού του ρευστού από το ένα σώμα στο άλλο. Εντούτοις, αυτή η αντίληψη δεν απέτρεψε τον Sadi Carnot, τον "πατέρα της θερμοδυναμικής" να αντιληφθεί τους φυσικούς περιορισμούς της μετατροπής αυτού του "θερμικού ρευστού" σε έργο, και να διατυπώσει, μόλις το 1824, αυτό που σήμερα αποκαλούμε δεύτερο νόμο της θερμοδυναμικής. Θα έπρεπε να περάσουν άλλα 18 χρόνια μέχρι να ανακαλύψει ο R. J. Mayer την ισοδυναμία έργου και θερμότητας, και να διατυπώσει την αρχή διατήρησης της ενέργειας. Ο όρος θερμοδυναμική χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά το 1849 από τον λόρδο Kelvin, ενώ το πρώτο σύγγραμμα πάνω στο αντικείμενο γράφτηκε το 1859 από τον καθηγητή William Rankine. Οι έννοιες του συστήματος και του περιβάλλοντος είναι κεντρικές στη μελέτη της θερμοδυναμικής. Όπως είδαμε, αν και η συστηματική μελέτη της θερμοδυναμικής ξεκίνησε από την κατασκευή των πρώτων κινητήρων στα τέλη του 17ου αιώνα, σήμερα έχει αποκτήσει ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών σε άλλες επιστήμες εκτός της μηχανικής και των εφαρμογών της όπως η χημεία, η βιολογία και η επιστήμη υλικών.

Η επιστήμη της θερμοδυναμικής έχει τη βάση της σε 4 θεμελιώδεις νόμους οι οποίοι περιγράφονται παρακάτω. Μέσα από αυτούς τους νόμους εισάγονται δύο κεντρικές της έννοιες, η ενθαλπία και η εντροπία. Κάθε νόμος οδηγεί στον ορισμό των

θερμοδυναμικών ιδιοτήτων τα οποία μας βοηθούν να κατανοήσουμε και να προβλέψουμε τη λειτουργία ενός φυσικού συστήματος.



Thermodynamics is the study of the effects of work, heat, and energy on a system. Thermodynamics is only concerned with large scale observations.

Zeroth Law: Thermodynamic Equilibrium and Temperature

First Law: Work, Heat, and Energy

Second Law: Entropy

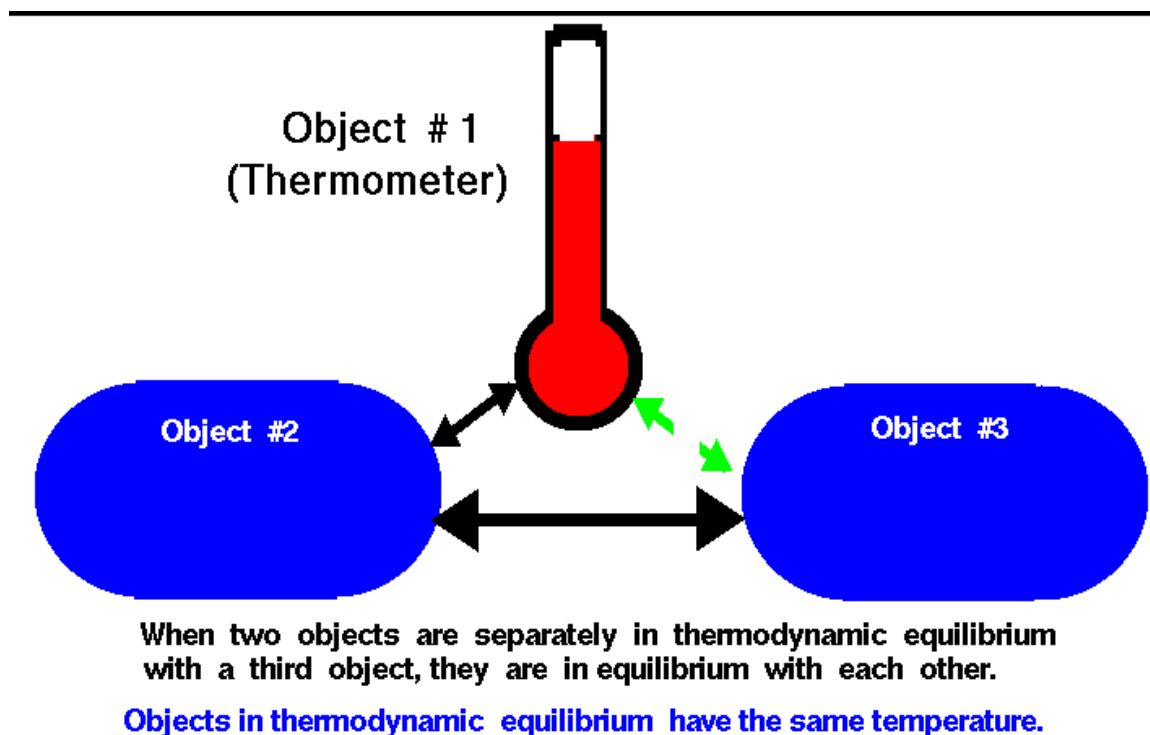
Εικόνα 1: Τι είναι Θερμοδυναμική

Ο μηδενικός νόμος της θερμοδυναμικής περιλαμβάνει μερικούς απλούς ορισμούς για τη θερμοδυναμική ισορροπία. Ένα φυσικό σύστημα βρίσκεται πλήρως σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας όταν ικανοποιούνται και οι τρεις συνθήκες ισότητας: της θερμοκρασίας, της πίεσης και του χημικού δυναμικού. Για παράδειγμα, μπορεί να έχουμε ισοθερμικές και ισοβαρείς καταστάσεις που δεν είναι σε ισορροπία, όπως σε μια χημική αντίδραση που λαμβάνει χώρα σε σταθερή θερμοκρασία και πίεση. Σημειώστε ότι, στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, η Εσωτερική Ενέργεια, ο όγκος και ο αριθμός μορίων μπορούν να έχουν διακυμάνσεις. Ο πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής αφορά τις διάφορες μορφές της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας σε ένα σύστημα για το έργο το οποίο ένα σύστημα μπορεί να εκτελέσει και στη μεταφορά της θερμότητας. Ο νόμος αυτός μερικές φορές θεωρείται ως ο ορισμός της εσωτερικής ενέργειας, και εισάγει μια πρόσθετη μεταβλητή κατάσταση, γνωστή σαν ενθαλπία. Ο πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής επιτρέπει πολλές δυνατές καταστάσεις ενός συστήματος να υφίστανται. Όμως η εμπειρία δείχνει ότι μπορούν να υπάρχουν μόνο ορισμένες καταστάσεις. Αυτό οδηγεί στο δεύτερο νόμο της θερμοδυναμικής και

στον ορισμό μιας άλλης μεταβλητής κατάστασης που ονομάζεται εντροπία. Ο δεύτερος νόμος προβλέπει ότι η συνολική εντροπία ενός συστήματος με το περιβάλλον του δε μπορεί να μειωθεί. Μπορεί να παραμείνει σταθερή για μια αναστρέψιμη διαδικασία, αλλά πρέπει πάντα να αυξηθεί για μια αμετάκλητη διαδικασία. Σύμφωνα με τον τρίτο νόμο κανενός σώματος η θερμοκρασία δε μπορεί να φτάσει το απόλυτο μηδέν.

2.2 ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΑ ΑΞΙΩΜΑΤΑ

2.2.1 ΜΗΔΕΝΙΚΟ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟ ΑΞΙΩΜΑ



Εικόνα 2: Μηδενικός νόμος της θερμοδυναμικής

Ο μηδενικός νόμος της θερμοδυναμικής είναι στην πραγματικότητα αποτέλεσμα παρατήρησης. Όταν δύο αντικείμενα βρίσκονται ξεχωριστά σε θερμοδυναμική ισορροπία με ένα τρίτο αντικείμενο, τότε βρίσκονται και σε ισορροπία μεταξύ τους. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι έχουμε τρία αντικείμενα, όπως φαίνεται στην παραπάνω εικόνα (Εικόνα 2). Τα αντικείμενα #1 και #2 βρίσκονται σε φυσική επαφή και σε θερμική ισορροπία. Το αντικείμενο #2 είναι επίσης σε θερμική ισορροπία με το αντικείμενο #3. Αρχικά, δεν υπάρχει φυσική επαφή μεταξύ των αντικειμένων #1 και #3. Αλλά, αν τα αντικείμενα #1 και #3 έρθουν σε επαφή, παρατηρείται ότι θα βρίσκονται σε θερμική ισορροπία. Αυτή η απλή παρατήρηση μας επιτρέπει να δημιουργήσουμε ένα θερμόμετρο. Όπως είχε αναφέρει και ο Max Planck στο βιβλίο του

σχετικά με τη θερμοδυναμική, ότι ο μηδενικός νόμος σημαίνει ότι μπορούμε να ορίσουμε μια "θερμοκρασία λειτουργίας», ή πιο ανεπίσημα, ότι μπορούμε να "κατασκευάσουμε ένα θερμόμετρο". Μπορούμε να ρυθμίσουμε την αλλαγή σε ένα θερμικό αντικείμενο, όπως είναι το μήκος μιας στήλης υδραργύρου, τοποθετώντας το θερμόμετρο σε θερμική ισορροπία σε πολλά σημεία αναφοράς, με ένα γνωστό φυσικό σύστημα. Τα θερμόμετρα με μονάδα μέτρησης Κελσίου, έχουν αυτά τα σημεία αναφοράς καθορισμένα στο σημείο τήξης και στο σημείο βρασμού του καθαρού νερού. Εάν φέρνουμε το θερμόμετρο σε θερμική ισορροπία με οποιοδήποτε άλλο σύστημα, όπως το κάτω μέρος της γλώσσας μας, μπορούμε να καθορίσουμε τη θερμοκρασία του άλλου συστήματος, παρατηρώντας τη μεταβολή της θερμοκρασιακής κατάστασης. Αντικείμενα σε θερμοδυναμική ισορροπία έχουν την ίδια θερμοκρασία.

Αν και αυτή η έννοια της θερμοδυναμικής είναι θεμελιώδους σημασίας, η ανάγκη για την έκφραση της δεν ήταν ευρύτερα αντιληπτή μέχρι το πρώτο τρίτο του 20ου αιώνα και ενώ οι τρεις πρώτες αρχές ήταν ήδη ευρέως σε χρήση. Ως εκ τούτου ονομάστηκε μηδενικός νόμος - πριν από τις επόμενες τρεις. Ο όρος μηδενικός επινοήθηκε από τον Ralph H. Fowler. το 1920. Ο μηδενικός νόμος υπονοεί ότι η θερμική ισορροπία, η οποία αντιμετωπίζεται ως μια δυαδική σχέση, είναι στην πραγματικότητα μία μεταβατική σχέση.

Πολλά συστήματα λέγεται ότι είναι σε ισορροπία μεταξύ τους, αν μικρές μεταβολές (λόγω κίνησης Brownian, για παράδειγμα) μεταξύ τους δεν οδηγούν σε καθαρή μεταβολή της συνολικής ενέργειας αθροιστικά των συστημάτων. Ένα απλό παράδειγμα θα μας δείξει γιατί ο μηδενικός νόμος είναι αναγκαίος για να ολοκληρωθεί η περιγραφή ισορροπίας.

Ας θεωρήσουμε N συστήματα σε αδιαβατική απομόνωση από το υπόλοιπο σύμπαν (δηλαδή δεν είναι δυνατή η ανταλλαγή θερμότητας έξω από τα εν λόγω συστήματα N), τα οποία έχουν σταθερό όγκο και σύνθεση και τα οποία μπορούν να ανταλλάξουν θερμότητα μόνο μεταξύ τους.

Ο συνδυασμός του πρώτου και του δεύτερου Νόμου αφορά τις διακυμάνσεις της συνολικής ενέργειας, δU , με τη θερμοκρασία του $i_{\text{στον}}$ συστήματος T_i , καθώς και την εντροπία διακύμανση του $i_{\text{στον}}$ συστήματος δS_i , ως εξής:

$$\delta U = \sum_i^N T_i^* \delta S_i$$

Η αδιαβατική απομόνωση του συστήματος από το υπόλοιπο σύμπαν προϋποθέτει ότι το συνολικό ποσό των διακυμάνσεων της εντροπίας μηδενίζεται, ή:

$$\sum_i^N \delta S_i = 0$$

Δηλαδή, εντροπία μπορεί να ανταλλάσσεται μεταξύ των N συστημάτων. Ο περιορισμός αυτός μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ρυθμίσει εκ νέου την έκφραση για τη συνολική διακύμανση της ενέργειας και να επιτύχουν:

$$\delta U = \sum_i^N (T_i - T_j) \delta S_i$$

όπου T_j η θερμοκρασία του οποιουδήποτε συστήματος j που μπορούμε να επιλέξουμε μεταξύ των N συστημάτων. Τέλος, η ισορροπία απαιτεί τη συνολική διακύμανση της ενέργειας να μηδενισθεί, δηλαδή, στην συγκεκριμένη περίπτωση έχουμε:

$$\sum_i^N (T_i - T_j) \delta S_i = 0$$

το οποίο μπορεί να θεωρηθεί ως ο μηδενισμός του προϊόντος μιας αντισυμμετρικής μήτρας $T_i - T_j$ και ένα διάνυσμα των διακυμάνσεων της εντροπίας δS_i . Προκειμένου να μην έχουμε μια μη τετριμμένη λύση θεωρούμε,

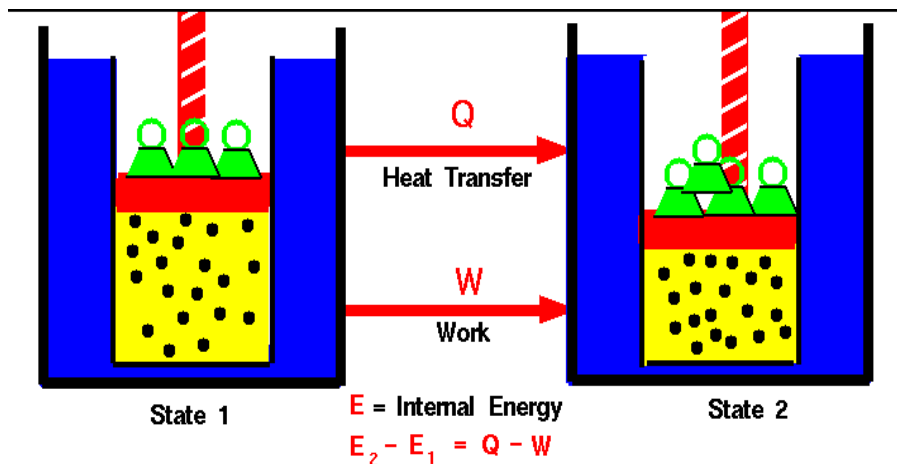
$$\delta S_i \neq 0$$

Δηλαδή, ο καθοριστικός παράγοντας της μήτρας που σχηματίζεται από τη διαφορά θερμοκρασίας $T_i - T_j$ πρέπει να μηδενισθεί για όλες τις επιλογές του N . Ωστόσο, σύμφωνα με το θεώρημα Jacobi, ο καθοριστικός παράγοντας μιας $N \times N$ αντισυμμετρικής μήτρας είναι πάντα μηδέν αν N είναι μονό, και όταν το N είναι ζυγό, διαπιστώνουμε ότι όλοι οι είσοδοι πρέπει να μηδενισθούν, δηλαδή $T_i - T_j = 0$, προκειμένου να αποκτήσει μηδενική ορίζουσα. Για αυτό και στην κατάσταση ισορροπίας έχουμε $T_i = T_j$. Αυτό το μη αναμενόμενο αποτέλεσμα σημαίνει ότι αυτός ο μονός αριθμός συστημάτων είναι πάντα σε ισορροπία, ανεξάρτητα της θερμοκρασιών τους και την διακύμανση της εντροπίας του, ενώ η ισότητα των θερμοκρασιών

απαιτείται μόνο μεταξύ ενός ζυγού αριθμού συστημάτων προκειμένου να επιτευχθεί ισορροπία με την παρουσία των διακυμάνσεων της εντροπίας.

