ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ

ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΑΚΟΡΕΣΤΗΣ ΖΩΝΗΣ ΜΕ ΕΜΦΑΣΗ ΣΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΑΝΑΛΥΤΙΚΩΝ ΛΥΣΕΩΝ

ΜΑΝΙΑΤΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ
ΠΑΛΑΙΟΛΟΓΟΣ ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ (ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ)
ΚΑΡΑΤΖΑΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ
ΜΑΤΖΑΒΙΝΟΣ ΔΙΟΝΥΣΙΟΣ

ΧΑΝΙΑ
ΙΟΥΛΙΟΣ 2011

Εισαγωγικό σημείωμα

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε το δεύτερο ακαδημαϊκό εξάμηνο του έτους 2010 στο Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος του Πολυτεχνείου Κρήτης υπό την επίβλεψη του καθηγητή Ευάγγελου Παλαιολόγου. Κατατίθεται από τον Μανιάτη Γεώργιο στα πλαίσια της ολοκλήρωσης των εκπαιδευτικών υποχρεώσεων για την κατοχύρωση προπτυχιακού διπλώματος πενταετούς φοίτησης.

Στο Πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στις διεργασίες της ακόρεστης ζώνης με έμφαση στα υδραυλικά φαινόμενα.

Στο Δεύτερο Κεφάλαιο επιχειρείται η μεθοδολογική καταγραφή των μαθηματικών προσεγγίσεων που χρησιμοποιούνται για τη μοντελοποίησης της ακόρεστης ζώνης.

Στο Τρίτο Κεφάλαιο επιλέγονται και παρουσιάζονται τρία χαρακτηριστικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται για την προσομοίωση της διήθησης.

Στο Τέταρτο Κεφάλαιο γίνεται ανάπτυξη της μεθόδου του Philip ώστε να χρησιμοποιηθεί σε πρόβλημα μεταβλητής παροχής και υλοποιείται ο αντίστοιχος κώδικας

Στο Πέμπτο Κεφάλαιο χρησιμοποιείται ο εν λόγω κώδικας για μια πρώτης τάξης προσέγγιση με είσοδο πραγματικά δεδομένα βροχόπτωσης.

Ευχαριστίες

Οφείλω να ευχαριστήσω :

~ Τα μέλη της εξεταστικής επιτροπής κύριο Παλαιολόγο , κύριο Καρατζά και κύριο Ματζαβίνο για τη προθυμία τους να ασχοληθούν με αυτό το ζήτημα και να μου αφιερώσουν χρόνο στα πλαίσια της εκπόνησης αυτής της εργασίας. Τους δύο πρώτους οφείλω να τους ευχαριστήσω και για την αμέριστη βοήθεια σε όλη μου την πορεία έως τώρα .

~ Τον κύριο Βασίλη Γκέκα που μου δίδαξε τη χαρά της έρευνας και μου έδωσε την ευκαιρία να ξεκινήσω.

~ Τον κύριο Δημήτρη Πατέλη που με έπεισε ότι για να αλλάξουν τα πράγματα σε συλλογικό επίπεδο πρέπει ο καθένας να κάνει καθημερινές, επώδυνες, προσωπικές υπερβάσεις.

~ Τους γονείς μου για την αγάπη ,τη στήριξη και για την ανοχή που δείξανε μέχρι να βρω τι θέλω να κάνω με τη ζωή μου.

~ Το Στάθη Ρέππα για τις κουβέντες και τις ιδέες

~ Όλους τους ανθρώπους που θεωρώ οικογένειά μου

Στη Δήμητρα
για την υπομονή

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Εισαγωγικό σημείωμα iii

Ευχαριστίες v

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ 1

1.1.Γενική Περιγραφή της ακόρεστης ζώνης 1

1.2. Γεωμορφολογικές Ιδιότητες 4
1.2.1. Δημιουργία κενών στο έδαφος 5
1.2.2 Πορώδες 6

1.3. Στατική Ρευστών στην ακόρεστη ζώνη 6
1.3.1 Φάσεις Ροής , Κορεσμός και Ρευστό ογκομετρικό περιεχόμενο. 6
1.3.2 Πυκνότητες και Ιξώδη Ρευστών 7
1.3.3 Ατμοσφαιρική και Σχετική πίεση 9
1.3.4 Επιφάνεια και Διεπιφανειακές τάσεις - Τάση διαβροχής. 9

1.4 Τριχοειδή Φαινόμενα 12

1.5 Πίεση Ρευστών και Κατανομή Κορεσμού 17

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΣΤΗΝ ΑΚΟΡΕΣΤΗ ΖΩΝΗ 20

2.1. Εισαγωγή 20

2.2 Η προσέγγιση του Richards 21
2.2.1 Εξίσωση Ισορροπίας Μάζας 21
2.2.2 Ομοιόμορφη Ροή 22

2.3 Διήθηση 23
2.3.1 Προσδιορισμός του αρχικού προφίλ της πίεσης 23

2.4 Εμπειρικά Μοντέλα 25
2.4.1 Η εξίσωση Kostiakov 26
2.4.2 Η εξίσωση Horton 27
2.4.3 Η εξίσωση Mezencev 27
2.4.4 Εξίσωση SCS 28
2.4.4 Η εξίσωση Holton 28
2.4.5 Εξίσωση Boughton 29

2.5 Μοντέλα Green-Ampt 29

2.6 Μοντέλα που στηρίζονται στην εξίσωση Richards 33
2.6.1 Μαθηματική θεμελίωση 33

2.6.1 Ρεαλιστικά Αναλυτικά μοντέλα. 39

2.7 Μεταφορά συστατικού 41
2.7.1 Ροή κατά προτίμηση 41
2.7.2 Μοντέλα διπλού πορώδους 45
2.7.2 Μοντέλα διπλής διαπερατότητας 46
2.7.3Μεταφορά Μάζας 48
2.7.3 Μεταφορά διαλυμένης ουσίας 49
2.7.4 Διεργασίες μεταφοράς 51
2.7.4.1 Διάχυση 52
2.7.4.2 Διασπορά 53
2.7.4.3 Συμμεταφορά 56

2.8 Εξισώσεις Συμμεταφοράς -Διασποράς 57
2.8.1 Εξισώσεις Μεταφοράς 57
2.8.2 Γραμμική και μη γραμμική ρόφηση 59
2.8.3 Εξάτμιση 60

2.9 Μεταφορά εκτός ισορροπίας 62
2.9.1 Φυσική μη-ισορροπία 62
2.9.1.1 Διπλού πορώδους και μοντέλα κινητής ακίνητης περιοχής 62
2.9.1.2 Διπλής διαπερατότητας μοντέλα 64
2.9.1.3Μεταφορά μάζας 64

2.10 Στοχαστικά μοντέλα 66
2.10.1 Μοντέλα Σωλήνων Ροής 67
2.10.2 Μοντέλα Συνάρτησης Μεταφοράς 68

2.11 Πολλών αντιδρώντων ταυτόχρονη Μεταφορά 70
2.11.1 Συστατικά και αντιστρεπτές χημικές διεργασίες 71
2.11.2 Συμπλοκοποίηση 72

2.12 Ροή πολλών φάσεων και μεταφορά 73

2.13 Αρχικές και Οριακές συνθήκες 74
2.13.1 Αρχικές Συνθήκες 74
2.13.2 Οριακές συνθήκες 75

2.14 Αναλυτικά μοντέλα 78
2.14.1 Αναλυτικές προσεγγίσεις 79
2.14.1.1 Μετασχηματισμός Laplace 79
2.14.1.2 Μετασχηματισμός Fourier 80
2.14.1.3 Μέθοδος Στιγμών 81

2.15 Βασικά αναλυτικά μοντέλα για τη μεταφορά συστατικών 83
2.15.1 Πίνακας Μονοδιάστατων μοντέλων 83
2.15.2 Πίνακας Μοντέλων Πολλών διαστάσεων 83

2.16 Αριθμητικά Μοντέλα 84
2.16.1 Αριθμητικές προσεγγίσεις 84

2.16.2 Πεπερασμένες διαφορές 85
2.16.3 Πεπερασμένα στοιχεία 88
2.16.4 Σταθερότητα και ταλαντώσεις 92

2.17 Πίνακας Βασικών Αριθμητικών μοντέλων για τη μεταφορά συστατικών 95

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΣΗ ΤΗΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΑΣ ΔΙΗΘΗΣΗΣ - ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ 96

3.1 Διήθηση σε συνθήκες λιμνάζοντος νερού 96

3.2 Κατάταξη των Επιλεγμένων Μοντέλων διήθησης. 100

3.3 Έννοιες και Υποθέσεις που χρησιμοποιούνται στα μοντέλα 102

3.4 Υποθέσεις ,Περιορισμοί και Οριακές συνθήκες για τα επιλεγμένα μοντέλα 104

3.5 Επιλεγμένα μοντέλα 106
3.5.1 SCS Model 106
3.5.2 Μοντέλο Philip Δύο όρων 106
3.5.3 Πεπερασμένο μοντέλο Green-Ampt 108

3.6 Ανάλυση παραμέτρων εισόδου 110
3.6.1 Γενική περιγραφή 110

3.7 Κώδικας Mathcad 113
3.7.1 Ημιεμπειρικό μοντέλο (SCS) 113
3.7.2 Μοντέλο Philips για Ομογενείς Συνθήκες 115
3.7.2 Ομογενές Περιορισμένο Green- Ampt για συνθήκες λιμνάζοντος νερού 118

3.8 Συμπεράσματα -Παρατηρήσεις 121
3.8.1.1 Ευαισθησία Μεθόδου Philip 124
3.8.1.2 Ευαισθησία Μεθόδου Green -Ampt 125

3.9 Μια μεθοδολογική παρατήρηση 127

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΣ PHILIPS ΓΙΑ ΜΗ ΣΤΑΘΕΡΟ ΦΟΡΤΙΟ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΚΩΔΙΚΑ 131

4.1 Η αναλυτική προσέγγιση του Philips 131

4.2 Συσχέτιση με υδατογραφήματα 135

4.3 Χρήση της μεθόδου Philips για δεδομένο πρόβλημα. 137

4.4 Ανάπτυξη Κώδικα 140
4.4.1Μαθηματική ανάπτυξη 140
4.4.2 Διάγραμμα Ροής υπολογισμών 143

4.4.3 Παρουσίαση Κώδικα 144
4.4.3.1 Συναρτήσεις Βασικών υπολογισμών 145
4.4.3.2 Συναρτήσεις διαχείρισης δεδομένων εισόδου 147
4.4.3.3 Συναρτήσεις διαχείρισης αποτελεσμάτων 149
4.4.3.3 Κώδικας βασικών υπολογισμών 150
4.4.3.4 Τελικός κώδικας 151
4.4.3.5 Δοκιμή Κώδικα 152

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΔΙΗΘΗΣΗΣ ΜΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΕΙΣΟΔΟΥ 155

5.1 Δεδομένα-Εκτίμηση υδραυλικής αγωγιμότητας και διηθητικής ικανότητας του εδάφους 155

5.2 Επιλογή δεδομένων 156

5.4 Παράθεση αποτελεσμάτων 160
5.4.1 Παράθεση αποτελεσμάτων 16/01/2010 160
5.4.3 Παράθεση αποτελεσμάτων 21/01/2010 163
5.4.4 Παράθεση αποτελεσμάτων 14/03/2010 166

5.5 Σύγκριση αποτελεσμάτων-Συμπεράσματα 170

ΕΠΙΛΟΓΟΣ 174

ΔΙΕΘΝΗΣ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 176

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 177

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1.Γενική Περιγραφή της ακόρεστης ζώνης

Ο επίσημος ορισμός της ακόρεστης ζώνης είναι σχετικά απλός: *"το γεωλογικό μέσο μεταξύ της επιφάνειας της γης και κάποιου τοπικού υπόγειου υδροφορέα"* (Stephens 1996). Αυτός ο απλός και κομψός ορισμός είναι στην ουσία μια ομολογία της επιστημονικής κοινότητας που αφορά στην πολυπλοκότητα της ακόρεστης ζώνης και οδηγεί σε έναν τόσο απλό και γενικό ορισμό.

Όπου είναι εφικτό οι επιστήμονες δίνουν σχετικά ακριβείς ορισμούς για το αντικείμενο που πραγματεύονται, ωστόσο στην περίπτωση της ακόρεστης ζώνης δεν τα καταφέρανε και μετά από πολλές αποτυχημένες προσπάθειες (ζώνη αερισμού -εδαφική ζώνη και άλλοι όροι) κατέληξαν στον όρο Vadose zone (από το λατινικό vadosus που σημαίνει ρηχός) ,όρος που δεν έχει μεταφραστεί στην ελληνική βιβλιογραφία. Εδώ έχει επικρατήσει ο όρος unsaturated (ακόρεστη) που προσδίδει μόνο ένα από τα πολλά χαρακτηριστικά που κάνουν την ακόρεστη ζώνη ένα από τα ποιο δύσκολα συστήματα για πρόβλεψη και διαχείριση. Στη παρούσα εργασία θα χρησιμοποιηθεί ο όρος ακόρεστη ζώνη (ώστε να υπάρχει μια συνέπεια με την μικρή υπάρχουσα ελληνική βιβλιογραφία για το ζήτημα) ,θα εννοείται ωστόσο ο αρχικός απλός ορισμός .

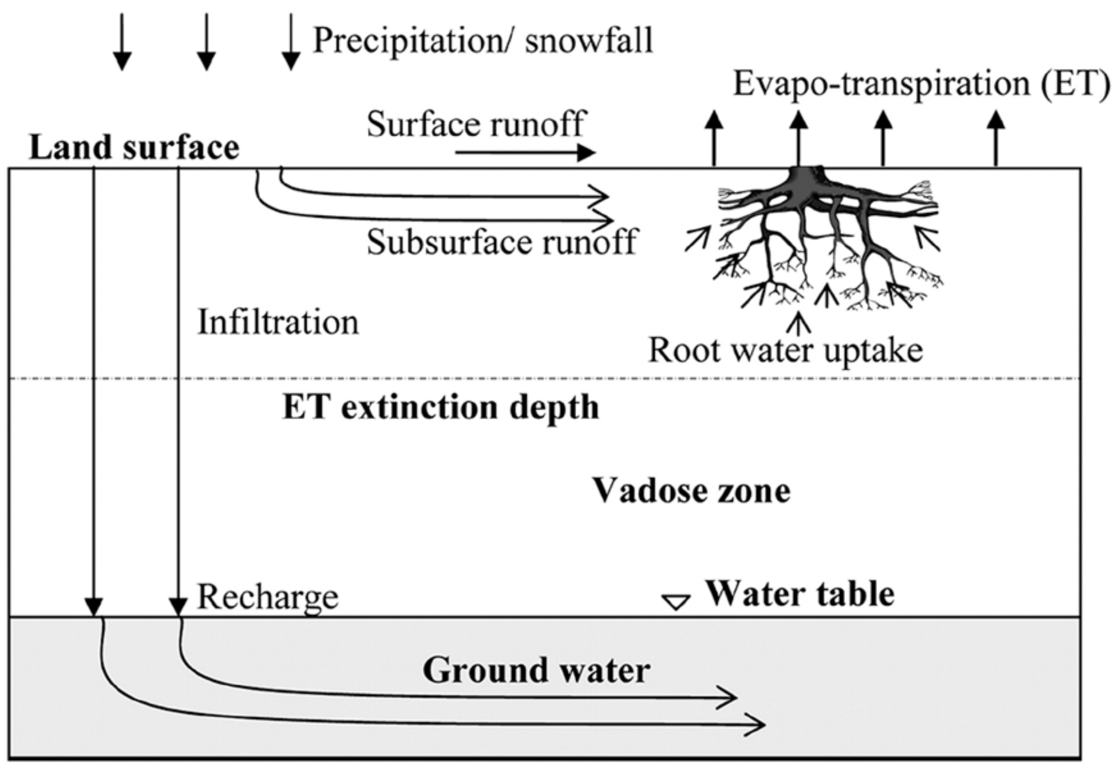
Με βάση λοιπόν αυτό τον ορισμό η ακόρεστη ζώνη εκτείνεται από τη ζώνη του επιφανειακού εδάφους ως και τη ζώνη τριχοειδούς ανύψωσης (το άνω όριο του υποκείμενου υπόγειου υδροφορέα). Η ζώνη του επιφανειακού εδάφους μπορεί να φιλοξενεί και περιοχές ελεύθερου νερού καθώς και μια επιπλέον περιοχή ανάπτυξης φυτών (τη λεγόμενη ριζόσφαιρα).

Μέσα στην ακόρεστη ζώνη οι πόροι και τα ρήγματα είναι γενικά εν μέρει γεμάτα με νερό. Απλοποιώντας για αρχή μπορούμε να πούμε ότι η κίνηση του νερού στην ακόρεστη ζώνη ελέγχεται από δύο βασικές διεργασίες. Η πρώτη είναι η βαρύτητα που σπρώχνει το νερό προς τα κάτω(κατά βάθος). Η δεύτερη είναι μια τριχοειδής διεργασία πολύ παρόμοια με την απορρόφηση του νερού όταν πέφτει πάνω σε ένα σφουγγάρι η οποία κινεί το νερό σε όλες τις διευθύνσεις καθώς το αποθηκεύει στους πόρους ενώ παράλληλα το απελευθερώνει από αυτούς.

Η τριχοειδής διεργασία εξαρτάται από τη φύση του εδάφους καθώς και από τις πέτρες ή τα ρήγματα που υπάρχουν μέσα σε αυτό. Στις περισσότερες περιπτώσεις τα τριχοειδή φαινόμενα επικρατούν στα λεπτόκοκκα εδάφη, ενώ η βαρύτητα κυριαρχεί στα χονδρόκοκα εδάφη και τα μεγάλα ρήγματα.

Υπάρχει ,επίσης, η πιθανότητα να υπάρξουν πόροι εντελώς γεμάτοι σε τμήματα της ακόρεστης ζώνης. Αυτά τα κορεσμένα τμήματα της ακόρεστης ζώνης τυπικά αναφέρονται ως ζώνη "ανύψωσης του νερού" ή ζώνη "τριχοειδούς ανύψωσης".

Όπως φαίνεται και στην παρακάτω εικόνα, απλώς και μόνο η περιγραφή της κατανομής του νερού στην ακόρεστη ζώνη είναι πρόκληση και αυτό γιατί πρέπει να συνδυαστούν έννοιες και μεθοδολογίες από τη Μετεωρολογία, Γεωπονία, τη Γεωλογία, την Υδρολογία και άλλους τομείς.



Εικόνα 1.1: Περιγραφή της ακόρεστης ζώνης [Πηγή: www. daad.wb.tu-harburg.de]

Στα περισσότερα πραγματικά πεδία οι οριακές συνθήκες είναι δυναμικές και το υδατικό περιεχόμενο αλλάζει μέσα στα όρια του συστήματος σε σχέση με το χρόνο. Η συμπεριφορά των διαλυμένων ουσιών μέσα στην ακόρεστη ζώνη προσθέτει βαθμούς ελευθερίας στο σύστημα καθώς αυτές μπορούν να αλληλεπιδράσουν τόσο με το έδαφος (φυσικές διεργασίες) όσο και μεταξύ τους (φυσικοχημικές διεργασίες). Σε αυτές τις δυναμικές συνθήκες τα συστατικά στην ακόρεστη ζώνη μπορούν να βρεθούν σε μέρη που δεν τα περιμένει κανείς, δημιουργώντας τεράστιο πρόβλημα σε επίπεδο μαθηματικής κατανόησης του συστήματος άρα και σε επίπεδο διαχείρισης.

Το πρόβλημα γίνεται ακόμη μεγαλύτερο αν αναλογιστεί κανείς ότι οι συνθήκες στην ακόρεστη ζώνη επηρεάζουν σε πολύ μεγάλο βαθμό και την ανατροφοδότηση των υπογείων υδροφορέων , καθώς η ακόρεστη ζώνη μπορεί να θεωρηθεί το όριο που χωρίζει τα επιφανειακά με τα υπόγεια νερά.

Οι διεργασίες που διέπουν τη ροή των ρευστών , της θερμότητας και των χημικών στην ακόρεστη ζώνη είναι πολύπλοκες και αλληλοεξαρτώμενες. Αυτές οι διεργασίες εξαρτώνται από τις φυσικοχημικές ιδιότητες των γεωλογικών σχηματισμών που απαρτίζουν την ακόρεστη ζώνη , όπως και από τον τύπο, την ποσότητα και σύσταση των ρευστών που καταλαμβάνουν τους πόρους. Σε αυτή την ενότητα γίνεται μια αναφορά στις βασικές έννοιες που περιγράφουν τόσο τις διεργασίες όσο και τις ιδιότητες της ακόρεστης ζώνης και που δεν καλύπτονται στη μαθηματική περιγραφή της που ακολουθεί.

1.2. Γεωμορφολογικές Ιδιότητες

Τα φυσικά στερεά που βρίσκονται στην ακόρεστη ζώνη περιλαμβάνουν τόσο θρυμματισμένα πετρώματα όσο και κοκκώδη υλικά, όπως είναι η άμμος. Πολλές ιδιότητες των ρευστών είναι άμεσα συνδεδεμένες με αυτά τα υλικά . Ο τρόπος που αλληλεπιδρούν στερεά και υγρά πρέπει να είναι όσο το δυνατόν πιο καλά προσδιορισμένος ώστε να μπορεί να γίνει μελέτη της ακόρεστης ζώνης.

1.2.1. Δημιουργία κενών στο έδαφος

Η γεωλογική ιστορία της εκάστοτε υπό μελέτη περιοχής είναι στην ουσία ο παράγοντας που καθορίζει σε μεγάλο βαθμό την πολυπλοκότητα του συστήματος. Για παράδειγμα η ακόρεστη ζώνη μπορεί να αποτελείται από πολύ ψαθυρά υλικά, όπως είναι η άμμος, η λάσπη και ο πηλός . Μπορεί όμως και να αποτελείται και από πυκνά υλικά όπως είναι οι κρυσταλλικοί βράχοι. Σε ότι αφορά την μεταφορά των ρευστών, της θερμότητας και των χημικών συστατικών ,αυτό που τα συνδέει με τη γεωμορφολογία είναι η κατανομή των άδειων χώρων.

Τα πορώδη υλικά περιέχουν πολλά κενά που συνήθως είναι και συνδεδεμένα μεταξύ τους. Αυτά τα κενά συνήθως είναι πάρα πολύ μικρά (της τάξης του κλάσματος του χιλιοστού) , αλλά πάρα πολλά. Κατά συνέπεια δεν είναι σπάνιο να βρούμε εδαφικά υλικά που να αποτελούνται κατά 40% από κενό.

Ακόμη και τα πυκνά υλικά όπως είναι οι κρυσταλλικοί πόροι που δεν έχουν κενά στο εσωτερικό τους, έχουν την τάση να σπάνε δημιουργώντας θραύσματα τα οποία δημιουργούν κενά στο έδαφος που και αυτά συνδέονται μεταξύ τους. Υπάρχουν πορώδη υλικά που περιέχουν στο εσωτερικό τους θραύσματα και που θα μπορούσαμε να τα ονομάσουμε θρυμματισμένα πορώδη υλικά. Όλα αυτά συντελούν στη δημιουργία μιας πολύ πολύπλοκης κατανομής ελεύθερων χώρων στην ακόρεστη ζώνη που είναι πολύ δύσκολο να προσομοιαστεί.

1.2.2 Πορώδες

Ο λόγος του όγκου των κενών στο συνολικό όγκο του βραχώδους ή του εδαφικού δείγματος ονομάζεται πορώδες (φ) . Το διασυνδεδεμένο ή ενεργό πορώδες είναι αυτό που καθορίζει τον όγκο του ρευστού που ένας δεδομένος όγκος εδαφικού δείγματος περιέχει. Τα θρυμματισμένα πορώδη υλικά χαρακτηρίζονται από δύο πορώδη. Ένα πρωτεύον που περιγράφει τα συνδεδεμένα μεταξύ τους κενά που δημιουργούν τα θραύσματα και ένα δευτερεύον που δημιουργείται από τους πόρους . Άλλοι όροι που έχουν επικρατήσει για αυτή την περίπτωση είναι και το εξω-συνολικό πορώδες και το ενδο- συνολικό αντίστοιχα, που χρησιμοποιούνται και στην συνέχεια της εργασίας αυτής.

1.3. Στατική Ρευστών στην ακόρεστη ζώνη

1.3.1 Φάσεις Ροής , Κορεσμός και Ρευστό ογκομετρικό περιεχόμενο.

Τα κενά που περιγράψαμε γεμίζουν με ένα ή περισσότερα ρευστά . Στην ακόρεστη ζώνη , μια ουσία στην αέρια φάση είναι σχεδόν πάντα παρούσα μαζί με μια υγρή (υδατική) φάση. Τα ογκομετρικά κλάσματα του πορώδους που καλύπτονται από τις διάφορες φάσεις των ρευστών είναι γνωστά σαν κορεσμοί της ρευστής φάσης. Δεδομένου λοιπόν ενός όγκου εδαφικού δείγματος από την ακόρεστη ζώνη θα έχουμε τον κορεσμό της αέριας φάσης Sg, τον κορεσμό της υδατικής φάσης Sw και τον κορεσμό της μη υδατικής φάσης (NAPL) Sn , όπου :

$$S_g + S_w + S_n = 1 \qquad (1.1)$$

Όταν υπάρχει πάνω από μια φάση στους πόρους τότε μιλάμε για συστήματα πολλαπλής φάσης ,τα οποία σε αντίθεση με τα μιας φάσης είναι και αυτά που συναντάμε συνήθως στην πραγματικότητα.

Μια σχετική ποσότητα , γνωστή και ως ογκομετρικό περιεχόμενο , χρησιμοποιείται κατά κόρον στη περιγραφή των εδαφών για να περιγράψει το περιεχόμενο σε ρευστό μέσα στο έδαφος. Το ογκομετρικό υδατικό περιεχόμενο ή περιεχόμενο υγρασίας (θ_w) είναι ίσο με το γινόμενο του κορεσμού του νερού επί το πορώδες (θ_w=φS_w). Το υδατικό περιεχόμενο μπορεί επίσης να προσδιοριστεί και ως κλάσμα μάζας.

Τα ογκομετρικά περιεχόμενα της αέριας και της μη υδατικής φάσης ορίζονται με παρόμοιο τρόπο και το άθροισμα όλων των υδατικών περιεχομένων ισούται με το πορώδες. Το ογκομετρικό αέριο περιεχόμενο μερικές φορές συναντάται στη βιβλιογραφία και σαν "πορώδες γεμάτο αέρα".

1.3.2 Πυκνότητες και Ιξώδη Ρευστών

Οι πυκνότητες της υδατικής, της αέριας και της NAPL φάσης είναι συναρτήσεις του τρόπου δημιουργίας αυτών των φάσεων , της θερμοκρασίας και της πίεσης. Η πυκνότητα υγρών που αποτελούνται από πολλά συστατικά (για παράδειγμα NAPL και υδατική φάση) μπορεί να υπολογιστεί με καλή ακρίβεια αν υποθέσουμε ότι μπορούμε να προσθέσουμε τους όγκους. Αυτό που υποτίθεται δηλαδή είναι ότι ο όγκος ενός μείγματος συστατικών είναι ίσος με το άθροισμα των όγκων των συστατικών του. Η υδατική και η NAPL φάση είναι μόνο λίγο συμπιεστά στην ακόρεστη ζώνη , άρα τα φαινόμενα προκαλούμενα από συμπίεση θα είναι λίγα.

Η πυκνότητα στην αέρια φάση είναι πολύ ευαίσθητη στις αλλαγές της θερμοκρασίας , της σύστασης και της συγκέντρωσης. Η πυκνότητα της αέριας φάσης υπολογίζεται με το νόμο των πραγματικών αερίων :

$$\rho_g = \frac{P_g M_{wt}}{zRT} \qquad (1.2)$$

όπου P_g είναι η συνολική πίεση στην αέρια φάση, *Mwt* είναι το μέσο μοριακό βάρος της αέριας φάσης , *z* είναι ένας παράγοντας συμπιεστότητας, *R* είναι η παγκόσμια σταθερά των τελείων αερίων και *T* είναι η απόλυτη θερμοκρασία.

Η υπόθεση για ιδανική συμπεριφορά των αερίων είναι αρκετές φορές αρκετή για να περιγραφεί η κίνησή τους στην ακόρεστη ζώνη , καθώς η θερμοκρασία και η πίεση δεν είναι πολύ μεταβλητές.

Το δυναμικό ιξώδες των ρευστών είναι επίσης συνάρτηση της συγκέντρωσης , της θερμοκρασίας και (για τα αέρια) της πίεσης. Τα ιξώδη των υγρών είναι γενικά ευθείες συναρτήσεις της θερμοκρασίας και το ιξώδες μειώνεται όταν αυξάνεται η θερμοκρασία Η εκτίμηση του ιξώδους σε υγρά διαλύματα είναι πολύπλοκη διαδικασία , ωστόσο υπάρχουν υπολογιστικές μέθοδοι [Reid 1987]

Το δυναμικό ιξώδες των αερίων είναι πολύ μικρότερο από το ιξώδες των υγρών. Ο ξηρός αέρας έχει 75 φορές μικρότερο ιξώδες από το καθαρό υγρό νερό στην ίδια θερμοκρασία [Bejan 1984]. Αυτός είναι ο λόγος που η αέρια φάση είναι πολύ ευαίσθητη στις αλλαγές της θερμοκρασίας και της πίεσης . Σε αντίθεση με τα υγρά , το ιξώδες των αερίων αυξάνεται ελάχιστα με την αύξηση της θερμοκρασίας και πρέπει να λάβουμε υπ' όψη και την πίεση.

1.3.3 Ατμοσφαιρική και Σχετική πίεση

Το άνω όριο της ακόρεστης ζώνης αλληλεπιδρά με την ατμόσφαιρα εκτός και αν η επιφάνεια του εδάφους είναι σφραγισμένη . Η βροχόπτωση, η ατμοσφαιρική πίεση και η σύσταση της ατμόσφαιρας επιδρούν σε μεγάλο βαθμό στη μεταφορά των συστατικών στην ακόρεστη ζώνη.

Η ατμοσφαιρική πίεση είναι μια δυναμική ποσότητα η οποία αλλάζει σε συνάρτηση με το χρόνο λόγω του αέρα, της ηλιακής ενέργειας και της επίδρασης των μετεωρολογικών συστημάτων. Τυπικά παρατηρείται διακύμανση της ατμοσφαιρικής πίεσης σε μια περιοχή περίπου ± 1 % της μέσης.

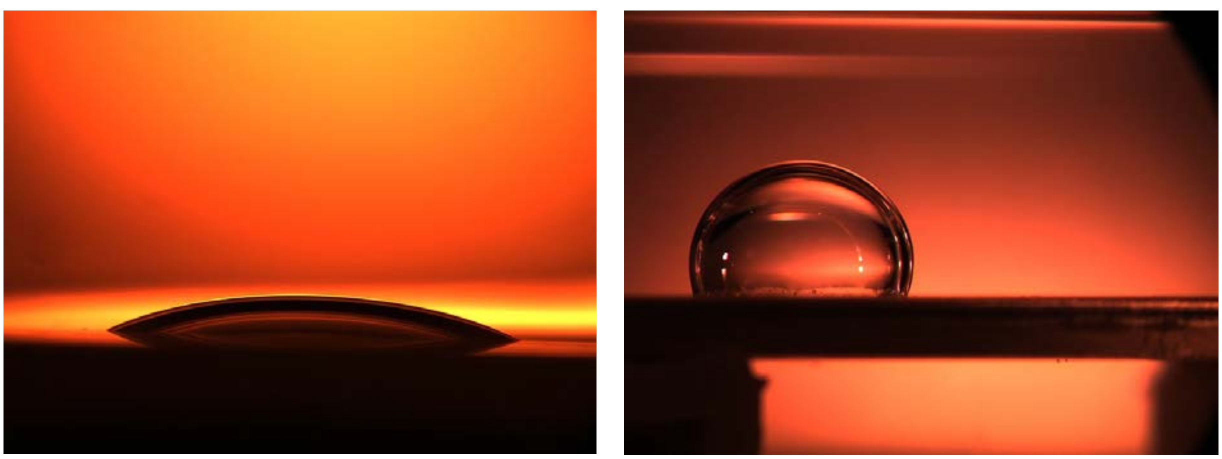
Η σχετική πίεση είναι η πίεση ενός ρευστού σε σχέση με την ατμοσφαιρική πίεση . Οι περισσότερες μετρήσεις στην ακόρεστη ζώνη γίνονται για τη σχετική πίεση και, στη συνέχεια, γίνεται διόρθωση για να συμπεριληφθούν οι διακυμάνσεις της ατμοσφαιρικής πίεσης.

1.3.4 Επιφάνεια και Διεπιφανειακές τάσεις - Τάση διαβροχής.

Τα συστήματα πολλαπλών φάσεων χαρακτηρίζονται από διεπιφάνειες υγρού-υγρού. Οι μοριακές δυνάμεις που επιδρούν σε αυτές τις διεπιφάνειες τους δίνουν ελαστικά χαρακτηριστικά κάνοντάς τες να μοιάζουν με μεμβράνη. Η ενέργεια που απαιτείται για να "τεντώσει" κάποιος αυτή την επιφάνεια σε ένα μοναδιαίο εμβαδό (επιφάνεια) ονομάζεται επιφανειακή, ή διεπιφανειακή τάση. Ο όρος επιφανειακή τάση αναφέρεται κυρίως σε συστήματα υγρού-αερίου , ενώ ο όρος διεπιφανειακή αναφέρεται κυρίως σε συστήματα υγρού-υγρού (νερού -NAPL).

Η διεπιφανειακή τάση μεταξύ NAPL και νερού είναι ευθεία συνάρτηση της συγκέντρωσης, ωστόσο τυπικές τιμές για καθαρά οργανικά υδρόφοβα υγρά κινούνται γύρω από τα 40 dyne/cm.

Η τάση διαβροχής αναφέρεται στη συμπεριφορά ενός ρευστού όταν έρχεται σε επαφή με μια στερεή επιφάνεια. Αυτή η συμπεριφορά περιγράφεται από τη γωνία που σχηματίζει μια σταγόνα του ρευστού όταν πέσει πάνω στη στερεή επιφάνεια. Η παρακάτω εικόνα δείχνει τη διαφορά μεταξύ ενός ρευστού με μεγάλη τάση διαβροχής και ενός ρευστού με μικρή τάση διαβροχής. Το ρευστό με μεγάλη τάση διαβροχής στα αριστερά έχει μικρή γωνία επαφής (γ) και τείνει να καταλάβει όσο το δυνατόν μεγαλύτερο κομμάτι της επιφάνειας. Αντίθετα, η σταγόνα του ρευστού με μικρή τάση διαβροχής στα δεξιά δεν καταλαμβάνει μεγάλο μέρος της στερεής επιφάνειας και η γωνία επαφής είναι μεγάλη. Ένα ιδανικό ρευστό με τη μέγιστη τάση διαβροχής θα σχημάτιζε μηδενική γωνία με την επιφάνεια.



Εικόνα 1.2: Σύγκριση υγρών με μεγάλη τάση διαβροχής (αριστερά) και μικρή τάση διαβροχής (δεξιά) [Πηγή: www. wikipedia .org]

Σε όλους σχεδόν τους πόρους και τα ρήγματα που συναντώνται στους γεωλογικούς φορείς στην ακόρεστη ζώνη , τα ρευστά παρουσιάζουν μεγάλη τάση διαβροχής , καταλαμβάνοντας όσο το δυνατόν περισσότερο ελεύθερο χώρο από αυτόν που υπάρχει.

Αυτός είναι ο λόγος που σε ένα σύστημα νερού /αερίου ,η φάση του νερού είναι σχεδόν πάντα η φάση που διαβρέχει την επιφάνεια, όπως αντίστοιχα σε ένα σύστημα NAPL/ αερίου η φάση του NAPL διαβρέχει τη στερεή επιφάνεια. Υπάρχουν εξαιρέσεις σε αυτόν τον κανόνα αλλά είναι πολύ σπάνιες.

Σε συστήματα υγρού-υγρού , δηλαδή NAPL/νερού, η υδατική φάση είναι συνήθως αυτή που έχει τη μεγαλύτερη τάση διαβροχής ,αλλά όχι πάντα. Η τυπική μορφή ενός συστήματος τριών φάσεων αέριο/νερό/NAPL σε σχέση με την τάση διαβροχής είναι νερό>NAPL>αέριο , με συνέπεια το νερό να είναι αυτό που τείνει να έχει τη μεγαλύτερη επιφάνεια επαφής με το έδαφος, ενώ το αέριο τείνει να έχει τη μικρότερη. Η τάση διαβροχής του NAPL εξαρτάται από τη συγκέντρωση του νερού και του αερίου και θεωρείται μέση για αυτό το σύστημα.