Ο μηδενικός νόμος λύνει αυτό το παράδοξο, επειδή μπορεί εύκολα να χρησιμοποιηθεί για να μειώσει ένα μονό αριθμό συστημάτων σε ζυγό αριθμό, εξετάζοντας οποιαδήποτε τρία από τα N συστήματα του και αφαιρώντας από το ένα την εφαρμογή της αρχής του και επομένως να μειωθεί το πρόβλημα σε ζυγό αριθμό N το οποίο στη συνέχεια οδηγεί στην ίδια κατάσταση ισορροπίας που αναμένουμε σε κάθε περίπτωση, δηλαδή, $T_i = T_j$. Το ίδιο αποτέλεσμα ισχύει και για τις διακυμάνσεις σε οποιαδήποτε μεγάλη ποσότητα, όπως είναι ο όγκος (που παράγουν οι ίσες συνθήκες πίεσης), ή τις διακυμάνσεις της μάζας (που οδηγεί στην ισότητα των χημικών δυνατοτήτων). Ως αποτέλεσμα, ο μηδενικός νόμος έχει συνέπειες για πολύ περισσότερα από τη θερμοκρασία. Σε γενικές γραμμές, γίνεται φανερό ότι ο μηδενικός νόμος διασπά ένα συγκεκριμένο είδος της ασυμμετρίας που είναι παρούσα στον πρώτο και στον δεύτερο Θερμοδυναμικό Νόμο, που θα εξετάσουμε παρακάτω.

2.2.2 ΠΡΩΤΟ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟ ΑΞΙΩΜΑ



Any thermodynamic system in an equilibrium state possesses a state variable called the internal energy (E). Between any two equilibrium states, the change in internal energy is equal to the difference of the heat transfer into the system and work done by the system.

Εικόνα 3: 1ος θερμοδυναμικός νόμος

Ο πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής είναι μια έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας που δηλώνει ότι η ενέργεια μπορεί να μετατραπεί από μία μορφή σε μια άλλη, αλλά δεν μπορεί να αναδημιουργηθεί ή να καταστραφεί.

Ο πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής λέει ότι η ενέργεια διατηρείται σε οποιαδήποτε διαδικασία που αφορά ένα θερμοδυναμικό σύστημα και το περιβάλλον του. Συχνά είναι βολική η επικέντρωση στις μεταβολές της υποτιθέμενης εσωτερικής ενέργειας (U) και στην θεώρηση τους ως αποτέλεσμα του συνδυασμού θερμότητας (Q) που προστίθεται στο σύστημα και του έργου που γίνεται από το σύστημα (W). Θεωρώντας dU ως την στοιχειώδη (διαφορική) μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας, μπορούμε να γράψουμε:

$$dU = \delta Q - \delta W$$

όπου δQ και δW οι σταδιακές αλλαγές στη θερμότητα και το έργο, αντίστοιχα. Να σημειωθεί ότι το αρνητικό πρόσημο μπροστά από το δW δείχνει ότι μια θετική

ποσότητα του έργου που έγινε από το σύστημα οδηγεί σε απώλεια ενέργειας από το σύστημα.

Μια εναλλακτική σύμβαση:

$$dU = \delta Q + \delta \tilde{W}$$

όπου $\delta \tilde{W} = -\delta W$ είναι το έργο που επιτελέστηκε για το σύστημα από το περιβάλλον του.

Όταν ένα σύστημα επεκτείνεται σε μια ημιστατική διαδικασία, το έργο που πραγματοποιήθηκε στο σύστημα είναι $-PdV$ ενώ το έργο που επιτελεί το σύστημα, καθώς επεκτείνεται είναι PdV . Σε κάθε περίπτωση, και τα δύο δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα όταν γράφονται ρητά ως:

$$dU = \delta Q - PdV.$$

Το έργο και η θερμότητα οφείλονται σε διαδικασίες που προσθέτουν ή αφαιρούν ενέργεια, ενώ η U είναι μια συγκεκριμένη μορφή ενέργειας που έχει σχέση με το σύστημα. Έτσι, ο όρος «θερμική ενέργεια» για δQ σημαίνει «το ποσό της ενέργειας που προστίθεται ως αποτέλεσμα της θέρμανσης» και δεν αναφέρεται σε μια συγκεκριμένη μορφή ενέργειας. Ομοίως, «το έργο» για δw σημαίνει «η ποσότητα της ενέργειας που χάνεται ως αποτέλεσμα του έργου». Η Εσωτερική ενέργεια είναι ιδιότητα του συστήματος ενώ το έργο που πραγματοποιείται και η θερμότητα που παράγεται δεν είναι. Ένα σημαντικό αποτέλεσμα αυτής της διάκρισης είναι ότι μια δεδομένη εσωτερική αλλαγή της ενέργειας (dU) μπορεί να επιτευχθεί από πολλούς συνδυασμούς της θερμότητας και του έργου.

Ανεπίσημα, ο νόμος για πρώτη φορά διατυπώθηκε από Germain Hess μέσω του νόμου Hess, και αργότερα από τον Julius Robert von Mayer. Παρ' όλα αυτά, η πρώτη ρητή έκφραση του πρώτου νόμου της θερμοδυναμικής δόθηκε από τον Rudolf Clausius το 1850 ως εξής: «Υπάρχει μια κατάσταση λειτουργίας E , που ονομάζεται «ενέργεια», της οποίας η διαφορά ισούται με το έργο που ανταλλάσσεται με το περιβάλλον κατά τη διάρκεια μιας αδιαβατικής διαδικασίας.

ΑΔΙΑΒΑΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ

Η κλασική δήλωση του πρώτου νόμου της Θερμοδυναμικής προέρχεται από εμπειρικά στοιχεία. Μπορεί να παρατηρηθεί ότι, όταν σε ένα σύστημα που βρίσκεται σε μία αρχική κατάσταση, ασκηθεί ένα έργο με αδιαβατικό τρόπο (δηλ. θερμικά μονωμένο τρόπο), η τελική κατάσταση είναι η ίδια για μια συγκεκριμένη ποσότητα του έργου, ανεξάρτητα από το πώς αυτό το έργο εκτελείται .

Για όλες τις αδιαβατικές διαδικασίες μεταξύ των δύο συγκεκριμένων καταστάσεων ενός κλειστού συστήματος, το καθαρό εκτελούμενο έργο είναι ανεξάρτητο τόσο από τη φύση του κλειστού συστήματος όσο και από τις λεπτομέρειες της διαδικασίας. Αυτή η επιβεβαίωση της ανεξάρτητης διαδρομής, επιτρέπει να οριστεί μια λειτουργική κατάσταση, που ονομάζεται εσωτερική ενέργεια, U , όπως το αδιαβατικό έργο που είναι απαραίτητο για να πάει από τη μία κατάσταση αναφοράς σε μία άλλη που δίνεται

$$U(A) = U(O) + \tilde{W}_{O \rightarrow A}^{\text{ad}}$$

όπου, θεωρούμε ως θετικό το έργο που επιτελέστηκε για το σύστημα.

Για να μεταβούμε από μια κατάσταση A σε μία κατάσταση B , μπορούμε να διαλέξουμε μια διαδρομή που περνά από την κατάσταση αναφοράς, δεδομένου ότι το αδιαβατικό έργο είναι ανεξάρτητο από τη διαδρομή

$$\tilde{W}_{A \rightarrow B}^{\text{ad}} = \tilde{W}_{A \rightarrow O}^{\text{ad}} + \tilde{W}_{O \rightarrow B}^{\text{ad}} = -\tilde{W}_{O \rightarrow A}^{\text{ad}} + \tilde{W}_{O \rightarrow B}^{\text{ad}} = -U(A) + U(B) = \Delta U$$

Πιο συγκεκριμένα, εάν δεν παρέχεται έργο σε ένα θερμικά απομονωμένο σύστημα που έχουμε, τότε:

$$\Delta U = 0$$

Δηλαδή, η εσωτερική ενέργεια ενός απομονωμένου συστήματος παραμένει σταθερή, που είναι ο νόμος της διατήρησης της ενέργειας.

ΜΗ ΑΔΙΑΒΑΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ

Όταν το σύστημα εξελίσσεται με ένα μη αδιαβατικό τρόπο, μπορεί να παρατηρηθεί ότι το έργο που ασκείται στο σύστημα δεν συμπίπτει με την αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας δηλαδή ότι πρόκειται για μια κατάσταση λειτουργίας που μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο για αδιαβατικές όσο και για μη αδιαβατικές διαδικασίες.

$$\tilde{W} \neq \Delta U$$

Η διαφορά ερμηνεύεται από την άποψη ότι η θερμότητα εισέρχεται στο σύστημα, έτσι ώστε η ανισότητα να μπορεί να μετατραπεί σε μια ισότητα, όπως

$$\tilde{W} + Q = \Delta U$$

που αποτελεί τον συνήθη τρόπο έκφρασης του πρώτου νόμου της Θερμοδυναμικής.

ΤΥΠΟΙ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΩΝ

Οι διαδρομές μέσα από τον χώρο των θερμοδυναμικών μεταβλητών συχνά προσδιορίζονται διατηρώντας σταθερές ορισμένες θερμοδυναμικές μεταβλητές. Είναι χρήσιμο να ομαδοποιήσουμε αυτές τις διαδικασίες σε ζεύγη, στα οποία κάθε μεταβλητή που θα διατηρείται σταθερή θα είναι ένα μέλος ενός συζευγμένου ζεύγους.

- Το συζευγμένο ζεύγος πίεσης - όγκου, ασχολείται με τη μεταφορά της μηχανικής ή της δυναμικής ενέργειας ως αποτέλεσμα του έργου. Ανάλογα με το τι διατηρείται σταθερό, έχουμε τις:

ΙΣΟΒΑΡΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Μια ισοβαρής διαδικασία πραγματοποιείται σε σταθερή πίεση. Δεδομένου ότι η πίεση είναι σταθερή το έργο για μια ισοβαρή διαδικασία δίνεται από τη σχέση:

$$W = PdV$$

ΙΣΟΧΩΡΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Η ισοχωρική διαδικασία είναι εκείνη κατά την οποία ο όγκος παραμένει σταθερός, πράγμα που σημαίνει ότι το έργο που επιτελεί το σύστημα θα πρέπει να είναι μηδενικό. Προκύπτει ότι, για το απλό σύστημα των δύο διαστάσεων, κάθε θερμική ενέργεια που μεταφέρεται στο σύστημα εξωτερικά θα απορροφάται ως εσωτερική ενέργεια. Μια ισοχωρική διαδικασία είναι επίσης γνωστή ως μία κυβική διαδικασία. Μαθηματικά, έχουμε

$$\delta Q = dU$$

Μπορούμε να πούμε ότι το σύστημα είναι δυναμικά απομονωμένο με ένα άκαμπτο όριο από το περιβάλλον.

Το συζευγμένο ζεύγος θερμοκρασίας – εντροπίας, ασχολείται με τη μεταφορά της θερμικής ενέργειας, ως αποτέλεσμα της θέρμανσης. Διακρίνουμε τρεις διαδικασίες:

ΙΣΟΘΕΡΜΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Μια ισόθερμη διαδικασία λαμβάνει χώρα με σταθερή θερμοκρασία.

ΙΣΕΝΤΡΟΠΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Μια ισεντροπική διαδικασία λαμβάνει χώρα με σταθερή εντροπία. Για μια αναστρέψιμη διαδικασία αυτή είναι παρόμοια με την αδιαβατική διαδικασία. Εάν ένα σύστημα έχει μια εντροπία που δεν έχει ακόμα φθάσει τη μέγιστη τιμή της ισορροπίας, μια διαδικασία ψύξης μπορεί να είναι απαραίτητη για την διατήρηση της τιμής της εντροπίας.

ΑΔΙΑΒΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Μια αδιαβατική διαδικασία είναι μια διαδικασία στην οποία δεν υπάρχει καμία ενέργεια που να προσθέτεται ή να αφαιρείται από το σύστημα μέσω θέρμανσης ή ψύξης. Για μια αναστρέψιμη διαδικασία, αυτή είναι παρόμοια με την ισεντροπική διαδικασία. Μπορούμε να πούμε ότι το σύστημα είναι θερμικά μονωμένο από το περιβάλλον του με τη βοήθεια μιας θερμομόνωσης. Εάν ένα σύστημα έχει μια εντροπία

που δεν έχει ακόμα φθάσει τη μέγιστη τιμή ισορροπίας, η εντροπία θα αυξηθεί ακόμη και αν το σύστημα είναι θερμικά μονωμένο.

Το ποσό της θερμότητας που μεταφέρεται σε ή από ένα σύστημα εξαρτάται όχι μόνο από την αρχική και τη τελική κατάσταση αλλά και από τη διαδικασία που παράγει την τελική κατάσταση. Πολλές από τις παρατηρήσεις των πραγματικών αερίων έχουν δείξει ότι η διαφορά της ροής θερμότητας στο αέριο και το έργο του φυσικού αερίου εξαρτάται μόνο από τις αρχικές και τελικές καταστάσεις του φυσικού αερίου και δεν εξαρτάται από τη διαδικασία που παράγει την τελική κατάσταση. Αυτό υποδηλώνει την ύπαρξη μιας επιπλέον μεταβλητής, που ονομάζεται εσωτερική ενέργεια του αερίου, η οποία εξαρτάται μόνο από την κατάσταση του φυσικού αερίου και όχι από τη διαδικασία. Η εσωτερική ενέργεια είναι μια μεταβλητή κατάσταση, όπως η θερμοκρασία ή η πίεση. Ο πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής ορίζει την εσωτερική ενέργεια (E) ως ίση με τη διαφορά της μεταφοράς θερμότητας (Q) σε ένα σύστημα και το έργο (W) που γίνεται από το σύστημα.

$$E_2 - E_1 = Q - W$$

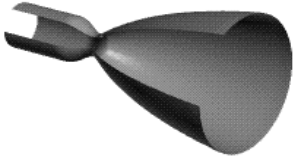
Όταν αφαιρείται από ένα σύστημα θερμότητα, θα λάβει αρνητικό πρόσημο στην εξίσωση. Ομοίως, όταν έχουμε μείωση έργου για ένα σύστημα, η αντίστοιχη μεταβλητή θα λάβει επίσης αρνητικό πρόσημο.

Η εσωτερική ενέργεια είναι απλώς μια μορφή ενέργειας, όπως η δυναμική ενέργεια ενός αντικειμένου σε κάποιο ύψος πάνω από τη γη ή η κινητική ενέργεια ενός αντικειμένου σε κίνηση. Με τον ίδιο τρόπο που η δυναμική ενέργεια μπορεί να μετατραπεί σε κινητική ενέργεια με παράλληλη προστασία της συνολικής ενέργειας του συστήματος, η εσωτερική ενέργεια ενός θερμοδυναμικού συστήματος μπορεί να μετατραπεί είτε σε κινητική είτε σε δυναμική. Όπως και η δυναμική ενέργεια, η εσωτερική ενέργεια μπορεί να αποθηκευτεί στο σύστημα. Παρ' όλα αυτά, ωστόσο, η θερμότητα και το έργο δεν μπορούν να αποθηκευτούν ή να διατηρούνται ανεξάρτητα, δεδομένου ότι εξαρτούνται από τη διαδικασία. Ο πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής επιτρέπει σε ένα σύστημα να υπάρχουν πολλές δυνατές καταστάσεις, αλλά μόνο ορισμένες καταστάσεις διαπιστώθηκε ότι υπάρχουν στη φύση. Ο δεύτερος νόμος της

θερμοδυναμικής βοηθά να εξηγήσουμε αυτή την παρατήρηση, όπως θα δούμε παρακάτω.