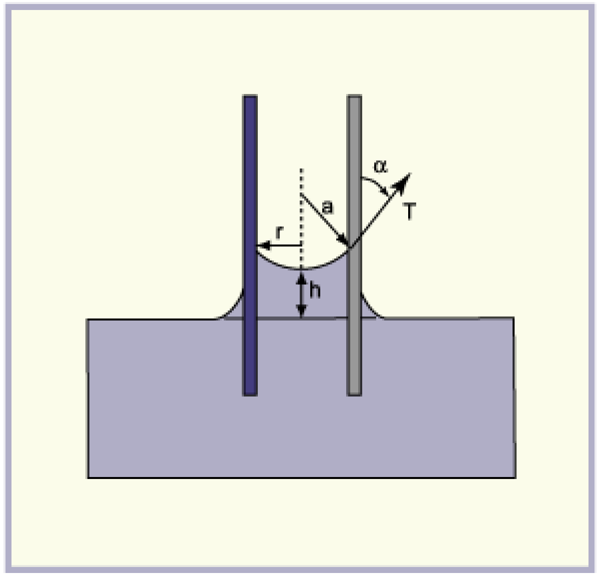
Σε χαμηλά υδατικά φορτία η απορρόφηση του νερού στη στερεά φάση είναι πολύ σημαντική με αποτέλεσμα όλα τα στερεά στην ακόρεστη ζώνη να περιβάλλονται από ένα φιλμ νερού πάχους αρκετών μορίων. Η δυνάμεις που αναπτύσσονται σε αυτές τις διεπιφάνειες είναι τόσο μεγάλες που για το διαχωρισμό μπορεί να απαιτείται να δημιουργηθεί διαφορά πίεσης ακόμη και της τάξης των 10atm.

1.4 Τριχοειδή Φαινόμενα

Η έλξη της υδατικής τάσης προς τη στερεά οδηγεί στο να "διώχνει" η υδατική φάση τη μη υδατική φάση έξω από τους πιο μικρούς χώρους (σωλήνες).Αυτοί οι μικροί σωλήνες περιγράφονται στη βιβλιογραφία ως *τριχοειδείς σωλήνες (capillary tubes)* και χαρακτηρίζονται από την πολύ μικρή διάμετρο. Η παρακάτω εικόνα δείχνει ένα τριχοειδή σωλήνα μικρής διαμέτρου ,βυθισμένο σε μια πολύ μεγαλύτερη δεξαμενή γεμάτη με ένα ρευστό, όπως το νερό. Ο τριχοειδής σωλήνας είναι ακτίνας r , συνεπώς η βρεχόμενη περίμετρος μέσα στο σωλήνα είναι $2\pi r$. Δεδομένης της επιφανειακής τάσης σ_{gw} , και μιας γωνίας επαφής 0, δημιουργείται μια ανυψωτική δύναμη στη διεπιφάνεια στερεού-υγρού ίση με $2\pi r\sigma_{gw}$.

Σε συνθήκες ισορροπίας η προς τα πάνω δύναμη που δημιουργείται εξισώνεται με τη δύναμη που δημιουργείται από την επίδραση της βαρύτητας λόγω της διαφοράς στις πυκνότητες μεταξύ της υδατικής και της μη υδατικής φάσης. Εάν η μη υδατική φάση είναι αέρια, όπως στην εικόνα , η πυκνότητά της είναι πολύ μικρή σε σχέση με την πυκνότητα του νερού. Κατά συνέπεια, το βάρος του νερού στη ζώνη της τριχοειδούς ανύψωσης είναι $\pi r^2 h\rho_w g$, όπου g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας. Εξισώνοντας αυτές τις δύο δυνάμεις μπορούμε να υπολογίσουμε το ύψος της τριχοειδούς ανύψωσης h που είναι ίσο με :

$$h = \frac{2\sigma_{gw}}{\rho_W g r} \quad (1.3)$$



Εικόνα 1.3: Η δημιουργία της τριχοειδούς ανύψωσης [Πηγή: http://www.ami.ac.uk]

Το ύψος της τριχοειδούς ανύψωσης είναι συνεπώς ευθέως ανάλογο τη ακτίνας του τριχοειδούς σωλήνα. Στην επίπεδη διεπιφάνεια νερού-αέρα στη μεγάλη δεξαμενή δεν ασκείται κάποια δύναμη κατά το μήκος της , κάτι που σημαίνει ότι : $P_g = P_w$.

Καθώς το σύστημα είναι ακίνητο η πίεση του νερού αρχικά μέσα στο σωλήνα είναι υδροστατική, συνεπώς σε ένα ύψος h πάνω από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού μέσα στο τριχοειδή σωλήνα είναι : $P_g = P_w - \rho_w gh$, και η πίεση του νερού (υδατική φάση) είναι μικρότερη από την πίεση του αερίου (αέρια φάση). Αυτή η πτώση πίεσης συμβαίνει πάνω από την καμπύλωση της διεπιφάνειας μέσα στο σωλήνα και ονομάζεται τριχοειδής πίεση (P_{cgw}).

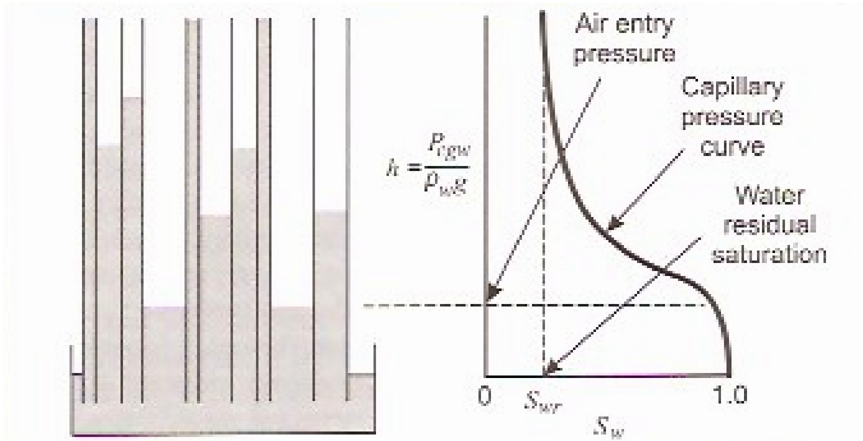
Στις σχέσεις αυτές οι δείκτες g και w χρησιμοποιούνται για προσδιοριστεί η διαφορά μεταξύ των δύο φάσεων. Χρησιμοποιώντας τη σχέση (1.3) , η τριχοειδής πίεση μπορεί να βρεθεί από τον τύπο:

$$P_{cgw} = P_g - P_w = \frac{2\sigma_{gw}}{r} \tag{1.4}$$

Είναι πολύ βοηθητικό να φανταστούμε τους πόρους του εδάφους σαν μια σειρά από τριχοειδείς σωλήνες βυθισμένους στο νερού , με διαφορετική διάμετρο και ανοικτούς στην ατμόσφαιρα, όπως στην εικόνα (1.4) . Όπως και στην περίπτωση του ενός σωλήνα, δεν υπάρχει πτώση πίεσης στη διεπιφάνεια του δοχείου και το νερό ανυψώνεται σε διαφορετικό ύψος σε κάθε σωλήνα λόγω της διαφοράς στις ακτίνες των σωλήνων. Η αιτία για αυτή την ανύψωση είναι η διαφορά πυκνότητας νερού αέρα.

Αν ο βαθμός κορεσμός του νερού αναπαρασταθεί σα συνάρτηση της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας , μέσα σε αυτούς τους σωλήνες, μπορεί να προκύψει μια καμπύλη σαν αυτή της εικόνας (1.4). Αυτή η καμπύλη μπορεί να μας δώσει και το μέσο κορεσμό σε νερό που μπορεί να υπάρχει για μια δεδομένη άσκηση τριχοειδούς πίεσης.

Ενώ τα πραγματικά πετρώματα και εδάφη είναι πολύ πιο πολύπλοκα από αυτό το απλό σχήμα, παρουσιάζουν αυτή την πρότυπη συμπεριφορά ειδικά σε πειραματικές συνθήκες. Όπως είναι λογικό τα λεπτόκοκκα εδάφη ασκούν μεγαλύτερη τριχοειδή πίεση στο νερό , ενώ τα χοντρόκοκκα μικρότερη για δεδομένο κορεσμό σε νερό. Αν υποθέσουμε ότι το μέγεθος των πόρων είναι ευθέως ανάλογο με το μέγεθος των κόκκων ενός εδαφικού δείγματος , τότε η τριχοειδής πίεση θα εμφανιζόταν αντίστροφη από το μέσο μέγεθος κόκκων δηλαδή $Pc \propto 1/d$ όπου , d είναι η μέση διάμετρος των κόκκων.



Εικόνα 1.4. Μηχανικό ανάλογο της δημιουργίας τριχοειδών φαινομένων [Πηγή: Vadose Zone Science and Technology Solutions, Looney and Falta,V].

Στην καμπύλη της τριχοειδούς πίεσης φαίνονται και δύο χαρακτηριστικά στάδια της διεργασίας. Ο υπολειμματικός κορεσμός του νερού είναι σχετίζεται με το νερό που μένει μέσα στους πόρους ακόμα και με μεγάλη αύξηση της τριχοειδούς πίεσης. Πιο συγκεκριμένα είναι ο κορεσμός στον οποίο ακόμα και αν η τριχοειδής ξεπεράσει μια κρίσιμη τιμή , δεν αλλάζει θέση μέσα στο σύστημα.

Στην πραγματικότητα ο υπολειμματικός κορεσμός εξαρτάται από τη μέθοδο μέτρησης και από το μέγεθος της πίεσης που ασκείται για να διαχωριστούν οι φάσεις καθώς όσο μεγαλύτερη πίεση ασκήσουμε τόσο πιο πολύ νερό θα αφαιρέσουμε από τους πόρους. Ο υπολειμματικός κορεσμός αφορά κυρίως τους μικρότερους πόρους του συστήματος και κυρίως το προσροφημένο νερό σε αυτούς.

Το ανάλογο των μικρών αυτών πόρων στο παραπάνω σχήμα είναι οι τριχοειδείς σωλήνες μικρής διαμέτρου. Για υψηλές τριχοειδείς πιέσεις ,πάνω από 1 atm, δεν μπορούμε να βασιστούμε στην παραπάνω αναλογία καθώς το νερό μέσα στους τριχοειδείς σωλήνες θα έφτανε στο σημείο βρασμού. Ωστόσο σε αυτό το σημείο στην πραγματικότητα συμβαίνουν άλλες διεργασίες όπως είναι η ρόφηση του νερού και η τριχοειδής συμπύκνωση της στερεής φάσης. Το συμπέρασμα που μπορούμε να εξάγουμε είναι το εξής:

Σε χαμηλές τριχοειδείς πιέσεις, κάτω από 1 atm, το νερό συγκρατείται στους πόρους κυρίως λόγω της πτώσης πίεσης στη διεπιφάνεια νερού αέρα ενώ σε υψηλές τριχοειδείς πιέσεις το νερό συγκρατείται στους πόρους λόγω φυσικοχημικών διεργασιών. Αυτοί οι δύο μηχανισμοί είναι πολύ δύσκολο να μελετηθούν ξεχωριστά συνεπώς αντιμετωπίζονται ενιαία.

Το άλλο βασικό στάδιο της διεργασίας που φαίνεται στο συγκεκριμένο σχήμα είναι η πίεση της εισαγωγής του αέρα (μη υδατική φάση). Αυτή είναι η πίεση που απαιτείται για ν α μετακινήσει την υδατική φάση από τους μεγαλύτερους πόρους όταν είναι αρχικά κορεσμένη λόγω της μεγάλης τάσης διαβροχής του νερού. Αυτή η πίεση πρέπει να ξεπεραστεί για να συγκρατηθεί το νερό ,εισάγοντας για παράδειγμα αέρα από το κάτω μέρος του πόρου. Συνεπώς πετρώματα με μεγάλο εύρος πόρων που δεν έχουν παγιδευμένο ελεύθερο αέρα ,δεν έχουν ουσιαστικά πίεση εισαγωγής αέρα (έχουν πάρα πολύ μικρή) . Αυτό έχει σα συνέπεια με το που αυξάνεται η τριχοειδής πίεση να συμβαίνει και ταυτόχρονο άδειασμα των πόρων.

Την καμπύλη της τριχοειδούς πίεσης σε αντιπαραβολή με τον κορεσμό του νερού ,που αναφέραμε ως καμπύλη τριχοειδούς πίεσης , τη συναντάμε στη βιβλιογραφία με πολλά ονόματα. Οι γεωφυσικοί αναφέρονται συχνά στην ίδια την πίεση του νερού με τον όρο matric potential (δυστυχώς δεν υπάρχει ακριβής μετάφραση). Η ακριβής πίεση (ή μέτωπο) του νερού μετράται συνήθως σα σχετική πίεση. Αν την αντιπαραβάλουμε με το υδατικό περιεχόμενο τότε θα προκύψει μια καμπύλη σαν του σχήματος 1.4.

Η τριχοειδής πίεση μπορεί να μετρηθεί ή κατά την ενυδάτωση είτε κατά το άδειασμα (αποξύρανση των πόρων) . Στις περισσότερες περιπτώσεις παρατηρείται το φαινόμενο της υστέρησης στο οποίο θα αναφερθούμε εκτενέστερα στη συνέχεια.

1.5 Πίεση Ρευστών και Κατανομή Κορεσμού

Υπό στατικές συνθήκες δεν υπάρχει ροή του ρευστού συνεπώς η πίεση του νερού είναι η υδροστατική. Στην επιφάνεια του εδάφους η πίεση της αέριας φάσης είναι ατμοσφαιρική, συνεπώς αν η πυκνότητα του αερίου είναι σταθερή με το βάθος η πίεση της αέριας φάσης είναι

$$P_g = P_{atm} + \rho_g g z \tag{1.5}$$

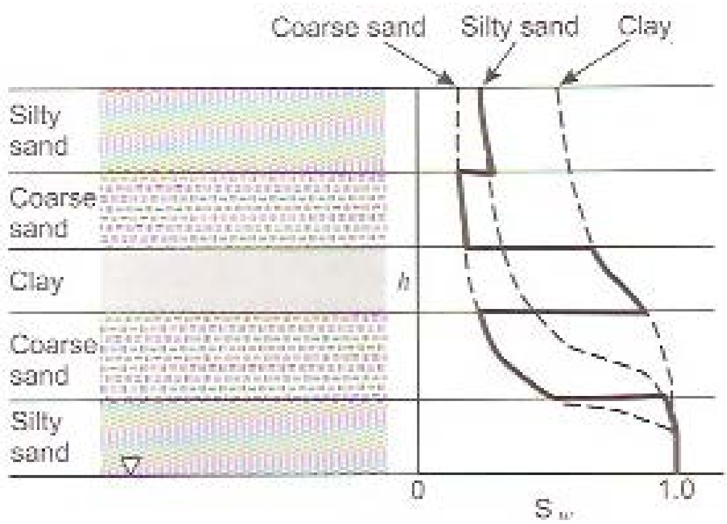
όπου z είναι το βάθος σε σχέση με την επιφάνεια. Στον υδροφόρο ορίζοντα η πίεση του νερού και της αέριας φάσης εξισώνονται εξ ορισμού και η τριχοειδής πίεση είναι 0. Με κατεύθυνση προς τα πάνω από τον υδροφόρο ορίζοντα η απόλυτη πίεση του νερού είναι :

.

$$P_w = P_g - \rho_w g h \tag{1.6}$$

όπου h είναι το ύψος πάνω από τον υδροφόρο ορίζοντα και η πυκνότητα της αέριας φάσης θεωρείται ότι υπολογίζεται στον όρο της βαρύτητας. Από την εξίσωση 1.6 μπορεί να βρεθεί η στατική τριχοειδής πίεση για κάθε ανύψωση η οποία με τη σειρά της χρησιμοποιείται για να βρεθεί ο κορεσμός του νερού από την καμπύλη τριχοειδούς πίεσης. Και πάλι το απλό σχέδιο της εικόνας 1.4 μας βοηθά να κατανοήσουμε το φαινόμενο.

Η στατική κατανομή του ρευστού είναι γνωστή και σαν ισοζύγιο βαρύτητας-τριχοειδούς ανύψωσης. Ακόμα και σε ετερογενή εδάφη και πετρώματα είναι εύκολο να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας την τριχοειδή πίεση και την καμπύλη τριχοειδούς πίεσης για διαφορετικά εδάφη. Η εικόνα 1.5 δείχνει μια τομή της ακόρεστης ζώνης από τον υδροφόρα ορίζοντα έως την επιφάνεια του εδάφους. Η διακεκομμένες γραμμές της τριχοειδούς πίεσης στα δεξιά της εικόνας αντιστοιχούν στα τρία στρώματα που απαρτίζουν την ακόρεστη ζώνη: χοντρή άμμος, λασπώδης άμμος και πηλός.



Εικόνα 1.5 Το ισοζύγιο βαρύτητας-τριχοειδούς πίεσης [Πηγή: Vadose Zone Science and Technology Solutions, Looney and Falta,V]

Στη φάση ισοζυγίου βαρύτητας-τριχοειδούς ανύψωσης η κατανομή του νερού σε οποιοδήποτε ύψος βρίσκεται από την αντίστοιχη καμπύλη τριχοειδούς πίεσης για το συγκεκριμένο στρώμα.

Σε αυτό το τέλεια σωματοποιημένο πεδίο η τριχοειδής πίεση είναι συνεχής και γραμμική με το βάθος. Ωστόσο παρουσιάζονται ασυνέχειες στα όρια μεταξύ των στρωμάτων. Αυτού του τύπου τα απότομα όρια είναι πολύ δύσκολο να προσδιοριστούν στην πραγματικότητα και αποτελούν αντικείμενο ξεχωριστής μελέτης.

Το παράδειγμα της εικόνας 1.5 αφορά την ακόρεστη ζώνη που δεν υπάρχει καθόλου διηθημένο νερό. Η βροχόπτωση θα αλλάξει αυτό το προφίλ τουλάχιστον προσωρινά ειδικά κοντά στην επιφάνεια και αν υπάρξει περιοδική επανάληψη της διήθησης τότε θα αλλάξει δραματικά αυτό το προφίλ. Ο υπολογισμών αυτών των προφίλ είναι πολύ πιο πολύπλοκος και αναλύεται εκτενώς στη συνέχεια της εργασίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΣΤΗΝ ΑΚΟΡΕΣΤΗ ΖΩΝΗ

2.1. Εισαγωγή

Οι περιγραφές της μη ομοιόμορφα ακόρεστης ροής σε εδάφη βασίζονται στην εξίσωση του Richards (1931) η οποία συνδυάζει την εξίσωση Darcy–Buckingham για το δυναμικό ροής των υγρών με μια εξίσωση ισορροπίας μάζας . Η εξίσωση Richards τυπικά προβλέπει διεργασίες *ομοιόμορφης* ροής στην ακόρεστη ζώνη παρόλο που συχνά μετασχηματίζεται μακροσκοπικά με χωρικές μεταβλητές για να περιγράψει τις αλλαγές στις υδραυλικές ιδιότητες των εδαφών. Κλασσικό παράδειγμα είναι ο μετασχηματισμός ώστε να ληφθούν υπόψη τα διάφορα εδαφικά στρώματα.

Δυστυχώς , η ακόρεστη ζώνη είναι εξαιρετικά ανομοιογενής σε οποιαδήποτε κλίμακα και αν την εξετάσει κανείς . Από το επίπεδο των μικροπόρων έως το επίπεδο μεγάλων εκτάσεων οι ανομοιογένειες αυτές μπορούν να οδηγήσουν σε διεργασίες ροής κατά προτίμηση (preferential flow processes) οι οποίες μακροσκοπικά είναι εξαιρετικά δύσκολο να περιγραφούν από την εξίσωση Richards . Ένα κλασικό παράδειγμα είναι η γρήγορη κίνηση τού νερού μέσω ρηγμάτων (πχ ανάμεσα σε βραχώδεις σχηματισμούς) όπου το περισσότερο από το νερό περνάει δίπλα από τα πετρώματα. Υπάρχουν και άλλες αιτίες ώστε να δημιουργηθούν συνθήκες ροής προτίμησης όπως αστάθειες της ροής λόγω ανομοιογένειας των λεπτότερων εδαφών ή λόγω της κατείσδυσης άλλων όπου αναγκάζουν το νερό να γεμίσει τα δημιουργούμενα κενά. Η περιγραφή ωστόσο ξεκινά με την κλασική προσέγγιση του Richards.

2.2 Η προσέγγιση του Richards

2.2.1 Εξίσωση Ισορροπίας Μάζας

Η ροή του νερού σε ποικίλως ακόρεστο πορώδες μέσο (έδαφος) συνήθως περιγράφεται σε ότι αφορά το ισοζύγιο μάζας από την εξίσωση:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial q_i}{\partial x_i} - S \qquad (2.1)$$

όπου θ είναι το ογκομετρικό περιεχόμενο του νερού [$L^3 L^{-3}$], t είναι ο χρόνος [T], x_i είναι χωρική μεταβλητή [L], q_i είναι η ογκομετρική πυκνότητα ροής [LT^{-1}],και το S είναι ένας γενικός όρος πηγής [L^3 L^{-3} T^{-1}] (ή απώλειας , όπως πχ για την απορρόφηση νερού στη ριζόσφαιρα). Η εξίσωση (2.1) συχνά αναφέρεται και ώς εξίσωση συνέχειας ή εξίσωση διατήρησης μάζας. Η εξίσωση αυτή γενικά εκφράζει την αλλαγή σε ένα δεδομένο όγκο νερού λόγω χωρικών μεταβολών του δυναμικού της ροής και της ύπαρξης πηγής ή απώλειας.

2.2.2 Ομοιόμορφη Ροή

Η ομοιόμορφη ροή συνήθως περιγράφεται από την εξίσωση Darcy–Buckingham:

$$q_i = -K(h)(K_{ij}^A \frac{\partial h}{\partial x_j} + K_{iz}^A) \qquad (2.2)$$

όπου *K* είναι η ακόρεστη υδραυλική αγωγιμότητα [L T^{-1}], και Ki,j^A είναι τα μέλη ενός αδιάστατου πίνακα ανισοτροπίας K^A (όπου γίνεται μοναδιαίος όταν το μέσο είναι ισότροπο). Η εξίσωση Darcy– Buckingham είναι ίδια στη μορφή με την εξίσωση του Darcy με την εξαίρεση ότι η σταθερά αναλογίας K είναι μη γραμμική συνάρτηση του προφίλ της πίεσης (ή της συγκέντρωσης του νερού) ενώ στην εξίσωση του Darcy το K (h) είναι σταθερό και ίσο με το Ks που είναι η υδραυλική αγωγιμότητα του κορεσμένου μέσου.

Συνδυάζοντας την εξίσωση διατήρησης μάζας και την Darcy-Buckingham έχουμε

$$\frac{\partial\theta\,(h)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left[K(h)\left(K_{ij}^{A}\frac{\partial h}{\partial x_j} + K_{iz}^{A}\right)\right] - S(h) \qquad (2.3)$$

Αυτή η μερική διαφορική εξίσωση είναι η εξίσωση που συνήθως περιγράφει την όχι ομοιόμορφα κορεσμένη ροή στην ακόρεστη ζώνη. Είναι αρκετά μη γραμμική και λογικά μόνο λίγες και σχετικά απλοποιημένες αναλυτικές λύσεις μπορούν να βρεθούν. Έτσι οδηγούμαστε στη χρήση αριθμητικών λύσεων για πρακτικά ζητήματα χρησιμοποιώντας διάφορες αριθμητικές μεθόδους όπως πεπερασμένες διαφορές ή πεπερασμένα στοιχεία. Η εξίσωση 3 συχνά αναφέρεται στην βιβλιογραφία και ώς μεικτή μορφή της εξίσωσης Richards καθώς περιέχει δύο εξαρτημένες μεταβλητές : το υδάτινο περιεχόμενο και το προφίλ της πίεσης.

2.3 Διήθηση

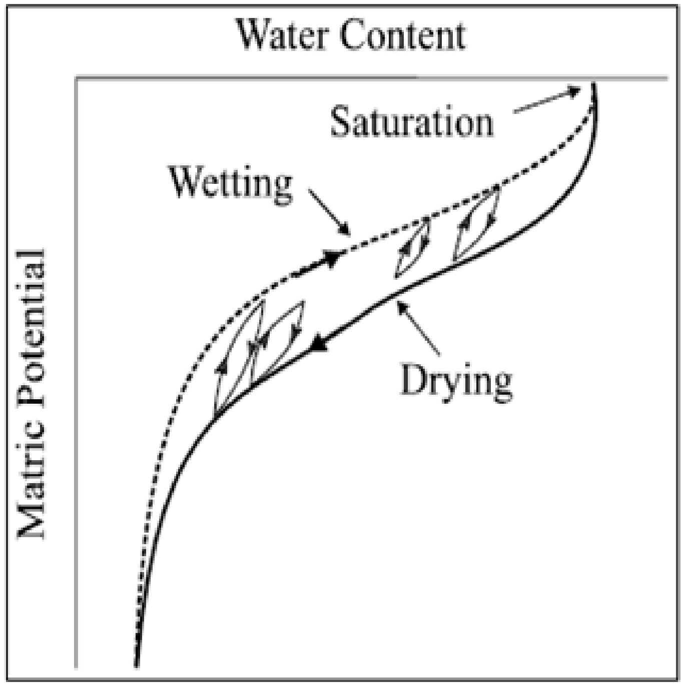
2.3.1 Προσδιορισμός του αρχικού προφίλ της πίεσης

Η κίνηση του νερού στην ακόρεστη ζώνη συνήθως προσεγγίζεται με τη θεώρηση ότι συμβαίνει σε τρία στάδια : τη διήθηση , την ανακατανομή και την αποχέτευση (ή αποξήρανση, το άδειασμα των πόρων). Για αυτήν την προσέγγιση η διήθηση ορίζεται σαν την αρχική διεργασία του νερού που εισέρχεται στο υπέδαφος από κάποια ενέργεια στην επιφάνεια του εδάφους .

Οι τριχοειδείς δυνάμεις κυριαρχούν σε αυτή τη φάση. Η ανακατανομή εμφανίζεται σαν επόμενο στάδιο όταν το διηθημένο νερό κατανέμεται μέσα στο προφίλ του εδάφους μετά την παύση της ενέργειας που προκάλεσε την ύπαρξη του νερού στην επιφάνεια του εδάφους. Κατά τη διάρκεια της ανακατανομής συμβαίνουν και τριχοειδή και βαρυτικά φαινόμενα και επιδρούν στο αποτέλεσμα εξίσου. Ταυτόχρονη ενυδάτωση και αποξήρανση μπορεί να συμβεί σε αυτό το στάδιο και εμφανίζεται αρκετά συχνά το φαινόμενο της υστέρησης.

Η υστέρηση είναι το φαινόμενο που περιγράφεται στην εικόνα 2.1 . Ουσιαστικά το βλέπουμε μαθηματικά καθώς η καμπύλη της ενυδάτωσης και η καμπύλη της αποξήρανσης δεν είναι πανομοιότυπες. Η εξατμισοδιαπνοή λαμβάνει χώρα συνεχώς κατά τη διάρκεια της ανακατανομής, και αυτό επηρεάζει το ποσό του νερού που είναι διαθέσιμο για περεταίρω εισχώρηση κατά το βάθος του προφίλ του εδάφους. Το τελικό στάδιο της κίνησης του νερού είναι η λεγόμενη βαθειά διήθηση ή επαναφόρτιση και συμβαίνει όταν το βρεγμένο προφίλ ακουμπά τον υπόγειο υδροφορέα.

Για τη συνέχεια αυτού του κεφαλαίου ο όρος ΄΄ διήθηση ΄΄ θα αφορά και τα τρία στάδια της κίνησης του νερού στην ακόρεστη ζώνη. . Επίσης οι όροι του δυναμικού της ροής του νερού ,του ρυθμού της διήθησης και του ρυθμού της κίνησης του νερού θα χρησιμοποιηθούν εναλλάξ θεωρώντας ότι είναι ταυτόσημοι



Εικόνα 2.1 :Η υστέρηση κατά την ενυδάτωση και την αποξύρανση [Πηγή: Estimation of Infiltration Rate in the Vadose Zone, EPA/600/R-97/128a February 1998]

2.4 Εμπειρικά Μοντέλα

Οι εμπειρικές μέθοδοι είναι συνήθως της μορφής απλών εξισώσεων , οι παράμετροι των οποίων συνήθως υπολογίζονται από την ανάλυση των καμπυλών που προκύπτουν από πραγματικές μετρήσεις διήθησης νερού. Αυτές οι εξισώσεις μας δίνουν μόνο εκτιμήσεις της συσσωρευτικής διήθησης και του ρυθμού διήθηση και δεν δίνουν πληροφορίες για την κατανομή του νερού.

Οι περισσότερες εξάγονται με την υπόθεση ότι υπάρχει διαθέσιμο συνεχώς υδατικό περιεχόμενο στην επιφάνεια. Μερικές από τις πιο συχνά χρησιμοποιημένες εξισώσεις που δεν έχουν όμως καμία φυσική επεξήγηση παρουσιάζονται εδώ. Ενδελεχής ανάλυση αυτών των μεθόδων δίνεται από τους Philip (1957), Swartzendruber and Hillel (1973) και Dunin (1976).

2.4.1 Η εξίσωση Kostiakov

O Kostiakov (1932) πρότεινε την παρακάτω εξίσωση για την εκτίμηση της διήθησης

$$i(t) = at^{-\beta} \qquad (2.4)$$

Όπου i είναι ο ρυθμός διήθησης σε χρόνο *t*, *α (α>0)* και *β (0<β<1)* είναι εμπειρικές σταθερές. Με ολοκλήρωση από *0* έως *t*, προκύπτει η παρακάτω εξίσωση , η οποία είναι μια έκφραση της συσσωρευτική διήθησης, *I(t)*.

$$I(t) = \frac{a}{1-\beta} t^{(1-\beta)} \qquad (2.5)$$

Οι σταθερές *α* και *β* μπορούν να εκτιμηθούν με σύγκριση της καμπύλης της εξίσωσης 2 με πειραματικά δεδομένα για συσσωρευτική διήθηση *I(t)*.

Καθώς ο ρυθμός διήθηση γίνεται μηδέν όταν απειρίζεται ο χρόνος, αντί να προσεγγίζει ένα μη μηδενικό σταθερό σημείο, ο Kostiakov πρότεινε ότι οι παραπάνω εξισώσεις πρέπει να χρησιμοποιούνται μόνο για $t < t_{max}$. Όπου t_{max} είναι ίσο με $(\alpha/K)^{1/\beta}$, και *K* είναι η κορεσμένη υδραυλική αγωγιμότητα του εδάφους. Η εξίσωση του Kostiakov περιγράφει τη διήθηση σχετικά καλά για μικρούς χρόνους αλλά γίνεται ανακριβής για μεγαλύτερους χρόνους.(Philip, 1957).

2.4.2 Η εξίσωση Horton

Ο Horton (1940) πρότεινε για την εκτίμηση της διήθησης τις παρακάτω εξισώσεις:

$$i(t) = i_f - (i_0 - i_f)e^{-\gamma t} \qquad (2.6)$$

$$I(t) = i_f t + \frac{1}{\gamma}\left(i_0 - i_f\right)(1 - e^{-\gamma t}) \qquad (2.7)$$

Όπου i_0 και i_f είναι οι εκτιμούμενοι αρχικοί και τελικοί ρυθμοί διήθησης , και γ είναι μια εμπειρική σταθερά .Φαίνεται αμέσως ότι το $i(t)$ είναι μη μηδενικό αν απειριστεί το t , σε αντίθεση με την εξίσωση Kostiakov . Δεν αντιπροσωπεύει ωστόσο την απότομη μείωση του i από πολύ μεγάλες τιμές σε μικρούς χρόνους t (Philip, 1957). Επίσης απαιτεί και μια παράμετρο παραπάνω από την εξίσωση Kostiakov .Θεωρείται ωστόσο ότι η απόδοση αυτής της εξίσωσης είναι πιο καλή από την εξίσωση Kostiakov ειδικά σε κάποιες δύσκολες εφαρμογές

2.4.3 Η εξίσωση Mezencev

Για να ξεπεράσει τους περιορισμούς που έχει η εξίσωση Kostiakov σε μεγάλους χρόνους , ο Mezencev πρότεινε τους παρακάτω μετασχηματισμούς στις εξισώσεις 2.4-2.5

$$i(t) = i_f + at^{-\beta} \qquad (2.8)$$

$$I(t) = i_f t + \frac{a}{1-\beta} t^{(1-\beta)} \qquad (2.9)$$

Όπου i είναι ο τελικός ρυθμός διήθησης σε σταθερή κατάσταση.

2.4.4 Εξίσωση SCS

Η Υπηρεσία διαχείρισης εδαφών στην Αμερική (USDA) το 1957 ανέπτυξε μια εξίσωση συνδέει τη βροχόπτωση με την απορροή του νερού βασισμένοι σε δεδομένα βροχόπτωσης τα οποία χρησιμοποιούν σαν είσοδο :

$$\mathrm{R} = \frac{(\mathrm{P} - 0.2\mathrm{F_w})^2}{\mathrm{P} + 0.8\mathrm{F_w}} \qquad (2.10)$$

Όπου P είναι η ημερήσια βροχόπτωση, R είναι η απορροή , και F είναι μια στατιστικά εξαγόμενη παράμετρος που σχετίζεται με το αρχικό έλλειμμα υγρασίας w .

Η διήθηση υπολογίζεται σαν τη διαφορά της απορροής από τη βροχόπτωση :

$$I = P - R \qquad (2.11)$$

2.4.4 Η εξίσωση Holton

Η εμπειρική εξίσωση Holton είναι η πρώτη που εμφανίστηκε και έχει μια υποψία φυσικής αναφοράς και εξαρτάται αποκλειστικά από τις συνθήκες του εδάφους και πιο συγκεκριμένα από το ποσό των πόρων που είναι διαθέσιμοι για αποθήκευση υγρασίας:

$$i(t) = i_f + ab(\omega - I)^{1.4} \qquad (2.12)$$

Όπου α είναι μια σταθερά που σχετίζεται με τις συνθήκες επιφάνειας και παίρνει τιμές από 0.25 έως 0.8, b είναι ένας παράγοντας κλίμακας, ω είναι το αρχικό έλλειμμα υγρασίας ή ο χώρος που καταλαμβάνεται από πόρους ανά μονάδα επιφάνειας και που είναι αρχικά διαθέσιμος για αποθήκευση νερού (cm), και *i(t)* είναι η συσσωρευτική διήθηση (cm) σε χρόνο t.

Αυτή η εξίσωση θεωρείται κατάλληλη για τα μοντέλα που περιγράφουν λεκάνες απορροής και αυτό γιατί εξαρτάται από την υγρασία που αποθηκεύει το έδαφος. Έχει καταγραφεί και ικανοποιητική συνέπεια με μετρήσεις απορροής .

2.4.5 Εξίσωση Boughton

Μετασχηματισμός των εξισώσεων USDA-SCS είναι η εξίσωση Boughton (1966)

$$I = P - F_r tanh(\frac{P}{F_r}) \qquad (2.11)$$

Όπου F είναι μια εμπειρική παράμετρος

2.5 Μοντέλα Green-Ampt

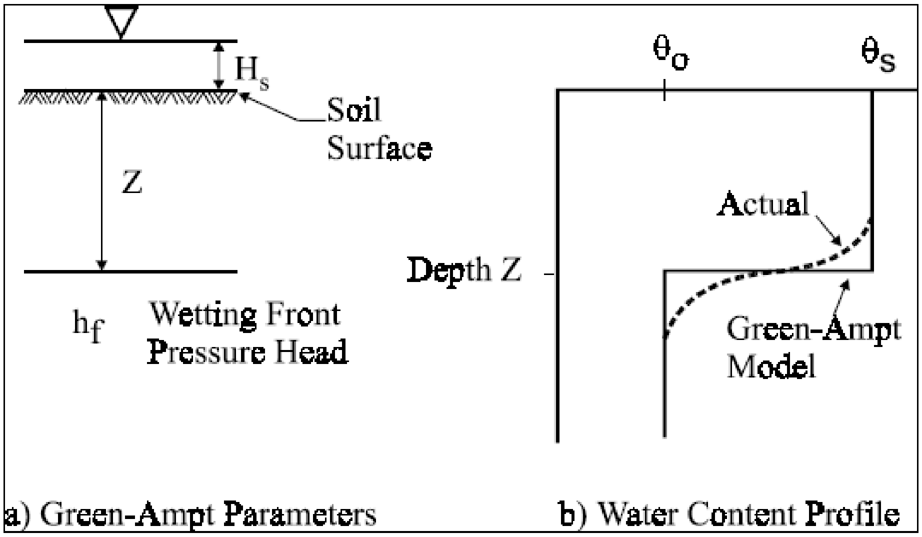
Ο Green και ο Ampt (1911) σχεδίασαν την πρώτη εξίσωση με φυσική αναφορά που περιέγραφε τη διήθηση του νερού στο έδαφος. Τα μοντέλα Green-Ampt έχον εξελιχθεί πάρα πολύ από τότε και αυτό λόγω της απλότητας και της ικανοποιητικής απόδοσης σε πολλές εφαρμογές σε προβλήματα υδρολογίας.