Αν ένα σύστημα είναι πλήρως απομονωμένο από το εξωτερικό περιβάλλον, είναι δυνατόν να έχουμε μια αλλαγή της κατάστασης στην οποία θερμότητα δε μεταφέρεται στο σύστημα. Η διαδικασία αυτή που δεν περιλαμβάνει μεταφορά θερμότητας αναφέρεται από τους επιστήμονες ως αδιαβατική διαδικασία. Η υλοποίηση του πρώτου νόμου της θερμοδυναμικής για τα αέρια εισάγει μια άλλη χρήσιμη μεταβλητή κατάσταση που ονομάζεται ενθαλπία και που περιγράφεται παρακάτω

2.2.3 ΕΝΘΑΛΠΙΑ



E = Internal Energy **Q = Heat Transfer**
T = Temperature **W = Work**
p = Pressure **C_p = Heat Capacity**
V = Volume **(constant pressure)**

Define a new state variable that is a combination of other state variables.

Enthalpy = H = E + p V

Specific Enthalpy = $\frac{\text{Enthalpy}}{\text{mass}}$ = h = e + p v

1st Law of Thermodynamics: $E_2 - E_1 = Q - W$

For a constant pressure process, the work is given: $W = p (V_2 - V_1)$

Substitute: $E_2 - E_1 = Q - p (V_2 - V_1)$

Re-group: $(E_2 + p V_2) - (E_1 + p V_1) = Q$

Heat Transfer at constant pressure: $Q = C_p (T_2 - T_1)$

Definition of Enthalpy: $(H_2 - H_1) = C_p (T_2 - T_1)$

(specific enthalpy) $(h_2 - h_1) = c_p (T_2 - T_1)$

Εικόνα 4: Ενθαλπία

Με τον όρο Ενθαλπία χαρακτηρίζεται στη Χημεία η ενέργεια που προσφέρεται κατά τη θέρμανση ουσιών και που εγκλωβίζεται στα μόριά τους ιδίως σ' εκείνα των υδρατμών τους. Συνέπεια αυτού είναι ότι τα μόρια αυτά έχουν μεγαλύτερο ενεργειακό περιεχόμενο από τα αρχικά μόρια. Έτσι στη γλώσσα της χημείας η ενθαλπία αποτελεί το θερμικό περιεχόμενο κάθε χημικού. Η ενέργεια αυτή οφείλεται στις δυνάμεις των χημικών δεσμών που συγκρατούν τα άτομα μέσα στο μόριο, αλλά και στη κίνηση των ατόμων, των ηλεκτρονίων καθώς και του ίδιου του μορίου. Έτσι η χημική αυτή ενέργεια παραμένει εγκλωβισμένη μέσα στο μόριο που μπορεί ν' αποδοθεί άλλοτε εύκολα π.χ. με σπινθήρα στη βενζίνη, και άλλοτε δύσκολα.

Στην θερμοδυναμική, η κατάσταση ενός αερίου καθορίζεται από διάφορες ιδιότητες, συμπεριλαμβανομένων της θερμοκρασίας, της πίεσης, και του όγκου που καταλαμβάνει το αέριο. Από τη μελέτη του πρώτου νόμου της θερμοδυναμικής, διαπιστώνεται ότι η εσωτερική ενέργεια ενός αερίου είναι επίσης μια μεταβλητή κατάσταση, δηλαδή μια μεταβλητή που εξαρτάται μόνο από την κατάσταση του αερίου και όχι από οποιαδήποτε διαδικασία που παρήγαγε αυτή η κατάσταση. Μπορούμε τώρα να καθορίσουμε τις επιπρόσθετες μεταβλητές που είναι συνδυασμοί των υφιστάμενων

μεταβλητών των καταστάσεων. Οι νέες μεταβλητές κάνουν συχνά την ανάλυση ενός συστήματος πολύ απλούστερη. Για ένα αέριο, μία χρήσιμη πρόσθετη μεταβλητή κατάσταση είναι η ενθαλπία που ορίζεται ως το άθροισμα της εσωτερικής ενέργειας E συν το γινόμενο της πίεσης p και του όγκου V . Ορίζοντας το σύμβολο H για την ενθαλπία, προκύπτει:

$$H = E + p * V \quad (1)$$

Αν η ενθαλπία διαιρεθεί με την μάζα του συστήματος, τότε μιλάμε για ένα καινούριο μέγεθος, που καλείται ειδική Ενθαλπία. Στη μηχανική, περισσότερο χρησιμοποιείται το μέγεθος της ειδικής ενθαλπίας, στην ανάλυση ενός κινητήρα για παράδειγμα, από το ίδιο το μέγεθος της ενθαλπίας.

Πώς χρησιμοποιείται όμως αυτή η νέα μεταβλητή που ονομάζεται ενθαλπία; Θα εξεταστεί ο πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής για ένα αέριο. Σε ένα σύστημα με μεταφορά θερμότητας Q και έργο W , η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας E από την κατάσταση 1 έως την κατάσταση 2 είναι ίση με τη διαφορά στην μεταφορά θερμότητας στο σύστημα και το έργο που επιτελέστηκε από το σύστημα:

$$E_2 - E_1 = Q - W \quad (2)$$

Το έργο και η μεταφορά θερμότητας εξαρτάται από τη διαδικασία που χρησιμοποιείται για να αλλάξουμε την κατάσταση. Όταν υπάρχει σταθερή πίεση, το έργο του αερίου δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$W = p * [V_2 - V_1] \quad (3)$$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση (2), έχουμε:

$$E_2 - E_1 = Q - p * [V_2 - V_1] \quad (4)$$

Από την παραπάνω σχέση (4), προκύπτει ότι

$$(E_2 + p * V_2) - (E_1 + p * V_1) = Q \quad (5)$$

Το $(E + p * V)$ μπορεί να αντικατασταθεί την εξίσωση (1) και οπότε προκύπτει:

$$H_2 - H_1 = Q \quad (6)$$

$$\text{Ισχύει ότι } Q = C_p (T_2 - T_1) \quad (7)$$

Από (6), (7), προκύπτει:

$$(H_2 - H_1) = * C_p (T_2 - T_1) \quad (8)$$

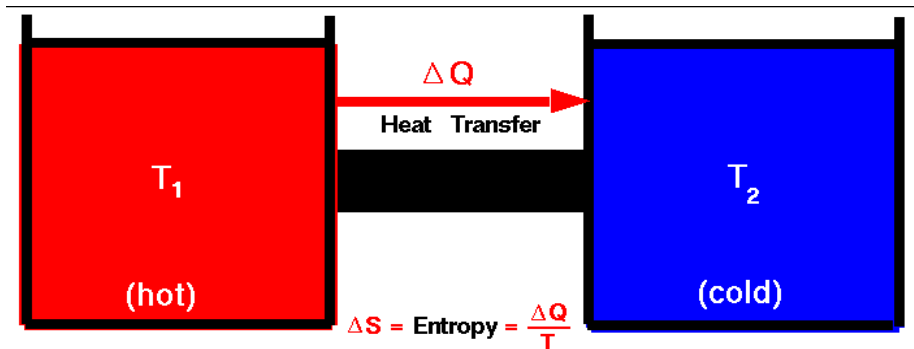
Διαιρώντας την ενθαλπία H με την μάζα m , προκύπτει η ειδική ενθαλπία h και οπότε:

$$(h_2 - h_1) = c_p * (T_2 - T_1) \quad (9)$$

Ειδική θερμοχωρητική σταθερά c_p ονομάζεται η ειδική θερμότητα σε σταθερή πίεση και σχετίζεται με την κατάσταση ισορροπίας στην οποία βρίσκεται ένα αέριο.

Η τελική εξίσωση (9), χρησιμοποιείται για να καθορίσει τις τιμές της ειδικής ενθαλπίας σε μια δεδομένη θερμοκρασία. Το μέγεθος της ενθαλπίας χρησιμοποιείται στην εξίσωση της ενέργειας για ένα ρευστό.

2.2.4 ΔΕΥΤΕΡΟ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟ ΑΞΙΩΜΑ



There exists a useful thermodynamic variable called entropy (S). A natural process that starts in one equilibrium state and ends in another will go in the direction that causes the entropy of the system plus the environment to increase for an irreversible process and to remain constant for a reversible process.

$$S_f = S_i \text{ (reversible)}$$

$$S_f > S_i \text{ (irreversible)}$$

Εικόνα 5: 2ο Θερμοδυναμικό αξίωμα

Ο δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής είναι μια έκφραση της καθολικής αρχής της αποσύνθεσης που παρατηρείται στη φύση. Μετράται και εκφράζεται διαμέσου μιας ιδιότητας που ονομάζεται εντροπία, δηλώνοντας ότι η εντροπία ενός απομονωμένου συστήματος το οποίο δεν βρίσκεται σε ισορροπία θα τείνει να αυξάνεται με το χρόνο και να πλησιάζει μια ανώτατη τιμή κατά την ισορροπία. Η διαφορά της εντροπίας dS ενός συστήματος που υποβάλλεται σε κάθε απειροελάχιστη αναστρέψιμη διαδικασία δίνεται από τον τύπο $\Delta Q / T$, όπου ΔQ η θερμότητα που παρέχεται στο σύστημα και T η απόλυτη θερμοκρασία του συστήματος. Στην κλασική θερμοδυναμική, ο δεύτερος νόμος είναι ένα βασικό αξίωμα που ισχύει σε κάθε σύστημα που περιλαμβάνει μετρήσιμη μεταφορά θερμικής ενέργειας, ενώ στη στατιστική θερμοδυναμική, ο δεύτερος νόμος είναι μια συνέπεια της υποτιθέμενης τυχαιότητας του μοριακού χάους.

Η προέλευση του δεύτερου νόμου εντοπίζεται στην εργασία του Γάλλου φυσικού Sadi Carnot το 1824 με τίτλο “Reflections on the Motive Power of Fire”, η οποία παρουσίασε την άποψη ότι η κινητήρια δύναμη (έργο) οφείλεται στην ροή της θερμικής αξίας (θερμότητα) από ένα ζεστό σε ένα κρύο σώμα (ουσία του έργου). Με απλά λόγια, ο δεύτερος νόμος αποτελεί έκφραση του γεγονότος ότι καθώς περνάει ο χρόνος, οι διαφορές στη θερμοκρασία, στην πίεση, και τη χημική σύνθεση έχουν την

τάση να εξομαλύνουν ένα φυσικό σύστημα που είναι απομονωμένο από τον έξω κόσμο. Η Εντροπία είναι ένα μέτρο του πόσο αυτή η διαδικασία προχωράει.

Υπάρχουν πολλές ερμηνείες του δεύτερου νόμου της θερμοδυναμικής, αλλά όλες έχουν το ίδιο αποτέλεσμα, το οποίο είναι να εξηγήσουν το φαινόμενο της μη αναστρεψιμότητας στη φύση.

ΕΡΜΗΝΕΙΕΣ ΤΟΥ 2^{ου} ΝΟΜΟΥ

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να εκφράσουμε το δεύτερο νόμο της θερμοδυναμικής, αλλά όλοι είναι ισοδύναμοι με την έννοια ότι κάθε ερμηνεία του δεύτερου νόμου λογικά υπονοεί κάθε άλλη μορφή. Έτσι, τα θεωρήματα της θερμοδυναμικής μπορούν να αποδειχθούν χρησιμοποιώντας οποιαδήποτε μορφή του δεύτερου θερμοδυναμικού αξιώματος.

Η διατύπωση του δεύτερου νόμου που αναφέρεται άμεσα στην εντροπία έχει ως εξής: 'Σε ένα σύστημα, μια διαδικασία που λαμβάνει χώρα θα τείνει να αυξήσει τη συνολική εντροπία του σύμπαντος'. Έτσι, ενώ το σύστημα μπορεί να περάσει μέσα από μια φυσική διαδικασία που μειώνει τη δική του εντροπία, η εντροπία του σύμπαντος (που περιλαμβάνει το σύστημα και τον περιβάλλοντα χώρο) πρέπει συνολικά να αυξηθεί. (Εξαίρεση στον κανόνα αυτό είναι μια αναστρέψιμη ή "ισεντροπική" διαδικασία, όπως η τριβώδης αδιαβατική συμπίεση). Οι διαδικασίες που μειώνουν τη συνολική εντροπία του σύμπαντος είναι αδύνατες. Εάν ένα σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας, εξ ορισμού δεν μπορούν να συμβαίνουν αυθόρμητες διεργασίες και ως εκ τούτου το σύστημα βρίσκεται σε μέγιστη εντροπία.

Μια δεύτερη διατύπωση από τον Rudolf Clausius, είναι η απλούστερη διατύπωση του δεύτερου νόμου, η διαμόρφωση θερμότητας ή η κατά Clausius δήλωση: 'Η Θερμότητα κατά κανόνα δεν μπορεί να κυλήσει αυθόρμητα από ένα υλικό που βρίσκεται σε χαμηλότερη θερμοκρασία σε ένα υλικό που βρίσκεται σε υψηλότερη θερμοκρασία.' Γενικά, η θερμότητα δεν απορρέει από το κρύο στο ζεστό χωρίς εισροή έργου, κάτι που γίνεται φανερό από απλή εμπειρία. Ας σημειωθεί, ότι από τον μαθηματικό ορισμό της εντροπίας, μια διαδικασία στην οποία η θερμότητα ρέει από το κρύο στο ζεστό έχει φθίνουσα εντροπία. Αυτό μπορεί να συμβεί σε ένα μη απομονωμένο σύστημα, εφόσον η εντροπία δημιουργηθεί αλλού, έτσι ώστε η συνολική εντροπία να είναι σταθερή ή να αυξάνεται, όπως απαιτείται από το δεύτερο νόμο. Η

εξαίρεση σε αυτόν τον κανόνα υπάρχει για στατιστικά απίθανα γεγονότα όπου χρησιμοποιούνται ζεστά σωματίδια τα οποία μπορούν να απορροφήσουν την ενέργεια των ψυχρών σωματιδίων αρκετά ώστε το ψυκτικό μέρος να γίνει πιο κρύο και το ζεστό να γίνει θερμότερο, για ένα μικρό χρονικό διάστημα. Τέτοια γεγονότα έχουν παρατηρηθεί σε μια αρκετά μικρή κλίμακα, όπου η πιθανότητα να συμβούν είναι σημαντική. Τα μαθηματικά που εμπλέκονται σε μια τέτοια περίπτωση περιγράφονται από το θεώρημα της διακύμανσης.

Μια τρίτη διατύπωση του δεύτερου νόμου έχει γίνει από τον λόρδο Kelvin και είναι η διαμόρφωση της θερμική μηχανή, ή η κατά Kelvin δήλωση: 'Είναι αδύνατο να μετατρέψουμε πλήρως τη θερμότητα σε έργο, με μια κυκλική διαδικασία.' Δηλαδή, είναι αδύνατον να παράγουμε ενέργεια από θερμότητα από μία υψηλής θερμοκρασίας πηγή ενέργειας και στη συνέχεια να μετατρέψει το σύνολο της ενέργειας σε έργο. Τουλάχιστον ένα μέρος της ενέργειας αυτής, πρέπει να διαβιβαστεί σε θερμότητα σε μια χαμηλής θερμοκρασίας ενεργειακή πηγή. Έτσι, μια μηχανή θερμότητας με 100% απόδοση είναι θερμοδυναμικά αδύνατο να υπάρχει.

Μια τέταρτη εκδοχή του δεύτερου νόμου συνάγεται από τον Έλληνα μαθηματικό Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή. Σύμφωνα με τη δήλωση Καραθεοδωρή: 'Στον περίγυρο της οποιασδήποτε κατάστασης ισορροπίας ενός θερμοδυναμικού συστήματος, υπάρχουν καταστάσεις ισορροπίας που είναι αδιαβατικά απρόσιτες.' Πολλές διατυπώσεις του δεύτερου νόμου σε πρόσφατα εγχειρίδια που εισάγουν την εντροπία από στατιστικής απόψεως, συχνά περιέχουν δύο μέρη. Το πρώτο μέρος διευκρινίζει ότι η εντροπία ενός απομονωμένου συστήματος, δεν μπορεί να μειωθεί, ή για να είμαστε πιο ακριβείς, η πιθανότητα μείωσης της εντροπίας είναι εξαιρετικά μικρή. Το δεύτερο μέρος δίνει τη σχέση μεταξύ μιας απειροελάχιστης αύξησης της εντροπίας του συστήματος και μιας απειροελάχιστης ποσότητας απορροφούμενης θερμότητας σε περίπτωση αυθαίρετης απειροελάχιστης αναστρέψιμης διαδικασίας:

$$dS = \Delta Q / K$$

Ο λόγος για τον οποίο αυτές οι δύο δηλώσεις δεν μπορούν να συνδυαστούν σε μία ενιαία δήλωση είναι γιατί το πρώτο μέρος αναφέρεται στη γενική διαδικασία μη ισορροπίας στο οποίο η θερμοκρασία δεν είναι καθορισμένη.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΚΦΡΑΣΗ

Το 1856, ο Γερμανός φυσικός Rudolf Clausius δήλωσε αυτό που αποκάλεσε «δεύτερο θεμελιώδες θεώρημα της μηχανικής θεωρίας της θερμότητας» την ακόλουθη μορφή:

$$\oint (\delta Q/T) = - N$$

όπου Q είναι η θερμότητα, T είναι η θερμοκρασία και N είναι ο ισοδύναμος παράγοντας όλων των μετασχηματισμών που εμπλέκονται σε μια κυκλική διαδικασία. Αργότερα, το 1865, Clausius θα ορίσει ως "ισοδύναμο παράγοντα" την εντροπία.

Αργότερα ο Clausius καταλήγει ότι: 'Η εντροπία του σύμπαντος τείνει στο άπειρο.' Η δήλωση αυτή είναι η πιο γνωστή διατύπωση του δεύτερου νόμου. Επιπλέον, λόγω της ορολογίας που χρησιμοποιήθηκε για αυτήν, όπως το σύμπαν, καθώς και η έλλειψη ειδικών συνθηκών, π.χ. ανοικτές, κλειστές, απομονωμένες διαδικασίες, στις οποίες η δήλωση αυτή ισχύει, πολλοί άνθρωποι θεωρούν ότι αυτή η απλή δήλωση μπορεί να σημαίνει ότι ο δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής μπορεί να ισχύσει σχεδόν για οτιδήποτε μπορεί κανείς να φανταστεί.

Από την άποψη της μεταβολής του χρόνου, η μαθηματική δήλωση του δεύτερου νόμου για ένα απομονωμένο σύστημα που υποβάλλεται σε έναν αυθαίρετο μετασχηματισμό είναι:

$$dS/dt \geq 0$$

όπου S είναι η εντροπία και t είναι ο χρόνος.

Η στατιστική μηχανική δίνει μια εξήγηση για το δεύτερο νόμο θεωρώντας ότι ένα υλικό αποτελείται από άτομα και μόρια τα οποία βρίσκονται σε συνεχή κίνηση. Ένα ιδιαίτερο σύνολο των θέσεων και των ταχυτήτων για κάθε σωματίδιο στο σύστημα ονομάζεται μικροκατάσταση του συστήματος και λόγω της συνεχούς κίνησης, το σύστημα αλλάζει συνεχώς την μικροκατάστασή του. Η Στατιστική μηχανική εισηγείται ότι, στην κατάσταση ισορροπίας, κάθε μικροκατάσταση στο σύστημα είναι πιθανόν να συμβεί, και όταν γίνει αυτή η υπόθεση, οδηγεί κατευθείαν στο συμπέρασμα ότι ο δεύτερος νόμος πρέπει να κατέχει μια στατιστική έννοια. Δηλαδή, ο δεύτερος νόμος θα κατέχει κατά μέσο όρο, μια στατιστική διακύμανση της τάξης του $1/\sqrt{N}$, όπου N είναι ο αριθμός των σωματιδίων στο σύστημα. Για μακροσκοπικές καταστάσεις, η

πιθανότητα ότι ο δεύτερος νόμος θα παραβιάζεται είναι πρακτικά μηδενική. Ωστόσο, για συστήματα με ένα μικρό αριθμό των σωματιδίων, οι θερμοδυναμικοί παράμετροι, συμπεριλαμβανομένης της εντροπίας, είναι δυνατόν να παρουσιάζουν σημαντικές στατιστικές αποκλίσεις από αυτόν που είχε προβλεφθεί από το δεύτερο νόμο. Η Κλασική θερμοδυναμική θεωρία δεν ασχολείται με αυτές τις στατιστικές διακυμάνσεις.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΤΟΥ 2^{ου} ΝΟΜΟΥ

Στη στατιστική μηχανική, ο δεύτερος νόμος δεν είναι ένα αξίωμα, αλλά είναι μια συνέπεια του θεμελιώδους αξιώματος, επίσης γνωστό ως η ίση πιθανότητα πριν το αξίωμα, εφόσον είναι σαφές ότι τα επιχειρήματα για την απλή πιθανότητα εφαρμόζονται μόνο στο μέλλον, ενώ στο παρελθόν, υπάρχουν πηγές πληροφοριών, οι οποίες πληροφορούν για την χαμηλή εντροπία. Το πρώτο μέρος του δεύτερου νόμου που ορίζει ότι η εντροπία ενός θερμικά απομονωμένου συστήματος μπορεί μόνο να αυξηθεί είναι μία ασήμαντη συνέπεια του αξιώματος της ίσης πιθανότητας, αν περιορίσουμε την έννοια της εντροπίας στα συστήματα που βρίσκονται σε θερμική ισορροπία. Η εντροπία σε ένα απομονωμένο σύστημα που βρίσκεται σε θερμική ισορροπία και περιέχει ένα ποσοστό ενέργειας E είναι:

$$S = k \cdot \log[W(E)]$$

όπου $W(E)$ είναι ο αριθμός των ωθητικών καταστάσεων σε ένα μικρό χρονικό διάστημα μεταξύ E και $E + \delta E$. Εδώ δE είναι ένα μακροσκοπικό μικρό ενεργειακό χρονικό που διατηρείται σταθερό. Με την ακριβή έννοια του όρου, αυτό σημαίνει ότι η εντροπία εξαρτάται από την επιλογή του δE . Ωστόσο, στο θερμοδυναμικό όριο (δηλαδή, στο όριο του απείρως μεγάλου μεγέθους του συστήματος), η ειδική εντροπία (εντροπία ανά μονάδα όγκου ή ανά μονάδα μάζας), δεν εξαρτάται από το δE .

Αν υποθέσουμε ότι έχουμε ένα απομονωμένο σύστημα του οποίου η μακροσκοπική κατάσταση καθορίζεται από μια σειρά μεταβλητών. Αυτές οι μακροσκοπικές μεταβλητές μπορεί για παράδειγμα να αναφέρονται στο σύνολο του όγκου, τις θέσεις των εμβόλων στο σύστημα και ούτε καθ'εξής. Το W τότε θα εξαρτηθεί από τις τιμές αυτών των μεταβλητών. Αν μια μεταβλητή από αυτές δεν είναι σταθερή, π.χ. δεν τοποθετήσουμε τον σφιγκτήρα του εμβόλου σε μια συγκεκριμένη

θέση, στη συνέχεια, επειδή όλες οι προσβάσιμες καταστάσεις είναι εξίσου πιθανό να έρθουν σε ισορροπία, η ελεύθερη μεταβλητή σε ισορροπία θα είναι τέτοια ώστε το Ω να μεγιστοποιείται καθώς αυτή είναι η πιθανότερη κατάσταση σε ισορροπία.

Εάν η μεταβλητή είχε αρχικά καθοριστεί σε κάποια τιμή, τότε μετά την απελευθέρωση της και όταν η νέα ισορροπία θα έχει επιτευχθεί, είναι γεγονός ότι η μεταβλητή θα προσαρμοστεί από μόνη της, ώστε το W να μεγιστοποιείται, γεγονός που υπονοεί ότι η εντροπία θα έχει αυξηθεί ή θα έχει παραμείνει το ίδιο (ανάλογα με το αν η τιμή στην οποία η μεταβλητή ορίστηκε αρχικά, έτυχε να είναι η τιμή ισορροπίας).

Η εντροπία ενός συστήματος που δεν βρίσκεται σε ισορροπία μπορεί να οριστεί ως:

$$S = -k_B \sum_j P_j \log(P_j)$$

όπου, P_j είναι οι πιθανότητες για το σύστημα να βρεθεί σε καταστάσεις που ορίζονται από τον δείκτη j . Στην θερμική ισορροπία οι πιθανότητες για τις καταστάσεις εντός του ενεργειακού διαστήματος δE είναι όλες ίσες με $1/W$. Στην περίπτωση αυτή, ο γενικός ορισμός συμπίπτει με το προηγούμενο ορισμό του S , που ισχύει στην περίπτωση της θερμικής ισορροπίας.

Αν υποθέσουμε ότι ξεκινάμε από μια κατάσταση ισορροπίας και ξαφνικά αφαιρούμε έναν περιορισμό από μια μεταβλητή. Στην συνέχεια, αφού το κάνουμε αυτό, υπάρχει ένας αριθμός W προσβάσιμων μικροκαταστάσεων, αλλά η ισορροπία δεν έχει ακόμη επιτευχθεί, οπότε οι πραγματικές πιθανότητες του συστήματος να βρίσκεται σε κάποια προσιτή κατάσταση δεν είναι ακόμη ίσες με την αρχική πιθανότητα του $1/W$. Έχουμε ήδη δει ότι στην τελική κατάσταση ισορροπίας, η εντροπία θα έχει αυξηθεί ή θα έχει παραμείνει η ίδια σε σχέση με την προηγούμενη κατάσταση ισορροπίας. Το θεώρημα του Boltzmann, ωστόσο, αποδεικνύει ότι η εντροπία θα αυξάνεται συνεχώς ως συνάρτηση του χρόνου κατά τη διάρκεια των ενδιάμεσων καταστάσεων ισορροπίας.

2.2.5 ENTROPIA

Η έννοια της Εντροπίας εμφανίστηκε το 1803 από τον Γάλλο μαθηματικό Lazare Carnot ο οποίος στην εργασία του με τίτλο “Fundamental Principles of Equilibrium and Movement” πρότεινε ότι, σε κάθε μηχανή οι επιταχύνσεις και οι μεγάλες διακυμάνσεις των κινητών στοιχείων αντιπροσωπεύουν τις απώλειες την στιγμή των δραστηριοτήτων. Με άλλα λόγια, σε κάθε φυσική διαδικασία, υπάρχει μια εγγενής τάση προς την κατεύθυνση της διάχυσης της χρήσιμης ενέργειας. Με βάση αυτή την εργασία, το 1824 ο Sadi Carnot, γιος του Lazare Carnot, δημοσίευσε την εργασία του με τίτλο: “Reflections on the Motive Power of Fire” στην οποία ορίζει την άποψη ότι σε όλους τους θερμικούς κινητήρες, όταν ό, τι είναι τώρα γνωστό ως θερμότητα πέφτει μέσα από μια διαφορά θερμοκρασίας, τότε έργο ή κινητήρια δύναμη μπορεί να παραχθεί από τις ενέργειες της «πτώσης της θερμοκρασίας» μεταξύ ενός ζεστού και ενός κρύου σώματος. Αυτή ήταν μια πρώτη εικόνα στο δεύτερο νόμο της θερμοδυναμικής.

Ο Carnot χρησιμοποίησε ως βάση εν μέρει τις "Newtonian hypothesis" των αρχών του 18ου αιώνα, για τις απόψεις του σχετικά με τη θερμότητα στο ότι τόσο η θερμότητα όσο και το φως αποτελούν άφθαρτες μορφές της ύλης, οι οποίες έλκονται και απωθούνται από άλλες μορφές της ύλης και μερικώς την άποψη του Count Rumford που έδειξε το 1789 ότι η θερμότητα θα μπορούσε να δημιουργηθεί από την τριβή. Συνεπώς, ο Carnot έκρινε ότι, εάν το σώμα της ουσίας που κάνει έργο, όπως ένα σώμα ατμού, επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση (θερμοκρασία και πίεση) στο τέλος ενός πλήρη κύκλου του κινητήρα, τότε «δεν επέρχεται καμμία μεταβολή της κατάστασης του σώματος που εκτελεί το έργο". Αυτό το τελευταίο σχόλιο, είναι αυτό που οδήγησε στην ανάπτυξη της έννοιας της εντροπίας.

Αργότερα, στις δεκαετίες 1850 και 1860, ο Γερμανός φυσικός Rudolf Clausius δήλωσε, αντιτιθέμενος στην υπόθεση του Carnot, σχετικά με το ότι δεν επέρχεται μεταβολή στο έργο που εκτελεί το σώμα, και έδωσε σε αυτή την υπόθεση μια μαθηματική ερμηνεία αμφισβητώντας τη φύση των εγγενών απωλειών χρήσιμης θερμότητας, όταν εκτελείται έργο, όπως για παράδειγμα η θερμότητα που παράγεται από την τριβή. Ο Clausius περιγράφει το μέγεθος της εντροπίας ως το περιεχόμενο του μετασχηματισμού ενός θερμοδυναμικού συστήματος ή το έργο που εκτελεί ένα σώμα διαφόρων χημικών ειδών κατά την διάρκεια μιας μεταβολής της κατάστασης. Αυτό

ερχόταν σε αντίθεση με προηγούμενες απόψεις, σε σχέση με τις θεωρίες του Νεύτωνα, σχετικά με το ότι η θερμότητα ήταν ένα ακατάλυτο σωματίδιο που είχε μάζα.

Αργότερα, οι επιστήμονες όπως ο Ludwig Boltzmann, ο Josiah Willard Gibbs, και ο James Clerk Maxwell έδωσαν στην έννοια της εντροπίας μια πιο στατιστική βάση. Το 1877, ο Boltzmann οραματίστηκε έναν πιθανολογικό τρόπο για να μετρηθεί η εντροπία ενός συνόλου σωματιδίων ενός ιδανικού αερίου, στο οποίο καθορίζεται η εντροπία να είναι ανάλογη προς το λογάριθμο του αριθμού των μικροκαταστάσεων που ένα αέριο θα μπορούσε να καταλάβει. Από εκεί και πέρα, το βασικό πρόβλημα στην στατιστική θερμοδυναμική, σύμφωνα με τον Erwin Schrödinger, ήταν να προσδιοριστεί η κατανομή ενός συγκεκριμένου ποσού ενέργειας E , για N πανομοιότυπα συστήματα. Ο Καραθεοδωρής συνέδεσε την έννοια της εντροπίας με ένα μαθηματικό ορισμό της αναστρεψιμότητας, από την άποψη της πορείας και της ολοκληρωσιμότητας.