Για πολλά προβλήματα υδρολογίας η χρήση πιο πολύπλοκων μεθόδων είναι και μη πρακτική και αναποτελεσματική (χαρακτηριστικές είναι οι απόπειρες χρήσης της μη γραμμικής εξίσωσης Richard για την περιγραφή της διήθησης) καθώς δεν μας δίνουν παραπάνω πληροφορίες για την υδραυλική αγωγιμότητα και τις άλλες ιδιότητες του εδάφους. Σε αυτές τις μεθόδους επεξεργαζόμαστε όλο το προφίλ του συστήματος εδάφους -νερού ενώ συνήθως μας ενδιαφέρει μόνο ένα ή δύο όρια αυτού του συστήματος.

Για αυτούς τους λόγους χρησιμοποιούνται κατά κόρων τα μοντέλα Green-Ampt στα οποία έχει γίνει η περισσότερη δουλειά για να συσχετιστούν με εμπειρικά δεδομένα.

Οι Green και Ampt υπέθεσαν ένα προφίλ υδατικού περιεχομένου τύπου πιστονιού (Εικόνα 2.2) με ένα πολύ καλά ορισμένο εμπρός βρεχόμενο όριο. Αυτό το προφίλ προϋποθέτει ότι το έδαφος είναι κορεσμένο σε ένα κομμάτι του ελεύθερου όγκου θs (εκτός του παγιδευμένου αέρα)μέχρι το σημείο του εμπρός βρεχόμενου ορίου. Σε αυτό το όριο το υδατικό περιεχόμενο θ_0 πέφτει ραγδαία σε μια προηγούμενη τιμή που δεν είναι άλλη από το αρχικό υδατικό περιεχόμενο.

Το μέτωπο της πίεσης του συστήματος νερού -εδάφους συμβολίζεται με hf (αρνητικό) . Το μέτωπο της πίεσης στην επιφάνεια h_s ,θεωρείται ίσο με το βάθος του νερού που είναι συσσωρευμένο (λιμνασμένο)πάνω από την επιφάνεια.



Εικόνα 2.2 .Σχεδιάγραμμα μοντέλου Green Ampt [Πηγή :Estimation of Infiltration Rate in the Vadose Zone, EPA/600/R-97/128a February 1998].

Σε οποιοδήποτε χρόνο ,η διείσδυση του διηθημένου νερού θα είναι Z. O νόμος του Darcy μπορεί τότε να γραφτεί ως εξής :

$$q = \frac{dI}{dt} = -K_s\left(\frac{h_f-(h_s+Z)}{Z}\right) \tag{2.12}$$

Όπου K_s είναι η υδραυλική αγωγιμότητα αντιστοιχούμενη με το ποσό του νερού που βρίσκεται στην επιφάνεια, και *I(t)* είναι η συσσωρευμένη διήθηση σε χρόνο *t*, και είναι ίση με το Z(=θ_s –θ_0). Χρησιμοποιώντας αυτήν την εξίσωση για να απαλειφθεί το Z και κάνοντας ολοκλήρωση προκύπτει η εξίσωση :

$$I = K_S t - \left(h_f - h_s\right)(\theta_s - \theta_0)log_e\left[1 - \frac{I}{(h_f-h_s)(\theta_s-\theta_0)}\right] \tag{2.14}$$

Η οποία είναι η ακριβής διατύπωση του μοντέλου Green-Ampt .O Philip (1957) έδειξε ότι η εξίσωση Green-Ampt μπορεί επίσης να βρεθεί και σαν ακριβής λύση της εξίσωσης Richards εάν θεωρήσουμε ότι ο όρος της διαχυτότητας είναι μια συνάρτηση δ τύπου Dirac και είναι μη μηδενική μόνο στο κορεσμένο κομμάτι. Ο Philip συνήθιζε να περιγράφει το μοντέλο Green-Ampt σαν μοντέλο ‘’συνάρτησης δ ‘’

Τα Green-Ampt είναι τόσο δημοφιλή κυρίως λόγω της απλότητας και της προσαρμοστικότητας σε διάφορα σενάρια. Ένας άλλος λόγος είναι η διαθεσιμότητα των χαρακτηριστικών παραμέτρων που χρειάζονται αυτά τα μοντέλα και αφορούν διάφορα εδάφη και συνθήκες.

Εκτενείς μελέτες από την Agricultural Research Service (ARS) έχουν συνδέσει τις παραμέτρους των μοντέλων με εμπειρικές σχέσεις ώστε να προκύπτουν εύκολα οι μετρήσεις. Για παράδειγμα ερευνητές όπως ο Bouwer (1966) προτείνουν εναλλακτικές ερμηνείες του K .Αντί να το εξισώνει με την κορεσμένη υδραυλική αγωγιμότητα το προσεγγίζει με το μισό αυτής 0.5*K . Επίσης πρότεινε εναλλακτική χρήση του υδραυλικού ύψους το οποίο το αντιμετώπισε σαν συνάρτηση κορεσμένου εδάφους (*sat f)* στην ουσία δημιουργώντας ένα μέτωπο που δεν περιέχει αέρα . Ο Neuman (1976) εξήγαγε εκφράσεις του h , για μικρές και μεσαίες τιμές του f και μεγάλους χρόνους .

2.6 Μοντέλα που στηρίζονται στην εξίσωση Richards

2.6.1 Μαθηματική θεμελίωση

Ο νόμος Darcy-Buckingham (Εξίσωση 2.2),ο οποίος όπως έχουμε εξηγήσει είναι το αναλογο του νόμου του Darcy, για τη ροή του νερού δίνεται και με τη μορφή :

$$q = -K(\theta)\nabla\psi(\theta) \qquad (2.14)$$

Όπου q είναι το δυναμικό της ροής του νερού (cm/s), θ είναι το ογκομετρικό περιεχόμενο του νερού σαν συνάρτηση της θέσης και του χρόνου *t, K* είναι η μη κορεσμένη υδραυλική αγωγιμότητα του εδάφους (cm/s) σαν συνάρτηση του ογκομετρικού περιεχομένου του νερού, και ψ είναι το συνολικό μέτωπο του συστήματος εδάφους νερού (cm) πάλι σαν συνάρτηση του ογκομετρικού περιεχομένου του νερού.

Για αυτή τη μορφή της εξίσωσης ,το *z* είναι θετικό προς την κατεύθυνση της βαρύτητας με *z=0 σ*την επιφάνεια. Η βασική διαφορά αυτού του νόμου και του νόμου του Darcy είναι η μη σταθερή υδραυλική αγωγιμότητα και για την ακρίβεια η εξάρτησή της από το συνολικό μέτωπο του.

Το συνολικό μέτωπο είναι το άθροισμα του μετώπου από τα τριχοειδή φαινόμενα και του μετώπου από την ανύψωση , z . Ο νόμος Darcy-Buckingham αν συνδυαστεί με την εξίσωση συνέχειας δημιουργεί την εξίσωση Richards , στη μορφή:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = \nabla(K(\theta)\nabla h(\theta)) - \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} \qquad (2.15)$$

Μερικές φορές ειδικά για προβλήματα σε πολλές διαστάσεις , βοηθάει ένα μετασχηματισμός της συνάρτησης K σε μια εξαρτημένη μεταβλητή, γνωστός και ως μετασχηματισμός Kirchoff:

$$U = \int_{h_0}^{h} K(\alpha)\, d\alpha \qquad (2.16)$$

Όπου το κάτω όριο μπορεί να επιλεγεί όσο αυθαίρετα μας βολεύει. Με αυτό το μετασχηματισμό μπορούμε να φτάσουμε στην εξίσωση :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = D\nabla^2 U - D\,\frac{\partial K}{\partial z} \qquad (2.17)$$

Όπου *D* = *K dh/dz* η διαχυτότητα του εδάφους . Αυτή η εξίσωση συναντάται στην βιβλιογραφία και ως *U-based Richard's equation.*

Η πλειονότητα των αναλύσεων λαμβάνει υπ’ όψιν μόνο την κατακόρυφη κίνηση του νερού κάτι που οδηγεί στην αντιμετώπιση πολλών προβλημάτων σα να είναι μονοδιάστατα . Έτσι η εξίσωση 2.15 ξαναγράφεται:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K(\theta)\,\frac{\partial h(\theta)}{\partial z}\right) - \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} \qquad (2.18)$$

Με τους U σχηματισμούς ξαναγράφεται ως εξής και δημιουργείται η μονοδιάστατη U-based εξίσωση Richards

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(D(\theta)\,\frac{\partial \theta}{\partial z}\right) - \frac{dK}{d\theta}\,\frac{\partial \theta}{\partial z} \qquad (2.19)$$

Ενδιαφέρον είναι και ο μετασχηματισμός με βάση το h

$$C\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(K(h)\frac{\partial h}{\partial z}\right) - \frac{dK}{dh}\frac{\partial h}{\partial z} \qquad (2.20)$$

όπου $C(h) = d\,\theta(h)/dh$.

Οι εξισώσεις 2.19 και 2.20 δεν είναι εντελώς ισοδύναμες (Philip, 1969).

Για παράδειγμα η εξίσωση 2.20 μπορεί να χρησιμοποιηθεί ακόμη και όταν το h ξεπεράσει τη λεγόμενη τιμή εισαγωγής αέρα (την τιμή που ο αέρας εισέρχεται σε ένα αρχικά κορεσμένο έδαφος) *hb*, ή όταν το *h* είναι θετικό που είναι πολύ συχνό όταν ελεύθερο λιμνάζον νερό βρίσκεται στην επιφάνεια. Η εξίσωση 2.19 δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε αυτά τα δύο σενάρια. Αυτό συμβαίνει επειδή η διαχυτότητα του νερού , *D*, απειρίζεται όταν απειρίζεται ο λόγος *dh/d*z κάτι που συμβαίνει για κάθε $h > hb$.Κάτω από τέτοιες συνθήκες κορεσμού η εξίσωση 19 μειώνεται στην εξίσωση Laplace , αφού $C(h) = 0$ και $K(h) =$ *σταθερό*.

Επίσης η εξίσωση 2.19 δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε εδάφη που είναι στρωματοποιημένα και αυτό γιατί εκεί υπάρχουν ασυνέχειες σε υδατικό περιεχόμενο στις διεπιφάνειες από το ένα στρώμα στο άλλο

Στις εξισώσεις 2.19 και 2.20 η υπόθεση που γίνεται πολύ τακτικά είναι ότι τα $\theta(h)$ και $K(h)$ παίρνουν μια τιμή όπως επίσης ότι οι αντίστροφες συναρτήσεις $h(\theta)$ and $K(\theta)$ υπάρχουν, και παίρνουν και αυτές μια τιμή. Για τα εδάφη που συμβαίνει υστέρηση αυτές οι συναρτήσεις είναι δύο τιμών και η εξίσωση Richards λύνεται με πολύ ειδικές συνθήκες. Την υστέρηση του εδάφους συνήθως την αντιλαμβανόμαστε σαν μια καμπύλη που απεικονίζει την σχέση ισοζυγίου μεταξύ του υδατικού περιεχομένου και την τριχοειδή πίεση.

Αυτή η σχέση ισορροπίας μπορεί αν βρεθεί με δυο τρόπους : 1) κατά την απορροή , παίρνοντας ένα αρχικό δείγμα κορεσμένου εδάφους και εφαρμόζοντας αύξηση της τριχοειδούς πίεσης ώστε να ξυρανθεί το δείγμα και μετρώντας παράλληλα το υδατικό περιεχόμενο. 2) με ενυδάτωση ενός αρχικά ξηρού δείγματος μειώνοντας την πίεση. Κάθε μια από αυτές τις μεθόδους καταλήγει σε μια συνεχόμενη καμπύλη ,αλλά αυτές οι καμπύλες δεν είναι γενικά ίδιες (βλέπε εικόνα) .Υπο συνθήκες ξήρανσης γενικά συγκρατείται περισσότερο νερό από ότι από συνθήκες ενυδάτωσης. Αυτή η εξάρτηση του ισοζυγίου από την κατεύθυνση του φαινομένου ονομάζεται υστέρηση . (Hillel, 1980).

Πολλοί περιορισμοί υπάρχουν στη γενική εφαρμογή των μοντέλων που βασίζονται στη εξίσωση Richards όπως παρουσιάζεται στις εξισώσεις 2.19 και 2.20. Οι περιορισμοί αυτοί αναφέρονται αναλυτικά στο βιβλίο του Philip (1969) και περιληπτικά είναι οι παρακάτω:

- Η ύπαρξη ενός αντιπροσωπευτικού στοιχειώδους όγκου όπως στην κλίμακα που εφαρμόζεται η εξίσωση του Darcy ίσως να μην είναι δυνατή (λόγω μακροπόρων , ροής κατά προτίμηση κτλ)
- Η κόλληση και η αποκόλληση κολλοειδών μπορεί να μας αναγκάσει να δούμε την κίνηση του νερού σα συνάρτηση των σωματιδίων που κινούνται μαζί με το νερό. Αυτό το φαινόμενο επηρεάζει εκπληκτικά και την υδραυλική αγωγιμότητα του εδάφους.

- Η ύπαρξη ροής σε δύο φάσεις και η μεταφορά στον αέρα μπορεί να είναι σημαντική ειδικά όταν οι πιέσεις στην αέρια φάση διαφέρουν πολύ από την ατμοσφαιρική.
- Θερμικά φαινόμενα μπορεί να είναι ιδιαίτερα σημαντικά ειδικά στην εξάτμιση κατά τη διάρκεια της ανακατανομής του διηθημένου νερού , όπου η ταυτόχρονη μεταφορά θερμότητας και υγρασίας πρέπει να ληφθεί υπ' όψιν.
- Η υστέρηση του εδάφους μπορεί να είναι σημαντική τη στιγμή που τελειώνει η αρχική διήθηση και αρχίζει η ανακατανομή. Σε αυτή τη φάση η ανακατανομή και η ενυδάτωση προκύπτουν ταυτόχρονα και δεν υπάρχει ακόμα συσχέτιση μαθηματική αυτών των δύο φαινομένων.
- Πηγές και απώλειες συνήθως παραλείπονται αν και μπορούν να ληφθούν υπ'όψιν.
- Η μονοδιάστατη ροή μπορεί να είναι ακριβής για διήθηση από βροχόπτωση (ή για απορροή) σε μεγάλες εκτάσεις .

Οι παρακάτω είσοδοι είναι απαραίτητοι για να προσδιοριστεί το δυναμικό της ροής του νερού στο έδαφος ,λύνοντας την εξίσωση Richards δηλαδή τις εξισώσεις 2.19 και 2.20:

- Μια οριακή συνθήκη στην επιφάνεια που βρίσκεται η παροχή του νερού $z = 0$; Είτε με τη μορφή της συγκέντρωση , $\theta=\theta\ (t)$ ή μέσω του μετώπου $h = H(t)$, ή μέσω του ίδιου του δυναμικού της ροής με τη μορφή μιας συνάρτησης της υδραυλικής αγωγιμότητας , $K - D\ \partial\theta/\partial t = R(t)$ ή or $K(1 - \partial h/\partial z) = R(t)$.
- Μια αρχική συνθήκη για όλο το σύστημα z, $\theta(z,t=0) = \theta o\ (z)$ ή $h(z,t=0) = h\ (z)$, και $R(t)$ είναι ο ρυθμός της εισόδου του νερού σαν συνάρτηση του χρόνου .
- Οι υδραυλικές παράμετροι $K(\theta)$ και $h(\theta)$.

Οι οριακές και οι αρχικές συνθήκες σχηματίζονται σύμφωνα με τη φύση του προβλήματος που καλούμαστε να λύσουμε και αναλύονται στη συνέχεια .Διαφορετικές συνθήκες απαιτούνται για διήθηση , ανακατανομή , εξάτμιση ή αποξήρανση (απορροή).
Με βάση τα προβλήματα αποξήρανσης όπου το προφίλ του νερού αποχετεύεται στον υπογειο υδροφορέα , θα έπρεπε να σχηματίζεται και μια δεύτερη οριακή συνθήκη. Αυτό δεν συμβαίνει επειδή το μέσο θεωρείται ημι-άπειρο. Όπου το βάθος του νερού πάνω από την επιφάνεια είναι σχετικά μεγάλο τότε λύνεται ο μετασχηματισμός της εξίσωσης Richards με βαση το h , ενώ σε όλα τα άλλα προβλήματα χρησιμοποιείται η U-based εξίσωση Richards.

Η μαθηματική ανάλυση της εξίσωσης Richards αναλυτικά , με αυτό το φορμαλισμό έχει περιοριστεί στην ανάλυση της ρόφησης (κίνηση του νερού χωρίς την επίδραση της βαρύτητας) και στα προβλήματα διήθησης. Σχετικά μικρό κομμάτι της βιβλιογραφίας έχει αφιερωθεί στην ανακατανομή και στην αποξύρανση και στα προβλήματα που αφορούν αυτές τις διεργασίες.

Οι λόγοι που συμβαίνει αυτό είναι οι εξής: Πρώτον οι αρχικές συνθήκες για την ανακατανομή είναι πάντα εξαιρετικά πολύπλοκες. Δεύτερον πολλές μαθηματικές τεχνικές που είναι χρήσιμες στη διήθηση δεν μπορούν να εφαρμοστούν στην ανακατανομή. Τρίτον η διεργασίες ανακατανομής εμπεριέχουν ένα πολύ σημαντικό παράγοντα υστέρησης . Γι’ αυτό το λόγο οι διεργασίες ανακατανομής και απορροής έχουν αφεθεί αποκλειστικά στις αριθμητικές μεθόδους.

Ανάλογα με την πολυπλοκότητα των εισόδων η εξίσωση Richards μπορεί να λυθεί και αναλυτικά και αριθμητικά. Σε αυτή την ενότητα ωστόσο θα παρουσιαστούν οι αναλυτικές προσπάθειες. Πιο συγκεκριμένα ακολουθεί μια περισκόπηση των προσπαθειών ενός μεγάλου επιστήμονα του Philips ο οποίος προσπάθησε να θεμελιώσει αναλυτικά τη διεργασία της διήθησης και τα κατάφερε σε μεγάλο βαθμό . Ακολουθεί μια περισκόπηση των μοντέλων που δημιούργησε περιγραφικά και χρονολογική σειρά. Να σημειωθεί ότι οι εξισώσεις διήθησης εδώ συνδέουν μόνο το διηθούμενο νερό με το χρόνο και δεν παρέχουν πληροφορία για το προφίλ της υγρασίας και την κατανομή του δυναμικού της ροής.

2.6.1 Ρεαλιστικά Αναλυτικά μοντέλα.

Οι λύσεις που παρουσιάζονται εδώ είναι πιο γενικές από τις λύσεις που παρουσιάστηκαν πιο πάνω και από τα μοντέλα Green-Ampt .Ενώ τα μοντέλα Green-Ampt και τα απλά μοντέλα βασίζονται σε εξιδανικεύσεις ο Phlilip (και άλλοι επιστήμονες αλλά η θεμελίωση ανήκει στον Philips) κατάφερε να δημιουργήσει μαθηματικά μοντέλα με αναλυτική μεθοδολογία και να άρει πολλές από αυτές τις εξειδανικεύσεις.

Philips

Το 1969 ήταν η χρονιά που δημοσιεύτηκε το βιβλίο ‘Infiltration theory’’ όπου ο Philips ανέπτυξε τις παρακάτω αναλυτικές λύσεις. Ο λόγος που είναι περιγραφική αυτή η περίληψη είναι γιατί η πλήρης μαθηματική ανάπτυξη είναι στο ίδιο το βιβλίο . Εδώ η προσπάθεια επικεντρώνεται στη συνέχεια της μεθοδολογίας

- Ο Philips εισάγει εδώ έναν μετασχηματισμό τύπου Boltzmann ώστε οι λύσεις να επιτυγχάνονται με τη μορφή μιας χρονοσειράς της μορφής $t^{1/2}$.Οι συντελεστές εισόδου που είναι συναρτήσεις του θ ,βρίσκονται ημι-αναλυτικά ως λύσεις ενός συστήματος από γραμμικές και συνήθεις διαφορικές εξισώσεις. Θεωρείται ομογένεια στο έδαφος καθώς και συνεχής παροχή του νερού στην επιφάνεια. Η πιο βασική παραδοχή είναι το ομοιόμορφο αρχικό υδατικό περιεχόμενο. Αυτή η παραδοχή οδηγεί σε ένα πρακτικό όριο για τους χρόνους που μπορεί να εφαρμοστεί αυτού του τύπου η λύση. Παρ’ όλα αυτά παρουσιάζεται μια ασυμπωτική λύση για μεγάλους χρόνους. Αργότερα (1983)δημιουργήθηκε κώδικας γι’αυτές τις λύσεις με το όνομα INFL και μπορούσε να δεχθεί διάφορες μορφές του K(θ) και του h(θ) σαν εισόδους.

- Μια λύση για σταθερή κατάσταση (για πολύ μεγάλους χρόνους) βασισμένη στο μετασχηματισμό του Kirchoff για την εξίσωση της διήθησης και δημιουργώντας μια τετραεδική γραμμική λύση. Επίσης από αυτή την εξίσωση γίνεται και η προσπάθεια γενίκευσης σε τρείς διαστάσεις για λύση σε συνδυασμό με μια σημειακή πηγή. Και εδώ γίνεται η υπόθεση ομογενούς μέσου.
- Δίνονται ακριβείς λύσεις σε μια γραμματικοποιημένη μορφή της εξίσωσης Richards με τις ίδιες παραδοχές. Ωστόσο η διαχυτότητα D υπολογίζεται σαν συνάρτηση της διηθητικότητας S , με το συνδυασμό γραμμικών και μη γραμμικών μονοδιάστατων μορφών της διηθητικότητας. Εισάγεται και η έννοιας του προφίλ στο άπειρο.
- Δίνονται λύσεις της γραμματικοποιημένης εξίσωσης Richards για πολυδιάστατη διήθηση με την παραδοχή της σφαιρικής και της κυλινδρικής γεωμετρίας. Η ακτίνα της πηγής θεωρείται μικρή σε σχέση με το υπόλοιπο μέσο και οι λύσεις ελέγχονται για πολύ μεγάλους χρόνους κατά την εφαρμογή σε πολυδιάστατο μέσο.
- Το 1972 γίνεται η πρώτη προσπάθεια για εύρεση λύσης σε ετερογενές μέσο. Η Εξίσωση 2 του εγγράφου ‘*Steady Infiltration from Buried, Surface, and Perched Point and Line Sources in Heterogeneous*' που εμπεριέχει την υδραυλική αγωγιμότητα σα συνάρτηση 2 μεταβλητών (K(h,z)), λύνεται για επιφανειακές

,υπόγειες και σημειακές πηγές. Στη συνέχεια αυτή η εξίσωση επεκτείνεται και για πηγές που έχουν μεγαλύτερες διαστάσεις και πάλι για υπόγειες και επιφανειακές πηγές. Η ένταση αυτών των πηγών δεν προσδιορίζεται.

- Το 1974 προσδιορίζεται μια ακριβής λύση της εξίσωσης Richards όπου προσδιορίζεται για πρώτη φορά και το προφίλ της υγρασίας και ο ρυθμός διήθησης. Το καινούργιο στοιχείο είναι η ανακάλυψη μιας οριακής συνθήκης για τις πηγές στην επιφάνεια σε συνθήκες λιμνάζοντος νερού.
- Το 1984 εισάγεται μια λύση για τη μετασχηματισμένη εξίσωση Richards για περιπτώσεις μη ομογένειας και σε μη γραμματικοποιημένες μορφές.

Αυτός ήταν πολύ περιληπτικά ο ερευνητικός δρόμος που άνοιξε ο Philips που οδήγησε την τελευταία 20 ετία στο να βρεθούν πολλές αναλυτικές-ημιαναλυτικές λύσεις. Σημαντικότεροι ερευνητές θεωρούνται οι Warrick (1991,1993) ,Sander (1988) ,Protoppapas (1991) και Hills (1993) οι οποίοι έχουν συνεργαστεί και έχουν καταφέρει να περιγράψουν και πολλές πολύπλοκες γεωμετρίες και ανομοιογένεια τόσο στις πηγές όσο και στα εδαφικά στρώματα.

2.7 Μεταφορά συστατικού

2.7.1 Ροή κατά προτίμηση

Υπάρχουν αρκετές αποδείξεις γύρω από την αδυναμία προσομοίωσης της ροής ,σε πολλά εδάφη που είναι μερικώς κορεσμένα, από την τυπική εξίσωση μόνιμης ροής του Richards. Αυτό συμβαίνει λόγω της ύπαρξης μακροπόρων , κενών ή άλλων δομικών μορφών ή βιολογικών καναλιών έτσι ώστε το νερό να αναγκάζεται να κινείται **κατά το δοκούν** προσπερνώντας δηλαδή ένα μεγάλο κομμάτι του πορώδους μέσου που περιγράφεται από τον πίνακα K^A της αρχικής μορφής της εξίσωσης Richards. Η ροή κατά προτίμηση σε συνδυασμό με τις διεργασίες μεταφοράς που συμβαίνουν είναι πιθανόν το πιο δύσκολο πρόβλημα σε ότι αφορά ακριβείς προβλέψεις σε εδάφη. Σε αντίθεση με την ομοιόμορφη ροή η ροή κατά προτίμηση καταλήγει σε ανομοιόμορφη ενυδάτωση του εδάφους καθώς το νερό κινείται πιο γρήγορα σε κάποια σημεία του εδάφους από ότι σε κάποια άλλα

Οι Hendricx και Flury (2001) περιέγραψαν την ροή αυτή ώς ένα ***συνδυασμό φαινομένων όπου νερό και διαλυμένα συστατικά κινούνται μέσω συγκεκριμένων καναλιών ενώ προσπερνούν ένα μέρος του πίνακα του πορώδους***. Με αυτή τη λογική αυτή το νερό και οι διαλυμένοι ρύποι μπορούν να φτάσουν πολύ πιο γρήγορα και σε πολύ πιο μεγάλα βάθη από ότι θα είχε προβλέψει η εξίσωση Richards.

Οι πιο συχνές αιτίες της ροής κατά προτίμηση είναι τόσο η ύπαρξη μακροπόρων και μικρορηγμάτων όσο και στη δημιουργία αστάθειας στην ροή που προκαλείται από την ανομοιογένεια του προφίλ της πίεσης(το λεγόμενο fingering) . Άλλη κύρια αιτία είναι ο εξαναγκασμός της ροής που συνήθως προκαλείται από τα εδαφικά στρώματα υπό κλίση καθώς μπορούν να στρέψουν τη ροή του νερού προς τα κάτω. Ενώ οι δύο τελευταίες διεργασίες (αστάθεια ροής και εξαναγκασμός) δημιουργούνται κυρίως λόγω δομικών ανωμαλιών σε κλίμακες πολύ μεγαλύτερες από αυτές των πόρων, οι υπόλοιπες (ανωμαλίες λόγω μακροπόρων και φαινομένων μεταφοράς) συναντώνται σε κλίμακα πόρων ή λίγο μεγαλύτερη. Αυτό είναι και το μεγαλύτερο πρόβλημα σε ότι αφορά τη μαθηματική μοντελοποίηση. Είναι σχεδόν αδύνατο να περιγραφούν ταυτόχρονα τόσες πολλές ανωμαλίες σε τόσο διαφορετικές κλίμακες χωρίς να γίνουν απλοποιήσεις. Μπορούμε λοιπόν να ομαδοποιήσουμε τα μοντέλα ανάλογα με το πώς επιλύουν (ή προσπερνούν) την παραπάνω αντίφαση.

α) Τα μοντέλα ενός πορώδους (ή μοντέλα ισοδύναμου πορώδους μέσου)

β) Διπλού πορώδους

γ)Διπλής διαπερατότητας

δ)Πολλαπλού πορώδους

ε)Πολλαπλής διαπερατότητας

Ενώ τα μοντέλα μονού πορώδους υποθέτουν ότι το σύστημα αποτελείται από μια κατανομή πόρων που μπορεί να μπει τόσο το νερό όσο και τα διαλυμένα στερεά, τα μοντέλα διπλού πορώδους και διπλής διαπερατότητας υποθέτουν ότι υπάρχουν τουλάχιστον δύο κατανομές πόρων και ότι το πορώδες μέσο χωρίζεται σε δύο περιοχές που αλληλεπιδρούν: η μια περιοχή συνδέεται μακροσκοπικά με τις δομικές ανωμαλίες και τους μακροπόρους και η άλλη αφορά το "γέμισμα" των μικροπόρων τόσο από νερό όσο και από διεργασίες μεταφοράς. Επίσης ενώ τα μοντέλα διπλού πορώδους υποθέτουν ότι το νερό είναι ακίνητο τουλάχιστον σε κάποιο κομμάτι του υπό εξέταση εδάφους , ενώ τα διπλής διαπερατότητας μοντέλα αφήνουν το νερό να ρέει μέσα στο έδαφος

Η απλούστερη διατύπωση είναι του ενός ενιαίου πορώδους (ισοδύναμο πορώδες μέσο), το μοντέλο που εφαρμόζεται στην ομοιόμορφη ροή . Τα άλλα μοντέλα εφαρμόζονται στην κατά προτίμηση ροή ή στην μεταφορά. Από αυτά, το μοντέλο διπλού πορώδους προϋποθέτει την ύπαρξη δύο κατανομών πόρων , με το νερό στη μια περιοχή να μένει ακίνητο ενώ στην άλλη να κινείται . Το μοντέλο αυτό επιτρέπει την αλληλεπίδραση ,δηλαδή τη μεταφορά τόσο νερού όσο και διαλυμένων ουσιών, μεταξύ των δύο περιοχών .

Εννοιολογικά, η διατύπωση αυτή περιγράφει το έδαφος του ως αποτελούμενο από ένα τμήμα χώματος που περιέχει αδρανή υλικά, με ορισμένο εσωτερικό μικροπορώδες (ενδο-συνολικό πορώδες) και έναν τμήμα που περιέχει μακροπόρους ή δομικές ανωμαλίες με μεγαλύτερους πόρους (έξω- συνολικό πορώδες). Το νερό και οι διαλυμένες ουσίες που επιτρέπονται να κυκλοφορούν μέσα στους μεγαλύτερους πόρους και τα ρήγματα, μπορούν επίσης να κινηθούν και μέσα και έξω από τα αδρανή υλικά.

Συγκριτικά, το ενδο-συνολικό πορώδες αντιπροσωπεύει τις ακίνητες οπές που μπορούν να ανταλλάσσουν, να διατηρούν, και να αποθηκεύουν νερό και διαλυτές ουσίες, αλλά δεν συμβάλλουν στη συμμεταφορά. Μοντέλα που υποθέτουν κινητές-ακίνητες περιοχές ροής είναι εννοιολογικά κάπου ανάμεσα στα μονού και διπλού πορώδους μοντέλα.

Ενώ αυτά τα μοντέλα υποθέτουν ότι το νερό θα κινηθεί με τον ίδιο τρόπο που περιγράφουν τα μοντέλα ομοιόμορφης ροής , η υδατική φάση χωρίζεται σε κινητά και ακίνητα τμήματα ώστε να μπορούν να περιγραφούν και τα φαινόμενα μεταφοράς που αφορούν κυρίως τις διαλυμένες ουσίες. Οι διαλυμένες ουσίες επιτρέπεται να μεταφέρονται με συμμεταφορά ή διασπορά μόνο στο θεωρητικά ακίνητο πορώδες ή στην ενδιάμεση περιοχή των δύο περιοχών. (van Genuchten, Wierenga, 1976)

Τέλος τα μοντέλα διπλής διαπερατότητας είναι αυτά στα οποία το νερό μπορεί να κινηθεί και στο ενδο-συνολικό και στο εξω-συνολικό πορώδες .Τα υπάρχοντα μοντέλα διπλής διαπερατότητας διαφέρουν κυρίως στο πώς περιγράφουν τη ροή ανάμεσα στις δύο περιοχές πόρων.

Ο υπολογισμός της ροής του νερού μέσα και ανάμεσα στο ενδο- συνολικό πορώδες γίνεται με τις μεθόδους που περιγράψαμε και κυρίως τις μεθόδους που έχουν φυσική αναφορά (Green and Ampt και Philip)

Τα μοντέλα πολλαπλού πορώδους και πολλαπλής διαπερατότητας στηρίζονται στη λογική των παραπάνω μοντέλων (διπλής διαπερατότητας και διπλού πορώδους).Το σημαντικό είναι ότι συμπεριλαμβάνουν και άλλες περιοχές πόρων που αλληλεπιδρούν. Αυτά τα μοντέλα μπορούν εύκολα (και για εφαρμογές συνήθως γίνεται) να απλοποιηθούν σε διπλού πορώδους/διαπερατότητας μοντέλα.

Οι πιο σύγχρονες περιγραφές της ροής κατά προτίμηση και τα αντίστοιχα μαθηματικά μοντέλα είναι από τους Hendrickx and Flury (2001) και από τον Šim°unek (2003).

Ακολουθεί η όσο τω δυνατών πληρέστερη μαθηματική περιγραφή όλων των διεργασιών που λαμβάνουν χώρα στην ανομοιόμορφα κορεσμένη ζώνη

2.7.2 Μοντέλα διπλού πορώδους

Τα μοντέλα διπλού πορώδους υποθέτουν ότι η ροή του νερού γίνεται αυστηρά στους μακροπόρους (ή στο ενδο-συνολικό πορώδες) και τα μικρορήγματα και ότι το νερό στο υπόλοιπο έδαφος (εξω-συνολικό πορώδες ή μεγάλα ρήγματα) δεν κινείται καθόλου. Αυτή η σύλληψη οδηγεί σε ροή δύο φάσεων και σε σε μοντέλα μεταφοράς δύο περιοχών (van Genuchten, Wierenga, 1976) που χωρίζουν την υδατική φάση σε κινητές, θ_{mo} και ακίνητες περιοχές θ_{im} , [L^3 L^{-3}]:

$$\theta = \theta_{mo} + \theta_{im} \tag{2.21}$$

Η διατύπωση του διπλού πορώδους για τη ροή του νερού στηρίζεται στη μεικτή εξίσωση Richards για να περιγράψει τη ροή του νερού στους μακροπόρους (τα "μονοπάτια" της ροής κατά προτίμηση) και μια εξίσωση ισορροπίας μάζας για να περιγράψει το δυναμικό της υγρασίας στο υπέδαφος ως εξής (Šimu˚nek , 2003):

$$\frac{\partial \theta_{mo}(h_{mo})}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left[K(h_{mo})\left(K_{ij}^{A}\frac{\partial h_{mo}}{\partial x_j} + K_{iz}^{A}\right)\right] - S_{mo}(h_{mo}) - \Gamma_w$$

$$\frac{\partial \theta_{im}(h_{im})}{\partial t} = -S_{im}(h_{im}) + \Gamma_w \tag{2.22}$$

όπου S_{im} και S_{mo} είναι όροι βύθισης και για τις δύο περιοχές [T^{-1}], and Γ_{w} είναι ο ρυθμός μεταφοράς του νερού από το ενδο- συνολικό στο εξω- συνολικό πορώδες [T^{-1}].

2.7.2 Μοντέλα διπλής διαπερατότητας

Διαφορετικές προσεγγίσεις χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν της ροή και τα φαινόμενα μεταφοράς σε συνθήκες διπλής διαπερατότητας. Κάποια μοντέλα χρησιμοποιούν τις ίδιες εξισώσεις για τη ροή στις δύο διαχωριζόμενες περιοχές ενώ άλλα χρησιμοποιούν διαφορετικό φορμαλισμό για τη κάθε μια.

Τυπικό παράδειγμα της πρώτης προσέγγισης είναι η εργασία των Gerke και van Genuchten (1993, 1996) οι οποίοι εφάρμοσαν την εξίσωση Richards και στις δύο περιοχές πόρων. Η εξισώσεις ροής για τους μακροπόρους (δείκτης f , από το fracture) και στην υπόλοιπη περιοχή (δείκτης m, από το matrix) πόρων δίνονται από τις παρακάτω εξισώσεις:,

$$\frac{\partial \theta_f(h_f)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left[K_f(h_f)\left(K_{ij}^A \frac{\partial h_f}{\partial x_j} + K_{iz}^A\right)\right] - S_f(h_f) - \frac{\Gamma_w}{w} \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial \theta_m(h_m)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left[K_m(h_m)\left(K_{ij}^A \frac{\partial h_m}{\partial x_j} + K_{iz}^A\right)\right] - S_m(h_m) + \frac{\Gamma_w}{1-w} \quad (2.23)$$

αντίστοιχα , όπου w είναι ο λόγος του όγκου των μακροπόρων (ή ενδο συνολικό πορώδες)προς τον συνολικό όγκο του υπό εξέταση εδάφους.

Αυτή η προσέγγιση είναι σχετικά περίπλοκη και αυτό γιατί το συγκεκριμένο μοντέλο χρειάζεται χαρακτηρισμό της κατακράτησης του νερού καθώς και συναρτήσεις υδραυλικής αγωγιμότητας (δυνητικά διαφορετικής μορφής) για τις δυο διαφορετικές περιοχές πόρων. Επίσης χρειάζεται και συνάρτηση υδραυλικής αγωγιμότητας της επιφάνειας αλληλεπίδρασης ενδο και έξω συνολικού πορώδους.

Ιδιάιτερη προσοχή χρειάζεται στα υδατικά φορτία (υδατικό περιεχόμενο) θ_f κα θ_m Των εξισώσεων 2.22 και 2.23 καθώς έχουν εντελώς διαφορετική σημασία από αυτό της εξίσωσης 2.21 όπου συμβολίζουν το υδατικό περιεχόμενο του συνολικού πορώδους ($\theta = \theta_{mo} + \theta_{im}$) . Στις εξισώσεις 2.22 και 2.23 αναφέρονται στο υδατικό περιεχόμενο δύο διαφορετικών περιοχών πόρων (fracture or matrix) δηλαδή .$\theta = w\theta_f + (1 - w)\theta_m$

2.7.3Μεταφορά Μάζας

Ο ρυθμός ανταλλαγής νερού μεταξύ των μακροπόρων και μεγαλύτερων περιοχών (matrix regions), , Γ_w Είναι πολύ σημαντικός όρος και για τα διπλού πορώδους και για τα διπλής διαπερατότητας μοντέλα .

Οι Gerke και van Genuchten (1993) υπέθεσαν ότι ο ρυθμός ανταλλαγής είναι ανάλογος της διαφοράς των προφίλ πίεσης μεταξύ των δύο περιοχών πόρων .

$$\Gamma_w = a_w(h_f - h_m) \qquad (2.24)$$

Όπου α_w είναι ένας συντελεστής μεταφοράς μάζας πρώτης τάξης [T^{-1}]. Για πορώδη μέσα με καλώς ορισμένες γεωμετρίες ο συντελεστής αυτός μπορεί να δοθεί:

$$a_w = \frac{\beta}{d^2} K_a \gamma_w \qquad (2.25)$$

Όπου d είναι ένα χαρακτηριστικό μήκος διάχυσης [L] , β είναι ο συντελεστής για το σχήμα και εξαρτάται από τη γεωμετρία και γw (= 0.4) είναι ένας παράγοντας κλίμακας που βρίσκεται αριθμητικά συμψηφίζοντας τα αποτελέσματα από την προσέγγιση πρώτης τάξης με αυτά που δίνει η αριθμητική λύσης της εξίσωσης οριζόντιας διήθησης . (Gerke and van Genuchten, 1993).

2.7.3 Μεταφορά διαλυμένης ουσίας

Όπως και στης εξίσωση 2.1 για τη ροή του νερού , οι μαθηματικές εξισώσεις για της μεταφορά των διαλυμένων ουσιών βασίζονται κυρίως σε εξισώσεις ισορροπίας μάζας:

$$\frac{\partial C_T}{\partial t} = -\frac{\partial J_{T_i}}{\partial x_i} - \varphi \qquad (2.26)$$

Όπου C_T είναι η συνολική συγκέντρωση των χημικών σε όλες τις μορφές [ML^{-3}],

J_{Ti} είναι συνολική πυκνότητα ροής της μάζας των χημικών συστατικών (ροή μάζας ανά εμβαδόν ανά χρόνο)[$ML^{-2}T^{-1}$], και φ είναι ο ρυθμός αλλαγής της μάζας ανά μονάδα όγκου λόγω αντιδράσεων ή άλλων πηγών (αρνητική) ή άλλες απώλειες όπως η ανύψωση λόγω φυτών (θετικές) [$ML^{-3}T^{-1}$].

Στην πιο γενική της μορφή η εξίσωση 2.26 αφήνει τα χημικά να διαλύονται και στις τρείς φάσεις του εδάφους(αέρια, υγρή και στερεά) , επιτρέποντας ένα μεγάλο εύρος μηχανισμών μεταφοράς (συμπεριλαμβάνοντας και τη συναγωγή ,τη διάχυση και την υδροδυναμική διασπορά και στην υγρή και στην αέρια φάση). Επίσης χρησιμοποιείται στο να συμπεριλάβει και όλες τις χημικές αντιδράσεις που μπορούν να επηρεάσουν την ολική συγκέντρωση

Ενώ τα περισσότερα τα περισσότερα χημικά βρίσκονται μόνο στην υδατική και τη στερεά φάση, και γι’ αυτό το λόγο μεταφέρονται στην ακόρεστη ζώνη αποκλειστικά και μόνο από το νερό , κάποια χημικά (όπως πολλά οργανικά στοιχεία σαν το αμμώνιο και όλα τα πτητικά) έχουν σημαντικές απώλειες μάζας στην αέρια φάση. Κατά συνέπεια μεταφέρονται εξίσου και στην αέρια φάση.

Με αυτή τη σκέψη η συνολική συγκέντρωση μπορεί να δοθεί από την εξίσωση:

$$C_T = \rho_b s + \theta c + ag \qquad (2.27)$$

Όπου ρ_b είναι η πυκνότητα επί ξηρής βάσης [ML^{-3}], θ είναι το ογκομετρικό υδατικό περιεχόμενο [L^3L^{-3}], a είναι ο όγκος του αέρα [L^3L^{-3}],και s[MM^{-1}], c[ML^{-3}], g [ML^{-3}]είναι οι συγκεντρώσεις στη στερεά στην υγρή και την αέρια φάση αντίστοιχα.

Στη στερεά φάση η συγκέντρωση αντιπροσωπεύει διαλυμένες ουσίες πάνω από τις περιοχές ρόφησης της στερεάς φάσης. Μπορεί ωστόσο να συμπεριλαμβάνει και ουσίες ροφημένες στα κολλοειδή που είναι κολλημένα στη στερεά φάση ή κατακρατημένα από το πορώδες μέσο. Συνεπώς αντιπροσωπεύει τη συγκέντρωση της ουσίας τόσο ‘’πάνω από’’ όσο και ‘’μέσα στη’’ στερεά φάση.

Ο όρος αντίδρασης φ της εξίσωσης 2.26 μπορεί να αναπαριστά διάφορες χημικές ή βιολογικές αντιδράσεις που μπορεί να έχουν ως αποτέλεσμα είτε αύξηση είτε μείωση του χημικού στο σύστημα του εδάφους. Τέτοιες αντιδράσεις είναι η βιολογική υποβάθμιση και η διάλυση. Στα περισσότερα αναλυτικά αλλά και αριθμητικά μοντέλα αυτές οι αντιδράσεις συνήθως εκφράζονται με μηδενικής ή πρώτης τάξης ρυθμούς αντίδρασης όπως παρακάτω:

$$\varphi = \rho_b s\mu_s + \theta c\mu_w + \alpha g\mu_g - \rho_b\gamma_s - \theta\gamma_w - \alpha\gamma_g \qquad (2.28)$$

όπου μ_s, μ_w, and μ_g είναι πρώτης τάξης συντελεστές υποβάθμισης στη στερεά στην υγρή και στην αέρια φάση $[T^{-1}]$, Οι όροι γ_s $[T^{-1}]$, γ_w $[ML^{-3}T^{-1}]$, και γ_g $[ML^{-3}T^{-1}]$ είναι μηδενικής τάξης σταθερές παραγωγής στο στερεό στο υγρό και στο αέριο κομμάτι αντίστοιχα.

2.7.4 Διεργασίες μεταφοράς

Όταν μια διαλυμένη ουσία βρίσκεται και στην υδατική και στην αέρια φάση τότε οι διάφορες διαδικασίες μεταφοράς και στις δύο αυτές φάσεις συνεισφέρουν στο συνολικό δυναμικό της ροής της μάζας του χημικού:

$$J_T = J_l + J_g \tag{2.29}$$

Όπου J_l και J_g αντιπροσωπεύουν το δυναμικό της διαλυμένης ουσίας στην υδατική και στην αέρια φάση αντίστοιχα $[ML^{-2}T^{-1}]$. Πρέπει να δώσουμε προσοχή στο ότι σε αυτές τις εξισώσεις δεν αναγράφεται ο δείκτης i που λαμβάνεται υπόψη για την κατεύθυνση της ροής . Οι τρείς βασικές διεργασίες που μπορούν να είναι ενεργές και στην υγρή και την αέρια φάση ταυτόχρονα είναι η η μοριακή διάχυση , η υδροδυναμική διασπορά και η συμμεταφορά (ή συναγωγή) . Το δυναμικό ροής των δύο φάσεων είναι τότε το άθροισμα των δυναμικών αυτών των τριών διαφορετικών διεργασιών.

$$J_l = J_{lc} + J_{ld} + J_{lh}$$

$$J_g = J_{gc} + J_{gd} + J_{gh} \qquad (2.30)$$

Όπου οι αντίστοιχοι δείκτες c, d, και h δηλώνουν συμμεταφορά , μοριακή διάχυση και υδροδυναμική διασπορά αντίστοιχα

2.7.4.1 Διάχυση

Η διάχυση είναι το αποτέλεσμα της τυχαίας κίνησης των χημικών μορίων. Αυτή η διεργασία οδηγεί τη διαλυμένη ουσία στο να κινηθεί από μια περιοχή υψηλής συγκέντρωσης σε κάποια περιοχή χαμηλότερης συγκέντρωσης. Η μεταφορά λόγω διάχυσης μπορεί να περιγραφεί από το νόμο του Fick.

$$J_{ld} = -\theta \xi_1(\theta) D_1^w \frac{\partial c}{\partial z} = -\theta D_1^s \frac{\partial c}{\partial z}$$

$$J_{gd} = -a \xi_g(\theta) D_g^w \frac{\partial g}{\partial z} = -\alpha D_g^s \frac{\partial g}{\partial z} \qquad (2.30)$$

Όπου $D^w{}_l$ και Dwg είναι οριακοί συντελεστές διάχυσης της διαλυμένης ουσίας στο νερό και σε ατμούς αντίστοιχα $[L^2T^{-1}]$, $D^s{}_l$ και $D^s{}_g$ είναι οι αποτελεσματικοί συντελεστές διασποράς για το νερό στο έδαφος και για αέριο στο έδαφος αντίστοιχα $[L^2T^{-1}]$,και τα ξ_l και ξ_g είναι συντελεστές ελικοειδούς κίνησης που εφαρμόζονται σε αυξημένου μήκους ‘’μονοπάτια’’ ή σε διασταυρούμενες ποσότητες της υπό διάχυσης διαλυμένης ουσίας και στις δύο φάσεις (παράγοντες δηλαδή που μπορούν να επηρεάσουν την ομοιομορφία της διάχυσης ,Jury,Horton, 2004).Καθώς η διάχυση γίνεται από σωματίδια και των δυο φάσεων ταυτόχρονα ο παράγοντας ελικοειδούς κίνησης αυξάνεται δραματικά με την αύξηση της ποσότητας του νερού(ή του αέρα) που συμμετέχει στη μεταφορά. Πολλά εμπειρικά μοντέλα έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία που περιγράφουν την κίνηση αυτή. Από αυτά το πιο σύνηθες μοντέλο που χρησιμοποιείται ευρέως για τον παράγοντα ελικοειδούς κίνησης είναι η μάλλον η εξίσωση των Millington και Quirk (1961) που δίνεται από :

$$\xi_1(\theta) = \frac{\theta^{7/3}}{\theta_s^2} \qquad (2.31)$$

όπου θ_s είναι το κορεσμένο υδατικό περιεχόμενο (πορώδες) [L^3L^{-3}]. Μια παρόμοια εξίσωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για το πορώδες που είναι γεμάτο με αέρα.

2.7.4.2 Διασπορά

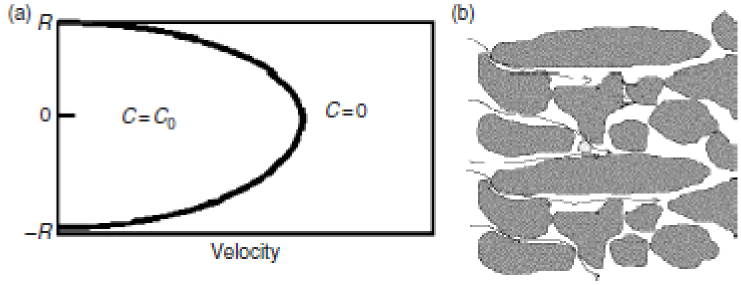
Η διασπορά έχει σαν αιτία την ανομοιόμορφη κατανομή των ταχυτήτων ροής του νερού καθώς περνά μέσα και ανάμεσα από διαφορετικούς πόρους του εδάφους (Εικόνα2.3) .Η διασπορά μπορεί να υπολογιστεί αν βασιστούμε στο νόμο του ιξώδους του Νεύτωνα οποίος περιγράφει την κατανομή των ταχυτήτων σε ένα τριχοειδή σωλήνα. Σύμφωνα λοιπόν με το Νόμο του Νεύτωνα η κατανομή αυτή θα είναι παραβολικής μορφής με τη μεγαλύτερη ταχύτητα να είναι αυτή στη μέση του πόρου και στα τοιχώματα του πόρου η ταχύτητες είναι μηδέν (Εικόνα). Οι ουσίες που βρίσκονται στο μέσο του πόρου κατά την παραπάνω περιγραφή θα ταξιδέψουν πιο γρήγορα από τις ουσίες που βρίσκονται πιο μακριά από το κέντρο του πόρου.

Καθώς η κατανομή των διαλυμένων ιόντων εξαρτάται και από το φορτίο τους καθώς και από το φορτίο στα τοιχώματα των πόρων κάποια διαλυμένα συστατικά μπορεί να κινηθούν σημαντικά γρηγορότερα από άλλα. Σε κάποιες περιπτώσεις (για παράδειγμα αρνητικά φορτισμένα ανιόντα σε πολύ ομαλή περιοχή) οι διαλυμένες ουσίες μπορούν να ταξιδέψουν πιο γρήγορα και από την ίδια την ταχύτητα του νερού.

Χρησιμοποιώντας το νόμο του Poiseulle μπορούμε να δείξουμε ότι οι ταχύτητες μέσα στο τριχοειδή σωλήνα εξαρτώνται άμεσα από την ακτίνα του σωλήνα(κυλίνδρου) , και ότι η μέση ταχύτητα αυξάνεται στο τετράγωνο της αύξησης της ακτίνας αυτής. Καθώς τα εδάφη αποτελούνται από πόρους διαφορετικών ακτίνων , το δυναμικό των διαλυμένων ουσιών σε πόρους με διαφορετική ακτίνα θα διαφέρει σημαντικά κάτι που οδηγεί στην αύξηση της ταχύτητας μεταφοράς σε κάποιους πόρους ενώ σε άλλους όχι. (Εικόνα 2.3).

Η παραπάνω διασπορά σε επίπεδο πόρων οδηγεί σε μια συνολικά παρατηρήσιμη (μακροσκοπικά) υδροδυναμική διασπορά που μπορεί και αυτή να περιγραφεί από το νόμο του Fick στον ίδιο φορμαλισμό με αυτόν που χρησιμοποιείται από την περιγραφή της διάχυσης

$$J_{lh} = -\theta D_{lh} \frac{\partial c}{\partial z} = -\theta \lambda \nu \frac{\partial c}{\partial z} = -\lambda q \frac{\partial c}{\partial z} \qquad (2.32)$$



Εικόνα 2.3 Περιγραφή μετώπου υδροδυναμικής διασποράς [Πηγή:The Encyclopedia of Hydrological Sciences, John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, England,2005].

όπου D_{lh} είναι ο συντελεστής της υδροδυναμικής $[L^2T^{-1}]$, v είναι η μέση ταχύτητα του νερού που βρίσκεται μέσα στους πόρους $[LT^{-1}]$, και λ είναι η διαχυτότητα [L].Ο συντελεστής διασποράς έχει βρεθεί ότι είναι ευθέως ανάλογος της μέσης ταχύτητας νερού μέσα στους πόρους , με το συντελεστή αυτής της αναλογίας να αναφέρεται γενικά ως (κατά μήκος) διαχυτότητα. Η παραπάνω περιγραφή αντιστοιχεί σε μονοδιάστατη μεταφορά. Η πολυδιάστατες εφαρμογές απαιτούν ένα πιο περίπλοκο τανυστή διασποράς συμπεριλαμβάνοντας και την κατά μήκος αλλά και την εγκάρσια διασπορά (Bear, 1972).

Η διασπορά είναι μια διεργασία που είναι σχετικά δύσκολη να μετρηθεί πειραματικά. Οι προσεγγίσεις συνήθως γίνονται με την σύγκριση νέων γραφημάτων που προκύπτουν από μετρήσεις με τις καμπύλες που προκύπτουν από της αναλυτικές λύσεις της εξίσωσης συναγωγής- διασποράς.

Η διαχυτότητα (ή τάση διασποράς) συχνά αλλάζει σε σχέση με την απόσταση που διανύει μια διαλυμένη ουσία. Οι τιμές αυτές μπορεί να κυμαίνονται από 1 cm για καλώς πακτωμένες στήλες εργαστηρίου , έως 5 ή 10 cm για εδάφη στο πεδίο.

Η κατά μήκος τάση διασποράς μπορεί να είναι σημαντικά μεγαλύτερη (της τάξης των εκατοντάδων μέτρων) σε συγκεκριμένα προβλήματα μεταφοράς στο υπέδαφος. Εάν δεν υπάρχει άλλη πληροφορία μια πρώτη προσέγγιση μπορεί να είναι το 1 δέκατο της απόστασης που μεταφέρεται η ουσία για την κατά μήκος διασπορά και της τάξης του 1 εκατοστού της απόστασης μεταφοράς για την εγκάρσια.

2.7.4.3 Συμμεταφορά

Η συναγωγή ή συμμεταφορά συχνά αναφέρεται σε μια διαλυμμένη ουσία η οποία μεταφέρεται με την κίνηση του υγρού είτε στην υδατική φάση είτε στην αέρια φάση όπως φαίνεται από τις εξισώσεις

$$J_{lc} = qc$$

$$J_{gc} = J_g g \qquad (2.33)$$

Όπου Jg είναι η πυκνότητα ροής της αέριας φάσης [LT−1].Η συμμεταφορά στην αέρια φάση συχνά παραλείπεται καθώς η συμμετοχή της σε σχέση με άλλες διεργασίες της αέριας φάσης (όπως είναι η διάχυση στην αέρια φάση) είναι ελάχιστη.

Η ολική πυκνότητα ροής των διαλυμένων συστατικών και στην υγρή και την αέρια φάση προσδιορίζεται με την εισαγωγή κατανομής από τις διάφορες διεργασίες μεταφοράς όπως φαίνεται στις εξισώσεις 2.30 ώστε να φτάσουμε στις εξισώσεις

$$J_l = qc - \theta D_l^s \frac{\partial c}{\partial z} - \theta D_{lh} \frac{\partial c}{\partial z} = qc - \theta D_e \frac{\partial c}{\partial z}$$

$$J_g = -aD_g^s \frac{\partial g}{\partial z} \tag{2.34}$$

όπου *D*e είναι ο αποτελεσματικό συντελεστής διασποράς που χρησιμοποιείται και για την διάχυση και για την υδροδυναμική διασπορά .

Η διασπορά στα περισσότερα προβλήματα μεταφοράς στο υπέδαφος υπερισχύει της μοριακής διάχυσης στην υγρή φάση. Εξαίρεση αποτελούν οι περιπτώσεις όπου η ταχύτητα γίνεται πολύ μικρή ή αμελητέα. Στην εξίσωση 2.34 η συμμεταφορά και η διασπορά στην αέρια φάση παραλείπονται.

2.8 Εξισώσεις Συμμεταφοράς -Διασποράς

2.8.1 Εξισώσεις Μεταφοράς

Η εξίσωση τελικά που περιγράφει την μεταφορά διαλυμένων ουσιών στην ακόρεστη ζώνη παίρνει μορφή όταν συνδυαστούν η εξίσωση ισορροπίας μάζας με τις εξισώσεις που εκφράζουν την ολική συγκέντρωση των χημικών και με τις εξισώσεις που δίνουν την πυκνότητα ροής των διαλυμένων ουσιών για να πάρουμε

$$\frac{\partial(\rho_b s+\theta c+\alpha g)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\theta D_{eij} \frac{\partial c}{\partial x_j}\right) + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(aD_{gij}^s \frac{\partial g}{\partial x_j}\right) - \frac{\partial(q_i c)}{\partial x_i} - \varphi \tag{2.35}$$

Η παραπάνω μορφή της εξίσωση είναι γραμμένη για μεταφορά σε πολλές διαστάσεις και γι' αυτό οι όροι D_{eij} και D^{s}_{ij} είναι τμήματα του τανυστή πια που εκφράζει τον αποτελεσματικό συντελεστή διασποράς στην υγρή φάση και στην αέρια αντίστοιχα $[L^2T^{-1}]$. Πολλές παραλλαγές της εξίσωσης μπορούν να βρεθούν στη βιβλιογραφία .Για παράδειγμα για μονοδιάστατη ροή μη πτητικών διαλυμένων ουσιών η εξίσωση απλοποιείται :

$$\frac{\partial(\rho_b s+\theta c)}{\partial t} = \frac{\partial(\theta R c)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\theta D_e \frac{\partial c}{\partial z}\right) - \frac{\partial(qc)}{\partial z} - \varphi \qquad (2.36)$$

Όπου q είναι η οριζόντιο πυκνότητα ροής του νερού και R είναι ο παράγοντας υστέρησης

$$R = 1 + \frac{\rho_b}{\theta}\frac{ds(c)}{dc} \qquad (2.36)$$

Για μεταφορά αδρανών , μη απορροφημένων διαλυμένων ουσιών και για ροή σε μόνιμη κατάσταση φτάνουμε στην εξίσωση:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_e \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - v\frac{\partial c}{\partial z} \qquad (2.37)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις αναφέρονται συχνά σαν ADEs (advection–dispersion equations).

2.8.2 Γραμμική και μη γραμμική ρόφηση

Η εξίσωση 2.35 περιέχει τρεις άγνωστες συγκεντρώσεις (αυτές για την υδατική την αέρια και τη στερά φάση) ενώ η εξίσωση 2.36 περιέχει δύο άγνωστες συγκεντρώσεις. Για να μπορέσουν να λυθούν αυτές οι εξισώσεις χρειάζεται περεταίρω πληροφορία για το πώς συνδέονται αυτές οι συγκεντρώσεις μεταξύ τους. Η πιο κοινή σύνδεση είναι η υπόθεση στιγμιαίας ρόφησης και η χρήση ισόθερμων καμπύλων ώστε να συνδέσουμε τις συγκεντρώσεις στην υγρή φάση και τις ροφημένες σε αυτή από τις άλλες δύο. Η απλούστερη ισόθερμη είναι η γραμμική:

$$s = K_d c \qquad (2.38)$$

Όπου K_d είναι ένας συντελεστής κατανομής $[L^3M^{-1}]$. Πρέπει να παρατηρήσουμε ότι αν αντικαταστήσουμε αυτόν το συντελεστή στην εξίσωση 22 τότε προκύπτει σταθερή τιμή του παράγοντα υστέρησης R ($R = 1 + \rho_b K_d/\theta$).

$$s = K_f c^{\beta}$$

$$s = \frac{K_d c}{1+\eta c} \qquad (2.39\text{-}2.40)$$

Αντίστοιχα , όπου K_f $[M^{-\beta} L^{-3\beta}]$ και β $[-]$ είναι συντελεστές στην ισόθερμη Freundlich , και η $[L^3M^{-1}]$ είναι ένας συντελεστής της ισόθερμης Langmuir . Κατά κόρων ωστόσο χρησιμοποιούνται και πάρα πολλά μη γραμμικά μοντέλα.

2.8.3 Εξάτμιση

Η εξάτμιση είναι μια διεργασία που όλο και περισσότερο αναγνωρίζεται ως βασική για την τύχη των οργανικών όπως τα φυτοφάρμακα και τα λιπάσματα και τα εκρηκτικά που βρίσκονται στο υπέδαφος σε διάφορες περιοχές.(Jury 1983, 1984).

Ενώ πολύ οργανικοί ρυπαντές αποσυντίθενται με τους τρόπους που περιγράφει η χημική ή η μικροβιακή αποδόμηση , η εξάτμιση μπορεί να παίζει εξίσου σημαντικό ρόλο με αυτούς τους μηχανισμούς σε πτητικά συστατικά, όπως είναι κάποια λιπάσματα. Η πτητικότητα των λιπασμάτων επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες όπως είναι οι φυσικοχημικές ιδιότητες των ίδιων των χημικών αλλά και από παράγοντες που είναι ευρέως γνωστοί ως περιβαλλοντικές μεταβλητές , τέτοιες είναι η θερμοκρασία και η ηλιακή ενέργεια.

Χαρακτηριστικό της περίεργης συμπεριφοράς των πτητικών αυτών στο υπέδαφος είναι η σημαντική παρουσία της διάχυσης στην αέρια φάση, παρόλο που τα λιπάσματα για παράδειγμα βρίσκονται κυρίως στην υγρή φάση, η οποία είναι συγκρίσιμη της διάχυσης που συμβαίνει στην υγρή φάση. Το πόσο σημαντική είναι η διάχυση στην αέρια φάση και το πόσο σχετίζεται με άλλες διεργασίες μεταφοράς εξαρτάται επίσης και από το κλίμα. Για παράδειγμα , ενώ το MTBE (οξυγονωμένες βενζίνες) συνήθως μεταφέρεται με κύριο μηχανισμό την συμμεταφορά στην υγρή φάση όταν επικρατούν συνθήκες υγρασίας , η διάχυση στην αέρια φάση είναι πολύ σημαντική στα ξηρά κλίματα .Και αυτό ενώ γνωρίζουμε ότι μόνο το 2% του MTBE είναι στην αέρια φάση.

Η γενική εξίσωση μεταφοράς που δίνεται στην εξίσωση 2.35 μπορεί να απλοποιηθεί σημαντικά αν υποθέσουμε γραμμική ισορροπία ρόφησης και εξάτμισης. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι οι ροφημένες συγκετνρώσεις (s) και οι αέριες συγκεντρώσεις (g) είναι γραμμικά συσχετιζόμενες με τη συγκέντρωση της λύσης (*c)* μέσω των συντελεστών κατανομής *K*d στην εξίσωση 2.38

Και *K*H που είναι :

$$g = K_H c \tag{2.41}$$

αντίστοιχα, όπου K_H είναι η αδιάστατη σταθερά του Henry [−]. Η εξίσωση λοιπόν 2.35 για μονοδιάστατη μεταφορά μπορεί να φτάσει στην παρακάτω μορφή :

$$\frac{\partial(\rho_b K_d+\theta+\alpha K_H)c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\theta D_e \frac{\partial c}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(a D_g^s K_H \frac{\partial c}{\partial z}\right) - \frac{\partial(qc)}{\partial x} - \varphi \tag{2.42}$$

$$\frac{\partial\theta R_c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\theta D_E \frac{\partial c}{\partial z}\right) - \frac{\partial(qc)}{\partial x} - \varphi \tag{2.43}$$

Όπου ο παράγοντας υστέρησης R_c [−] και ο αποτελεσματικός συντελεστής διασποράς D_E [L^2T^{-1}] προσδιορίζονται ως εξής :

$$R = 1 + \frac{\rho_b K_d + aK_H}{\theta}$$

$$D_E = D_e + \frac{a D_g^s K_H}{\theta} \tag{2.44}$$

Ο Jury (1983, 1984) προσδιόρισε τους συντελεστές κατανομή για πολλά οργανικά, όπως και τις σταθερές του Henry K_H , επίσης προσδιόρισε προσεγγιστικά και τα ποσοστά της μάζας σε κάθε φάση.

2.9 Μεταφορά εκτός ισορροπίας

Καθώς τα μοντέλα που υποθέτουν ισορροπία πολλές φορές αποτυγχάνουν στην περιγραφή πειραματικών δεδομένων έχει αναπτυχθεί ένας σημαντικός αριθμός μοντέλων που δεν υποθέτουν ισορροπία. Οι δυο βασικές κατηγορίες είναι τα μοντέλα που περιγράφουν μια φυσική μη ισορροπημένη συμπεριφορά ,που ελέγχεται κυρίως από τη διάχυση, και τα μοντέλα χημικής κινητικής. Οι δύο αυτές προσεγγίσεις ειδικεύονται κυρίων στα μη ροφούμενα χημικά και στα ροφούμενα αντίστοιχα.

Οι προσπάθειες να περιγράφουν τα συστήματα μη ισορροπίας και η μεταφορά σε αυτά περιλαμβάνουν συνήθως απλές εξισώσεις με ρυθμούς πρώτης τάξης.

. Τα μοντέλα μη ισορροπίας έχουν χρησιμοποιήσει τις υποθέσεις των δύο περιοχών (διπλού πορώδους) και η μεταφορά περιλαμβάνει ανταλλαγή ροφημένων συστατικών από την κινητή στην ακίνητη υγρή περιοχή. Επίσης περιλαμβάνουν εξισώσεις ροήφησης σε μια δυο ή πολλές φάσεις (Nielsen, 1986). Τα μοντέλα που προσομοιάζουν τη μεταφορά σωματιδιακών ρύπων όπως τα κολλοειδή ή βακτήρια ,συχνά χρησιμοποιούν εξισώσεις ρυθμού πρώτης τάξης για να περιγράψουν διεργασίες όπως η προσκόλληση ,η αποκόλληση και η αποστράγγιση

.Τα μοντέλα μη ισορροπίας έχουν καταλήξει σε καλύτερα αποτελέσματα στη σύγκριση με εργαστηριακά και πραγματικά δεδομένα. Βασική αιτία γι' αυτό είναι οι βαθμοί ελευθερίας που δίνουν για συγκερασμό (fitting) με τις μετρούμενες κατανομές συγκέντρωσης.

2.9.1 Φυσική μη-ισορροπία

2.9.1.1 Διπλού πορώδους και μοντέλα κινητής ακίνητης περιοχής

Τα μοντέλα μεταφοράς δύο περιοχών υποθέτουν ότι η υδατική φάση μπορεί να κινηθεί σε δύο ξεχωριστές κατανομές πόρων : την κινητή ή υπό ροή περιοχή και την ακίνητη περιοχή. Επίσης θεωρούν ότι οι ανταλλαγές διαλυμένων ουσιών μεταξύ των δύο αυτών περιοχών μπορεί να προσομοιαστεί με εξισώσεις ανταλλαγής πρώτης τάξης. Χρησιμοποιώντας την ίδια σημειολογία με πριν το μοντέλο μεταφοράς δύο περιοχών δίνεται από τις παρακάτω εξισώσεις: (van Genuchten andWagenet, 1989,Toride et al., 1993):

$$\frac{\partial \theta_{mo} c_{mo}}{\partial t} + \frac{\partial f \rho s_{mo}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\theta_{mo} D_{mo} \frac{\partial c_{mo}}{\partial z}\right) - \frac{\partial q c_{mo}}{\partial z} - \varphi_{mo} - \Gamma_s$$

$$\frac{\partial \theta_{im} c_{im}}{\partial t} + \frac{\partial (1-f) \rho s_{im}}{\partial t} = -\varphi_{im} + \Gamma_s \qquad (2.45)$$

Που περιγράφουν τους κινητούς (macropores, δείκτης mo) και τους ακίνητους (matrix, δείκτης im) τομείς αντίστοιχα, όπου f είναι το αδιάστατο κλάσμα των περιοχών που γίνεται ρόφηση κα βρίσκονται σε επαφή με το νερό που κινείται [−], φ_{mo} και φ_{im} είναι οι αντιδράσεις που συμβαίνουν στους κινούμενους και στατικούς τομείς αντίστοιχα [ML^3T^{-1}], και Γs είναι ο ρυθμός μεταφοράς των διαλυμένων συστατικών μεταξύ των δύο περιοχών [ML^3T^{-1}]. Παρατηρούμε ότι οι ίδιες εξισώσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν και στα μοντέλα δύο περιοχών και στα μοντέλα διπλού πορώδους.

2.9.1.2 Διπλής διαπερατότητας μοντέλα

Με ανάλογες εξισώσεις για τη ροή του νερού, τα μοντέλα διπλής διαπερατότητας προσομοιάζουν τη μεταφορά των διαλυμένων συστατικών με εξισώσεις συμμεταφοράς-διασποράς και για τις περιοχές μακροπόρων και για τις περιοχές μεγαλύτερων ανοιγμάτων (fracture και matrix αντίστοιχα) (Gerke and van Genuchten, 1993):

$$\frac{\partial \theta_f c_f}{\partial t} + \frac{\partial \rho s_f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\theta_f D_f \frac{\partial c_f}{\partial z}\right) - \frac{\partial q_f c_f}{\partial z} - \varphi_f - \frac{\Gamma_s}{w} \qquad (2.46)$$

$$\frac{\partial \theta_m c_m}{\partial t} + \frac{\partial \rho s_m}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\theta_m D_m \frac{\partial c_m}{\partial z}\right) - \frac{\partial q_m c_m}{\partial z} - \varphi_m - \frac{\Gamma_w}{1-w} \qquad (2.47)$$

Όπου οι όροι f και m αναφέρονται στους μακροπόρους (fracture) και τις μεγαλύτερες περιοχές αντίστοιχα ; φ_f και φ_m συμβολίζουν πηγές ή βυθίσματα στις αντίστοιχες περιοχές [ML^3T^{-1}], και w είναι ο λόγος του συνολικού όγκου του τομέα των μακροπόρων προς το συνολικό όγκο του εδάφους[−].

Οι εξισώσεις 2.46 και 2.47 υποθέτουν μεταφορά συμμεταφοράς-διασποράς και για τους δύο τομείς .

2.9.1.3Μεταφορά μάζας

Ο ρυθμός μεταφοράς μάζας στην εξίσωση 2.45 για διαλυμένες ουσίες μεταξύ των κινητών και ακίνητων τομέων στα μοντέλα μπορεί να δοθεί σαν το άθροισμα των ροών που προκύπτουν από συμμεταφορά και από και μπορούν αν γραφτούν σαν

$$\Gamma_s = \alpha_s(c_{mo} - c_{im}) + \Gamma_w c^* \qquad (2.48)$$

Όπου το $c*$ είναι ίσο με το c_m για w >0 και με το c_{im} για w <0, και α_s είναι συντελεστής μεταφοράς μάζας διαλυμένης ουσίας, πρώτης τάξης $[T^{-1}]$.Παρατηρούμε ότι ο όρος συμμεταφοράς στην εξίσωση 34 είναι ίσο με το μηδέν για την περίπτωση κινητού -ακίνητου νερού καθώς το υδάτινο περιεχόμενο στην ακίνητη περιοχή παραμένει σταθερό. Όμως το w μπορεί να μην είναι μηδέν στη περίπτωση διπλού πορώδους .

Ο ρυθμός μεταφοράς Γ_s, στην εξίσωση 2.45 μεταξύ μακροπόρων και μεγαλύτερων περιοχών επίσης δίνεται σαν το άθροισμα των ροών που προκαλούνται από διεργασίες διάχυσης και συμμεταφοράς. (e.g., Gerke and van Genuchten, 1996):

$$\Gamma_s = a_s(1 - w_m)(c_f - c_m) + \Gamma_w c^* \qquad (2.49)$$

Όπου ο συντελεστής μεταφοράς μάζας α_s $[T^{-1}]$, είναι της μορφής:

$$a_s = \frac{\beta}{d^2} D_a \qquad (2.50)$$

Όπου D_a είναι ένας αποτελεσματικός συντελεστής διάχυσης $[L^2T^{-1}]$ που συμβολίζει τις ιδιότητες της διεπιφάνειας διάχυσης μεταξύ των περιοχών μακροπόρων-μεγαλύτερων περιοχών

Υπάρχουν παραδείγματα ακόμη πιο περίπλοκων μοντέλων . Για παράδειγμα οι

Pot. (2005) και Köhne (2006) έφτιαξαν ένα μοντέλο διπλής διαπερατότητας που χωρίζει την περιοχή με τα μεγαλύτερα ανοίγματα (matrix) σε κινητές και ακίνητες περιοχές και σε εργαστηριακή κλίμακα έχει εκπληκτικά αποτελέσματα σε δύσκολες συνθήκες ροής (όπως η παροδική ροή).

2.10 Στοχαστικά μοντέλα

Πολλά από τα κλασικά μοντέλα , ανεξάρτητα από το πόσο καλά είναι δομημένα, πολλές φορές αποτυγχάνουν να περιγράψουν με ακρίβεια τις διεργασίες μεταφοράς στα περισσότερα φυσικά συστήματα. Ο κύριος λόγος που συμβαίνει αυτό είναι ότι το υπέδαφος είναι εξαιρετικά ετερογενές. Η ετερογένεια προκύπτει και στην χωρική αλλά και στη χρονική κλίμακα ,και εκτείνεται από τη μικροσκοπική κλίμακα όπου πρέπει να συμπεριλάβουμε χρονικά εξαρτημένες χημικές διεργασίες , έως σε μεσαίες χωρικές κλίμακες που περιλαμβάνουν τη ροή κατά προτίμηση του νερού και χημικά που βρίσκονται στους μακροπόρους και τα ρήγματα, και έως πολύ μεγαλύτερες κλίμακες συμπεριλαμβάνοντας την αλλαγή των πετρωμάτων στο πεδίο.