Η έννοια της θερμοδυναμικής εντροπίας είναι κεντρικής σημασίας για το δεύτερο νόμο της θερμοδυναμικής. Ο πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής χρησιμοποιείται για να καθορίσει ποιες διεργασίες που εξοικονομούν ενέργεια συμβαίνουν. Ο δεύτερος νόμος χρησιμοποιεί την έννοια της εντροπίας στην ποσοτικοποίηση της κατάστασης όπου η θερμότητα ρέει από την υψηλότερη σε χαμηλότερη θερμοκρασία και να καθορίσει ποιες φυσικές διεργασίες μπορεί να συμβούν.

Η Εντροπία μπορεί να οριστεί μαθηματικά με δύο τρόπους. Ο πρώτος εκφράζεται ως μια σχέση μεταξύ της θερμικής ροής σε ένα σύστημα και την αλλαγή της θερμοκρασίας του συστήματος. Ο δεύτερος εκφράζεται ως ο φυσικός λογάριθμος του αριθμού των μικροκαταστάσεων στις οποίες ένα σύστημα μπορεί να βρεθεί.

Ο πρώτος ορισμός μαθηματικά αναφέρεται ως:

$$dS = dQ/T$$

Όπου dS είναι η μεταβολή της εντροπίας και dQ είναι η θερμότητα που προστίθενται στο σύστημα. Αν η θερμοκρασία μπορεί να μεταβάλλεται, τότε οι μεταβολές πρέπει να ενσωματώνονται ανάλογα στην εξίσωση.

Ο δεύτερος ορισμός της εντροπίας προέρχεται από την στατιστική μηχανική. Η εντροπία μιας συγκεκριμένης μακροκατάστασης ορίζεται να είναι οι κατά Boltzmann

σταθεροί χρόνοι, όπου ο φυσικός λογάριθμος του αριθμού των μικροκαταστάσεων αντιστοιχεί στις εν λόγω μακροκαταστάσεις, ή μαθηματικά:

$$S=k_B \ln W$$

Όπου S η εντροπία, k_B είναι η σταθερά Boltzeman, και W είναι ο αριθμός των μικροκαταστάσεων.

Η μακροκατάσταση του συστήματος είναι οι πληροφορίες που γνωρίζουμε για το σύστημα, όπως η θερμοκρασία, η πίεση και ο όγκος ενός αερίου σε ένα κουτί. Για κάθε σύνολο τιμών της θερμοκρασίας, της πίεσης, και του όγκου, υπάρχουν πολλές ρυθμίσεις των μορίων που μπορούν να οδηγήσουν σε αυτές τις τιμές. Ο αριθμός των ρυθμίσεων των μορίων που θα μπορούσε να έχει ως αποτέλεσμα τις ίδιες τιμές για τη θερμοκρασία, την πίεση και τον όγκο είναι ο αριθμός των μικροκαταστάσεων.

Η έννοια της ενέργειας συνδέεται με τον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής, ο οποίος ασχολείται με τη διατήρηση της ενέργειας και βάση του οποίου οι απώλειες σε θερμότητα θα έχουν ως αποτέλεσμα τη μείωση της εσωτερικής ενέργειας του συστήματος της θερμοδυναμικής. Η Θερμοδυναμική εντροπία παρέχει ένα συγκριτικό μέτρο του ποσού αυτής της μείωσης της εσωτερικής ενέργειας του συστήματος και την αντίστοιχη αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του περιβάλλοντος, σε μια δεδομένη θερμοκρασία. Μια πιο απλή και συγκεκριμένη συνειδητοποίηση του δευτέρου νόμου, είναι ότι όλοι οι τύποι της ενέργειας μεταβάλλονται: ενώ είναι εντοπισμένες, διασπείρονται ή εξαπλώνονται, αν δεν εμποδίζονται να το πράξουν. Η μεταβολή της Εντροπίας είναι το ποσοτικό μέτρο αυτού του είδους της αυθόρμητη διαδικασίας: πόση ενέργεια έχει ρεύσει ή πόσο διαφορετική έχει γίνει σε μια συγκεκριμένη θερμοκρασία.

Η έννοια της Εντροπίας έχει αναπτυχθεί για να περιγράψει πολλά φαινόμενα, ανάλογα με το πεδίο στο οποίο συναντώνται. Η Εντροπία της πληροφορίας οδηγεί τις μαθηματικές έννοιες της στατιστικής θερμοδυναμικής σε περιοχές της θεωρίας πιθανοτήτων οι οποίες δεν έχουν καμία σχέση με τη θερμότητα και την ενέργεια.

2.3 ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ

Η θεωρία της πληροφορίας είναι ένας κλάδος των εφαρμοσμένων μαθηματικών και της μηχανικής που ασχολείται με την ποσοτικοποίηση των πληροφοριών. Η θεωρία της πληροφορίας αναπτύχθηκε από τον Claude E. Shannon για να βρει τα θεμελιώδη όρια στις διαδικασίες επεξεργασίας σήματος, όπως την συμπίεση δεδομένων και την αξιοπιστία αποθήκευσης και μετάδοσης δεδομένων. Από την καθιέρωση της, έχει διευρυνθεί για να βρει εφαρμογές σε πολλούς άλλους τομείς, συμπεριλαμβανομένων της στατιστικής, της ανάλυσης γλώσσας, της κρυπτογραφίας γενικά, των δικτύων εκτός των δικτύων επικοινωνίας - όπως στη νευροβιολογία, την εξέλιξη και την λειτουργία των μοριακών κωδικών, την επιλογή μοντέλου στην οικολογία, την Θερμοδυναμική καθώς και άλλων μορφών ανάλυσης δεδομένων.

Ένα βασικό μέγεθος στη θεωρία της πληροφορίας, είναι γνωστό ως εντροπία της πληροφορίας, η οποία εκφράζεται συνήθως με τον μέσο αριθμό των bits που απαιτούνται για την αποθήκευση ή την επικοινωνία. Γενικά, η εντροπία της πληροφορίας ποσοτικοποιεί τις αβεβαιότητες που απορρέουν από τη στιγμή που εμφανίζεται μια τυχαία μεταβλητή. Για παράδειγμα, ένα κέρμα (2 εξίσου πιθανά αποτελέσματα) θα έχει λιγότερη εντροπία από ένα ζάρι (6 εξίσου πιθανά αποτελέσματα).

2.4 ΕΝΤΡΟΠΙΑ ΤΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ

Στη θεωρία της πληροφορίας, εντροπία είναι ένα μέτρο της αβεβαιότητας που συνδέεται με μια τυχαία μεταβλητή. Ο όρος από μόνος του στο πλαίσιο αυτό, αναφέρεται συνήθως στην εντροπία Shannon, η οποία προσδιορίζει, με την έννοια της αναμενόμενης αξίας, τις πληροφορίες που περιέχονται σε ένα μήνυμα. Ισοδύναμα, η εντροπία του Shannon, αποτελεί μέτρο του περιεχομένου της μέσης πληροφορίας που απουσιάζει, όταν κάποιος δεν γνωρίζει την αξία της τυχαίας μεταβλητής. Η έννοια εισήχθη από τον Claude E. Shannon, το 1948 στην εργασία του με τίτλο "A Mathematical Theory of Communication".

Στις φυσικές επιστήμες η εντροπία αναπαριστά ένα φυσικό μέγεθος που μετρά την βεβαιότητα ενός συστήματος. Δηλώνει ότι σε ένα κλειστό σύστημα η διαθέσιμη ενέργεια δεν μπορεί να αυξάνει. Η προηγούμενη δήλωση είναι ισοδύναμη με εκείνη που λέει πως η εντροπία ενός κλειστού συστήματος δεν μπορεί ποτέ να μειώνεται. Αποτελεί στην ουσία ένα φράγμα δυνατοτήτων. Ταυτόχρονα με τη θερμοδυναμική, υπάρχει και η λογική εντροπία η οποία χρησιμοποιείται για να δηλώσει το μέτρο της αποδιοργάνωσης ή της αταξίας ή της τυχειότητας σ' ένα σύστημα. Αυτή η εντροπία είναι αντίθετη της τάξης και της οργανωμένης διάταξης. Την σημασία αυτή στη λέξη, έδωσε ο μεγάλος Αυστριακός φυσικός Ludwig Boltzmann μαζί με τον τύπο της εντροπίας

$$S = -k \ln p.$$

Τα νοήματα που δίνουμε στην καθημερινή γλώσσα για την τάξη και την αταξία ίσως να διαφέρουν αρκετά από την έννοια που έχουν στην επιστήμη της φυσικής :

‘Ο αριθμός των τρόπων’ μπορεί να μετρηθεί μόνο όταν αρχικά έχει διαιρεθεί ο χώρος σε μικρά στοιχειώδη τμήματα. Το σημείο αυτό δεν είναι καθόλου μικρής σημασίας. Σε κάθε φυσική πραγματική κατάσταση, η μέτρηση του αριθμού των δυνατών διατάξεων απαιτεί μια αρχική κατάτμηση του χώρου», άρα και κάποιες αρχικές παραδοχές.

Όσον αφορά την πληροφορία τώρα, έχουμε συνηθίσει να σκεφτόμαστε την "πληροφορία" ή το "μήνυμα" ως γεγονότα, δεδομένα, μαρτυρίες. Σύμφωνα όμως με τη θεωρία της πληροφορίας, πληροφορία είναι αυτό που δεν γνωρίζει κάποιος. Αν κάποιος

ακούσει πως "Αύριο θα βρέχει στο κέντρο της Αθήνας", το μήνυμα αυτό, έχει μεγάλη πληροφορία, γιατί είναι ένα αβέβαιο γεγονός. Αν όμως ακούσει κάποιος πως "στην Ευρώπη αύριο θα βρέχει", τότε το κείμενο αυτό έχει πολύ μικρή πληροφορία, γιατί στο μήνυμα αυτό η πιθανότητα να βρέχει κάπου στην Ευρώπη είναι πολύ μεγάλη, ίσως αγγίζει και το 100%. Άρα η πληροφορία συνδέεται με την αβεβαιότητα. Όσο μικρότερη είναι η πιθανότητα p να γίνει ένα γεγονός, τόση περισσότερη ποσότητα πληροφορίας I συνοδεύει την πραγματοποίησή του.

Η πληροφορία I συνδέεται με την πιθανότητα p με την σχέση:

$$I = -\log_2 p \text{ ή } I = \log_2(1/p).$$

Το εντυπωσιακό με την εξίσωση του Shannon για την εντροπία της πληροφορίας είναι ότι εμφανίζει την ίδια σχέση με την εξίσωση του Boltzmann

$$(S = -k \ln p)$$

για την εντροπία στη θερμοδυναμική (δεύτερος νόμος), μια σχέση λογαριθμική.

Από τον ορισμό του Boltzmann και του Shannon για την πιθανότητα,

$$S = -k \ln p \quad \text{και} \quad I = -\log_2 p,$$

είναι έκδηλη η ομοιότητα των σχέσεων ορισμού της πληροφορίας και της εντροπίας.

Βλέπουμε δηλαδή πως ενώ η εντροπία μετράει το βαθμό αταξίας και αυξάνει με την πιθανότητα, η πληροφορία ουσιαστικά μετράει το βαθμό της τάξης μέσα στη δομή του μηνύματος και ελαττώνεται με την πιθανότητα. Αυτός είναι βασικά και ο λόγος που βάζουμε $I = -S$ και που συχνά αναφέρουμε την πληροφορία I σαν αρνητική εντροπία S (αντεντροπία-negentropie).

Μπορούμε λοιπόν να ρισκοκινδυνέψουμε μια πρώτη προσέγγιση γύρω από το δίπολο «εντροπία» και «πληροφορία» και να δούμε πως η αντιστοιχία στην αρχιτεκτονική είναι ο τρόπος οργάνωσης και κατάτμησης του χώρου. Έχουμε λάβει ως δεδομένο πως η εξέλιξη συνολικά, έχει αναμφίβολα μια γενική κατεύθυνση, από το

απλό στο πολύπλοκο, από την εξάρτηση από το περιβάλλον προς μια σχετική ανεξαρτησία από αυτό.

Η ανάπτυξη της ιδέας της εντροπίας των τυχαίων μεταβλητών και διαδικασιών από τον Claude Shannon, έθεσε την βάση για την αρχή της θεωρίας της πληροφορίας καθώς και της εργοδικής θεωρίας, μεταγενέστερα. Η εντροπία και οι σχετικές πληροφορίες μπορούν να παρέχουν χρήσιμες περιγραφές της μακροπρόθεσμης συμπεριφοράς τυχαίων διεργασιών και η συμπεριφορά αυτή αποτελεί βασικό παράγοντα για την ανάπτυξη των θεωρημάτων της κωδικοποίησης της θεωρίας πληροφορίας.

Τα κεφάλαια της θεωρίας στηρίχτηκαν κυρίως στα:

- Γκέκας, Βασίλειος & Πρωιμάκη, Σπυριδούλα (2000). *Φαινόμενα Μεταφοράς. Για μηχανικούς περιβάλλοντος: Ενοποιημένη παρουσίαση και περιβαλλοντική ρευστομηχανική*. Τζιόλα.
- Γκέκας, Βασίλειος (2003). *Θερμοδυναμική και Περιβάλλον, Προσέγγιση Καραθεοδωρή, Φιλοσοφικές προεκτάσεις*. Τζιόλα
- Διαδικτυακές πηγές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο: ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΚΑΚΙ

Η λήψη αποφάσεων υπό συνθήκες αβεβαιότητας παραμένει κεντρικό πρόβλημα στον τομέα της έρευνας γενικότερα. Δυστυχώς, τα περισσότερα αβέβαια προβλήματα του πραγματικού κόσμου είναι τόσο πολύπλοκα ώστε η πρόοδος σε αυτά να είναι εξαιρετικά δύσκολη. Τα μοντέλα ορισμένων παιχνιδιών περιέχουν στοιχεία του πραγματικού κόσμου και μπορούν να προσφέρουν ένα πιο ελεγχόμενο περιβάλλον για εξερεύνηση μεθόδων για την αντιμετώπιση της αβεβαιότητας.

Το σκάκι και παρόμοια παιχνίδια στρατηγικής χρησιμοποιούνται εδώ και πολύ καιρό ως πολύπλοκα πεδία δοκιμών για γενική έρευνα. Κάποια παιχνίδια και μοντέλα παιχνιδιών, περιέχουν ορισμένες ιδιότητες που συναντιούνται επίσης σε καταστάσεις του πραγματικού κόσμου. Ειδικότερα, το σκάκι έχει μεγάλη ιστορία χρήσης σε αυτούς τους τομείς, λόγω της στρατηγικής της πολυπλοκότητάς του, και των καλά μελετημένων και κατανοητών του ιδιοτήτων. Μια άλλη ιδιότητα του είναι η δυνατότητα του να περιορίσει το ποσό της αβεβαιότητας στο παιχνίδι.

Εκτός από τα παραπάνω, το σκάκι επιλέχθηκε ως μοντέλο για τους εξής λόγους:

α) Έχει μικρό αριθμό μεταβλητών σε σχέση με άλλα συστήματα πράγμα που οδηγεί σε ευκολότερη προσαρμογή των εξισώσεων της θερμοδυναμικής (Boltzmann) και της εντροπίας της πληροφορίας (Shannon) σε αυτό.

β) Οι αναγκαίες παραδοχές επηρεάζουν ελάχιστα την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων της μεθόδου.

γ) η πειραματική διαδικασία με αυτό το σύστημα είναι πιο εύκολη διότι δεν περιλαμβάνει μετρήσεις πεδίου.

δ) Επιπλέον το σκάκι όπως αποδεικνύεται παρακάτω είναι ένα δυναμικό σύστημα, στοιχείο απαραίτητο για την εξαγωγή των συμπερασμάτων μας.