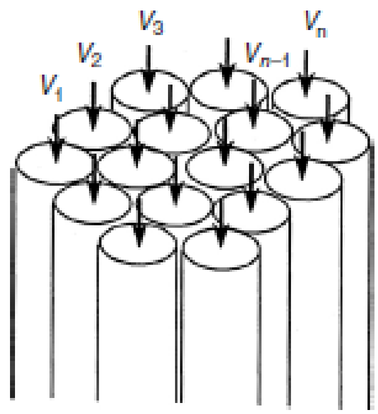
Η ετερογένεια του υπεδάφους μπορεί αποτυπωθεί από περιγραφές που βασίζονται στις διεργασίες σε μια ή περισσότερες κλίμακες. Μπορεί ωστόσο να αποτυπωθεί και από στοχαστικές προσεγγίσεις που χρειάζονται συγκεκριμένες υποθέσεις γύρω από τις διεργασίες μεταφοράς στο ετερογενές σύστημα. (Sposito 1987; Dagan, 1989). Παραθέτουμε παρακάτω πολύ ακροθιγώς μερικές από τις στοχαστικές προσεγγίσεις και κυρίως αυτές των σωλήνων ροής και της προσέγγισης με συναρτήσεις μεταφοράς.

2.10.1 Μοντέλα Σωλήνων Ροής

Η κατακόρυφη μεταφορά χημικών από την επιφάνεια του εδάφους σε έναν υδροφορέα που βρίσκεται στη υπέδαφος μπορεί να περιγραφεί στοχαστικά αν κατακερματίσουμε το πεδίο σε ανεξάρτητες κάθετες στήλες που συχνά αναφέρονται ως ‘’σωλήνες ,όπου η διαλυμένη ουσία μεταξύ των σωλήνων αυτών υποτίθεται ότι είναι μηδενική.

Η μεταφορά σε κάθε έναν από αυτούς τους σωλήνες μπορεί να περιγραφεί ντετερμινιστικά με τις κλασσικές εξισώσεις συμμεταφοράς – διασποράς ADE, ή από μορφές αυτών των εξισώσεων που συμπεριλαμβάνουν και άλλες γεωχημικές ή μικροβιακές διεργασίες .Η μεταφορά σε κλίμακα πεδίου λοιπόν αντιμετωπίζεται αν αντιληφθούμε τα χαρακτηριστικά αυτών των κάθετων στηλών σαν αποτελέσματα στοχαστικών διεργασιών , που έχουν μια τυχαία κατανομή (Toride, 1995).

Τα πρώτα παραδείγματα αυτής της προσέγγισης δώθηκαν από Dagan και Bresler (1979) οι οποίοι υπέθεσαν ότι η κορεσμένη υδαυλική αγωγιμότητα είχε μια λογαριθμική κανονική κατανομή. Το πρώτο λογισμικό που δημιουργήθηκε και χρησιμοποιούσε ολοκληρωμένα το λεγόμενο stream tube model ήταν το CXTFIT 2.0 (Toride, 1995) . Μπορούσε να ανταπεξέλθει σε ένα μεγάλο φάσμα σεναρίων μεταφοράς στα οποία η ταχύτητα νερού των πόρων σε συνδυασμό είτε με το συντελεστή διασποράς D_e, είτε με το γραμμικό συντελεστή απορόφησης K_d, είτε με το ν συντελεστή πρώτης τάξης για απορρήφηση εκτός ισορροπίας αk, είναι στοχαστικές μεταβλητές (Toride , 1995).



Εικόνα 2.4 Αναπαράσταση της ιδέας των σωλήνων ροής [Πηγή: The Encyclopedia of Hydrological Sciences, John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, England,2005]

2.10.2 Μοντέλα Συνάρτησης Μεταφοράς

Ο Jury (1982) ανέπτυξε ένα διαφορετικό φορμαλισμό για τη μεταφορά διαλυμένης ουσίας σε κλίμακα πεδίου και τον ονόμασε μοντέλο συνάρτησης μεταφοράς .Αυτό το μοντέλο αναπτύχθηκε με βάση δύο βασικές υποθέσεις για το σύστημα του εδάφους:

α) Η μεταφορά της διαλυμένης ουσίας είναι μια γραμμική διεργασία

β) Οι πιθανοστατιστικές χρονικές ποσότητες δεν αλλάζουν με την πάροδο του χρόνου.

Αυτές οι δύο υποθέσεις οδηγούν στην παρακάτω συνάρτηση μεταφοράς που συνδέει τη συγκέντρωση της διαλυμένης ουσίας στην έξοδο του συστήματος με τη χρονικά εξαρτημένη είσοδο της ουσίας στο σύστημα:

$$C_{out}(t) = \int_0^t c_{in}(t - t^{'}) f(t^{'}) dt' \qquad (2.51)$$

Η έξοδος στο χρόνο, $c_{out}(t\ )$ [ML^{-3}], προκύπτει από υπέρθεση διαλυμένης συγκέντρωσης προστιθέμενη σε όλους τους χρόνους που είναι μικρότεροι του t , το $c_{in}(t - t\ )$ [ML^{-3}], καλιμπράρεται με μια χρονική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (probability density function $f(t)$ [T^{-1}] (Jury και Horton, 2004). Σαν σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου παρουσιάζεται το ότι δε χρειάζεται γνώση των διεργασιών μεταφοράς που συμβαίνουν στον τομέα της ροής.

Χρησιμοποιούνται πολλά και διαφορετικά μοντέλα κατανομής της συνάρτησης $f(t\ )$ στην εξίσωση 37. Τα πιο κοινά είναι η λεγόμενη Φικιανή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (Jury, 1985)

$$f(t) = \frac{L}{2\sqrt{\pi D t^3}} exp\left[-\frac{(L - vt)^2}{4Dt}\right] \qquad (2.52)$$

Και η λογαριθμική κατανομή

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma t}} exp\left[\frac{(ln\ t - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \qquad (2.53)$$

Όπου D [L^2T^{-1}], v [LT^{-1}], μ, και σ είναι παράμετροι του μοντέλου και L είναι η απόσταση από το όριο που εισέρχεται η ροή έως το όριο που εξέρχεται η ροή [L]. Για να μπορέσει να συμπεριλάβει την περίπτωση μη σταθερής ροής ο Jury (1982) εξέφρασε την πυκνότητα της πιθανότητας του χρόνου σαν συσσώρευση καθαρού νερού (χωρίς διαλυμένες ουσίες) σε ένα δεδομένο χώρο:

$$I = \int_0^t q(t^{'})dt' \qquad (2.54)$$

Οδηγώντας στην ακόλουθη συνάρτηση μεταφοράς :

$$c_{out}\,(I) = \int_0^{I(t)} c_{in}(I - I^{'})f(I^{'})dI' \qquad (2.55)$$

2.11 Πολλών αντιδρώντων ταυτόχρονη Μεταφορά

Οι διάφορες μαθηματικές περιγραφές που παρουσιάστηκαν ως τώρα περιλάμβαναν διαλυμένα συστατικά που κινούνται ανεξάρτητα από όλα τα άλλα στοιχεία στο υπέδαφος. Στην πραγματικότητα κατά τη μεταφορά τα συστατικά αντιδρούν μεταξύ τους με διάφορες φυσικοχημικές αλλά και βιολογικές διεργασίες.

Για να προσομοιάσουμε αυτές τις διεργασίες πρέπει να καταλάβουμε καλύτερα το πώς συνδέονται οι διεργασίες ροής και συμμεταφοράς –διασποράς με ένα μεγάλο εύρο βιοχημικών διεργασιών. Το έδαφος είναι ένα μείγμα από πολλά ιόντα που μπορούν να εμπλέκονται σε πολλές χημικές διεργασίες όπως είναι οι αντιδράσεις συμπλοκοποίησης, ανταλλαγής κατιόντων , διάλυσης , ρόφησης απορρόφησης , εξάτμισης καθώς και άλλες κατηγορίες διεργασιών.

Η μεταφορά και η αλλαγή των πολλών χημικών συστατικών είναι πολύ πιθανό να συμβαίνει περαιτέρω λόγω της ύπαρξης στο υπέδαφος αερόβιων και αναερόβιων βακτηρίων .

Τα βακτήρια είναι συνήθως καταλύτες σε αντιδράσεις redox στις οποίες τα βακτήρια μεταβολίζουν οργανικό άνθρακα σε νέα βιομάζα.

Αυτές λοιπόν οι διεργασίες και άλλες σχετικές μπορούν να προσομοιαστούν με τη χρήση κώδικα σαν μέρος αυτού που χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση της ροής με όρους και εξισώσεις συμμεταφοράς –διασποράς. Παρακάτω αναφέρονται μερικές περιπτώσεις που υπάρχουν στη βιβλιογραφία και μοντελοποιούν αυτού του είδους την πολυπαραγοντική ροή .

2.11.1 Συστατικά και αντιστρεπτές χημικές διεργασίες

Το χημικό ισοζύγιο σε συστήματα με πολλά είδη γενικά προσδιορίζεται με όρους συστατικών. Τα συστατικά μπορούν να προσδιοριστούν σαν γραμμικά ανεξάρτητες χημικές οντότητες καθώς το κάθε είδος στο σύστημα μπορεί να αναπαρασταθεί με μοναδικό τρόπο σαν παράγωγο μιας χημικής αντίδρασης που περιλαμβάνει μόνο αυτά τα συστατικά. Σαν τυπικό παράδειγμα έχουμε το χημικό είδος $CaCO_3$

$$Ca^{2+} + CO_3^{2-} \Leftrightarrow CaCO_3^0 \qquad (2.56)$$

Που αποτελείται από τα δύο συστατικά Ca^{2+}+ CO_2^{-3} .

Αντιστρεπτές χημικές αντιδράσεις συνήθως αναπαριστώνται με νόμους δράσης μαζών που μπορούν να συσχετίσουν τις θερμοδυναμικές σταθερές με διάφορες διεργασίες
(the thermodynamic effective concentration) μεταξύ αντιδρώντων και προιόντων.

Για παράδειγμα η αντίδραση

$$bB + cC \Leftrightarrow dD + eE \qquad (2.57)$$

Όπου *b* και *c* είναι ο αριθμός moles των συστατικών *B* και *C* που αντιδρούν μεταξύ τους για να παράγουν *d* και *e* moles των προιόντων *D* και *E*.

Ο αντίστοιχος νόμος δράσης μαζών είναι :

$$K = \frac{a_D^d a_E^e}{a_B^b a_C^c} \qquad (2.58)$$

Όπου *K* είναι μια σταθερά ισορροπίας που εξαρτάται από την θερμοκρασίας,και ai είναι η ενεργότητα, όπως προσδιορίζεται από έναν συντελεστή ενεργότητας (γ_i) και από τη molality (m_i) του ιόντος, δηλαδή $a_i = \gamma_i m_i$.

Η εξίσωση 2.58 χρησιμοποιείται για να περιγράψει όλες τις σημαντικές χημικές διεργασίες όπως η συμπολοκοποιηση , η ρόφηση, η διάλυση και άλλες , υποθέτοντας ότι το τοπικό χημικό ισοζύγιο ισχύει (Šim°unek, 2002).

2.11.2 Συμπλοκοποίηση

Η συμπλοκοποίηση είναι μια διεργασία που σε υδάτινα συστήματα είναι πολύ σημαντική .Περιγράφεται συνήθως με την παρακάτω μορφή του νόμου δράσης μαζών. (Lichtner, 1996):

$$x_i = \frac{K_i^x}{\gamma_i^x} \prod_{k=1}^{N_a} (\gamma_k^a c_k)^{a_{ik}^x} \qquad i = 1,2 \ldots \ldots, M_x \qquad (2.59)$$

Όπου x_i είναι η συγκέντρωση του i-οστού συμπλοκοποιημένου είδους, $K^x{}_i$ είναι η θερμοδυναμική σταθερά ισορροπίας του ίδιου είδους, $\gamma^x{}_i$ ιείναι ο συντελεστής ενεργότητας του ίδιου είδους ,N_a είναι ο αριθμός των συστατικών στο νερό , c_k είναι η συγκέντρωση του k-ιστού είδους στο νερό, $\gamma^a{}_k$ είναι ο συντελεστής ενεργότητας αυτού του είδους , a_i^k είναι ο στοιχειομετρικός συντελεστής του ίδιου είδους , M_x είναι ο αριθμός των συμπλόκων, και οι δείκτες και οι εκθέτες x και a rαναφέρονται σε σύμπλοκα και διαλυμένα στο νερό είδη αντίστοιχα

2.12 Ροή πολλών φάσεων και μεταφορά

Ενώ η μεταφορά των διαλυτών σε ανομοιόμορφα κορεσμένο μέσο γενικά περιλαμβάνει δύο φάσεις (υδατική και αέρια φάση, με τη συμμεταφορά στην αέρια φάση συνήθως να μη λαμβάνεται υπ' όψη), πολλά προβλήματα ρύπανσης συμπεριλαμβάνουν υγρά μη υδατικής φάσης (NAPLs) τα οποία δεν αλληλεπιδρούν με το νερό. Τα υγρά μη υδατικής φάσης αποτελούνται είτε από ένα οργανικό συστατικό είτε από μείγμα οργανικών συστατικών όπως η βενζίνη και το diesel .

Τα συστατικά που είναι πιο πυκνά από το νερό αναφέρονται στη βιβλιογραφία ως DNAPLs και πιο ελαφριά από το νερό LNAPLs. Η τύχη τους και η δυναμική τους συμπεριφορά στο υπέδαφος κυριαρχείται από διεργασίες ροής και από αντιδράσεις πολλών συστατικών σαν αυτές που περιγράψαμε παραπάνω. Η βασικές διεργασίες μπορούν να προσομοιαστούν με τη λογική της διεπιφάνειας μεταξύ των φάσεων όπου γίνεται μεταφορά μάζας και ανταλλαγή ιόντων.

Τα μοντέλα ροής πολλών φάσεων γενικά απαιτούν εξισώσεις ροής για κάθε ρευστή φάση. Τα συστήματα δύο φάσεων (γνωστά και ως συστήματα νερού-αέρα) ωστόσο μπορούν να μοντελοποιηθούν χρησιμοποιώντας διαφορετικές εξισώσεις για την κάθε φάση.

Αυτό δείχνει ότι η εξίσωση Richards (2.1) είναι μια απλοποίηση μιας πιο πολύπλοκης προσέγγισης πολλών φάσεων στην οποία η αέρια φάση φαίνεται να έχει μηδαμινή επίδραση στην ανομοιόμορφα κορεσμένη ροή και η πίεση του αέρα μεταβάλλεται ελάχιστα στο χώρο και στο χρόνο.

Αυτή η υπόθεση φαίνεται κατάλληλη για τα περισσότερα προβλήματα ροής . Παρόμοιες υποθέσεις, ωστόσο δεν είναι δυνατές όταν υπάρχουν τα NAPLs. Αυτό το πεδίο είναι ανοιχτό σε έρευνα και συνήθως η προσέγγιση είναι αυτή της ύπαρξης διαφορετικών εξισώσεων σε κάθε υγρή φάση και εξισώσεις μεταφοράς μάζας για όλα τα οργανικά συστατικά(συμπεριλαμβάνοντας και αυτά που συσχετίζονται με τη στερεά φάση) καθώς και κατάλληλες εξισώσεις που περιγράφουν τη διεπιφάνεια μεταξύ των φάσεων.

Μια εξαιρετική ποικιλία πειραματικών προσεγγίσεων για τη μέτρηση των φυσικών και υδραυλικών ιδιοτήτων σε συστήματα πολλών φάσεων δίνεται από τον Lenhard (2002).

2.13 Αρχικές και Οριακές συνθήκες

2.13.1 Αρχικές Συνθήκες

Οι εξισώσεις που που περιγράφουν τη μεταφορά διαλυμένης ουσίας μπορούν λυθούν αναλυτικά ή αριθμητικά εάν μπορούμε να προσδιορίσουμε τις αρχικές και τις οριακές συνθήκες. Οι αρχικές συνθήκες πρέπει να προσδιορίζονται σε κάθε φάση της συγκέντρωσης που υπάρχει ισοζύγιο με τη μορφή:

$$c(x,y,z,t) = c_i(x,y,z,0) \qquad (2.60)$$

Όπου c_i είναι η αρχική συγκέντρωση [ML^{-3}], που χρησιμοποιούμε για τις φάσεις της συγκέντρωσης εκτός ισοζυγίου ανεξάρτητα της μεθοδολογίας. Συνεπώς μιλάμε για συγκεντρώσεις στην ακίνητη περιοχή, ροφημένες συγκεντρώσεις συσχετιζόμενες με την κινητική αντιδράσεων ή ακόμα και αντιδράσεις αρχικά προσκολλημένων ή αποστραγγισμένων κολλοειδών

2.13.2 Οριακές συνθήκες

Οι πολύπλοκες αλληλεπιδράσεις μεταξύ του τομέα που γίνεται η μεταφορά και του περιβάλλοντος του μας υποχρεώνουν πάρα πολλές φορές να προσδιορίσουμε το μέγεθος του χώρου που ρέει το νερό , να προσδιορίσουμε δηλαδή τα όρια του τομέα.

Αν συγκρίνουμε τα περισσότερα αναλυτικά και αριθμητικά μοντέλα τότε θα δούμε ότι χρησιμοποιούνται τρείς τύποι οριακών συνθηκών: Όταν η συγκέντρωση στα όρια είναι γνωστή τότε χρησιμοποιείται οριακή συνθήκη πρώτου είδους (γνωστή και ως συνθήκη τύπου Dirichlet) :

$$c(x,y,z,t) = c_0(x,y,z,t) \quad \gamma\iota\alpha \ \ (x,y,z)\ E\ \Gamma_d \qquad (2.61)$$

Όπου c_0 είναι μια συγκέντρωση που λαμβάνεται [ML^{-3}] πάνω ή κατά μήκος του ορίου Dirichlet . Αυτή η οριακή συνθήκη συχνά αναφέρεται και ως οριακή συνθήκη συγκέντρωσης.

Μια τρίτου τύπου οριακή συνθήκη (τύπου Cauchy)χρησιμοποιείται για να περιγράψει τη ροή της συγκέντρωσης στα όρια ως εξής:

$$-\theta D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} n_i + q_i n_i c = q_i n_i c_o \qquad \gamma\iota\alpha \ \ (x,z) E \ \Gamma_c \tag{2.62}$$

όπου ο όρος $q_i n_i$ συμβολίζει την προς το εξωτερικό του ορίου ροή [LT^{-1}], n_i είναι ένα διάνυσμα κατεύθυνσης και c_0 είναι η συγκέντρωση του υγρού που φτάνει στο όριο [ML^{-3}].

Σε κάποιες περιπτώσεις , για παράδειγμα, όταν το όριο είναι αδιαπέρατο (q_0=0) ή όταν η ροή του νερού κατευθύνεται εκτός περιοχής μελέτης ,η οριακή συνθήκη τύπου Cauchy μειώνεται σε δεύτερου-τύπου (τύπου Neumann) με τη μορφή:

$$\theta D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} n_i = 0 \qquad \gamma\iota\alpha \ (x,z) \ E \ \Gamma_N \tag{2.63}$$

Οι περισσότερες εφαρμογές απαιτούν οριακή συνθήκη τύπου Cauchy αντί για Dirichlet .Καθώς οι συνθήκες τύπου Cauchy περιγράφουν τη ροή της διαλυμμένης ουσίας κατά μήκος του ορίου , το δυναμικό της ροής της ουσίας που είσέρχεται στην υπο μελέτη περιοχή θα είναι πλήρως προσδιορισμένο. Αυτό το δυναμικό μετά χωρίζεται σε δύο τμήματα: το μεταφερόμενο με συμμεταφορά και το μεταφερόμενο με διασπορά δυναμικό. Στον αντίποδα , οι οριακές συνθήκες τύπου Dirichlet, μας δίνουν τη συγκέντρωση πάνω στο όριο και όχι το δυναμικό της ροής το οποίο, λόγω της συνεισφοράς της συμμεταφοράς και της διασποράς θα είναι μεγαλύτερο από ότι στην περίπτωση Cauchy.

Η μη σωστή χρήση των οριακών συνθηκών, και πιο συγκεκριμένα η χρήση διαφορετικού τύπου συνθήκης από αυτή που επιτρέπει το πρόβλημα μπορεί να οδηγήσει σε σημαντικά λάθη ισορροπίας μάζας σε προηγούμενους χρόνους, ειδικά για σχετικά μικρούς τομείς μεταφοράς (van Genuchten, 1984).

Ένας διαφορετικός τύπος οριακών συνθηκών χρησιμοποιείται κάποιες φορές για πτητικά στερεά τα οποία βρίσκονται και στην υδατική και στην αέρια φάση. Αυτή η περίπτωση απαιτεί τρίτου τύπου οριακή συνθήκη αλλά μετασχηματίζεται για να συμπεριλάβει τους όρους εξάτμισης, ως τμήμα ενός μηχανισμού διάχυσης στην αέρια φάση, μέσω ενός ακίνητου οριακού στρώματος πάχους d [L]. Το στρώμα αυτό βρίσκεται οριακά πάνω από την επιφάνεια του εδάφους. Το αντίστοιχο δυναμικό της ροής συχνά υποτίθεται ότι είναι ανάλογο της διαφοράς των συγκεντρώσεων του αερίου πάνω και κάτων από το οριακό στρώμα (e.g., Jury et al., 1983). Αυτή η μετασχηματισμένη οριακή συνθήκη έχει τη

$$-\theta D_{ij}\frac{\partial c}{\partial x_j}n_i + q_i n_i c = q_i n_i c_0 + \frac{D_g}{d}\left(k_g c - g_{atm}\right) \quad \gamma\iota\alpha\ (x,z) E\ \Gamma_c \qquad (2.63)$$

Όπου D_g είναι ο συντελεστής μοριακής διάχυσης στην αέρια φάση [L^2T^{-1}] και g_{atm} είναι η συγκέντρωση του αερίου πάνω από το ακίνητο [ML^{-3}].Να αναφέρουμε ότι ο Jury το 1983 θεώρησε αυτή τη συγκέντρωση μηδενική.

Ακόμα και άλλοι τύποι οριακών συνθηκών μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Ένα παράδειγμα είναι η χρήση της λεγόμενης εξίσωσης Bateman για να προσδιορίσει τον ρυθμό απελευθέρωσης διάφορων ουσιών που υπακούν σε πρώτης τάξης αλλεπάλληλες διεργασίες αποσύνθεσης .Αυτές οι ουσίες απελευθερώνονται από τα πεδία επεξεργασίας λυμάτων και σαν αποτέλεσμα των βιολογικών διεργασιών (van Genuchten, 1985).

2.14 Αναλυτικά μοντέλα

Ένα μεγάλο μέρος των μοντέλων που τρέχουν σε υπολογιστές χρησιμοποιούν και αναλυτικές και αριθμητικές λύσεις των εξισώσεων της ροής και της μεταφοράς των διαλυμένων συστατικών. Τα μοντέλα αυτά εφαρμόζονται σε ένα μεγάλο εύρος ερευνητικών εφαρμογών αλλά και σε εφαρμογές διαχείρισης φυσικών συστημάτων στο υπέδαφος.
Η προσέγγιση της μοντελοποίησης ποικίλει από σχετικά απλά αναλυτικά και ημι-αναλυτικά μοντέλα ως τα ποιο πολύπλοκα αριθμητικά που φτάνουν στο σημείο να προσομοιάζουν ένα μεγάλο αριθμό ταυτόχρονων μη γραμμικών διεργασιών. Ενώ για συγκεκριμένες συνθήκες (πχ για γραμμική ρόφηση, ή για μονιμη ροή) οι εξισώσεις μεταφοράς μπορούν να είναι γραμμικές , οι εξισώσεις ροής είναι έντονα μη γραμμικές λόγο της μη γραμμικής εξάρτησης των υδραυλικών ιδιοτήτων του εδάφους με το μέτωπο της ροής και με το υδατικό περιεχόμενο.

Κατά συνέπεια πολλές αναλυτικές λύσεις που έχουν βρεθεί κατά το παρελθόν για εξισώσεις μεταφοράς , σήμερα χρησιμοποιούνται σχεδόν αποκλειστικά για μεταφορά σε μόνιμη ροή. Ακόμη αξίζει να προσθέσουμε ότι αν και υπάρχουν αναλυτικές λύσεις και για τη ροή σε ακόρεστη ζώνη σήμερα χρησιμοποιούνται αποκλειστικά σε απλά προβλήματα ροής.

Οι αναλυτικές μέθοδοι είναι αντιπροσωπευτικές της κλασσικής μαθηματικής προσέγγισης που απαιτούσε να λυθούν οι διαφορικές εξισώσεις και να παραχθεί μια ακριβής λύση για ένα δεδομένο πρόβλημα. Το μεγάλο πλεονέκτημα αυτής της προσέγγισης είναι ότι φτάνουμε σε μια μοναδική εξίσωση για τη συγκέντρωση (ή για το μέτωπο , το υδάτινο περιεχόμενο κτλ) σε ένα συγκεκριμένο χρόνο και χώρο. Με αυτό τον τρόπο μπορεί κάποιος να προσδιορίσει τη συγκέντρωση απευθείας χωρίς τη χρήση χρονικού βήματος που είναι χαρακτηριστικό των αριθμητικών μεθόδων

. Ενώ έχουν γίνει προσπάθειες να γενικευτούν οι αναλυτικές μέθοδοι σε πολύπλοκα συστήματα, η πλειονότητα των επιστημόνων ωστόσο τις έχει εγκαταλείψει ή τις χρησιμοποιεί για γραμμικές περιπτώσεις , ομογενή εδάφη και απλοποιημένες γεωμετρίες του τομέα μεταφοράς καθώς και για σταθερές ή πολύ απλοποιημένες αρχικές και οριακές συνθήκες. Τα μεθοδολογικά πλεονεκτήματα των αναλυτικών προσεγγίσεων παρατίθενται στη συνέχεια της εργασίας . Προς το παρόν γίνεται αναφορά στην ίδια τη μέθοδο για μεταφορά συστατικών.

2.14.1 Αναλυτικές προσεγγίσεις

Οι αναλυτικές λύσεις συνήθως βρίσκονται εφαρμόζονται διάφορους μετασχηματισμούς (Laplace, Fourier ή άλλους) στις κύριες εξισώσεις, συμπεριλαμβάνοντας χωρισμό των μεταβλητών καθώς και την προσέγγιση της συνάρτησης Green (Leij , 2000,Cotta , 2005).

2.14.1.1 Μετασχηματισμός Laplace

Ο μετασχηματισμός Laplace , £, της συγκέντρωσης ενός διαλυμένου συστατικού με χρονική αναφορά γίνεται ως εξής:

$$\bar{c}(x,s) = L[c(x,t)] = \int_n^{\infty} c(x,t) \exp(-st)\, dt \qquad (2.64)$$

όπου s είναι η μεταβλητή μετασχηματισμού [T^{-1}]. Οι μετασχηματισμοί Laplace μπορούν να απλοποιήσουν εξαιρετικά τις κύριες εξισώσεις απαλείφοντας την εξαρτημένη μεταβλητή ,συνήθως το χρόνο. Επίσης πολύ συχνά συναντάμε το μετασχηματισμό της μερικής διαφορικής εξίσωσης μεταφοράς σε συνήθη διαφορική.

Χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό Laplace μπορούμε να φτάσουμε σε μια ADE την οποία πρέπει να λύσουμε σε ένα τομέα Laplace , κάτι που είναι σχετικά εύκολο να γίνει αναλυτικά (σίγουρα πιο εύκολο από την αρχική εξίσωση). Η αναλυτική λύση στο λαπλασιανό χώρο, μεταφέρεται στον πραγματικό χώρο, είτε με τη χρήση των πινάκων μετασχηματισμών Laplace , είτε με τα θεωρήματα αντιστροφής, είτε με τη χρήση αριθμητικού προγράμματος αντιστροφής.

2.14.1.2 Μετασχηματισμός Fourier

Στα προβλήματα που λύνονται σε δύο ή τρεις διαστάσεις συχνά απαιτείται εκτός από το μετασχηματισμό Laplace με χρονική αναφορά (μετασχηματισμός του*t* σε *s)* και μια χωρική μεταβλητή-συντεταγμένη (συνήθως το *x* μετασχηματίζεται σε *r)*. Εξίσου συχνός είναι και ο διπλός μετασχηματισμός Fourier με αναφορά σε δύο άλλες χωρικές συντεταγμένες (*y* και *z)*, ο οποίος δίνεται από τη σχέση (Leijand Toride, 1997):

$$F_{YZ}[\bar{c}(r,y,z,s)] = \bar{c}(r,y,z,s) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} c(r,y,z,s)\exp(i\gamma y + i\kappa z)\,dy\,dz \quad (2.65)$$

όπου $i^2 = -1$ και γ και κ είναι μεταβλητές μετασχηματισμού των y και z συντεταγμένων. Όπως και οι μετασχηματισμοί Laplace έτσι και οι μετασχηματισμοί Fourier οδηγούν σε μια εξίσωση που είναι πολύ πιο εύκολο να λυθεί αναλυτικά από την αρχική. Επίσης χρειάζεται να επιστρέψουμε την λύση από το χρόνο Laplace και το χώρο Fourier πίσω στους πραγματικούς χωρικούς και χρονικούς τομείς. Πολλές αναλυτικές λύσεις , για διαφορετικές αρχικές και οριακές συνθήκες και για διαφορετικές γεωμετρίες δίνονται από τους , Leij και Toride (1997) στο manual του N3DADE.

2.14.1.3 Μέθοδος Στιγμών

Οι στατιστικές στιγμές συχνά χρησιμοποιούνται για να χαρακτηρίσουν μια στατιστική κατανομή το διαλυμένου συστατικού σε σχέση με το χώρο και το χρόνο. Για παράδειγμα, οι στιγμές μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να εκτιμήσουμε το μέσο χρόνο παραμονής ή την κατανομή του μέσου χρόνου παραμονής. Αυτά τα μεγέθη μπορούν να κατακερματιστούν σε στιγμές της κατανομής , για παράδειγμα η p-ιοστή χρονική στιγμή δίνεται από τη σχέση:

$$m_p = \int_0^\infty t^p c(t)dt \qquad (p = 0,1,2,\dots.) \qquad (2.66)$$

Όπου *c(t)* είναι η λεγόμενη breakthrough curve (μια καμπύλη που δείχνει την έξαρση της ουσίας στο χώρο)υπολογισμένη για ένα σημείο. Η στιγμή 0 σχετίζεται με τη μάζα της διαλυμένης ουσίας με την καμπύλη αυτή ενώ η πρώτη στιγμή συσχετίζεται με το μέσο χρόνο παραμονής. Κανονικοποιημένες και κεντρικές στιγμές δίνονται από:

$$M_p = \frac{m_p}{m_0}$$

$$M_p = \frac{1}{m_0}\int_0^{\infty}(1 - M_1)^p c(t)dt \qquad (2.67)$$

Η δεύτερη κεντρική τιμή σχετίζεται άμεσα με το βαθμό που η διαλυμένη ουσία διαχέεται . Παρόμοιες εξισώσεις μπορούν να γραφτούν και για χωρικές κατανομές (βάθους για παράδειγμα).Έτσι για δεδομένα προβλήματα μπορούμε να βρούμε αναλυτικές λύσεις λύνοντας τις παραπάνω εξισώσεις.

2.15 Βασικά αναλυτικά μοντέλα για τη μεταφορά συστατικών

2.15.1 Πίνακας Μονοδιάστατων μοντέλων

Όνομα	**Συγγραφέας**
CFITM	van Genuchten, 1980b
CFITIM	Parker and van Genuchten, 1984
CXTFIT	Parker and van Genuchten, 1984
CXTFIT2	Toride et al., 1995

2.15.2 Πίνακας Μοντέλων Πολλών διαστάσεων

Όνομα	**Συγγραφέας**
3DADE	Leij andBradford, 1994
N3DAD	Leij andToride, 1997
MYGRT	Ungs et al., 1998
STANMOD	Šim°unek et al., 1999a

2.16 Αριθμητικά Μοντέλα

2.16.1 Αριθμητικές προσεγγίσεις

Ενώ οι αναλυτικές και οι ημι-αναλυτικές λύσεις σήμερα χρησιμοποιούνται για σχετικά απλές εφαρμογές, η όλο και αυξανόμενη αύξηση της υπολογιστικής ισχύος των προσωπικών υπολογιστών , και η εξέλιξη όλο και πιο σταθερών και ακριβών μεθόδων επίλυσης, έχουν οδηγήσει στη χρήση πάρα πολλών αριθμητικών μοντέλων τα τελευταία 40 χρόνια. Οι αριθμητικές θεωρούνται ανώτερες στο να λύνουν πιο πρακτικά προβλήματα καθώς μας επιτρέπουν να αναπτύσσουμε γεωμετρίες αρκετά πολύπλοκες ώστε να προσομοιάζεται καλύτερα η πολύπλοκη γεωμετρία των φυσικών γεωλογικών και υδρογεωλογικών συνθηκών.

Ο έλεγχος που μπορούμε να έχουμε στις παραμέτρους μας δίνει τη δυνατότητα να εξάγουμε πιο ρεαλιστικές αρχικές και οριακές συνθήκες . Επίσης μας επιτρέπεται να δημιουργήσουμε πιο εύκολα μη γραμμικές σχέσεις.

Η ουσία των αριθμητικών μεθόδων είναι ο κατακερματισμός των χρονικών και των χωρικών μεταβλητών σε μικρότερα κομμάτια. Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών ,η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων και η μέθοδος πεπερασμένων όγκων. Στη συνέχεια επανασχεδιάζεται ουσιαστικά το συνεχόμενο ,το οποίο κλασικά περιγράφεται από μερικές διαφορικές εξισώσεις , με τους όρους ενός συστήματος αλγεβρικών εξισώσεων.

Για να φτάσουν σε λύσεις οι αριθμητικές μέθοδοι συνήθους χρειάζονται ενδιάμεσες προσομοιώσεις (χρονικό βήμα) μεταξύ των αρχικών συνθηκών και των σημείων που απαιτείται λύση. Δύο εξαιρετικές περιλήψεις όλων των αριθμητικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται σήμερα δίνεται από τον Šim°unek (2005). Εδώ θα αναπτύξουμε περιληπτικά τη λογική των δύο πιο δημοφιλών μεθόδων : των πεπερασμένων στοιχείων και των πεπερασμένων διαφορών. Επίσης γίνεται και ένα σχόλιο για μια έννοια που κατατρέχει τις αριθμητικές μεθόδους ,την έννοια της σταθερότητας.

2.16.2 Πεπερασμένες διαφορές

Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών είναι γενικά εύκολη στην εφαρμογή και απλή στη σύλληψη.Ο χρόνος και ο χώρος χωρίζονται σε μικρά κομμάτια . Δt και Δz (ή Δx and Δz)..Τα χρονικά και τα χωρικά διαφορικά αντικαθιστώνται με αυτό τον τρόπο με πεπερασμένες διαφορές ,χρησιμοποιώντας ουσιαστικά όσο το δυνατών περισσότερο ανεπτυγμένη τη σειρά Taylor. Για παράδειγμα η κλασσική εξίσωση συμμεταφοράς – διασποράς για ομοιόμορφη ροή :

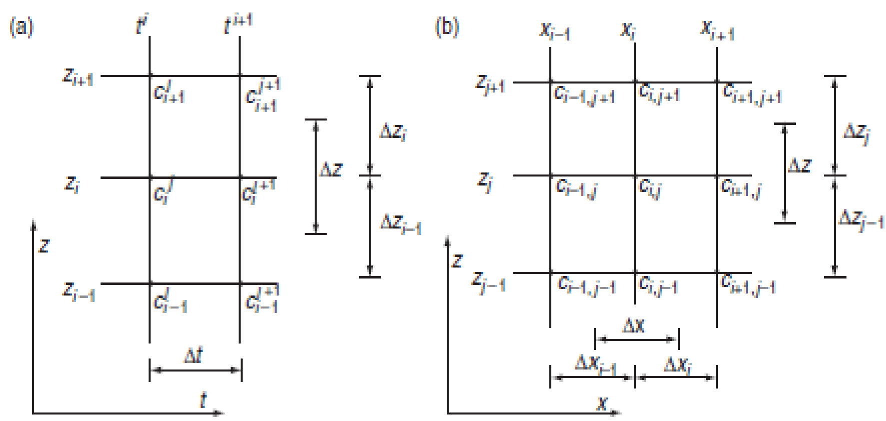
$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial z} = D\frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - \nu\frac{\partial c}{\partial z} \tag{2.80}$$

Μπορεί να προσεγγιστεί με την παρακάτω εξίσωση σαν ένας συνδυασμός πεπερασμένων διαφορών (με θετικό χρονικό βήμα):

$$\frac{c_i^{j+1}-c_i^j}{\Delta t} = \frac{J_{1+1/2}^j - J_{i-1/2}^j}{\Delta z} = D\frac{c_{i+1}^j - 2c_i^j + c_{i-1}^i}{(\Delta z)^2} - \nu\frac{c_{i+1}^j - c_{i-1}^j}{2\Delta z}$$

(2.81)

Όπου οι δείκτες αναφέρονται στη διακριτοποίηση του χώρου και οι εκθέτες αναφέρονται στη διακριτοποίηση του χρόνου (j και j+1 αναφέρονται σε προηγούμενα και σύγχρονα χρονικά σημεία αντίστοιχα, Εικόνα), Δt είναι το χρονικό βήμα και Δz είναι το χωρικό βήμα το οποίο θεωρείται σταθερό. Παρατηρούμε ότι αυτή η εξίσωση περιέχει μόνο μια άγνωστη μεταβλητή που δεν είναι άλλη από τη συγκέντρωση $c^{j+1}{}_i$ στη νέα χρονική στιγμή ,και η οποία μπορεί να βρεθεί με ευθεία λύση της εξίσωσης.