Θεωρούμε το σκάκι ως ένα σύστημα στο οποίο η χρονική μεταβολή γίνεται με βήμα μιας κίνησης (1^ο βήμα: 1^η κίνηση, 2^ο βήμα: 2^η κίνηση, ... ν βήμα: ν κίνηση κ.ο.κ.).

Αν η πληροφορία σε κάθε βήμα εκφράζεται από μια συνάρτηση f με τρόπο ώστε η πληροφορία που παίρνουμε στη πρώτη θέση (Θέση A) να είναι η $f(A)$, τότε μετά από ν βήματα από τη θέση A, όπου ν θετικός ακέραιος, θα βρισκόμαστε στη θέση $(A+v)$ και η πληροφορία θα είναι $f(A+v)$. Ας θεωρήσουμε ένα ενδιάμεσο σημείο που απέχει κ

βήματα από την θέση A , δηλαδή στην θέση $(A+\kappa)$, όπου η πληροφορία θα είναι $f(A+\kappa)$.

Ισχύει $A < A+\kappa < A+v$.

Άρα, $f(A) < f(A+\kappa) < f(A+v)$

Δηλαδή, γνωρίζοντας ότι βρισκόμαστε στη θέση $A+\kappa$ και ότι για αυτή τη θέση ισχύει $f(A+\kappa)$, τότε παίρνοντας μια τυχαία πληροφορία μικρότερη του $f(A+\kappa)$, γνωρίζουμε αυτόματα ότι αναφερόμαστε σε χρόνο προηγούμενο του $(A+\kappa)$. Επίσης είναι γνωστό ότι σε μεταγενέστερο χρόνο του $(A+\kappa)$, η πληροφορία που θα πάρουμε θα είναι μεγαλύτερη του $f(A+\kappa)$. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι το σκάκι είναι ένα δυναμικό σύστημα. Δυναμικό είναι ένα σύστημα που παρατηρώντας το σε μια χρονική στιγμή, μπορούμε να εξάγουμε συμπεράσματα για προηγούμενες χρονικές στιγμές και να προβλέψουμε τις μεταβολές του σε μεταγενέστερες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Προκειμένου να μελετήσουμε την συμπεριφορά της εντροπίας του συστήματος “σκάκι” θα ήταν ιδανικό να χρησιμοποιούσαμε τα δεδομένα από όλα τα υπάρχοντα ανοίγματα. Σαν ανοίγματα θεωρούμε όλα τα πιθανά σύνολα αρχικών κινήσεων, τα οποία έχουν καθιερωθεί και ενσωματωθεί στην θεωρία του σκακιού, λόγω του ότι είχαν τουλάχιστον μια επιτυχημένη εφαρμογή κατά την διάρκεια της ιστορίας του σκακιού.

Χρησιμοποιήσαμε στατιστικά δεδομένα από τον ιστότοπο “<http://homepage.ntlworld.com/adam.bozon/stats.htm>” τα οποία έχει εξαγάγει με βάση τις πληροφορίες που παρέχονται στο “www.chesslab.com”. Το τελευταίο περιέχει δεδομένα από 2.000.000 παρτίδες οι οποίες έχουν παιχτεί από το 1997 και μετά, πλήθος δεδομένων, ικανό για έγκυρη στατιστική ανάλυση.

Για να εξάγουμε τα αποτελέσματα μας, με βάση το σύστημα σκάκι, χρησιμοποιούμε τα παρακάτω μεγέθη:

1. Εντροπία σε βάθος χρόνου (κινήσεων) παρτίδας :

Μας δείχνει πόσο μεγάλη είναι η πιθανότητα να φτάσουμε σε ισορροπία δηλαδή ισοπαλία. Ο υπολογισμός της πραγματοποιείται με βάση τα στατιστικά στοιχεία που αναφέρονται παραπάνω και τις καταγραφές των παρτίδων που έχουν παιχτεί. Η βάση δεδομένων είναι επαρκής ώστε να μπορεί να αναχθεί σε γενικό μοντέλο. Η συγκεκριμένη όπως αναφέρεται παρακάτω, χρησιμοποιήθηκε στην επιλογή των ανοιγμάτων για τις μετρήσεις μας.

Πιο συγκεκριμένα:

Η βάση δεδομένων μας παρέχει πληροφορίες για το πια είναι η πιθανότητα να καταλήξει μια παρτίδα δεδομένου ανοίγματος σε ισοπαλία. Στη συνέχεια με χρήση της εξίσωσης για την εντροπία της πληροφορίας (Shannon) υπολογίζουμε την εντροπία μιας παρτίδας και πιο συγκεκριμένα ενός ανοίγματος.

2. Εντροπία θέσης :

Ορίζουμε ως S την Εντροπία θέσης και ως W την ειδική πολλαπλότητα (specific multiplicity) που εκφράζεται από το λόγο P/D , όπου:

- a) P οι πιθανές κινήσεις που ίσως παιχτούν από δεδομένη θέση
- b) D οι δυνατές κινήσεις από δεδομένη θέση.

Με τα παραπάνω προκύπτει η εξής σχέση:

$$S = -1/2 * \log(W)$$

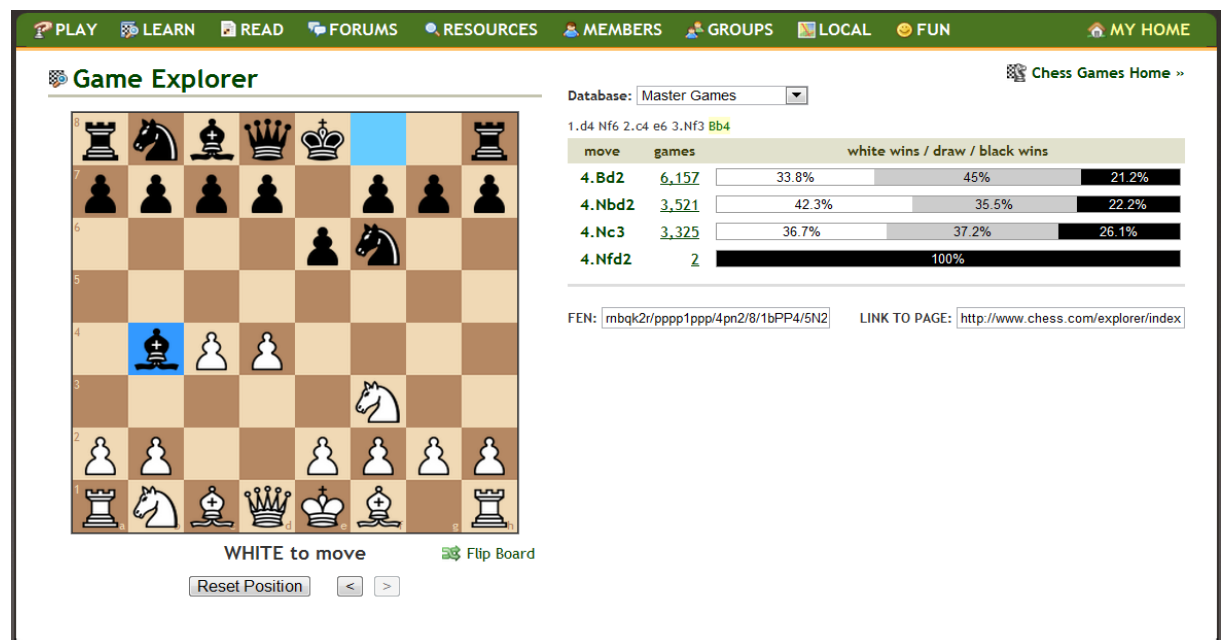
Το $1/2$ είναι η σταθερά που προκύπτει από τη μετατροπή του λογάριθμου με βάση το 2 σε λογάριθμο με βάση το 10.

Για την εργασία μας, δεν χρησιμοποιούμε όλα τα υπάρχοντα ανοίγματα, λόγω του τεράστιου όγκου των υπολογιστικών πράξεων που θα χρειάζονταν για να επεξεργαστούμε τα δεδομένα μας. Από όλα αυτά, αποφασίσαμε να χρησιμοποιήσουμε τα ακόλουθα, τα οποία έχουν τη μέγιστη και ελάχιστη πιθανότητα να οδηγήσουν σε ισοπαλία (εντροπία σε βάθος χρόνου παρτίδας), η οποία στην εργασία μας είναι το σημείο ισορροπίας της παρτίδας. Το άνοιγμα Α έχει την μέγιστη πιθανότητα ισοπαλίας άρα και την μικρότερη εντροπία και το άνοιγμα Β έχει την ελάχιστη πιθανότητα ισοπαλίας και την μεγαλύτερη εντροπία.

Αναπαράγουμε το κάθε άνοιγμα στο <http://www.chess.com/explorer>. Η διαδικτυακή εφαρμογή χρησιμοποιεί τη βάση δεδομένων παιχνιδιών μεταξύ σκακιστών που ικανοποιούν τα ελάχιστα κριτήρια ώστε να φέρουν τον τίτλο maitre. Επιλέγοντας αυτή τη βάση δεδομένων ικανοποιούμε κατά το δυνατό την υπόθεση ότι οι παίκτες είναι ίσης ικανότητας.

4.1 ΑΝΟΙΓΜΑ Α

1.d4 Nf6 2.c4 e6 3.Nf3 Bb4



Εικόνα 6: Bogo-Indian Defence (από τη διαδικτυακή εφαρμογή game explorer του ιστότοπου <http://www.chess.com/explorer>).

Στο άνοιγμα Α οι κινήσεις είναι διαδοχικές με την εξής αλληλουχία:

1^ο ζεύγος κινήσεων

Λευκό, κίνηση d4,

Μαύρο, κίνηση Nf6

2^ο ζεύγος κινήσεων

Λευκό, κίνηση c4

Μαύρο, κίνηση e6

3^ο ζεύγος κινήσεων

Λευκό Nf3

Μαύρο Bb4

4.2 ΑΝΟΙΓΜΑ Β

1.d4 d5 2.e4 dxe4

The screenshot shows the Chess Explorer website interface. The main board displays the position after 1.d4 d5 2.e4 dxe4, with White to move. The board is a standard 8x8 chessboard with pieces in their starting positions except for the d4 and d5 squares, which are empty. The d4 square is highlighted in blue, and the d5 square is highlighted in light blue. The interface includes a top navigation bar with links to PLAY, LEARN, READ, FORUMS, RESOURCES, MEMBERS, GROUPS, LOCAL, FUN, and MY HOME. The left sidebar has a 'Game Explorer' section. The right sidebar shows the database 'Master Games' and a table of game statistics for the position 1.d4 d5 2.e4 dxe4. The table has columns for move, games, white wins / draw / black wins, and a list of games. The table shows that 3.Nc3 has 325 games, with 63.4% white wins, 27.7% black wins, and 9.0% draws. 3.f3 has 5 games, with 100% white wins. 3.Bc4 has 1 game, with 1-0 result, and 3.c3 has 1 game, with 0-1 result. Below the table, there is a link to 'View all games from current position'. At the bottom, there is a FEN string: mbqkbnr/ppp1pppp/8/8/3Pp3/8/PPP2 and a link to the page: http://www.chess.com/explorer/index.

move	games	white wins / draw / black wins
3.Nc3	325	63.4% 27.7%
3.f3	5	100%
3.Bc4	1	1-0 Kampars N - Freitag G (1955)
3.c3	1	0-1 Taszies Werner - Walther Ernst (1978)

View all games from current position

FEN: mbqkbnr/ppp1pppp/8/8/3Pp3/8/PPP2 LINK TO PAGE: http://www.chess.com/explorer/index

Εικόνα 7: Blackmar Diemer Gambit (από τη διαδικτυακή εφαρμογή game explorer του ιστότοπου <http://www.chess.com/explorer>).

Στο άνοιγμα Β οι κινήσεις είναι διαδοχικές με την εξής αλληλουχία:

1^ο ζεύγος κινήσεων

Λευκό, κίνηση d4

Μαύρο, κίνηση d5

2ο ζεύγος κινήσεων

Λευκό, κίνηση e4

Μαύρο, κίνηση dxe4

Ενδεικτικά, στο άνοιγμα Α μετά την τελευταία κίνηση (Μαύρο Bb4), με την οποία ολοκληρώνεται το άνοιγμα, υπάρχουν πέντε δυνατές κινήσεις οι: Bd2, Nbd2, Nc3, Nfd2 και Qd2.

Στην εικόνα 6, φαίνονται οι τέσσερις από τις πέντε δυνατές κινήσεις που έχουν επιλεγεί να παιχτούν από το λευκό, στο σύνολο των παιχνιδιών που αποτελούν τις παρτίδες που αποτελούν το στατιστικό μας δείγμα. Η τελευταία Qd2 δεν είναι εμφανής, επειδή δεν έχει επιλεγεί ποτέ, λόγω σίγουρης ήττας. Δίπλα από κάθε μία από τις κινήσεις αυτές, υπάρχουν διαγράμματα που μας δείχνουν τα αντίστοιχα ποσοστά νίκης του κάθε παίχτη (με άσπρο για τα λευκά, μαύρο για τα μαύρα) ή τα αντίστοιχα ποσοστά ισοπαλίας (γκρίζο). Είναι εμφανές επίσης το πλήθος των παιχνιδιών στο οποίο έχει επιλεχτεί η κάθε κίνηση (για παράδειγμα σε 6,157 παιχνίδια έχει επιλεχτεί σαν 4^η κίνηση για τα λευκά η Bd2)

Η συχνότητα αυτή εμφάνισης των παιχνιδιών μπορεί να εκληφθεί σαν μέτρο της βαρύτητας και της ακρίβειας των πιθανών κινήσεων. Από την άλλη μια καινοτομία μπορεί στο μέλλον να υιοθετηθεί από πολλούς παίκτες και να καθιερωθεί. Μια καινοτομία και μια δημοφιλής κίνηση που οδηγούν και οι δύο σε νίκη θα έπρεπε να έχουν την ίδια βαρύτητα. Για το λόγο αυτό αγνοούμε τελείως τη συχνότητα. Για κάθε κίνηση συγκεκριμένου ανοίγματος όλες οι δυνατές απαντήσεις μετρούνται απευθείας. Η διαδικασία είναι πολύ χρονοβόρα, θα μπορούσε όμως να αυτοματοποιηθεί με τη δημιουργία κατάλληλου λογισμικού.

Οι πιθανές κινήσεις υπολογίζονται με βάση το κριτήριο ότι ο παίχτης επιλέγει κινήσεις ώστε να μην χάσει. Δηλαδή επιλέγονται κινήσεις που σύμφωνα με την παραπάνω εικόνα η πιθανότητα να χάσει ο παίχτης που τις επιλέγει δεν υπερβαίνει το 50%. Πιο επεξηγηματικά, όταν επιλεχτεί σαν 4^η κίνηση για τα λευκά η Bd2, η πιθανότητα να χάσει ο παίχτης που την επιλέγει (λευκός) είναι 21,2%, άρα θεωρείται πιθανή κίνηση. Αντιστοίχως, αν επιλεχτεί σαν 4^η κίνηση για τα λευκά η Nfd2 η πιθανότητα να χάσει ο παίχτης που την επιλέγει είναι 100%, πράγμα που την καθιστά μη πιθανή.

Εν συνεχεία του παραδείγματος μας για το άνοιγμα A, σε αυτή τη θέση οι δυνατές κινήσεις όπως αναφέραμε είναι πέντε (D=5) ενώ οι πιθανές είναι τρεις, αφού μόνο οι τρεις από τις τέσσερις που παρουσιάζονται στο διάγραμμα ικανοποιούν την εξήγηση που δώσαμε για τις πιθανές κινήσεις (P=3).