Εικόνα 2.5: Αναπαράσταση ''grid'' πεπερασμένων διαφορών

[Πηγή: Van Genuchten, M.Th. and Šim° unek, J., Integrated modeling of vadose zone flow and transport processes. 2004]

Συγκριτικά , μια εξίσωση πεπερασμένων διαφορών χωρίς περιορισμούς και με χρονικό βήμα προς τα πίσω αυτή τη φορά θα ήταν

$$\frac{c_i^{j+1}-c_i^j}{\Delta t} = -\frac{J_{i+1/2}^{j+1}-J_{i-1/2}^{j+1}}{\Delta z} = D\,\frac{c_{i+1}^{j+1}-2c_i^{j+1}+c_{i-1}^{j+1}}{(\Delta z)^2} - \nu\,\frac{c_{i+1}^{j+1}-c_{i-1}^{j+1}}{2\Delta z} \qquad (2.82)$$

Και αν θέσουμε και ένα χρονικό ‘’βάρος’’ (στατιστικό), για απεριόριστο μέσο η αντίστοιχη εξίσωση γίνεται

$$:\frac{c_i^{j+1}-c_i^j}{\Delta t} = D\,\frac{\varepsilon\left(c_{i+1}^{j+1}-2c_i^{j+1}+c_{i-1}^{j+1}\right)+(1-\varepsilon)\left(c_{i+1}^{j}-2c_i^{j}+c_{i-1}^{j}\right)}{(\Delta z)^2}$$

$$- \quad \nu\,\frac{\varepsilon\left(c_{i+1}^{j+1}-c_{i-1}^{j+1}\right)+(1-\varepsilon)(c_{i+1}^{j}-c_{i-1}^{j})}{2\Delta z} \tag{2.83}$$

Όπου το ε είναι ο χρονικός συντελεστής στάθμισης .Το αν είναι περιορισμένο ή απεριόριστο το πεδίο εξαρτάται από την τιμή του ε, όπου όταν είναι περιορισμένο το πεδίο τότε $\varepsilon = 0$, όταν υπάρχει ένα κεντρικό χρονικό σημείο (πεδίο Crank–Nicholson) τότε το $\varepsilon = 0.5$, και για ένα εντελώς απεριόριστο πεδίο $\varepsilon = 1$. Από αυτές τις περιπτώσεις οι δύο τελευταίες οδηγούν σε αρκετές άγνωστες συγκεντρώσεις κατά τη μετάβαση από το ένα χρονικό επίπεδο στο επόμενο. Συνεπώς οι εξισώσεις για όλους τους κόμβους του πεδίου πρέπει να γραφτούν με τη μορφή ενός αλγεβρικού συστήματος γραμμικών εξισώσεων ώστε να προκύψει μια εξίσωση πίνακα της μορφής:

$$[P]^{j+1}[c]^{j+1} = [F] \tag{2.84}$$

Και λύνεται αυτή η εξίσωση με κάποιο λογισμικό επίλυσης πινάκων για κάθε νέο χρονικό επίπεδο.

$$[P] = \begin{vmatrix} d_1 & e_1 & 0 & & & & 0 \\ b_2 & d_2 & e_2 & 0 & & & 0 \\ 0 & b_3 & d_3 & e_3 & 0 & & 0 \\ & & \vdots & \vdots & \vdots & & \\ 0 & & 0 & b_{N-2} & d_{N-2} & e_{N-2} & 0 \\ 0 & & & 0 & b_{N-1} & d_{N-1} & e_{N-1} \\ 0 & & & & 0 & b_N & d_N \end{vmatrix} \quad (2.85)$$

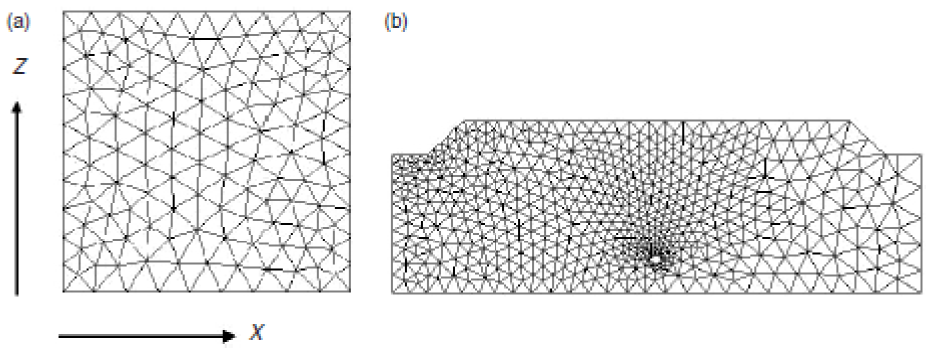
Το πρόβλημα γίνεται πολύ πιο πολύπλοκο όταν έχουμε παροδική ροή. Σε αυτή την περίπτωση πρέπει να εκτιμηθεί το υδατικό περιεχόμενο και οι ροές στο νέο χρονικό επίπεδο χρησιμοποιώντας μια αριθμητική λύση της εξίσωσης Richards . Τα υδατικά περιεχόμενα και τα δυναμικά της ροής χρησιμοποιούνται στον παραπάνω πίνακα για να μεταφορά διαλυμένων συστατικών στο νερό. Συνεπώς ενώ για πολλά προβλήματα χρησιμοποιείται κατά κόρων δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε πολύπλοκα προβλήματα όπως αυτά που είναι ακανόνιστη η ροή σε δύο ή τρείς διαστάσεις.

2.16.3 Πεπερασμένα στοιχεία

Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων θεμελιώθηκε και εφαρμόστηκε περίπου με το ίδιο σκεπτικό που εφαρμόστηκε η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων. Πλεονέκτημα της μεθόδου είναι το ότι μπορεί πολύ πιο εύκολα να διακριτοποιήσει δυσδιάστατους και τρισδιάστατους τομείς. Για παράδειγμα στην εικόνα φαίνεται ο κατακερματισμός του πεδίου σε κανονικά και ακανόνιστα τρίγωνα πεπερασμένα στοιχεία αντί για τα ορθογώνια της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών (Šim°unek,1999).

Παρατηρούμε ότι στη δεξιά εικόνα παρόλο που το πεδίο έχει ακανόνιστη επιφάνεια ένα πρόγραμμα όπως το MeshGen2D δεν είχε κανένα πρόβλημα να το διακριτοποιήσει χρησιμοποιώντας ένα grid από ακανόνιστα τρίγωνα πεπερασμένα στοιχεία.

. Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων υποθέτει ότι η εξαρτημένη μεταβλητή στην εξίσωση συμμεταφοράς διασποράς η συνάρτηση της *c(x, t)* μπορεί να προσεγγιστεί με μια πεπερασμένη σειρά *c'(x, t)* της μορφής :

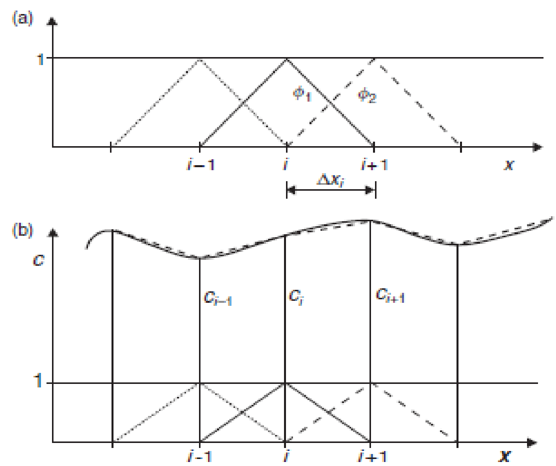


Εικόνα 2.6 Παράδειγμα τριγωνικών πεπερασμένων στοιχείων [Πηγή: Van Genuchten, M.Th. and Šim° unek, J., Integrated modeling of vadose zone flow and transport processes. 2004]

$$c^{'}(x,t) = \sum_{m-1}^{N} \Phi_m(x) c_m(t) \qquad (2.89)$$

Όπου φ_m είναι οι επιλεγμένες συναρτήσεις βάσης (γραμμικές) οι οποίες υπακούουν στη συνθήκη $\varphi_m(xn) = \delta nm$, όπους δnm είναι ο όρος Kronecker ($\delta nm = 1$ για $m = n$, και $\delta nm = 0$ για $m \neq n$), c_m είναι οι άγνωστοι χρονικά εξαρτημένοι συντελεστές που αντιπροσωπεύουν τις λύσεις στους κόμβους και N είναι ο συνολικός αριθμός των κόμβων.

.



Εικόνα 2.7 Παράδειγμα μονοδιάστατων γραμμικών συναρτήσεων βάσης(a) και της χρήσης για την εύρεση ακρβών λύσεων (b) [Πηγή: Van Genuchten, M.Th. and Šim° unek, J., Integrated modeling of vadose zone flow and transport processes. 2004]

Για παράδειγμα για το μονοδιάστατο πεπερασμένο στοιχείο $xi < x < xi+1$, η γραμμική συνάρτηση βάσης έχει τη μορφή

$$\left.\begin{array}{c} \Phi_1 = 1 - \frac{x - x_i}{\Delta x} \\ \Phi_2 = \frac{x - x_i}{\Delta x} \end{array}\right\} \quad x_i \leq x \leq x_{i+1} \qquad (2.90)$$

Όπου x (= $x_{i+1} - x_i$) είναι το μέγεθος του στοιχείου [L], και που ταυτόχρονα είναι η απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών κόμβων.

Η ακριβής λύση $c'(x, t)$ μετατρέπεται στη σωστή λύση $c(x, t)$ όσο ο αριθμός των συναρτήσεων βάσης (άρα και των κόμβων) N αυξάνεται.

Η μέθοδος του Galerkin περιγράφει το πώς ο διαφορικός συντελεστής που σχετίζεται με την εξίσωση μεταφοράς είναι ορθογώνιος με κάθε μια από τις N συναρτήσεις βάσης (Pinder and Gray, 1977). Με αυτό τον τρόπο οδηγούμαστε σε ένα σύστημα από N χρονικά εξαρτημένες διαφορικές εξισώσεις με N άγνωστες μεταβλητές $c_n(t)$:

$$\int_0^L \left(-\frac{\partial c}{\partial t} - D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \nu\frac{\partial c}{\partial x}\right)\varphi_n dx = 0 \qquad (2.91)$$

Όπου φ_n είναι επιλεγμένες συναρτήσεις κατανομής που μπορεί να είναι και οι συναρτήσεις βάσης φ_m.

Ολοκληρώνοντας τα χωρικά διαφορικά ώστε να μην έχουμε δεύτερης τάξης διαφορικά και αντικαθιστώντας την εξίσωση 2.91 στη θέση $c(x, t)$ φτάνουμε στην εξίσωση :

$$\sum_e \int_0^{Le} \left(-\frac{\partial c_m}{\partial t}\varphi_m\right)\varphi_n dx - \sum_e \int_0^{Le} \left(Dc_m\frac{\partial \varphi_m}{\partial x} - \nu c_m \varphi_m\right)\frac{\partial \varphi_n}{\partial x}\, dx$$

$$-q_{sL}\varphi_n(L) \quad + q_{s0}\varphi_n(0) = 0$$

(2.92)

Όπου q_{s0} και q_{sL} είναι τα δυναμικά της ροής στο δεξί και το αριστερό όριο αντίστοιχα, e είναι ο δείκτης του στοιχείου,Le είναι το μέγεθος του στοιχείου e, και L είναι το μέγεθος όλου του τομέα στο οποίο γίνεται η μεταφορά (το μήκος το προφίλ του εδάφους). Η ολοκλήρωση μπορεί να γίνει είτε αναλυτικά είτε αριθμητικά , κάτι που εξαρτάται από τι είδους συναρτήσεις βάσης ή στάθμισης (φ_m και φ_n, αντίστοιχα) χρησιμοποιούνται. Η εξίσωση μπορεί να ξαναγραφτεί με τη χρήση πινάκων όπως στις πεπερασμένες διαφορές και να λυθεί με ένα πρόγραμμα επίλυσης πινάκων.

2.16.4 Σταθερότητα και ταλαντώσεις

Οι αριθμητικές λύσεις της εξίσωσης μεταφοράς συχνά παρουσιάζουν ταλάντωση ή/και μεγάλη αριθμητική διασπορά κοντά σε σχετικά απότομες αλλαγές συγκέντρωσης (Pinder, 1983).

Αυτό το πρόβλημα μπορεί να είναι εξαιρετικά σοβαρό για τη ροή που επικρατεί η συμμεταφορά και χαρακτηρίζεται από μικρές διαχυτότητες. Ένας τρόπος για να μειωθεί αυτή η ταλάντωση είναι αντί χρησιμοποιηθούν οι γραμμικοί όροι κατανομής φn, να χρησιμοποιηθούν μη γραμμικές κυβικές συναρτήσεις φun .

Μη επιθυμητές ταλαντώσεις μπορούν να αποφευχθούν αν επιλεχθεί σωστός συνδυασμός χωρικών και χρονικών διακριτοποιήσεων. Ένας τέτοιος συνδυασμός δίνεται από το λεγόμενο αριθμό του Peclet ,Pe, ο οποίος μας δείχνει τον μηχανισμό μεταφοράς που υπερισχύει (ουσιαστικά είναι ο λόγος των όρων συμμεταφοράς προς τους όρους διασποράς) σε σχέση με την τραχύτητα του πεδίου:

$$Pe^e = \frac{\nu \Delta x}{D} \qquad (2.93)$$

Όπου *x* είναι ένα χαρακτηριστικό μήκος του πεπερασμένου στοιχείου [L].O αριθμός Peclet αυξάνεται όταν κυριαρχεί η συμμεταφοράς έναντι της διάχυσης.

Για να έχουμε αποδεκτά αριθμητικά αποτελέσματα η διακριτοποίηση του πεδίου πρέπει να είναι σχετικά αραιή για νε έχουμε ένα χαμηλό αριθμό Peclet.

Οι αριθμητικές ταλαντώσεις εκλείπουν τελείως για ένα τοπικό αριθμό Peclet μικρότερο του 5. Αποδεκτές ωστόσο ταλαντώσεις μπορούν να επιτευχθούν για έναν αριθμό Peclet μέχρι και ίσο με 10 (Pinder, 1983).

Ένας άλλος αδιάστατος αριθμός είναι ο αριθμός Courant , Cre, ο οποίος χρησιμοποιείται για να χαρακτηρίσει την έκταση των ταλαντώσεων μιας αριθμητικής λύσης Ο αριθμός Courant σχετίζεται με τη διακριτοποίηση του, *Δt* [T], ως εξής:

$$Cr^e = \frac{\nu \Delta t}{\Delta x} \qquad (2.94)$$

Για δεδομένη λοιπόν χωρική διακριτοποίηση και για συγκεκριμένο χρονικό βήμα πρέπει να κρατάμε τον αριθμό Courant κάτω ή ίσο 1. Οι Perrochet και Berod (1993) ανέπτυξαν ένα κριτήριο για να μειώνεται αυτή η ταλάντωση βασισμένοι στο γινόμενο των δύο αυτών αδιάσταστων αριθμών (Peclet και Courant) :

$$Pe \cdot Cr \leq \omega_s \quad (= 2) \tag{2.95}$$

Όπου ω_s είναι ένας δείκτης απόδοσης [−].Αυτό το κριτήριο υπονοεί ότι η ταλάντωση των λύσεων σε μεγάλους αριθμούς Pe μπορεί κάλλιστα να μειωθεί μειώνοντας τον αριθμό Cr (Perrochet and Berod, 1993).

2.17 Πίνακας Βασικών Αριθμητικών μοντέλων για τη μεταφορά συστατικών

Όνομα	**Συγγραφέας**
MACRO	Jarvis, 1994
SWAP	van Dam et al., 1997
UNSATH	Fayer, 2000
VS2DI	Healy, 1990
HYDRUS-1D	**Šim°unek et al., 1998a, 2005**
MODFLOW-SURFACT	**HydroGeoLogic, 1996**
TOUGH2	Pruess, 1991
SHAW	Flerchinger et al., 1996
SWAP	van Dam et al., 1997
UNSATH	Fayer, 2000
MODFLOW-SURFACT	HydroGeoLogic, Inc., 1996

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΣΗ ΤΗΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΑΣ ΔΙΗΘΗΣΗΣ - ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

3.1 Διήθηση σε συνθήκες λιμνάζοντος νερού

Η κατανομή του νερού υπό συνθήκες λιμνάζοντος νερού περιγράφεται στην εικόνα().

Σε αυτό το εξειδανικευμνένο προφίλ του νερού στο υπέδαφος η κατανομή του νερού χωρίζεται σε πέντε ζώνες που η κάθε μια αντιπροσωπεύει και μια διαφορετική διεργασία

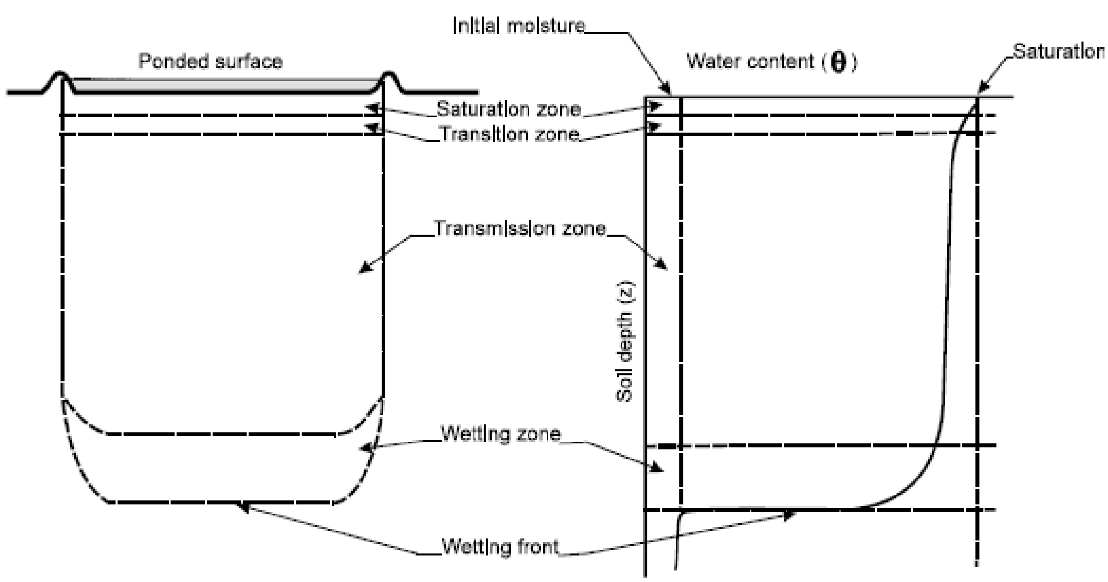
1) ***Κορεσμένη ζώνη***: Το μέρος των πόρων που είναι γεμάτο με νερό (είναι κορεσμένο δηλαδή λόγω του νερού που είναι συσσωρευμένο-λιμνασμένο στην επιφάνεια. Ανάλογα με το χρονικό διάστημα του έχει περάσει από την αρχική εφαρμογή του νερού αυτή η ζώνη θεωρείται ότι δεν ξεπερνάει τα μερικά χιλιοστά .
2) ***Ζώνη μετάβασης***: Αυτή η ζώνη γενικά χαρακτηρίζεται από μεγάλη μείωση του υδατικού περιεχόμενο όσο αυξάνεται το βάθος και εκτίνεται συνήθως μερικά εκατοστά.

3) ***Ζώνη μεταβίβασης*** : Αυτή η περιοχή χαρακτηρίζεται από μικρή αλλαγή του υδατικού περιεχομένου σε συνάρτηση με το βάθος. Γενικά η ζώνη μεταβίβασης εκτείνεται κατά μήκος της ακόρεστης ζώνης έχοντας ένα ομοιόμορφο υψηλό (συγκριτικά) υδατικό περιεχόμενο. Η υδραυλική συμπεριφορά σε αυτή τη ζώνη κυριαρχείται από βαρυτικές δυνάμεις.

4) ***Βρεχόμενη ζώνη***: Σε αυτή τη ζώνη το νερό μειώνεται απότομα όσο αυξάνεται το βάθος προσεγγίζοντας το αρχικό υδατικό περιεχόμενο του εδάφους. Όπως είναι λογικό αυτή η περιοχή τροφοδοτείται από τη ζώνη μεταβίβασης.

5) ***Εμπρός βρεχόμενο όριο***: Αυτή η ζώνη χαρακτηρίζεται από απότομη υδραυλική κλίση και δημιουργεί ένα απότομο όριο μεταξύ του ενυδατομένου και του ξηρού εδάφους. Η υδραυλική κλίση εδώ εξαρτάται κυρίως από την κλίση του εδάφους και του δυναμικού που μπορεί να δημιουργήσει αυτή.

Μπροστά από το εμπρός βρεχόμενο όριο δεν υπάρχει ορατή διείσδυση νερού. Πολύ κατανοητές είναι οι αναλύσεις του Philip (1969) και αφορούν όλες τις διεργασίες.



Εικόνα 3.1 Προφίλ υπό συνθήκες λιμνάζοντος νερού [www.epa.gov]

Η διήθηση λοιπόν εξαρτάται από την εφαρμογή του ίδιου του νερού και τη διάρκειά της, τις φυσικές ιδιότητες του εδάφους , τη βλάστηση και την τραχύτητα της επιφάνειας. Γενικά όταν το νερό λιμνάζει στην επιφάνεια αυτό που συμβαίνει είναι ότι η εφαρμογή του νερού ξεπερνά τη διηθητικότητα του εδάφους. Αντίθετα αν το νερό εφαρμόζεται αργά τότε ο ρυθμός εφαρμογής μπορεί να είναι μικρότερος από τη διηθητικότητα του νερού. Με άλλα λόγια το νερό μπορεί να διηθηθεί στο έδαφος όσο γρήγορα εφαρμόζεται, ο ρυθμός παροχής καθορίζει και το ρυθμό διήθησης.

Αυτός ο τύπος της διήθησης αναφέρεται στη βιβλιογραφία και σαν *ελεγχόμενη από την παροχή*.(Hillel, 1982).Ωστόσο, όταν ο ρυθμός διήθησης ξεπεράσει τη διηθητικότητα , η διηθητικότητα του εδάφους είναι αυτή που ελέγχει τη διήθηση και ο τύπος αυτός ονομάζεται *ελεγχόμενος από το προφίλ* .

Η γενική τάση του ρυθμού διήθησης είναι να είναι υψηλός στην αρχή, να μειώνεται ραγδαία στη συνέχεια και στο τέλος να μειώνεται πιο αργά μέχρι να φτάσει μια σταθερή τιμή. Ο ρυθμός διήθησης κάποια στιγμή γίνεται σταθερός και προσεγγίζει την κορεσμένη υδραυλική αγωγιμότητα Ks .Το αρχικό υδατικό περιεχόμενο και η κορεσμένη υδραυλική αγωγιμότητα είναι βασικοί παράγοντες της διεργασίας της διήθησης. Όσο μεγαλύτερη είναι υγρασία του εδάφους αρχικά τόσο μικρότερη θα είναι η αρχική διηθητικότητα (λόγω λιγότερου χώρου για να περάσει το νερό), και μια σταθερή τιμή του ρυθμού διήθησης θα επιτευχθεί πιο γρήγορα. Γενικά όσο μεγαλύτερη είναι η αγωγιμότητα του νερού τόσο μεγαλύτερος είναι και η διηθητικότητα , σε καμία περίπτωση δεν έχει βρεθεί σχέση αναλογίας.

Τα προφίλ φυσικών εδαφών σπάνια είναι ομογενή κατά τη διεύθυνση του βάθους , συνήθως χωρίζονται σε ξεχωριστά στρώματα ή σε μέρη με συγκεκριμένα υδραυλικά και φυσικά χαρακτηριστικά. Η παρουσία αυτών των στρωμάτων του εδάφους συνήθως καθυστερεί την κίνηση του νερού κατά τη διάρκεια της διήθησης. Για παράδειγμα τα πηλώδη διακόπτουν συνήθως τη ροή του νερού λόγω της πολύ χαμηλής υδραυλικής αγωγιμότητάς τους. Αν όμως αυτά τα πετρώματα είναι πολύ κοντά στην επιφάνεια μπορεί να έχουμε υψηλούς ρυθμούς διήθησης μέχρι να κορεστούν και να έχουμε απότομη πτώση του ρυθμού.

Αμμώδη στρώματα έχουν την τάση να καθυστερούν την κίνηση του νερού επίσης κυρίως στο εμπρός βρεχόμενο όριο επειδή χρειάζεται μεγαλύτερη υδραυλική κλίση για να μπει το νερό μέσα στους πόρους. .Επιφανειακά η ύπαρξη σκληρών χωμάτων (crust) μπορεί επίσης να λειτουργήσει ως εμπόδιο στην διήθηση λόγω χαμηλής υδραυλικής αγωγιμότητας κοντά στην επιφάνεια, μειώνοντας και την αρχική διήθηση και την τελική σταθερή διήθηση.

Όπως μπορεί να περιμένει κανείς , η κλίση του ίδιου του εδάφους μπορεί να οδηγήσει σε αλλαγή του ρυθμού διήθησης. Απότομες κλίσεις οδηγούν στη λεγόμενη απορροή η οποία επηρεάζει το χρόνο μέχρι το νερό να είναι διαθέσιμο για διήθηση. Αντίθετα ομαλές κλίσεις επηρεάζουν λιγότερο στη διεργασία της διήθησης λόγω μειωμένης απορροής.

Σε σύγκριση με τα γυμνά εδάφη τα εδάφη με βλάστηση τείνουν να διηθούν ευκολότερα το νερό ,και αυτό συμβαίνει επειδή η βλάστηση μειώνει τη ροή του νερού , δίνοντας του χρόνο να διηθηθεί. Οι ρίζες των φυτών μπορεί επίσης να αυξήσουν τη διήθηση καθώς αυξάνουν την υδραυλική αγωγιμότητα της επιφάνειας του εδάφους. Λόγω αυτών των φαινομένων η διήθηση διαφέρει για διαφορετικούς τύπους βλάστησης. Έχουν δημιουργηθεί πάρα πολλά μαθηματικά μοντέλα που προσομοιάζουν τη διήθηση για διαφορετικές συνθήκες. Μια εξαιρετική σύνοψη των μοντέλων που χρησιμοποιούνται σήμερα είναι το εγχειρίδιο των Ravi και Williams που γράφτηκε το 1998.

3.2 Κατάταξη των Επιλεγμένων Μοντέλων διήθησης.

Τρία χαρακτηριστικά μοντέλα παρουσιάζονται σε αυτό το μέρος της εργασίας και τα κριτήρια επιλογής ήταν τα εξής: (1) σχετικά απλή προσέγγιση, ευκολία στην εφαρμογή και ρεαλιστική συμπεριφορά στις εφαρμογές. (2) δυνατότητα να προσεγγιστούν οι συνθήκες λιμνάζοντος νερού για διάφορους ρυθμούς βροχόπτωσης , απορροές επιφάνειας καθώς και το φαινόμενο ενυδάτωσης ξύρανσης που περιγράφεται πιο πάνω. (3) σε ομογενή και σε ετερογενή εδάφη για να είναι συγκρίσιμα.

Τα μοντέλα διήθησης μπορούν να χωριστού σε διάφορες κατηγορίες που εξαρτώνται από τις οριακές συνθήκες και φυσικά χαρακτηριστικά του εδάφους . Εδώ διαλέξαμε τα εξής τρία μοντέλα:

- Το ημι-εμπειρικό SCE μοντέλο το οποίο έχει δημιουργηθεί από ανάλυση δεδομένων πεδίου.
- Το μοντέλο Philips που βασίζεται στη λύση της εξίσωσης Richards αναλυτικά
- Και το μοντέλο Green-Ampt για ομογενές υπέδαφος σε συνθήκες λιμνάζοντος νερού που δεν βασίζεται στη λύση της Richards αριθμητικά ή αναλυτικά.

Ημι-εμπειρικό Μοντέλο: Όπως δείχνει και η λέξη εμπειρικό αυτού του τύπου τα μοντέλα διήθησης έχουν αναπτυχθεί αποκλειστικά από μετρήσεις πεδίου και έχουν πολύ μικρή ή καθόλου φυσική βάση. Η εμπειρική προσέγγιση για την ανάπτυξη εξισώσεων διήθησης πεδίου , ξεκινά με της εύρεση μιας συνάρτησης της οποίας η μορφή, σε συνάρτηση με το χρόνο, ταιριάζει στις μετρήσεις από το πεδίο για το ρυθμό διήθησης, και στη συνέχεια να εξηγηθεί η διαδικασία όσο γίνεται.

Οι περισσότερες φυσικές διεργασίες ,στα ημι-εμπειρικά μοντέλα αναπαριστώνται με τις πιο απλουστευμένες προσεγγίσεις και όχι από τις εξισώσεις που διέπονται από θεμελιώδεις φυσικές έννοιες. Τα πιο συχνά ημι-εμπειρικά μοντέλα διήθησης είναι η εξίσωση Kostiakov, Η εξίσωση Horton, και το SCS (Soil Conservation Service)

Ομογενές μοντέλο: Τα περισσότερα μοντέλα διήθησης έχουν αναπτυχθεί για ομογενή πορώδη μέσα .Αυτά τα μοντέλα συνήθως στηρίζονται σε πολύ καλά ορισμένες θεωρίες διήθησης (Εξίσωση Richards). Εφόσον η βάση αυτής της προσέγγισης είναι η ροή του νερού δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στις υδραυλικές ιδιότητες του συστήματος και στις διεργασίες που συμβαίνουν κατά τη μεταφορά.

Μοντέλα που λύνουν αυτές τις εξισώσεις είναι τα μοντέλα Green-Ampt, τα μοντέλα του Philips ,το μοντέλο του Burger κ.α.

Μοντέλο για συνθήκες λιμνάζοντος νερού: Όταν ο ρυθμός εφαρμογής του νερού στην επιφάνεια του εδάφους ξεπεράσει το ρυθμό της διήθησης τότε ελεύθερο νερό τείνει να κινείται κατά τη διεύθυνση της επιφάνειας του εδάφους . Λόγω τριβών αυτό το νερό παύει να κινείται και λιμνάζει . Σε συνθήκες λιμνάζοντος νερού η συσσωρευτική διήθηση είναι συνάρτηση των ιδιοτήτων του εδάφους, των αρχικών συνθηκών , του βάθους του λιμνάζοντος νερού πάνω στην επιφάνεια και των ιδιοτήτων της επιφάνειας του εδάφους. Πολλά μοντέλα έχουν χρησιμοποιηθεί για τη προσομοίωση συνθηκών λιμνάζοντος νερού. Σε αυτή την ενότητα θα χρησιμοποιήσουμε το περιορισμένο Green-Ampt μοντέλο που δημιούργησαν οι Salvucci και Entekhabi το 1994

3.3 Έννοιες και Υποθέσεις που χρησιμοποιούνται στα μοντέλα

Η διήθηση του νερού στην ακόρεστη ζώνη εξαρτάται και από τις κλιματικές συνθήκες ,πέρα από την εξάρτηση που έχουν από την πολύπλοκη γεωλογία και την αλλαγή στις υδραυλικές ιδιότητες. Συνεπώς είναι ακόμη πιο δύσκολο να προσομοιαστούν πραγματικά δεδομένα. Προσπαθώντας να ανακαλύψουν τις αρχές που διέπουν αυτό το πολυσύνθετο φαινόμενο οι επιστήμονες έχουν ορίσει μια σειρά από όρους που δεν υπόκεινται στην ίδια τη μαθηματικοποίηση αλλά αφορά στην εφαρμογή των εξισώσεων στα μοντέλα. Οι όροι αυτοί χρησιμοποιούνται και για την περιγραφή των παραδοχών και των περιορισμών κατά την κατάστρωση των μοντέλων. Περιληπτικά οι όροι που χρησιμοποιούνται συνήθως είναι οι έξης:

(1) <u>Αρχικό προφίλ υδατικού περιεχομένου εδάφους</u> : Τα περισσότερα μοντέλα υποθέτουν σταθερό και ομοιόμορφο προφίλ πριν αρχίσει η διήθηση. Αυτό ωστόσο είναι πολύ απίθανο να συμβαίνει στην πραγματικότητα καθώς η υγρασία δεν είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη.

(2) <u>Προφίλ εδάφους</u>: Δύο είναι τα προφίλ που συναντώνται σε συνθήκες πεδίου : το ομογενές και το ετερογενές. Συνηθίζεται πολλές φορές να εφαρμόζονται και μοντέλα ομογενούς προφίλ για την περιγραφή ετερογενών εδαφών κάνοντας απλοποιήσεις στην ετερογένεια. Αυτή η προσέγγιση έχει βάση , όπως θα εξηγήσουμε παρακάτω.

(3) Σταθερό και σχεδόν κορεσμένο υδατικό περιεχόμενο του επιφανειακού εδάφους: Αυτή μια κοινή υπόθεση που γίνεται στα περισσότερα μοντέλα διήθησης και στην ουσία αγνοεί την πολύ μεγάλη υδραυλική κλίση κατά μήκος της επιφάνειας. Ο χρόνος που η επιφάνεια δεν βρίσκεται σε πλήρη κορεσμό θεωρείται πολύ μικρός σε σχέση με τη διάρκεια του φαινομένου της διήθησης.

(4) Διάρκεια διεργασίας διήθησης : Κάποια μοντέλα διήθησης είναι εφαρμόσιμα για πολύ μικρούς χρόνους διήθησης ,κάτι που δεν τα καθιστά χρήσιμα για εφαρμογές πεδίου που η διήθηση συμβαίνει για μεγάλους χρόνους. Μικρής διάρκειας διήθησης μπορεί να είναι τα φαινόμενα καταιγίδας .

(5) Κρούστα επιφάνειας και σφραγισμένοι πόροι: Προφανώς κανένα μοντέλο δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για οριακές συνθήκες που δεν επιτρέπουν στο νερό να περνά στο υπέδαφος. Αυτή η οριακή συνθήκη αντιμετωπίζεται συνήθως με εμπειρικό τρόπο χωρίς ιδιαίτερα αποτελέσματα.

(6) Επίπεδη και ομαλή επιφάνεια : Αυτές οι οριακές συνθήκες επιφάνειας μπορούν εύκολα να συμπεριληφθούν στα μαθηματικά μοντέλα ενώ αντίστοιχα μεγάλες κλίσεις και ανωμαλίες είναι πολύ δύσκολο να περιγραφούν μονοδιάστατα.

Οι οριακές συνθήκες είναι αυτές που περιγράφουν το σενάριο που μπορεί να προσομοιάσει το εκάστοτε μοντέλο. Πιο συγκεκριμένα είναι οι μαθηματικές σχέσεις που περιγράφουν τις επικρατούσες συνθήκες και τα όρια του υπό εξέταση τομέα. Οι όροι αυτών των σχέσεων συνήθως είναι οι εξής:

(1) Σταθερό ή καλώς ορισμένο δυναμικό ροής στην επιφάνεια.: Ο ρυθμός που το νερό εφαρμόζεται το νερό στην επιφάνεια μπορεί να είναι σταθερός ή να μεταβάλλεται σε συγκεκριμένους χρόνους. Λόγω της απλότητας της αυτή η συνθήκη εφαρμόζεται στα περισσότερα μοντέλα.

(2) Συνθήκες λιμνάζοντος νερού στην επιφάνεια : Τον αν θα υπάρχει ή όχι λιμνάζον νερό στην επιφάνεια εξαρτάται από την ένταση της εφαρμογής του νερού και από τη διηθητικότητα του εδάφους όπως περιγράψαμε στην αρχή της ενότητας

(3) Πεπερασμένο μήκος στήλης στο κατώτερο όριο.: Μερικά μοντέλα διήθησης μπορεί να λαμβάνουν αυτή τη συνθήκη ενώ άλλα μπορεί να θεωρούν άπειρο αυτό το μήκος .Τα μοντέλα που λαμβάνουν πεπερασμένο αυτό το μήκος ίσως να μην είναι κατάλληλα για διήθηση μεγάλου βάθους.

(4)Βασισμένα στην εξίσωση Richards πολλά μοντέλα διήθησης (*π.χ*, Philip's)

Έχουν βασιστεί στην καλώς ορισμένη ροή όπως προκύπτει από τη μεθοδολογία Darcy.Αυτές οι προσεγγίσεις απαιτούν και στοιχεία και για τη συγκράτηση του νερού από το έδαφος

3.4 Υποθέσεις ,Περιορισμοί και Οριακές συνθήκες για τα επιλεγμένα μοντέλα SCS

Υποθέσεις /Περιορισμοί	*Οριακές συνθήκες*
Κανένας	Βασίζεται σε εμπερική εξίσωση

Philips

Υποθέσεις /Περιορισμοί	*Οριακές συνθήκες*
Σταθερό και ομοιόμορφο αρχικό υδατικό περιεχόμενο	Σταθερό υδατικό περιεχόμενο στο πάνω όριο
Ομογενές προφίλ	Βασίζεται στην εξίσωση Richards
Μικρή σχετικά Διάρκεια διήθησης	

Περιορισμένο Green Ampt

Υποθέσεις /Περιορισμοί	*Οριακές συνθήκες*
σταθερό και ομοιόμορφο αρχικό υδατικό περιεχόμενο	Σταθερό υδατικό περιεχόμενο στο πάνο όριο
ομογενές προφίλ	Οριακές Συνθήκες λιμνάζοντος νερού
	Πεπερασμένο μήκος στήλης

3.5 Επιλεγμένα μοντέλα

3.5.1 SCS Model

Εξισώσεις Οι μαθηματικές εξισώσεις για το μοντέλο SCS είναι:

$$R = \begin{cases} \frac{(P-0.2F_w)^2}{P+0.8F_w} & P > 0.2F_w \\ 0 & P \leq 0.2F_w \end{cases} \qquad (3.1)$$

$$q = P - R \qquad (3.2)$$

Όπου R είναι η ποσότητα του νερού απορροής (inches), P είναι η ημερήσεια βροχόπτωση (inches), F είναι μια στατιστικά εξαγόμενη παράμετρος που εξαρτάται από το w (ονομάζεται και παράγοντας κατακράτησης) με μονάδες τις inches, και q είναι το ημερήσιο ποσό της διήθησης (inches).

Υποθέσεις και περιορισμοί: Ένας μεγάλος περιορισμός για την εφαρμογή του μοντέλου SCS είναι ότι οι συντελεστές στην εξίσωση 1 πρέπει να εκτιμηθούν από δεδομένα πεδίου για κάθε πεδίο ξεχωριστά. Εφόσον δεν έχει φυσική βάση μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν εργαλείο για αρχικές εκτιμήσεις.

3.5.2 Μοντέλο Philip Δύο όρων

Εξισώσεις : Το μοντέλο δύο όρων σε αυτό το μοντέλο παρουσιάζεται σε δύο

$$q(t) = \frac{1}{2} S t^{-1/2} + A \qquad (3.3)$$

$$I(t) = St^{1/2} + At \qquad (3.4)$$

Όπου q είναι ο ρυθμός διήθησης (cm/h), t είναι ο χρόνος της διήθησης (h), S είναι η απορροφητικότητα (cm/h1/2) και είναι μια συνάρτηση του οριακού του αρχικού και του κορεσμένου υδατικού περιεχομένου , A είναι μια σταθερά (cm/h) η οποία εξαρτάται από τις παραμέτρους του εδάφους και στα αρχικά και κορεσμένα υδατικά περιεχόμενα και I(t) είναι η συσσωρευτική διήθηση

(cm) σε οποιοδήποτε χρόνο, t.

Υποθέσεις και περιορισμοί: Οι τρείς παραδοχές για αυτό το μοντέλο είναι: (1) ομογενές έδαφος και ιδιότητες εδάφους. (2) Η κατανομή του νερού πριν από τη διήθηση είναι ομοιόμορφη και σταθερή (μιας τιμής) και (3) το υδατικό περιεχόμενο στην επιφάνεια παραμένει σταθερό και το έδαφος κοντά στον κορεσμό. Υπάρχουν και τέσσερις περιορισμοί.

(1) αυτό το μοντέλο δεν μπορεί να εφαρμοστεί για στρωματοποιημένα εδάφη.

(2) το αρχικό περιεχόμενο σε υγρασία είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο κατά βάθος του προφίλ.

(3) στις περισσότερες καταστάσεις καταποντής ή άρδευσης το περιεχόμενο του νερού σπάνια είναι σταθερό και

(4)Η προσέγγιση δεν είναι ακριβής για πολύ μεγάλους χρόνους.

Λαμβάνοντας υπόψη τον περιορισμό 3 σε περίπτωση βροχής ή άρδευση εάν οι ρυθμοί τους είναι μικρότεροι από την κορεσμένη υδραυλική αγωγιμότητα , το νερό δε θα λιμνάσει γιατί το έδαφος δε θα κορεστεί στην επιφάνεια. Σε αυτές τις συνθήκες ο ρυθμός διήθησης είναι ίσος με το ρυθμό της βροχόπτωσης ή της άρδευσης

3.5.3 Πεπερασμένο μοντέλο Green-Ampt

Περιγραφή: Το μοντέλο Green-Ampt είναι το πρώτο που παρουσίασε μια μια εξίσωση με φυσική αναφορά. Το συγκεκριμένο μοντέλο υπολογίζει τη συσσωρευτική διήθηση και το ρυθμό διήθησης σαν συναρτήσεις χρονοσειράς (δηλαδή για δεδομένο χρόνο ,t,q και I δεν μπορούν να βρεθούν με απλή αντικατάσταση).Οι εξισώσεις πρέπει να λυθούν με επαναληπτικό τρόπο ώστε να βρεθούν τιμές .Συνεπώς οι ζητούμενες συναρτήσεις είναι οι q(t) και I(t) αντί των t(q) t(I).

Οι μαθηματικές εξισώσεις που χρησιμοποιούνται είναι οι εξής:

$$\frac{\boldsymbol{I}}{\boldsymbol{K_s}} = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{3}\right) t + \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{\chi t + t^2} + \left(\frac{\sqrt{2}-1}{3}\right)\chi\left[ln(t+\chi) - ln\chi\right] + \frac{\sqrt{2}}{3}\chi\left[ln(t + \chi 2 + \chi t + t2) - ln(\chi/2)\right] \qquad (3.5)$$

$$\frac{q}{K_S} = \frac{\sqrt{2}}{2}\tau^{-1/2} + \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}}{6}\tau^{1/2} + \frac{1-\sqrt{2}}{3}\tau \qquad (3.6)$$

$$\chi = \frac{(h_s - h_f)(\theta_s - \theta_0)}{K_s} \qquad (3.7)$$

$$\tau = \frac{t}{t+\chi} \qquad (3.8)$$

όπου q είναι ο ρυθμός διήθησης (cm/h), K είναι η κορεσμένη υδραυλική αγωγιμότητα (cm/h), t είναι ο χρόνος (h), h_s είναι το βάθος του λιμνάζοντος νερού στην επιφάνεια ή τριχοειδής πίεση (cm), h είναι η τριχοειδής πίεση στο εμπρός βρεχόμενο f (cm), θ_s είναι το κορεσμένο ογκομετρικό υδατικό περιεχόμενο (cm /cm) και θ_0 είναι το αρχικό

Υποθέσεις και Περιορισμοί: Οι παραδοχές του μοντέλου αναλυτικά είναι οι εξής:

(1) το υδατικό περιεχόμενο έχει ένα προφίλ τύπου πιστονιού με ένα πολύ καλά ορισμένο εμπρός βρεχόμενο όριο.

(2) το αρχικό περιεχόμενο σε υγρασία είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο κατά βάθος του προφίλ.

(3)Το υδατικό περιεχόμενο πέφτει απότομα στην αρχική του τιμή μετά την πάροδο του εμπρός βρεχόμενου μετώπου

(4) Η σχετική διαφορά πίεσης εδάφους νερού στο εμπρός βρεχόμενο μέτωπο είναι *h f*

(5) Η σχετική διαφορά πίεσης στην εδάφους νερού στην επιφάνεια ,h , είναι ίση με το βάθος του λιμνάζοντος νερού .

(6) Το έδαφος στη βρεχόμενη περιοχή έχει σταθερές ιδιότητες

Οι περιορισμοί του μοντέλου είναι:

(1)Πολύ σπάνια υπάρχουν ομογενείς συνθήκες στο έδαφος

(2) σταθερό μη μηδενικό επιφανειακό βάθος λιμνάζοντος νερού

(3) Στα περισσότερα περιστατικά βροχόπτωσης η επιφάνεια δεν έχει σταθερό υδατικό περιεχόμενο

3.6 Ανάλυση παραμέτρων εισόδου

3.6.1 Γενική περιγραφή

Ίσως το πιο σημαντικό βήμα κατά την μοντελοποίηση είναι ο καλός ορισμός των παραμέτρων εισόδου. Ειδικά σε αυτά τα απλά μοντέλα που παρουσιάζουμε σε αυτή την ενότητα, η επιτυχία ή όχι της εκτίμησης της διήθησης εξαρτάται αποκλειστικά από την ποιότητα των εισόδων. Σε πραγματικές εφαρμογές η συλλογή των εισόδων περιλαμβάνει παρατηρήσεις και μετρήσεις, πειραματικές μετρήσεις και θεωρητικούς υπολογισμούς. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι παράμετροι εισόδου και πηγές της βιβλιογραφίας που μπορούν να βρεθούν οι μεθοδολογίες προσδιορισμού. Ακολουθεί αναλυτική περιγραφή για τις εισόδους αυτές.

1. Στατιστικά προσδιορισμένη παράμετρος για την εκτίμηση του αρχικού υδατικού περιεχομένου (***Fw***): Αυτή η παράμετρος δεν έχει ιδιαίτερη φυσική σημασία και η μεθοδολογία παρατίθεται αναλυτικά από το USDA-SCS (1972). Αυτή η παράμετρος απαιτείται για το μοντέλο SCS.

2. Ημερήσιος ρυθμός βροχόπτωσης (***P***): Ο ημερήσιος ρυθμός βροχόπτωσης προκύπτει από κλιματικά δεδομένα μετρολογικών σταθμών για συγκεκριμένα πεδία και είναι μια παράμετρος που απαιτείται για το μοντέλο SCS.

3. Διάρκεια διήθησης (***t***): Η διάρκεια της διήθησης είναι χαρακτηριστική για κάθε πεδίο και εξαρτάται από τη διάρκεια της βροχόπτωσης και από την ένταση της εφαρμογής του νερού στην επιφάνεια. Αυτός είναι και ο χρόνος προσομοίωσης

4. Απορροφητικότητας (***S***): Η απορροφητικότητα είναι μια συνάρτηση του αρχικού και του κορεσμένου υδατικού περιεχομένου και μπορεί να υπολογιστεί σαν η κλίση του διαγράμματος της ποσότητας I/t σε αντιπαραβολή με το $t^{-1/2}$. Αυτή η παράμετρος απαιτείται στο μοντέλο του Philip

5.Εμπειρική σταθερά (***A***): Αυτή η παράμετρος που απαιτείται στο μοντέλο του Philip και είναι παρόμοια με την υδραυλική αγωγιμότητα. Όταν ο χρόνος διήθησης είναι πολύ μεγάλος τότε η τιμή είναι ίση με την υδραυλική αγωγιμότητα. Μπορεί να βρεθεί με την τομή των γραμμών *I/t* και $t\text{-}^{1/2}$

6. Κορεσμένη υδραυλική αγωγιμότητα (***Ks***): Αυτή η παράμετρος μετρά την ικανότητα του εδάφους να άγει νερό όταν είναι κορεσμένο. Η τιμή της υδραυλική αγωγιμότητας εξαρτάται από τους τύπους των εδαφών και προσδιορίζεται στο πεδίο. Έχει αναπτυχθεί μεγάλη βιβλιογραφία για πολλά εδάφη ώστε να προσδιοριστεί αυτή η ποσότητα και χρειάζεται τόσο στο μοντέλο Philip όσο και στο Green-Ampt

7.Κορεσμένο υδατικό περιεχόμενο (***θs***): Το κορεσμένο υδατικό περιεχόμενο είναι το περιεκτικότητα σε νερό του όγκου του εδαφικού δείγματος όταν όλοι οι πόροι είναι γεμάτοι με (κορεσμός). Η τιμή του κορεσμένου υδατικού περιεχομένου εξαρτάται από το έδαφος και προσδιορίζεται συνήθως στο πεδίο.

Αυτή η παράμετρος μπορεί να εξαχθεί από μετρήσεις ή από τη βιβλιογραφία. Χρειάζεται για το μοντέλο Green-Ampt

.

8. <u>Αρχικό υδατικό περιεχόμενο ($\boldsymbol{\theta_0}$</u>): Αυτή η παράμετρος περιγράφει το ογκομετρικό περιεχόμενο σε νερό στην αρχή της προσομοίωσης. Η τιμή του αρχικού ογκομετρικού περιεχομένου εξαρτάται από τον τύπο του εδάφους και μετράται συνήθως στο πεδίο. Χρειάζεται για το μοντέλο Green - Ampt.

9. <u>Βάθος λιμνάζοντος νερού (*hs*):</u> Αυτή η παράμετρος προσδιορίζει το πάχος του στρώματος νερού που δημιουργείται στην επιφάνεια κατά τη διήθηση του νερού.

Το πόσο μεγάλο είναι αυτό το βάθος εξαρτάται από το τον τύπο του εδάφους και προσδιορίζεται στο πεδίο. Αυτή η παράμετρος απαιτείται για το μοντέλο Green-Ampt.

10.<u>Τριχοειδής Πίεση στο εμπρός βρεχόμενο μέρος (***hf***)</u>:Η τριχοειδής πίεση είναι η ρόφηση του νερού στους πόρους λόγω της άσκησης επιφανειακής τάσης ή λόγω τριχοειδών φαινομένων. Αυτή η παράμετρος είναι συνάρτηση του υδατικού περιεχομένου και μπορεί να εκτιμηθεί πειραματικά από χρησιμοποιώντας την ακόλουθη εξίσωση $h = 2(\gamma/ r)$, όπου είναι η επιφανειακή τάση του νερού και r είναι η μέση ακτίνα των πόρων. Η παράμετρος απαιτείται για το μοντέλο Green-Ampt .

3.7 Κώδικας Mathcad

Για αυτά τα απλά σχετικά μοντέλα επιλέχτηκε το λογισμικό Mathcad κυρίως λόγω της ευκολίας στην αναπαράσταση των εξισώσεων . Αναπτύχθηκαν παράλληλα και τρία απλά σενάρια που δείχνουν την ισχύ της κάθε μεθόδου.

3.7.1 Ημιεμπειρικό μοντέλο (SCS)

Ορισμός προβλήματος : Αυτό το σενάριο έχει επιλεγεί για να προσομοιάσει τη διήθηση του νερού μέσα από αργιλώδη άμμο. Ένα υποθετικό πεδίο έχει ρυπανθεί και ζητάμε να βρούμε την διήθηση του νερού και την απορροή στο έδαφος πριν ξεκινήσουμε να μοντελοποιούμε τη μεταφορά των αποβλήτων στην ακόρεστη ζώνη.

Το σύστημα: Στο παρακάτω σχήμα βλέπουμε μια αναπαράσταση του πεδίου .Το αμμώδες μέρος βρίσκεται μεταξύ της επιφάνειας του εδάφους και ενός υπόγειου υδροφορέα.

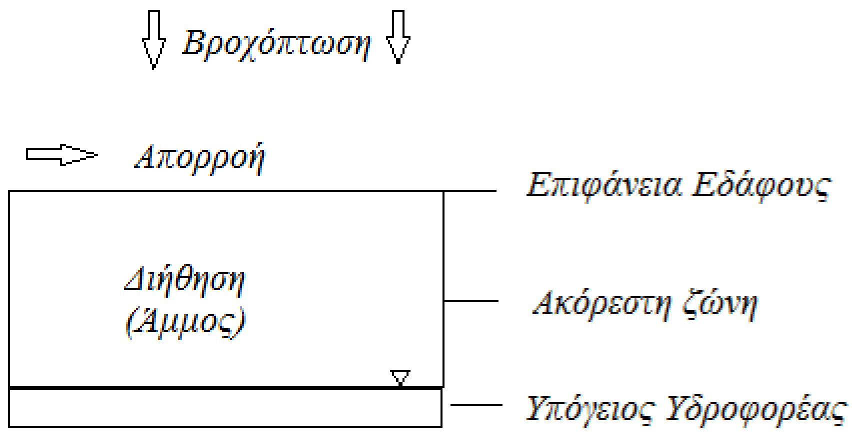
Οι παράγοντες που μπορούν να επηρεάσουν το ρυθμό της διήθησης είναι η αρχική περιεχόμενη υγρασία , η διάρκεια και ρυθμός της βροχόπτωσης και η επιφανειακή απορροή.

Αυτό το μοντέλο προτείνεται αν δεν υπάρχουν αρκετά δεδομένα για τον καλύτερο μαθηματικό προσδιορισμό του συστήματος

Παράμετροι εισόδου:

Παράμετρος	**Σύμβολο**	**Τιμή**	**Μονάδες**	**Αναφορά**
Στατιστικά Εξαγόμενη	**Fw**	8.2	inches	USDA-SCS
Ημερήσια Βροχόπτωση	**P**	0.1 έως 10	inches	Υποτέθηκε

Πίνακας 3:Παράμετροι εισόδου SCS



Εικόνα 3.2: Σχηματική αναπαράσταση μοντέλου SCS

Κώδικας Mathcad

Α . Π ρ ο σ δ ι ο ρ ι σ μ ό ς μ ε τ α β λ η τ ώ ν

P:=0.00 , 0.4...10

Fw:=8.2

Β Ε ξ ι σ ώ σ ε ι ς

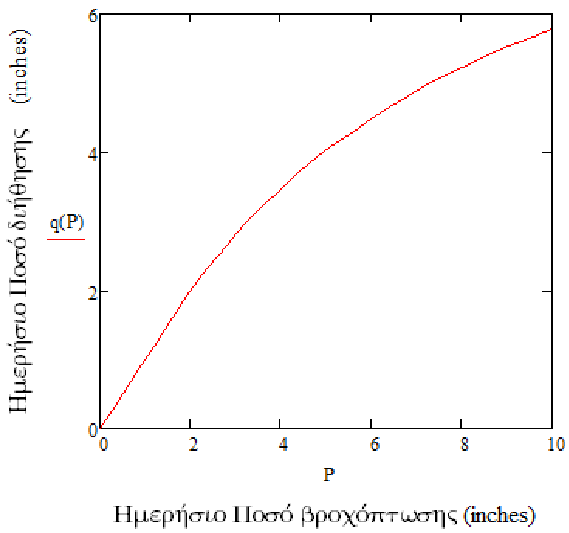
$$R(P) := \begin{cases} \dfrac{(P - 0.2 \cdot Fw)^2}{P + 0.8 \cdot Fw} & \text{if } P > 0.2 \cdot Fw \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

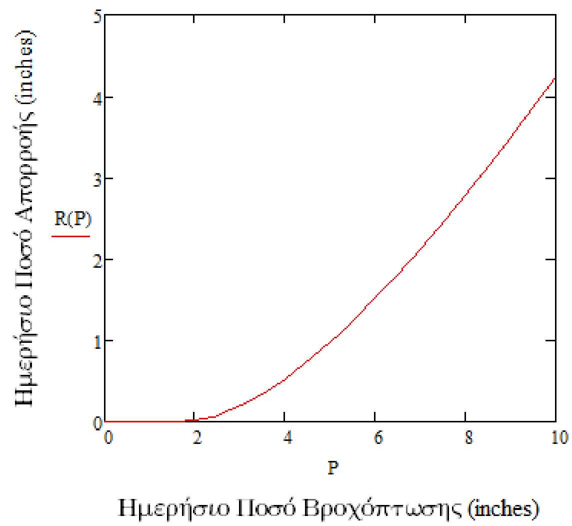
Ολική ροή επιφάνειας (1)

q(P):=P-R(P) Ολικό ποσό διήθησης (2)

Έξοδοι

P,   R(P) ,   q(P)





Γράφημα 1:Έξοδοι μοντέλου SCS

3.7.2 Μοντέλο Philips για Ομογενείς Συνθήκες

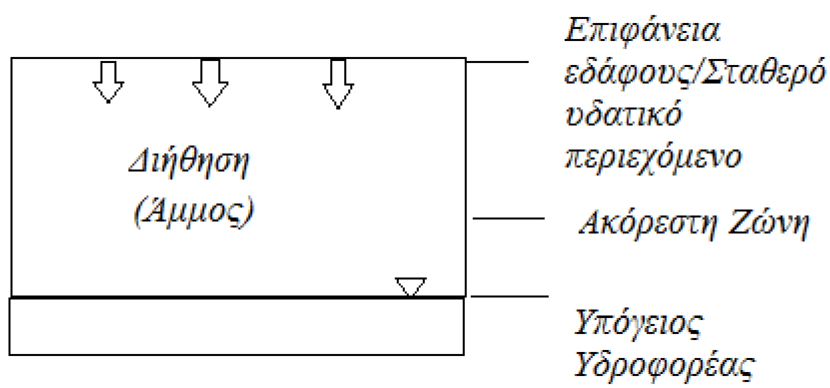
Ορισμός του προβλήματος : Αυτό το σενάριο έχει επιλεγεί για να προσομοιάσει τη διήθηση του νερού σε αμμώδες έδαφος με ομογενές προφίλ .Όπως και πριν ζητάμε να βρούμε το προφίλ της υγρασίας για να μπορέσουμε να συνεχίσουμε στη μοντελοποίηση της μεταφοράς. Το αρχικό υδατικό περιεχόμενο θεωρείται ομοιόμορφα κατανεμημένο στο πεδίο και σταθερό

Το σύστημα: Η παρακάτω εικόνα είναι μια σχηματική αναπαράσταση ενός υποθετικού πεδίου δείχνοντας το σκεπτικό πίσω από αυτή την προσομοίωση. Το πεδίο μελέτης βρίσκεται ανάμεσα στην ελεύθερη επιφάνεια του εδάφους και στον υπόγειο υδροφορέα. Υπάρχει ελεύθερο νερό στην επιφάνεια και το υδατικό περιεχόμενο εκεί παραμένει σταθερό καθ' όλη τη διάρκεια της προσομοίωσης.

Παράμετροι εισόδου :

Παράμετρος	**Σύμβολο**	**Τιμή**	**Μονάδες**	**Αναφορά**
Διάρκεια διήθησης	**t**	1 έως 24	h	Υποτέθηκε
Διηθητική Ικανότητα	**S**	1	cm/h^2	Philip, 1969
Σταθερά	**A**	7.6(=0.363 Ks)	cm/h	Jury 1991
Κορεσμένη Υδραυλική Αγωγιμότητα	**Ks**	21	cm/h	Carsel and Parrish 1988

Πίνακας 4:Παράμετροι εισόδου Philip



Εικόνα 3.3: Σχηματική αναπαράσταση μοντέλου Philip

Κώδικας Mathcad

Π ρ ο σ δ ι ο ρ ι σ μ ό ς Μ ε τ α β λ η τ ών

t:= 1...24 Διάρκεια διήθησης

S:=1.0 — Η διηθητική ικανότητα του εδάφους συνάρτηση αρχικού περιεχομένου και του κορεσμένου ($cm/h^{1/2}$)

Ks:= 21 — Η Κορεσμένη υδραυλική αγωγιμότητα(cm/h)

A:= 0.363*Ks — Σταθερά στις εξισώσεις

Εξισώσεις

$$q(t) := \frac{1}{2}\cdot S\cdot t^{\frac{-1}{2}} + A$$

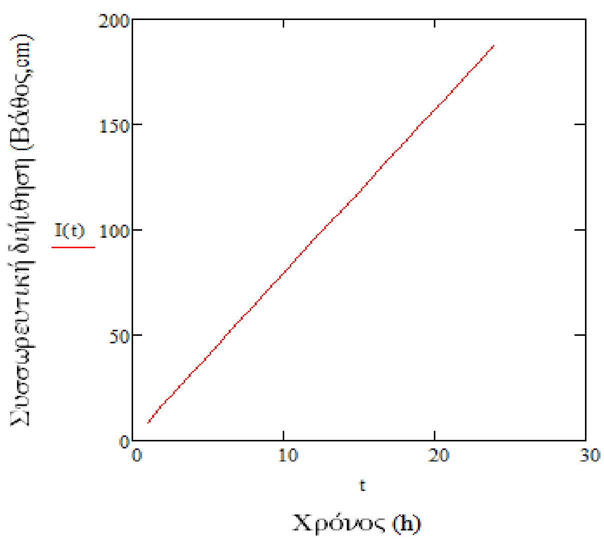
Ρυθμός Διήθησης (1)

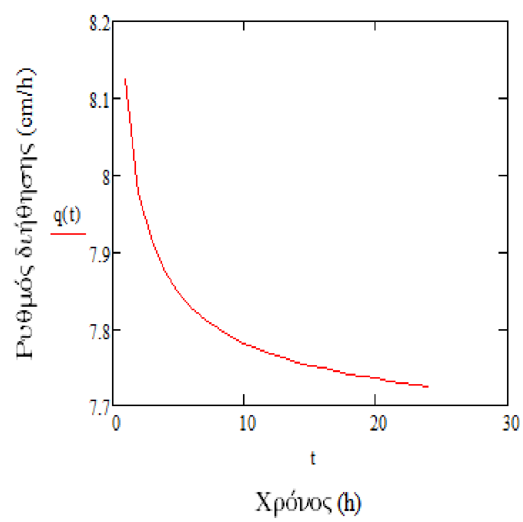
$$I(t) := S\cdot t^{\frac{1}{2}} + A\cdot t$$

Συσσωρευτική Διήθηση (2)

Έξοδοι

t, q(t) ,I(t)





Γράφημα 2:Έξοδοι μοντέλου Philip

3.7.2 Ομογενές Περιορισμένο Green- Ampt για συνθήκες λιμνάζοντος νερού

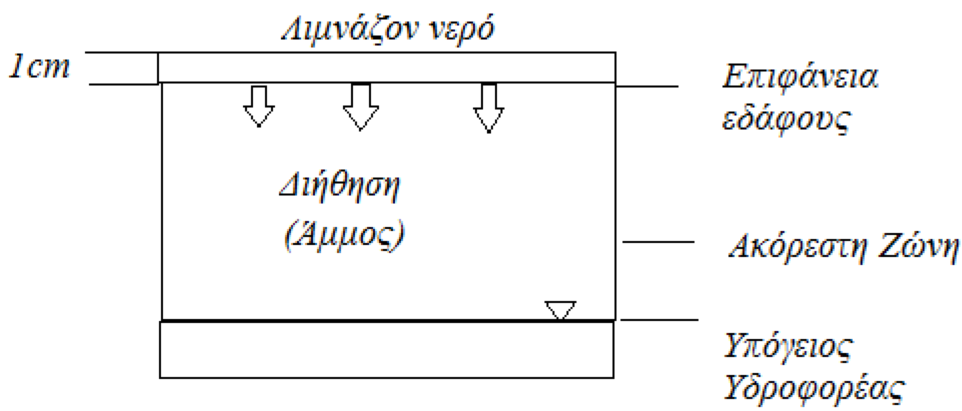
Προσδιορισμός προβλήματος: Σε αυτή την περίπτωση έχει επιλεγεί ένα σενάριο για να προσομοιωθεί η διήθηση σε αμμώδες πεδίο σε συνθήκες λιμνάζοντος νερού. Ένα βάθος νερού 1cm έχει εφαρμοστεί στην επιφάνεια .Το αρχικό υδατικό περιεχόμενο των 0,05 cm3 /cm3 έχει επιλεγεί και κατανέμεται ομοιόμορφα στο έδαφος .Υπό αυτές τις συνθήκες ο ρυθμός διήθησης αναμένεται να μειωθεί προσεγγίζοντας μια σταθερή τιμή η οποία πρακτικά ισούται με την υδραυλική αγωγιμότητα. . Το βάθος του λιμνάζοντος νερού στην επιφάνεια ισούται με 1 cm

Το σύστημα: Η εικόνα που ακολουθεί είναι μια σχηματική αναπαράσταση του αμμώδους προφίλ του εδάφους .Η άμμος βρίσκεται ανάμεσα στην επιφάνεια του εδάφους (που αυτή τη φορά είναι σε συνθήκες λιμνάζοντος νερού) και ενός υπογείου υδροφορέα.

Παράμετροι εισόδου:

Παράμετρος	**Σύμβολο**	**Τιμή**	**Μονάδες**	**Αναφορά**
Κορεσμένη υδραυλική αγωγιμότητα	Ks	21	cm/h	Carsel and Parrish 1988
Βάθος λιμνάζοντος νερού	hs	1	cm	Υποτέθηκε
Κορεσμένο υδατικό περιεχόμενο	θs	0.43	cm^3/cm^3	Hillel,1982
Αρχικό υδατικό περιεχόμενο	θ0	0.05	cm^3/cm^3	Υποτέθηκε

Πίνακας 5:Παράμετροι εισόδου Green-Ampt



Εικόνα 3.4:Σχηματική αναπαράσταση Green-Ampt

Κώδικας Mathcad

Π ε ρ ι ο ρ ι σ μ έ ν ο Μον τ έ λ ο Green- Ampt

Κ α θ ο ρ ι σ μ ό ς Μ ε τ α β λ η τ ώ ν

h1:=-6.9 Τιμή μετώπου που ισούται με το μισό της πίεσης που αρχίζει η παραγωγή φυσαλίδων στο νερό (he)

λ:=1.68 Ο εκθέτης του μοντέλου Brooks-Corey για την κατακράτηση του νερού.

θ1:=0.43 Κορεσμένο ογκομετρικό υδατικό περιεχόμενο θs (cm3/cm3)

θ0 := 0.05 Αρχικό Ογκομετρικό περιεχόμενο θ0 (cm3/cm3)

K1 := 21 Κορεσμένη Υδραυλική αγωγιμότητα Ks (cm/h)

h2 := 1 Βάθος λιμνάζοντος νερού hs (cm)

t:= 1..24 Διάρκεια διήθησης (h)

Εξισώσεις

$\eta := (2 + 3\cdot\lambda)$ (1)

$$h_3 := \frac{\eta}{(\eta - 1)} \cdot h_1$$ (2) Τριχοειδής Πίεση

$$\chi := \frac{(h_2 - h_3) \cdot (\theta_1 - \theta_0)}{K_1}$$ (3)

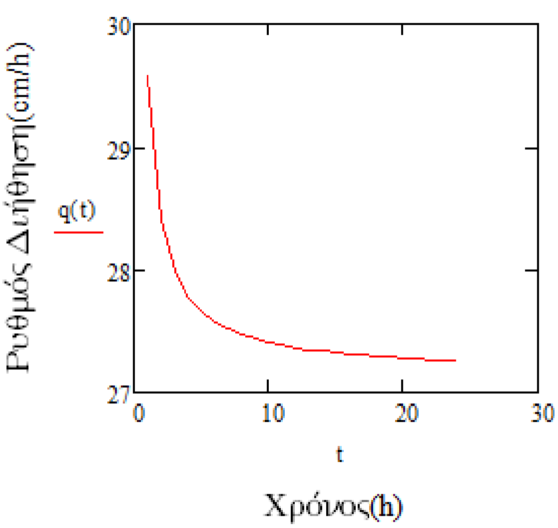
$$\tau(t) := \frac{t}{(t + \chi)}$$ (4)

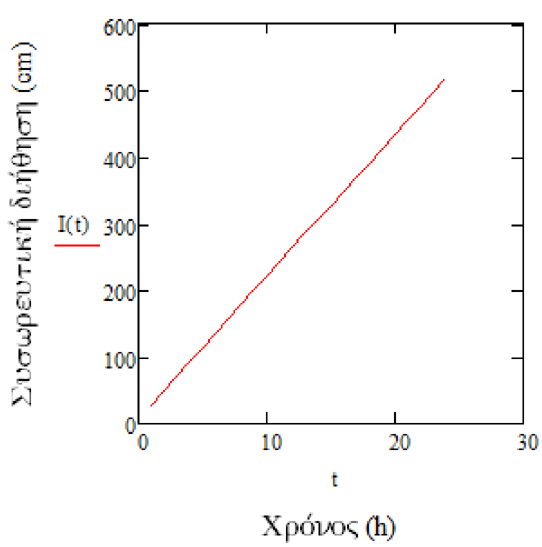
$$q(t) := \left[\left(\sqrt{\frac{2}{2}} \right) \cdot \tau(t)^{\left(\frac{-1}{2}\right)} + \left(\frac{2}{3}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{6}\right) \cdot \tau(t)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1 - \sqrt{2}}{3}\right) \tau(t) \right] \cdot K_1$$ (5) Ρυθμός Διήθησης

$$I(t) := \left[\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{3}\right) \cdot t + \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{\chi \cdot t + t^2} + \left(\frac{\sqrt{2} - 1}{3}\right) \cdot \chi \cdot (\ln(t + \chi) - \ln(\chi)) + \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \chi \cdot \left(\ln\left(t + \frac{\chi}{2} + \sqrt{\chi \cdot t + t^2}\right) - \ln\left(\frac{\chi}{2}\right) \right) \right] \cdot K_1$$

(Συσσωρευτική Διήθηση)

Έξοδοι t,q(t),I(t)





Γράφημα 3: Έξοδοι μοντέλου Green-Ampt

3.8 Συμπεράσματα -Παρατηρήσεις

Σε πρώτο επίπεδο πρέπει να ελέγξουμε αν τα αποτελέσματα από τις τρείς αυτές προσομοιώσεις περιγράφουν το φαινόμενο της διήθησης όπως περιγράφεται στη σχετική βιβλιογραφία.

Το ημιεμπειρικό μοντέλο δίνει ως αποτέλεσμα τη σχέση του ρυθμού διήθησης με τη βροχόπτωση καθώς και τη σχέση της απορροής με τη βροχόπτωση. Καθώς το μοντέλο αυτό παίρνει σαν είσοδο ένα τεχνητό διάνυσμα αθροιστικής βροχόπτωσης, μπορούμε να παρατηρήσουμε στο διάγραμμα q,P ότι όσο αυξάνεται η βροχόπτωση τόσο αυξάνεται και το μέτωπο της διήθησης του νερού στο έδαφος

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η αρχή του διαγράμματος R,P όπου παρατηρούμε ότι μέχρι να φτάσει η βροχόπτωση την τιμή 2 δεν υπάρχει απορροή στην επιφάνεια του εδάφους. Αυτό το φαινόμενο εξηγείται καθώς γνωρίζουμε ότι η απορροή προκύπτει όταν ο ρυθμός παροχής του νερού στην επιφάνεια αρχίζει ν α ξεπερνά τη διηθητική ικανότητα του εδάφους. Αξίζει να σημειωθεί ότι το μοντέλο αυτό δεν δέχεται σαν είσοδο μια τιμή που να αντιπροσωπεύει κάποια φυσική ιδιότητα του εδάφους. Αυτό σημαίνει ότι η έννοια την αγωγιμότητας και η έννοια της ικανότητας διήθησης "εμπεριέχονται" στον υπολογισμό της στατιστικής παραμέτρου Fw.

Εκεί που αποτυγχάνει το μοντέλο είναι στο να μας δώσει πληροφορία για το που έχει φτάσει κατά βάθος το μέτωπο της διήθησης. Επίσης δεν βλέπουμε την αναμενόμενη σταθεροποίηση του ρυθμού διήθησης που έχουμε σε συνθήκες λιμνάζοντος νερού (αφού έχουμε απορροή) κοντά στην τιμή της υδραυλικής αγωγιμότητας του εδάφους.

Το μοντέλο Philip δίνει ως αποτέλεσμα τη σχέση του ρυθμού της διήθησης με το χρόνο και το συσσωρευτικό βάθος της διήθησης με το χρόνο. Από το διάγραμμα q,t παρατηρούμε ότι ο ρυθμός διήθησης έχει την υψηλότερη τιμή του στην αρχή του φαινομένου. Στη συνέχεια μειώνεται προοδευτικά και προς το τέλος του διαγράμματος (t=20) παρατηρούμε ότι η μεταβολή είναι πάρα πολύ μικρή. Δεδομένης της συνθήκης σταθερής παροχής του νερού στην επιφάνεια μπορούμε να συμπεράνουμε ότι μετά το χρόνο t=20 ο ρυθμός τείνει σε αυτή τη σταθερή τιμή, καθώς δεν έχουμε λάβει υπ όψη τυχόν συνθήκες απορροής.

Το διάγραμμα I του t μας πληροφορεί ότι στις 24 ώρες το μέτωπο της διήθησης θα έχει φτάσει τα 187cm κατά βάθος του προφίλ. Αυτό που δεν μπορούμε να δούμε στο συγκεκριμένο διάγραμμα είναι τυχόν ανωμαλίες του εδάφους που θα διατάραζαν τη γραμμικότητα του συγκεκριμένου διαγράμματος δίνοντάς μας την ευκαιρία να τις εντοπίσουμε.