Από τα παραπάνω προκύπτει $W=3/5$ και $S=-1/2 \cdot \log(3/5) \Rightarrow S=0,119$

Λαμβάνοντας υπόψιν τις παρακάτω παραδοχές, προχωρούμε στην πραγματοποίηση των μετρήσεων μας:

- Οι πιθανές κινήσεις υπολογίζονται με βάση το κριτήριο ότι ο παίχτης επιλέγει κινήσεις ώστε να μην χάσει.

- Θεωρούμε ότι ο παίχτης έχει πρόγνωση του στατιστικού αποτελέσματος στο οποίο οδηγεί η κάθε κίνηση.

- Ο παίχτης παίζει με τον εαυτό του ή με έναν παίχτη ακριβώς ίδιων δυνατοτήτων και ιδιοτήτων.

- Οι δυνατές κινήσεις είναι όλες οι κινήσεις που επιτρέπουν οι κανόνες του παιχνιδιού από μια δεδομένη θέση.

-Ορίζουμε την ισοπαλία ως την θέση ισορροπίας καθότι στην ισοπαλία υπάρχουν μηδενικές δυνατές κινήσεις και μηδενικές πιθανές κινήσεις. Αντικαθιστώντας στην εξίσωση προκύπτει $S = -1/2 \cdot \log(0/0)$, με απροσδιόριστο αποτέλεσμα.

Με βάση τα παραπάνω, μετρίεται το P και το D για τις 5 επόμενες κινήσεις μετά το τέλος και των δύο ανοιγμάτων. Σε 5 κινήσεις έχουμε ικανοποιητική εξέλιξη του παιχνιδιού, χωρίς να δημιουργείται υπερβολικός όγκος δεδομένων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο: ΠΑΡΑΘΕΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

5.1 ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΤΗΣ ΕΙΔΙΚΗΣ ΠΟΛΛΑΠΛΟΤΗΤΑΣ W ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΑΝΟΙΓΜΑ

Μετράμε το W_{ni} , όπου n ο αύξων αριθμός της κίνησης (a, b, c ...) και i ο αύξων αριθμός των παραλλαγών κάθε κίνησης (1, 2, 3...).

5.1.Α. ΑΝΟΙΓΜΑ Α

$$W_a = [3/5]$$

$$W_b = [7/34 \ 10/33 \ 7/34]$$

$$W_{c1} = [8/24 \ 7/24 \ 6/24 \ 3/3 \ 5/30 \ 1/24]$$

$$W_{c2} = [10/29 \ 6/29 \ 7/29 \ 11/29 \ 1/4 \ 6/29 \ 6/29 \ 5/29 \ 1/29 \ 4/27]$$

$$W_{c3} = [4/20 \ 8/20 \ 5/20 \ 5/20 \ 4/20 \ 3/20 \ 1/20]$$

$$W_{d1} = [5/35 \ 1/35 \ 8/34 \ 7/35 \ 5/35 \ 1/30 \ 1/33]$$

$$W_{d2} = [8/34 \ 6/33 \ 2/34 \ 5/34 \ 5/34 \ 1/31 \ 1/34]$$

$$W_{d3} = [1/29 \ 6/32 \ 5/32 \ 1/32 \ 1/32 \ 1/32]$$

$$W_{d4} = [8/26 \ 7/26 \ 2/26]$$

$$W_{d5} = [4/29 \ 3/29 \ 2/29 \ 1/29 \ 1/29]$$

$$W_{d6} = [9/30]$$

$$W_{d7} = [12/31 \ 9/31 \ 11/31 \ 9/30 \ 3/31 \ 4/30 \ 9/31 \ 6/31 \ 2/31 \ 1/31]$$

$$W_{d8} = [5/33 \ 7/34 \ 6/34 \ 3/34 \ 2/34]$$

$$W_{d9} = [7/30 \ 7/29 \ 9/30 \ 8/30 \ 7/30 \ 3/30 \ 1/30]$$

$$W_{d10} = [1/39 \ 6/37 \ 2/37 \ 6/37 \ 4/37 \ 5/37 \ 4/37 \ 1/37 \ 1/37 \ 1/32]$$

$$W_{d11} = [6/26]$$

$$W_{d12} = [6/35 \ 5/35 \ 3/34 \ 6/35 \ 5/35 \ 1/35]$$

$$W_{d13} = [3/34 \ 2/33 \ 5/34 \ 2/34 \ 2/34 \ 1/34]$$

$$W_{d14} = [2/34 \ 4/34 \ 2/34 \ 1/34]$$

$$W_{d15} = [3/33]$$

$$W_{d16} = [3/38 \ 2/38 \ 2/38 \ 4/38]$$

$$W_{d17} = [1/35 \ 4/35 \ 2/35 \ 1/35]$$

$$W_{d18} = [1/7 \ 4/38 \ 2/38 \ 5/38 \ 4/38 \ 2/40 \ 1/38 \ 2/33]$$

Wd19=[2/31 6/31 7/31 2/31 1/31]
 Wd20=[5/35 1/35 2/35 4/35 1/8]
 Wd21=[1/34 3/34 2/34]
 Wd22=[2/36 1/36 3/36]
 Wd23=[1/35]
 We1=[5/25 3/25 3/25 2/4 2/25]
 We2=[3/4]
 We3=[7/33 5/33 1/25 5/33 4/33 5/33 5/33 2/33]
 We4=[5/26 5/26 3/5 4/26 3/25]
 We5=[2/5 4/31 4/31 6/31 3/31]
 We6=[2/4]
 We7=[1/4]
 We8=[3/25 8/25 2/25 1/25 2/25 2/24 1/25]
 We9=[5/33 4/33 4/33 4/33 1/25 2/33]
 We10=[3/4 1/30]
 We11=[3/27 3/27 3/27 2/27]
 We12=[4/31 2/31 4/31 1/31 3/31]
 We13=[0]
 We14=[0]
 We15=[10/27]
 We16=[5/25 2/25 2/25 2/4 1/25]
 We17=[4/26 5/26 4/26 2/5 1/26]
 We18=[1/4]
 We19=[2/30]
 We20=[1/31]
 We21=[2/31 5/31 3/31 3/31 1/30 3/31 2/31 1/31]
 We22=[4/27 4/27 3/27 3/27 5/27 3/27 3/27]
 We23=[2/23 1/23]
 We24=[8/34 5/34 4/34 5/34]
 We25=[2/32 1/32 2/32]
 We26=[1/30]
 We27=[1/38]

We28=[1/28]
 We29=[3/33 5/33 5/33 3/33 4/33 1/25 5/34 1/33 2/33]
 We30=[1/31 1/30 2/30 4/30 3/28 4/30 1/4 2/30 1/30]
 We31=[3/28 4/28 7/28 3/28 1/5 4/28 2/30 2/26 1/28]
 We32=[2/35 1/35 3/35 3/35 1/35 1/6 1/35 1/35 1/35]
 We33=[2/33 2/34 1/33 2/33 1/4 1/33 3/33 2/33]
 We34=[1/4 3/31 1/30]
 We35=[4/30 1/29 1/4 3/30]
 We36=[1/29 3/27 4/29 4/29 2/29 2/29 1/29 1/29 1/29]
 We37=[1/4 1/33 3/38 3/32 1/31 1/33]
 We38=[1/38]
 We39=[1/34]
 We40=[3/33 8/33 1/4 2/33 1/33]
 We41=[4/28 1/26 4/28 1/5 3/28 3/28 1/28]
 We42=[5/30 3/30 1/4 1/30 1/30]
 We43=[8/29 5/29 1/31]
 We44=[4/35 3/35]
 We45=[2/35 7/35 5/35 5/35 5/35 1/6 1/35]
 We46=[2/31 7/31 5/31 5/31 1/31 2/32 1/31]
 We47=[3/33 5/33 5/33 3/33 4/33 1/26 5/34 1/33 2/33]
 We48=[7/28 4/28 3/28 4/28 5/28 1/5 3/28 1/28]
 We49=[2/29 4/29 3/29]
 We50=[1/34]
 We51=[9/27]
 We52=[7/28 7/28 6/28 3/28 1/8 3/28]
 We53=[1/4 1/30]
 We54=[5/33 4/32 8/33 4/33 4/33 2/39]
 We55=[4/35 3/34 2/35 1/35]
 We56=[1/29 3/30 3/30 1/30 1/4]
 We57=[2/33 1/33 4/33]
 We58=[5/29]
 We59=[1/36]

We60=[0]
 We61=[5/30 3/30 2/28 3/30 3/30]
 We62=[8/35 7/35 5/35 2/35 4/35]
 We63=[6/28 4/28 5/28 1/5]
 We64=[3/33 1/4 4/33 2/33]
 We65=[1/30 1/4 2/30 1/30 1/28]
 We66=[3/33 5/33 1/33 1/33 1/26]
 We67=[1/33]
 We68=[5/35 5/35 5/35]
 We69=[3/33 1/33]
 We70=[1/4 1/30 1/30 1/30 0/30]
 We71=[2/33 2/33]
 We72=[1/28]
 We73=[2/29]
 We74=[2/30]
 We75=[1/35 2/35 1/6]
 We76=[1/28 1/28]
 We77=[1/4]
 We78=[1/33 1/33 1/33]
 We79=[2/30 1/36 1/6]
 We80=[1/31 1/25]
 We81=[1/29 1/29]
 We82=[3/27 1/27]
 We83=[3/4]
 We84=[3/23 3/23 2/23 1/23]
 We85=[2/21 5/21]
 We86=[1/25]
 We87=[5/27]
 We88=[6/23 3/23 1/23]
 We89=[6/24 4/24]
 We90=[3/20 2/21 4/21 1/21 1/4]
 We91=[3/28 1/28 1/28]

We92=[2/18 1/18]
 We93=[0]
 We94=[1/18 1/18]
 We95=[3/4 5/24]
 We96=[5/23 3/23 4/23 4/23 2/23 1/23]
 We97=[2/21 4/21 1/21 2/21 1/21 1/4 1/21]
 We98=[1/28 1/28]
 We99=[1/25]
 We100=[2/21 1/21 2/21 2/21]
 We101=[2/4]
 We102=[3/23 2/23]
 We103=[1/28 1/28 2/28 1/28]
 We104=[1/4]
 We105=[1/21 2/21 1/21]
 We106=[1/23]
 We107=[2/4 1/24]
 We108=[0]
 We109=[5/21 1/21 1/21]
 We110=[1/21]

5.1.B ANOIFMA B

Wa=[1/37]

Wb=[8/30]

Wc=[4/39 6/39 7/39 8/40 4/39 1/39 2/39 1/39]

Wd1=[5/30 4/32 3/31 1/31]

Wd2=[6/35 3/37 3/35 1/36 1/36]

Wd3=[6/33 8/31 4/32 2/32 1/32 1/31]

Wd4=[7/39 1/41 2/39 4/38 3/40]

Wd5=[1/32 3/31 2/31 1/30]

Wd6=[0]

Wd7=[2/28]

Wd8=[1/22]

We1=[5/42 20/42 7/42 6/42 1/41]

We2=[2/36 1/29 5/37 2/36]

We3=[2/43 2/43]

We4=[1/29]

We5=[15/42 14/42 4/41 3/43 4/43 1/42]

We6=[5/29 1/36 1/37 1/37]

We7=[1/40 1/33 1/40]

We8=[1/44]

We9=[1/45]

We10=[2/36 6/36 4/29 4/36 1/36]

We11=[5/42 4/42 7/42 3/39 1/42 2/42 1/42]

We12=[3/43 2/43 1/43]

We13=[1/29]

We14=[0]

We15=[0]

We16=[4/42 1/43 1/43 1/43 1/43]

We17=[2/2]

We18=[1/41 4/34]

We19=[2/39 2/33 2/40]

$$\text{We}_{20}=[0]$$

$$\text{We}_{21}=[1/44 \ 1/43]$$

$$\text{We}_{22}=[6/36]$$

$$\text{We}_{23}=[3/43 \ 1/43]$$

$$\text{We}_{24}=[1/44]$$

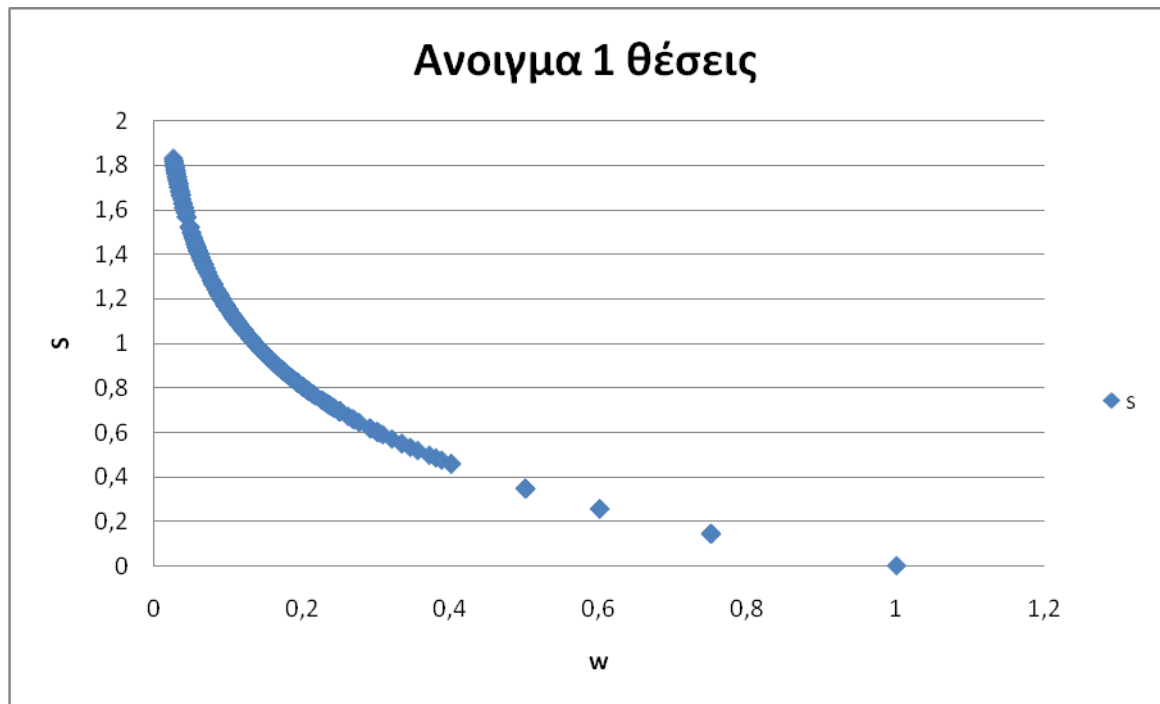
$$\text{We}_{26}=[1/43]$$

$$\text{We}_{27}=[1/42]$$

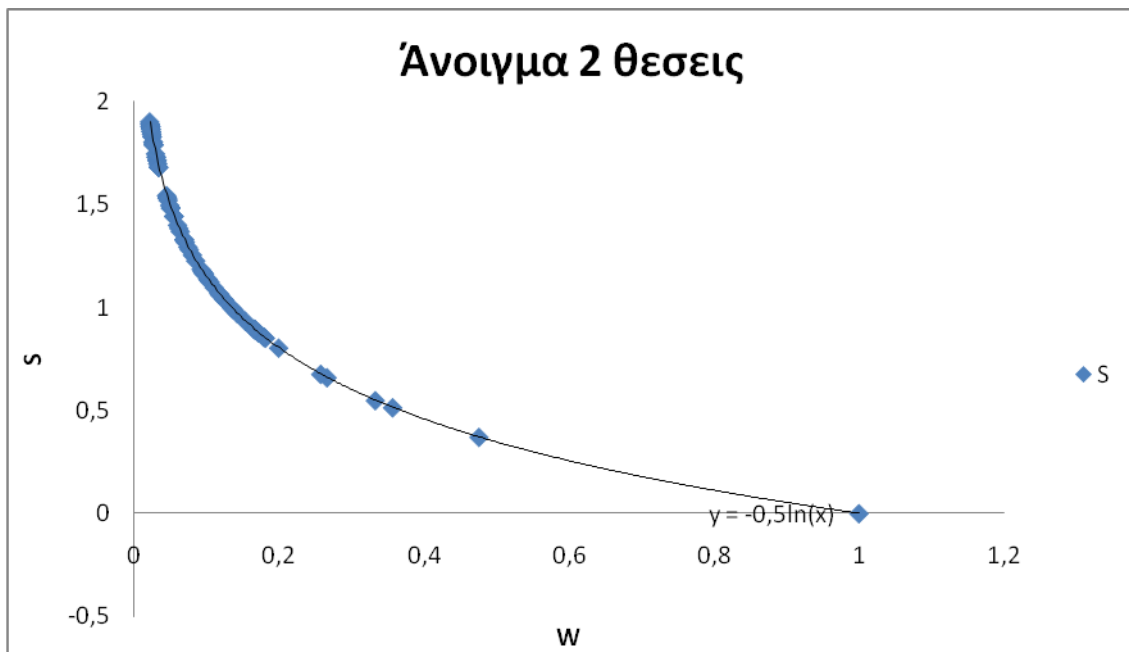
$$\text{We}_{28}=[4/42]$$

5.2 ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

Βάσει των παραπάνω μετρήσεων προκύπτει το διάγραμμα της εξίσωσης $S = -1/2 \cdot \log(W)$ για κάθε άνοιγμα.



Εικόνα 8: ΑΝΟΙΓΜΑ Α - ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ $S_A = f(W)$

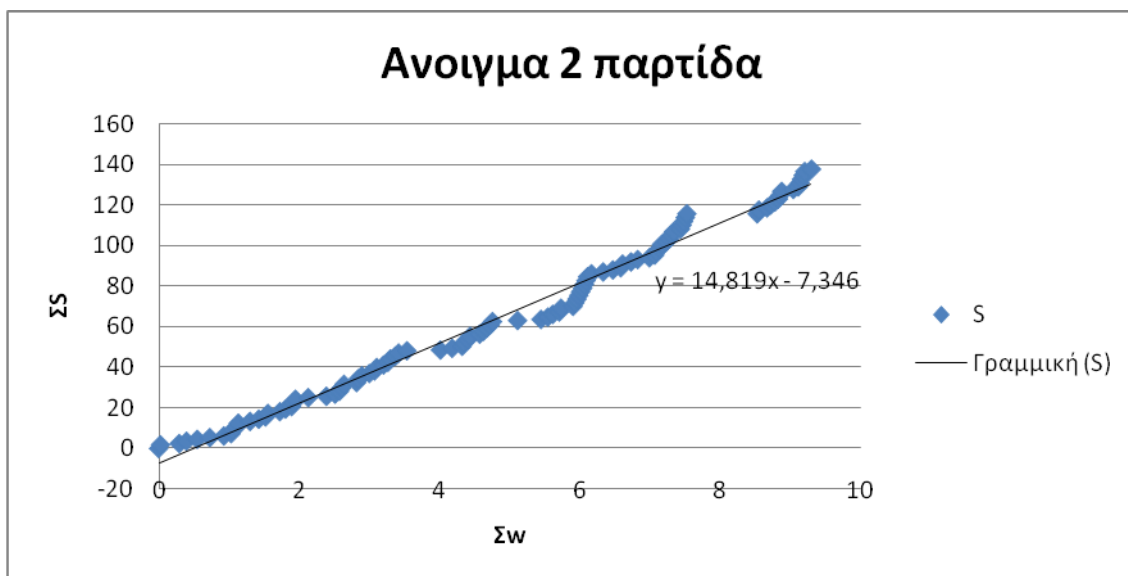


Εικόνα 9: ΑΝΟΙΓΜΑ Β – ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ $S_B = f(W)$

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της αθροιστικής καμπύλης προκύπτουν οι ακόλουθες γραφικές παραστάσεις:



Εικόνα 10: ΑΝΟΙΓΜΑ Α - ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ $\Sigma S_A = \Sigma W$



Εικόνα 11: ΑΝΟΙΓΜΑ Β – ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ $\Sigma S_B = \Sigma W$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^Ο: ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Παρατηρούμε ότι η μορφή των γραφικών παραστάσεων $S = f(W)$ που προκύπτουν μετά από κατάλληλη επεξεργασία των μετρήσεων μας, όπως έχουμε ήδη δείξει παραπάνω, είναι εκθετικές, τύπου Boltzmann. Η κάθε μία μας δείχνει πώς συμπεριφέρεται η εντροπία της θέσης. Με στόχο την εύρεση μιας γραφικής παράστασης που να αναπαριστά τη συμπεριφορά της εντροπίας σε ολόκληρη την παρτίδα κάνουμε χρήση της μεθόδου της αθροιστικής καμπύλης, η οποία οδηγεί σε δύο γραφικές παραστάσεις $\Sigma S = \Sigma W$ (μία για κάθε άνοιγμα). Και οι δύο αυτές γραφικές παραστάσεις έχουν τη μορφή ευθείας αλλά με διαφορετική κλίση η κάθε μία., πράγμα που δείχνει την ύπαρξη διαφορετικού ρυθμού (κατά τη διάρκεια της παρτίδας) συσσώρευσης της εντροπίας σε κάθε άνοιγμα.

Από τη στιγμή που τα ανοίγματα επιλέχθηκαν έτσι ώστε να αντιπροσωπεύουν τα ακραία σημεία του φάσματος των λειτουργικών παρτίδων, συνάγεται ότι και οι δύο διαφορετικοί ρυθμοί συσσώρευσης της εντροπίας για τις παρτίδες αυτές είναι τα άκρα ενός φάσματος από τιμές ρυθμών συσσώρευσης εντροπίας που αντιστοιχούν στο φάσμα των λειτουργικών παρτίδων. Δηλαδή, οι τιμές ρυθμού συσσώρευσης της εντροπίας που περιέχονται σε αυτό το φάσμα αντιστοιχούν σε κάθε πιθανή λειτουργική παρτίδα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7^Ο: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Με την ολοκλήρωση της διπλωματικής αυτής εργασίας, διαπιστώθηκε ότι ένα σύστημα δεν είναι τόσο λειτουργικό όσο μικρότερη είναι η εντροπία του, αλλά μπορεί να είναι λειτουργικό όταν η εντροπία του κυμαίνεται σε ένα εύρος τιμών, συγκεκριμένο για κάθε διαφορετικό σύστημα. Η διαπίστωση αυτή, μπορεί να οδηγήσει στην αντιμετώπιση προβλημάτων μοντελοποίησης συστημάτων και να βοηθήσει στην λήψη αποφάσεων υπό συνθήκες αβεβαιότητας.

Επιπλέον, τίθενται ερωτήματα σχετικά με το κατά πόσο το μέγεθος της εντροπίας θα πρέπει να συμμετέχει στην αντιμετώπιση ενός προβλήματος ως παράγοντας που θα συνεπικουρεί στην λύση. Το παραπάνω έρχεται σε αντίθεση με την σημερινή πρακτική, όπου η εντροπία θεωρείται παράγοντας που αυξάνει την πολυπλοκότητα του προβλήματος και αντιμετωπίζεται με τεχνικές βαθμών ελευθερίας για να μειωθεί ο αντίκτυπος της στη λήψη της απόφασης.

Λόγω του ότι το σκάκι περιέχει ορισμένες ιδιότητες που συναντώνται σε καταστάσεις του πραγματικού κόσμου, η μεθοδολογία μας θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί σε οποιαδήποτε έρευνα που αφορά δυναμικό σύστημα, προκειμένου να βρεθεί το λειτουργικό φάσμα εντροπίας του και έτσι να περιοριστεί το ποσό της αβεβαιότητας του.

Εφαρμογές των παραπάνω θα μπορούσαν να υπάρξουν σε προβλήματα πρόβλεψης συμπεριφοράς περιβαλλοντικών συστημάτων, όπως για παράδειγμα η μοντελοποίηση λίμνης, όπου το ποσοστό της θερμικής στρωμάτωσης - ανάμειξης θα διαδραμάτιζε τον ρόλο του δείκτη της εντροπίας της λίμνης και τα ποσοστά οξυγόνου, το ρόλο του δείκτη λειτουργικότητας. Αυτό θα είχε ως αποτέλεσμα την καλύτερη μοντελοποίηση του συστήματος καθότι θα οδηγούμασταν σε ένα φάσμα λειτουργικής εντροπίας που θα ίσχυε για κάθε λίμνη, παρόμοιων ιδιοτήτων. Ένα άλλο σύστημα που θα μπορούσε να μελετηθεί με τον ίδιο τρόπο για εξαγωγή ανάλογων συμπερασμάτων είναι αυτό των επιφανειακών υδάτων μιας θαλάσσιας περιοχής, όπου τα ρεύματα της θάλασσας παίρνουν τον ρόλο του δείκτη εντροπίας και τα ποσά της χλωροφύλλης το ρόλο του δείκτη λειτουργικότητας. Γίνεται φανερό, ότι υπάρχουν πολλές εφαρμογές στις οποίες μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μεθοδολογία που ακολουθήσαμε.

Περαιτέρω έρευνα θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί προκειμένου να προσεγγιστεί το βέλτιστο σημείο εντροπίας, το οποίο εμπεριέχεται μέσα στο λειτουργικό φάσμα τιμών της για τα συγκεκριμένα συστήματα.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ:

- Adkins, C.J. (1968). *Equilibrium Thermodynamics*. London: McGraw-Hill.
- Alekseev, Georgii Nikolaevich (1978). *Energy and Entropy*. Moshov: Mir Publ.
- Atkins, Peter William (1984). *The Second Law*. Scientific American Library.
- Avery, John (2003). *Information Theory and Evolution*. Singapore: World Scientific.
- Bailey, Kenneth D. (1990). *Social Entropy Theory*. State University of New York Press.
- Brillouin, Leon (1956). *Science and Information Theory*. New York: Academic Press.
- Callen, Herbert, B (1985 / 2001²). *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*. John Wiley and Sons.
- Carnot, Sadi (1960). *Reflections on the Motive Power of Fire*. Dover
- Cengel, Yunus A. & Boles, Michael A. (2005). *Thermodynamics - an Engineering Approach*. McGraw-Hill.
- Clark, John O. E. (2004). *The Essential Dictionary of Science*. Barnes & Noble.
- Clausius, Rudolf (1850). «On the Moving Force of Heat and the Laws of Heat which may be Deduced Therefrom», *Poggendorff's Annalen der Physick*, LXXIX (Dover Reprint).
- Cover, Thomas M. (2006). "Chapter 5: Data Compression". *Elements of Information Theory*. John Wiley & Sons.
- DeHoff, Robert T. (2006²). *Thermodynamics in Materials Science*. New York: Taylor and Francis Group.
- Dugdale, John Sydney (1996). *Entropy and its Physical Meaning*. Taylor and Francis.
- Fermi, Enrico (1956). *Thermodynamics*. Courier Dover Publications
- Georgescu-Roegen, Nicholas (1971). *The Entropy Law and the Economic Process*. Harvard University Press.
- Gibbs, J. W. (1957). *The Collected Works of J. Willard Gibbs*, Vol. I; New Haven: Yale University Press.
- Haase, R. (1990). *Thermodynamics of irreversible processes*. Dover
- Haddad, Wassim M. & Chellaboina, VijaySekhar & Nersesov, Sergey G. (2005). *Thermodynamics - A Dynamical Systems Approach*. Princeton: Princeton University Press.

- Jungermann, Arnd H. (2006). "Entropy and the Shelf Model: A Quantum Physical Approach to a Physical Property". *Journal of Chemical Education* 83. pp. 1686-1694
- Kelvin, William Thompson (1849) "An Account of Carnot's Theory of the Motive Power of Heat - with Numerical Results Deduced from Regnault's Experiments on Steam." *Transactions of the Edinburg Royal Society* XIV
- Kondepudi, Dilip (2008). *Introduction to Modern Thermodynamics*. Chichester: Wiley.
- Kontepudi, Dilip K. & Prigogine, Ilya. (1998). *Modern Thermodynamics: from heat engines to dissipative structures*. John Wiley
- Landsberg, P.T. (1984). "Can Entropy and "Order" Increase Together?" *Physics Letters* 102A (4). pp. 171-173
- Landsberg, P.T. (1984). "Is Equilibrium always an Entropy Maximum?" *Journal of Statistical Physics* 35 (1-2). pp 159-169.
- Lebon, Georgy, Jou, David, Casas-Vázquez, Jose (2008). *Understanding Non-equilibrium Thermodynamics. Foundations, Applications, Frontiers*. Berlin: Springer.
- Leff, Harvey S. and Rex, Andrew F. (1990). *Maxwell's Demon: Entropy, Information, Computing*. Adam Hilger. p.6.
- Lin, Shu-Kun. (1999). "Diversity and Entropy." *Entropy* 1 (1). pp. 1-3
- Moran, Michael J. & Shapiro, Howard N.(2008⁶). *Fundamentals of Engineering Thermodynamics*. Wiley and Sons
- Perrot, Pierre (1998). *A to Z of Thermodynamics*. Oxford: Oxford University Press.
- Rosnay, Joel de(1979). *The Macroscopic – a New World View*. Harper & Row.
- Saha, Arnab & Lahiri, Sourabh & Jayannavar, A. M. (2009). «Entropy production theorems and some consequences», *Physical Review E* 80. pp.1-10
- Sandler, Stanley I. (1999³). *Chemical and Engineering Thermodynamics*. New York: Wiley. p. 91
- Sethna, James P. (2006). *Statistical Mechanics: Entropy, Order Parameters and complexity*. Oxford: Oxford University Press. p. 78
- Shannon, Claude E. (1948). "A Mathematical Theory of Communication", *The Bell System Technical Journal* 27. pp. 379-423 & 623-656.

- Smith, Joseph Mauk; Van Ness, Hendrick C., Abbott, Michael M. (2005). *Introduction to Chemical Engineering Thermodynamics*. McGraw Hill
- Stotland, A. & Pomeransky, A. A. & Bachmat, E. & Cohen, D. (2004). «The information entropy of quantum mechanical states», *Europhysics Letters* 67 (5). pp. 700-706
- Γκέκας, Βασίλειος & Γκέκας Σπύρος Χ. (2003). *Θερμοδυναμική και Περιβάλλον, Προσέγγιση Καραθεοδωρή, Φιλοσοφικές προεκτάσεις*. Τζιόλα
- Γκέκας, Βασίλειος & Πρωιμάκη, Σπυριδούλα (2000). *Φαινόμενα Μεταφοράς. Για μηχανικούς περιβάλλοντος: Ενοποιημένη παρουσίαση και περιβαλλοντική ρευστομηχανική*. Τζιόλα.
- Γκέκας, Βασίλειος (1995). *Κοσμική τάξη και Χάος*. Στάχυ

Internet sites

<http://www.chessgames.com/perl/chessgame?gid=1006866>. (Java needed)

<http://www.uwsp.edu/cnr/wcee/keep/mod1/rules/ThermoLaws.htm>

<http://national.aeronauticsand.spaceadministration.gov>

<http://homepage.ntlworld.com/adam.bozon/>

<http://www.etymonline.com/index.php?term=entropy>.

<http://scienceworld.wolfram.com/biography/CarnotSadi.html>.

[EntropyOrderParametersComplexity.pdf](#)

<http://www.chessvariants.org/d.chess/chess.html>