Γενικά λοιπόν έχουμε μια εξαιρετική μαθηματική περιγραφή του φαινομένου η οποία μπορεί να χρησιμεύσει σαν μια πρώτη εκτίμηση του προφίλ του νερού στο υπέδαφος σε ιδεατές συνθήκες. Γι'αυτό το λόγο είναι πολύ δύσκολο να προσομοιάσουμε πραγματικά δεδομένα αλλά μας δίνει μια πολύ καλή αίσθηση του φαινομένου.

Το μοντέλο Green-Ampt μας δίνει τις ίδιες εξόδους με το μοντέλο Philip παρέχοντάς μας πληροφορία για το πώς μεταβάλλεται ο ρυθμός διήθησης με το χρόνο όπως επίσης και το βάθος της διήθησης με το χρόνο. Παρατηρούμε ότι σε συνθήκες λιμνάζοντος νερού ο ρυθμός διήθησης είναι πολύ μεγαλύτερος στην αρχή αρχίζει ωστόσο να σταθεροποιείται περίπου στον ίδιο χρόνο με το μοντέλο του Philip. Αυτό εξηγείται γιατί και τα δύο μοντέλα έχουν το ίδιο υλικό φορέα άρα οι υδραυλικές ιδιότητες του εδάφους είναι παρόμοιες. Επίσης λόγω του αυξημένου ρυθμού προκύπτει και αυξημένο βάθος διήθησης που σε αυτή την περίπτωση φτάνει στα 517 cm στο τέλος του φαινομένου.

Η μαθηματική περιγραφή του φαινομένου δεν είναι τόσο καλή όσο η αναλυτική προσέγγιση του Philip. Ωστόσο η προσέγγιση της εξίσωσης του ρυθμού διήθησης με μια χρονική συνάρτηση δίνει το πλεονέκτημα στο μοντέλο να "διαβάζει" την προηγούμενη τιμή του ρυθμού και να υπολογίζει την επόμενη με ένα σταθερό βάρος .

3.8.1 Ανάλυση Ευαισθησίας

Πραγματοποιήθηκε ανάλυση ευαισθησίας για το μοντέλο του Philip και για το μοντέλο Green-Ampt μιας και το μοντέλο SCS είναι ούτως η άλλως πολύ ασταθές σε σχέση με τις εισόδους που δέχεται.

Η ευαισθησία *(S)* είναι ένα μέτρο της επίδρασης που έχει μια είσοδος ενός μοντέλου στο τελικό αποτέλεσμα και ορίζεται ως η μερική παράγωγος της i εξαρτημένης μεταβλητής μιας εξίσωσης (y_i) ως προς την j είσοδο του μοντέλου από την οποία εξαρτάται (x_j). δηλαδή

$$S_{ij} = \frac{\partial y_i}{\partial x_j} \qquad (3.9)$$

Ένα μοντέλο με n εξόδους και m εισόδους θα πρέπει να παράγει nm συντελεστές ευαισθησίας. Για να μπορεί να γίνει σύγκριση μεταξύ των συντελεστών αλλά και μεταξύ των διαφορετικών μοντέλων χρησιμοποιείται και η κανονικοποιημένη μορφή της εξίσωσης 3.9 που είναι :

$$S_{i,j}^{r} = \frac{\partial y_i}{\partial x_j}\frac{x_j}{y_i} \qquad (3.10)$$

Αυτός ο συντελεστής ονομάζεται σχετική ευαισθησία και είναι αδιάστατος. Εκφράζει την ευαισθησία που έχει η εξαρτημένη μεταβλητή y_i η είσοδος x_j

3.8.1.1 Ευαισθησία Μεθόδου Philip

Μια απλοποίηση που γίνεται πολύ τακτικά είναι να προσεγγίζονται οι παραπάνω εξισώσεις με απλά διαφορικά

Συνεπώς οι αντίστοιχοι συντελεστές για τη μέθοδο Philip που ελέγχουν την ευαισθησία του ρυθμού διήθησης q σε μεταβολή της διηθητικής ικανότητας του εδάφους (S) είναι:

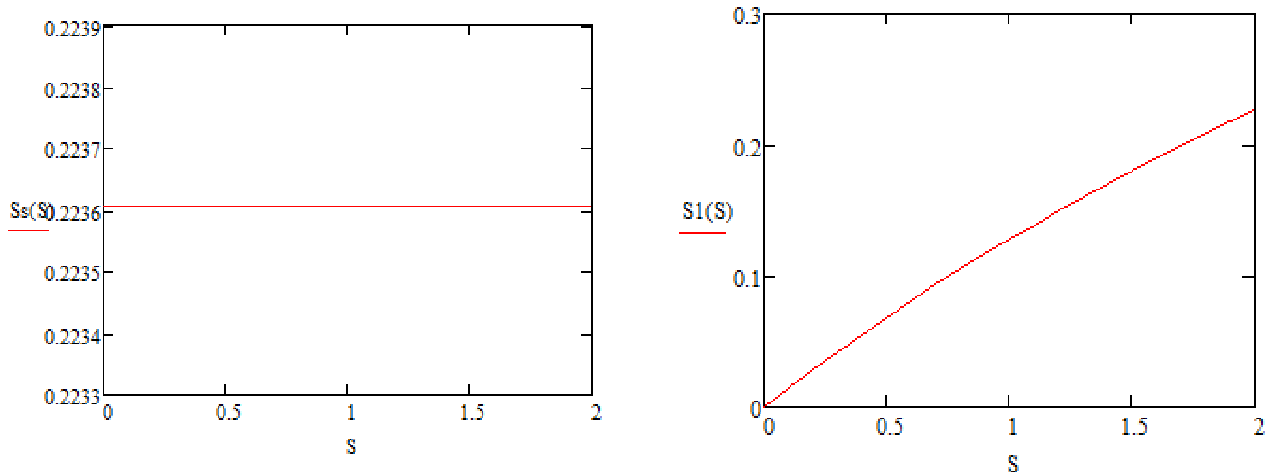
Ευαισθησία S_s:

$$S_s(S) = \frac{1}{2} t^{-1/2} \qquad (3.11)$$

Σχετική Ευαισθησία S_r:

$$S_r(S) = \frac{St^{-1/2}}{[S(t)^{-1/2} + 2A]} \qquad (3.12)$$

Σε ένα δεδομένο χρόνο t=5h και για μεταβολή της διηθητικής ικανότητας από 0 έως 2 $cm/h^{1/2}$ προκύπτουν προκύπτουν τα παρακάτω γραφήματα.



Γράφημα 4:Ευαισθησία και σχετική ευαισθησία Philip (S=[cm/h$^{1/2}$])

Για την ευαισθησία και τη σχετική ευαισθησία αντίστοιχα. Παρατηρούμε ότι η ευαισθησία έχει μια σταθερή τιμή 0.223.Αυτό σημαίνει ότι μια αύξησης της τάξης του 10 στη διηθητική ικανότητα θα αυξήσει το ρυθμό διήθησης κατά 2.23 cm/h. Αυτό εξηγεί και την αύξηση της σχετικής ευαισθησίας με την αύξησης της διηθητικής ικανότητας.

3.8.1.2 Ευαισθησία Μεθόδου Green -Ampt

Με την ίδια λογική μπορούμε να προσδιορίσουμε την ευαισθησία του ρυθμού διήθησης σε ενδεχόμενη αλλαγή της υδραυλικής αγωγιμότητας για το μοντέλο Green-Ampt. Οι αντίστοιχοι συντελεστές είναι

Ευαισθησία S_s:

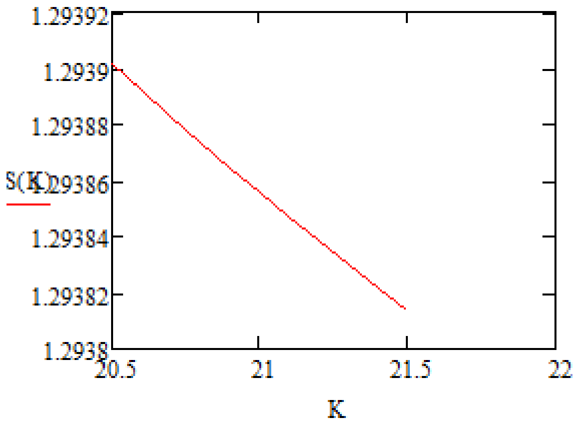
$$S_s(K_s) = \frac{dq(K_s)}{dKs} \qquad (3.13)$$

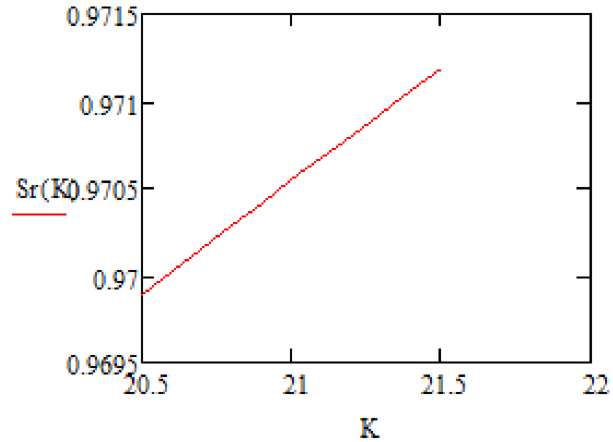
όπου q είναι η συνάρτηση του ρυθμού διήθησης 3.6.

Σχετική Ευαισθησία S_r :

$$S_r(K_s) = \left(\frac{dq(K_s)}{K_s}\right)\left(\frac{K_s}{q(K_s)}\right) \qquad (3.14)$$

Για δεδομένο χρόνο t =5h και για μεταβολή του Ks από 20.5 έως 21.5 cm/h λαμβάνουμε τα παρακάτω διαγράμματα.





Γράφημα 5:Ευαισθησία και σχετική ευαισθησία Green-Ampt (K=[cm/h])

Για την ευαισθησία και τη σχετική ευαισθησία αντίστοιχα. Παρατηρούμε ότι σε αντίθεση με το μοντέλο Philips η ευαισθησία μειώνεται για αύξηση του K. Αυξάνεται ωστόσο η σχετική ευαισθησία κάτι που είναι σύνηθες στις αριθμητικές μεθόδους.

3.9 Μια μεθοδολογική παρατήρηση

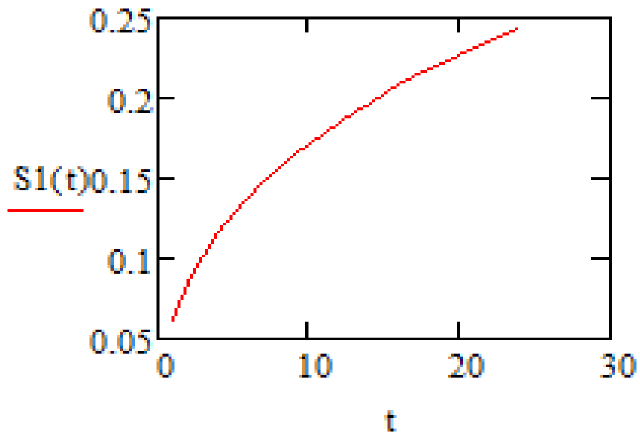
Αν παρατηρήσουμε τις εξισώσεις

$$\chi = \frac{(h_s - h_f)(\theta_s - \theta_0)}{K_s} \qquad (3.7)$$

$$\tau = \frac{t}{t+\chi} \qquad (3.8)$$

του μοντέλου Green Ampt θα δούμε ότι ο όρος τ που μπαίνει σαν είσοδος στον υπολογισμό του ρυθμού διήθησης στην ουσία εξαρτάται αποκλειστικά από την υδραυλική αγωγιμότητα και τις αρχικές συνθήκες καθώς η συνεισφορά του χρονικού βήματος στην τιμή τ είναι μικρή.

Για παράδειγμα στο μοντέλο του Philip αν πραγματοποιήσουμε την ανάλυση ευαισθησίας σε σχέση με το χρόνο κρατώντας σταθερή την διηθητική ικανότητα τότε θα προκύψει το διάγραμμα σχετικής ευαισθησίας του Γραφήματος 6:

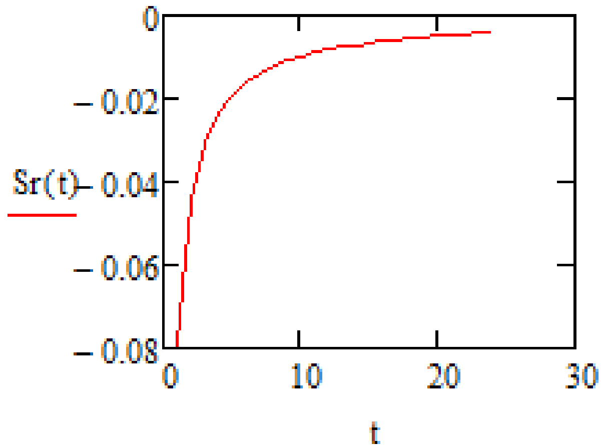


Γράφημα 6:Σχετική ευαισθησία ως προς το χρόνο Philip (t=[h])

Το οποίο μας πληροφορεί ότι όσο πιο πολύ διαρκεί το φαινόμενο τόσο πιο πολύ αλλάζει η αρχική και η τελική τιμή (τιμή που σταθεροποιείται) στο διάγραμμα του ρυθμού διήθησης. Εδώ χρειάζεται να διευκρινιστεί ότι αυτό το διάγραμμα δεν έχει να κάνει με την τιμή του ρυθμού διήθησης αλλά με το πόσο εύκολα ή δύσκολα μεταβάλλεται.

Γνωρίζουμε ότι ρυθμός διήθησης παρουσιάζει μια πρότυπη συμπεριφορά σε ιδανικές σταθερές συνθήκες σαν αυτή των Γραφημάτων 3και 4 . Η ανάλυση ευαισθησίας ως προς το χρόνο έχει να κάνει με τη μέθοδο, μας εξηγεί δηλαδή πώς η μέθοδος αντιλαμβάνεται ένα φαινόμενο σε σχέση με το χρόνο. Καταλήγουμε λοιπόν στο συμπέρασμα ,με βάση το παραπάνω γράφημα. ότι η μέθοδος Philip για ίδια υδραυλική αγωγιμότητα και ίδια διηθητική ικανότητα σαν είσοδο αλλά αλλάζοντας τη διάρκεια της διήθησης θα μας δώσει διαφορετικά αποτελέσματα.

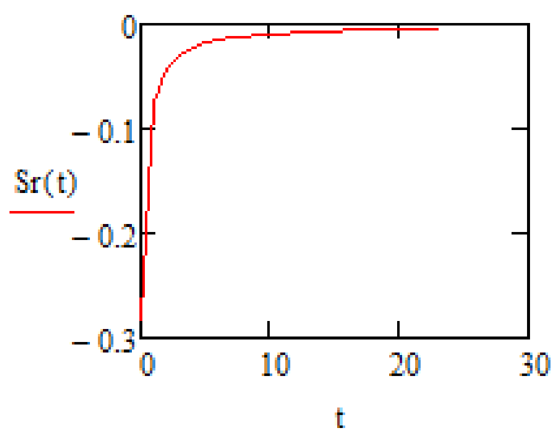
Η αντίστοιχη διαδικασία για το μοντέλο Green Ampt θα μας δώσει το εξής παράξενο αποτέλεσμα για σταθερό Ks και αλλαγή του χρόνου.



Γράφημα 7:Σχετική ευαισθησία ως προς το χρόνο Green-Ampt [t=h]

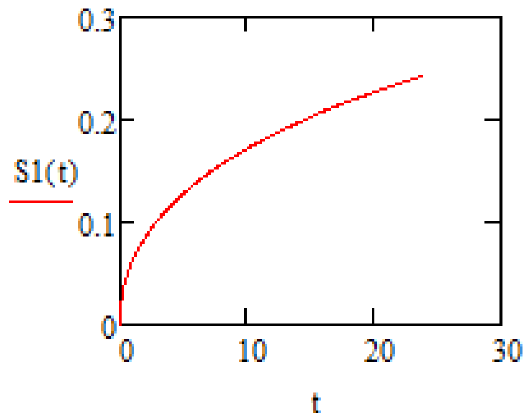
Αυτό το διάγραμμα μας λέει ότι μια δεδομένη τιμή του ρυθμού διήθησης θα μειωθεί στην αρχή του φαινομένου και στη συνέχεια θα τείνει να εξισωθεί με την αρχική τιμή. Σίγουρα έχει να κάνει και με τις συνθήκες λιμνάζοντος νερού. Ωστόσο, το ζήτημα είναι κατά πόσο έχει την απαιτούμενη φυσική αναφορά ένα τόσο 'δύσκαμπτο' ως προς το χρόνο μοντέλο.

Χαρακτηριστικό είναι το διάγραμμα που δημιουργείται αν μικρύνουμε το χρονικό βήμα από 1 σε 0,1:



Γράφημα 8:Σχετική ευαισθησία ως προς το χρόνο Green-Ampt (dt=0.1h)

Όπου φαίνεται ότι η μεταβλητότητα ως προς το χρόνο είναι ακόμα μικρότερη. Ενώ το αντίστοιχο διάγραμμα για τη μέθοδο Philips



Γράφημα 9:Σχετική ευαισθησία ως προς το χρόνο Philips (dt=0.1h)

Μένει πρακτικά αμετάβλητο.

Αυτό το πολύ απλό παράδειγμα δείχνει ότι για μία πρώτη προσέγγιση είναι προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί μια αναλυτική μέθοδος ώστε να κατανοήσουμε καλύτερα τη φύση του φαινομένου και στη συνέχεια να λύσουμε αριθμητικά το πρόβλημα γνωρίζοντας τους περιορισμούς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΜΕΘΟΔΟΣ PHILIPS ΓΙΑ ΜΗ ΣΤΑΘΕΡΟ ΦΟΡΤΙΟ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΚΩΔΙΚΑ

4.1 Η αναλυτική προσέγγιση του Philips

Για να προχωρήσουμε στην ανάπτυξη ενός μοντέλου ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ένα πραγματικό πρόβλημα χρειάζεται να ξεκινήσουμε από ένα τμήμα της θεωρίας για τη διήθηση του Philips ώστε να μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μια από τις ημι-αναλυτικές ακριβείς λύσεις.

Η εξίσωση Richards για κάθετη ροή είναι :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}(K(h)\frac{\partial h}{\partial z} + 1) \tag{4.1}$$

Όπου θ είναι το υδατικό περιεχόμενο του εδάφους, cm^3/cm^3; h είναι το αρχικό δυναμικό του νερού που είναι μέσα στο έδαφος, cm; και *K(h)* είναι η υδραυλική η κορεσμένη υδραυλική αγωγιμότητα με δυναμικό *h*, cm/hr. Αφού η σχέση μεταξύ θ και *Ψ(συνάρτηση του μετώπου),* και η συνάρτηση του *K* με αναφορά στο *h* είναι γνωστές ,μπορούμε να σχηματίσουμε ένα πεδίο λύσεων πεπερασμένο , άπειρο ή Crank-Nicolson για να λύσουμε αυτή την εξίσωση .Οι συναρτήσεις *θ(h)* και *K(h)* μπορούν να προσδιοριστούν είτε με εργαστηριακές μετρήσεις είτε με δεδομένα από το πεδίο .

Όπως έχουμε αναφέρει τα προβλήματα της διήθησης παρουσιάζουν διαφορετικές συνθήκες ροής για κάθε πεδίο. Εξιδανικευμένα έχουμε τρία είδη οριακών συνθηκών ώστε να προσδιορίσουμε τη ροή προς τα μέσα στο πεδίο . Αυτές οι τρείς συνθήκες που χρησιμοποιούνται και στη λύση πραγματικών προβλημάτων είναι :

- σταθερό υδατικό περιεχόμενο ή (αρχικό δυναμικό μέσα στο έδαφος)
- σταθερή ροή ή σταθερή αλλαγή της ροής
- σταθερή είσοδος στο σύστημα .

Και είναι οι λεγόμενες συνθήκες πρώτης, δεύτερης και τρίτης τάξης αντίστοιχα

Μπορούμε να λύσουμε την παραπάνω εξίσωση και για τις τρείς αυτές οριακές συνθήκες στην επιφάνεια.

Η εξίσωση (1) μπορεί να ξαναγραφτεί

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}(D(\theta)\frac{\partial \theta}{\partial z}) + \frac{\partial K}{\partial z} \qquad (4.2)$$

$$D(\theta) = K(\theta)\frac{\partial h}{\partial \theta} \qquad (4.3)$$

όπου D είναι ο όρος της διαχυτότητας $cm/hr^{1/2}$.

Ο Philip (1957) έλυσε την εξίσωση (4.3) για πρώτης τάξης οριακή συνθήκη δηλαδή για σταθερό υδατικό περιεχόμενο. Για την ακρίβεια ο Philip ανέπτυξε μα λύση για αυτό το πρόβλημα δημιουργώντας μια συνάρτηση τύπου Boltzman , $B(\theta) = zt^{-1/2}$, που συνέδεε την απόσταση από το όριο και το υδατικό περιεχόμενο σε δεδομένο χρόνο $X(\theta,t)$.

Ο Don Kirkam (1972) συνόψισε τη σκέψη του Philip και παρουσίασε τη λύση στην πλήρη της μορφή :

$$X(\theta,t) = \lambda(\theta)t^{1/2} + \chi(\theta)t^{2/2} + \varphi(\theta)t^{3/2} + \omega(\theta)t^{4/2} + \cdots\cdots + f_m(\theta)t^{m/2} \qquad (4.4)$$

Όπου $X(\theta,t)$. είναι η απόσταση σε, cm; $\lambda(\theta)$,$\chi(\theta)$,$\varphi(\theta)$και $\omega(\theta)$ μπορούν να λυθούν αριθμητικά . Το $\lambda(\theta)$ ονομάζεται επίσης και απορροφητικότητα *(S)*, και το $\chi(\theta)$ συχνά αντικαθιστάται από το K για υδραυλικούς υπολογισμούς . Έτσι φτάνουμε στην 5 για την απόσταση του μετώπου της διήθησης σε σχέση με το χρόνο :

$$X = St^{1/2} + Kt \qquad (4.5)$$

Τρείς ή τέσσερις όροι στο δεξί μέλος της εξίσωσης 4.4 μας δίνουν εκπληκτική ακρίβεια για τη μέθοδο Philip. Ο Don Kirkam (1972) έδειξε ότι είναι εφικτό να υπολογίσουμε με μεγαλύτερη ακόμα ακρίβεια τους δύο πρώτους, $\lambda(\theta)$, $\chi(\theta)$ και έτσι επικράτησε η μορφή της εξίσωσης (4.5).

Αυτό που κατάφερε ο Philip με το μετασχηματισμό αυτό ήταν να μετατρέψει την (4.3) σε συνήθη διαφορική εξίσωση και στη συνέχεια να την προσεγγίσει με μια άπειρη σειρά. Ο όρος X της εξίσωσης 4.5 μετονομάστηκε από τον ίδιο το Phlilp όρος συσσωρευτικής διήθησης F(t):

$$F(t) = S_p t^{1/2} + K_p t \qquad (4.6)$$

όπου Sp είναι η απορροφητικότητα του εδάφους σαν συνάρτηση της ροφητικής ικανότητας του εδάφους Kp είναι η υδραυλική αγωγιμότητα.

Παραγωγίζοντας ως προς το χρόνο t, παίρνουμε την εξίσωση :

$$f_c(t) = \frac{1}{2} S_P t^{1/2} + K_p \qquad (4.7)$$

Όσο αυξάνεται ο χρόνος , πρώτος όρος στο δεξί μέλος της εξίσωσης θα τείνει οριακά στο 0 και το fc(t) θα συγκλίνει στο Kp. →∞, το fc(t) γενικά τείνει στο Kp.
Η εξισώσεις αυτές των δύο όρων του Philips παρουσιάζουν την επίδραση της ρόφησης από το έδαφος και της βαρύτητας αντίστοιχα.

Η εξίσωση αυτή μπορεί να προσεγγιστεί με τον όρο του συσσωρευτικά διηθούμενου βάθους F αντί του χρόνου t αν απαλείψουμε το χρόνο από τις εξισώσεις 8 και 9 φτάνοντας στην εξίσωση :

$$f_c(F) = K_p + \frac{K_p S_p}{\sqrt{S_p^2 + 4K_p F} - S_p} \qquad (4.8)$$

Να σημειώσουμε ότι ο όρος f σα συνάρτηση του χρόνου ή σαν συνάρτηση του βάθους της διήθησης ονομάζεται ρυθμός της διήθησης. Στην εξίσωση Philip ο όρος Sp θεωρητικά συνδέεται με το εμπρός βρεχόμενο όριο (άρα και με το αρχικό υδατικό περιεχόμενο του εδάφους) και με το Ksat, και ο όρος Kp σχετίζεται με το Ksat. O Rawls το 1993 πρότεινε μια σχέση που συνδέει αυτά τα δύο μεγέθη

$$S_p = (2K_{sat}\Delta\theta|\psi_f|)^{1/2} \qquad (4.9)$$

όπου το |ψf| είναι μια τιμή που περιγράφει το εμπρός βρεχόμενο μέτωπο και Δθ=n-θο, είναι η διαφορά της ροφητικής ικανότητας του πορώδους και του αρχικού περιεχομένου υγρασίας. .O Youngs (1964) προτείνει τιμές του Kp που κυμαίνονται από Ksat/3 έως Ksat με την προτιμώμενη τιμή Ksat να είναι λογική για την προσέγγιση Philips και την προσέγγιση Green-Ampt.

4.2 Συσχέτιση με υδατογραφήματα

Το ενδιαφέρον με αυτή την προσέγγιση είναι ότι μπορούμε σχετικά απλά να συσχετίσουμε τις εξισώσεις με δεδομένο υδατογράφημα που περιγράφει την βροχόπτωση σε μια δεδομένη περιοχή . Δεδομένου ενός ρυθμού εισόδου του νερού στην επιφάνεια w, η συσσωρευμένη διήθηση πριν να δημιουργηθούν συνθήκες λιμνάζοντος νερού είναι της μορφής $F = wt$. Λιμνάζον νερό αρχίζει και υπάρχει όταν η διηθητική ικανότητα του εδάφους (που εκφράζεται με το ρυθμό f_c) μειωθεί μέχρι το σημείο που θα εξισωθεί με το ρυθμό εισόδου του νερού (f_c=w).

Θέτοντας όπου fc το w η εξίσωση 4. 9 μας δίνει τη εξίσωση Philips για συνθήκες λιμνάζοντος νερού

$$F_p = \frac{S_p^2(w - K_p/2)}{2(w - K_p)^2} \qquad (4.10)$$

Ο χρόνος όταν προκύψουν αυτές οι συνθήκες δίνεται από την εξίσωση:

$$t_p = F_p/w = \frac{S_p^2(w - K_p/2)}{2w(w - K_p)^2} \qquad (4.11)$$

Σε συνθήκες λιμνάζοντος νερού ο πρέπει να κάνουμε μια αλλαγή στο αρχικό χρονικό σημείο ώστε η συσσωρευμένη διήθηση (F) να μπορεί κάθε φορά να βρεθεί σε αντιστοιχία με με την αρχική διήθηση Fs σε ένα αρχικό χρόνο ts.

Λύνοντας την εξίσωση 4. 8 για έναν χρόνο to παίρνουμε :

$$t_0 = t_s - \frac{1}{4K_p^2}\left(\sqrt{S_p^2 + 4K_pF_S} - S_p\right)^2 \qquad (4.12)$$

Για οποιοδήποτε χρόνο μεγαλύτερο του ts η συσσωρευμένη διήθηση μπορεί να βρεθεί από τον τύπο :

$$F = S_p(t - t_0)^{1/2} + K_p(t - to) \qquad (4.13)$$

4.3 Χρήση της μεθόδου Philips για δεδομένο πρόβλημα.

Σε πολλές πρακτικές εφαρμογές οι παράμετροι του μοντέλου (Sp και Kp) αντιμετωπίζονται ώς εμπειρικές παράμετροι οι οποίοι βρίσκονται είτε με μετρήσεις στο εργαστήριο , είτε με ανάλυση δεδομένων διήθησης είτε συσχετίζοντας δεδομένα βροχόπτωσης απορροής που μπορεί να υπάρχουν στη βιβλιογραφία.

Η εξίσωση 4.8 αναπαριστά την τάση της ικανότητας διήθησης του εδάφους να μειώνεται όσο αυξάνεται το βάθος της (συσσωρευμένης)διήθησης.

Οι συναρτήση fc(F) που παρουσιάστηκε πιο πάνω δίνει τη βάση για να υπολογίσουμε την απορροή σε ένα χρονικό σημείο , δεδομένης μιας χρονοσειράς εισόδου του νερού , έχοντας υπ 'όψιν τις ιδιότητες του εδάφους. Τα δεδομένα παρέχονται διακριτοποιημένα σε σημεία επιτρέποντάς μας να χωρίσουμε το φαινόμενο με βάση τις παραμέτρους του μοντέλου.

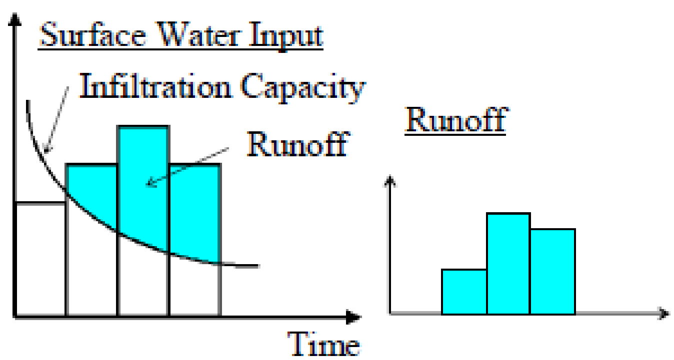
Το πρόβλημα διατυπώνεται ως εξής :

Δεδομένου ενός υετογραφήματος εισόδου του νερού σε μια επιφάνεια καθώς και των παραμέτρων της εξίσωσης διήθησης ,να βρεθεί ο χρόνος που θα αρχίζει να λιμνάζει το νερό, ο ρυθμός διήθησης υπό συνθήκες λιμνάζοντος νερού και η απορροή που θα δημιουργηθεί στην επιφάνεια του εδάφους.

Η διεργασία παρουσιάζεται παρακάτω όπου μπορούμε να διακρίνουμε τη χρήση του μέσου ρυθμού εισόδου του νερού σε κάθε χρονικό τομέα σαν είσοδο στους υπολογισμούς .

Αυτός είναι και ο τυπικός τρόπος που παρουσιάζεται ένα υετογράφημα. Υπάρχει η ευχέρεια να διακριτοποιήσουμε χρονικά σε όσο μικρούς τομείς θέλουμε ανάλογα με την ακρίβεια που ζητάμε κάθε φορά. Η έξοδος είναι η απορροή που δημιουργείται από υπερσυσσώρευση νερού στην επιφάνεια που ξεπερνά τη διηθητική ικανότητα του εδάφους και φαίνεται σε όλους τους τομείς από τη στιγμή που προκύπτει και μετά.

Η διηθητική ικανότητα μειώνεται με το χρόνο λόγω της εξάρτησής της από το βάθος της διήθησης το οποίο λειτουργεί σαν μεταβλητή κατάστασης για τους υπολογισμούς



Εικόνα 4.1: Υετογράφημα και συσχέτιση με ρυθμό διήθησης.

Η παραπάνω εικόνα παρουσιάζει ένα διάγραμμα ροής για τον προσδιορισμό της διήθησης και της απορροής κάτω από συνθήκες εισόδου νερού μεταβλητής έντασης.

Θεωρούμε μια σειρά από χρονικούς τομείς σταθερού μήκους Δt. Ο τομέας 1 ορίζεται ως ο τομέας από t=0 t εώς t=Δt,ο τομέας 2 από t=Δt έως t=2Δt και ούτο καθεξής. Γενικά ο τομέας i ορίζεται από t=(i-1)Δt έως t=iΔt. Η ένταση της εισόδου του επιφανειακού νερού ορίζεται ως w και θεωρείται σταθερή κατά μήκος του τομέα.

Το βάθος της συσσωρευμένης διήθησης σην αρχή του τομέα που αναπαριστά την αρχική κατάσταση ορίζεται ως Ft. Η διηθητική ικανότητα στην αρχή του τομέα προσδιορίζεται από την εξίσωση (4.8) ως fc(Ft).Ο στόχος είναι δεδομένου του βάθος διήθησης στην αρχή του τομέα , να υπολογιστεί η διήθηση ft κατά το χρονικό διάστημα που περιγράφει ο τομέας και κατά συνέπεια το βάθος στο τέλος του τομέα $F_{t+\Delta t.}$ Παράλληλα υπολογίζεται και τυχόν απορροή r που γεννάται κατά το χρονικό διάστημα αυτό .Ο υπολογισμός ξεκινάει με ένα αρχικό βάθος διήθσης Fo στο ξεκίνημα της βροχόπτωση και προχωρά βήμα βήμα καλύπτοντας όλη τη διάρκεια του φαινομένου που περιγράφει το υετογράφημα.

Υπάρχουν τρεις διακριτές περιπτώσεις που πρέπει να ληφθούν υπ' όψη :

(1) υπάρχει λιμνάζον νερό σε όλο το μήκος του τομέα.

(2) δεν υπάρχει καθόλου λιμνάζον νερό κατά μήκος του τομέα.

(3) εμφανίζεται λιμνάζον νερό σε κάποιο σημείο του τομέα

Η διηθητική ικανότητα του εδάφους θα μειώνεται πάντα με το χρόνο άρα όταν εμφανιστεί λιμνάζον νερό θα συνεχίσει να υπάρχει .Περιορισμός αυτής της μεθόδου είναι ότι δεν μπορεί να προκύψει λιμνάζον νερό στο μέσο ενός τομέα. Ωστόσο μπορεί να εμφανιστεί στο τέλος ενός τομέα όταν αλλάξει η ένταση της εισόδου του νερού.

4.4 Ανάπτυξη Κώδικα

4.4.1Μαθηματική ανάπτυξη

Για να καταστρώσουμε ένα μαθηματικό μοντέλο που θα κάνει την παραπάνω διαδικασία χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις του Philips θα χρειαστούμε τις παρακάτω εξισώσεις

1) Για την διηθητική ικανότητα ή ρυθμό διήθησης

$$f_c(F) = K_p + \frac{K_p S_p}{\sqrt{S_p^2+4K_p F}-S_p} \qquad \text{(A)}$$

2)Για τη συσσωρευτική διήθηση σε συνθήκες λιμνάζοντος νερού

$$F_p = \frac{S_p^2(w-K_p/2)}{2(w-K_p)^2} \qquad \text{(B)}$$

3)Για τη διήθηση (μεταβολή του βάθους διήθησης) ενός τομέα

$$F = S_p(t-t_0)^{1/2} + K_p(t-to) \qquad \text{(Γ)}$$

με

$$t_0 = t_s - \frac{1}{4K_p}\left(\sqrt{S_p^2+4K_pF_s}-S_p\right)^2 \qquad \text{(Δ)}$$

Χρειάζεται να βρούμε μια μορφή της εξίσωσης Γ τέτοια ώστε να είναι συνάρτηση του ρυθμού διήθησης για να μπορούμε στο τέλος κάθε τομέα και να υπολογίσουμε την ολική διήθηση (σα συνάρτηση διήθησης του απερχόμενου τομέα) και να κάνουμε τον έλεγχο για συνθήκες λιμνάζοντος νερού στον επόμενο τομέα (βρίσκοντας την ικανότητα διήθησης στον επόμενο τομέα σα συνάρτηση του βάθους διήθησης στο τέλος του απερχόμενου τομέα)

Γνωρίζουμε ότι διήθηση σε ένα τομέα δίνεται από τη σχέση

$$ft = F_{t+\Delta t} - F_t$$

Λύνοντας ως προς

$$F_{t+\Delta t} = ft + F_t \quad \text{(I)}$$

που είναι το βάθος που μας ενδιαφέρει στο τέλος του τομέα και F_t γνωστό από την αρχή του τομέα.

Το ft δίνεται από την εξίσωση (Γ)

Κάνοντας αναγωγή στην εξίσωση (Α) έχουμε:

$$\sqrt{S_p^2 + 4K_pF} - S_p = \frac{K_pS_p}{f_c(F)-K_p} \qquad \text{(E)}$$

Η (Δ) λόγω της (Ε) γίνεται :

$$t_0 = t_s - \frac{1}{4K_p}\left(\frac{K_pS_p}{f_c(F)-K_p}\right)^2 \qquad (\Sigma\text{T})$$

Αντικαθιστώντας στη (Γ) παίρνουμε

$$F = S_p(t - t_s + \frac{1}{4K_p}\left(\frac{K_p S_p}{f_c(F) - K_p}\right)^2)^{1/2} + K_p(t - t_s + \frac{1}{4K_p}\left(\frac{K_p S_p}{f_c(F) - K_p}\right)^2) \quad \text{(E)}$$

Η χρονική στιγμή t_s είναι η στιγμή που ξεκινά η αλλαγή του βάθους διήθησης

Συνεπώς για ένα τομέα $t - t_s = \Delta t$

Ξαναγράφοντας την (Ε) και κάνοντας πράξεις παίρνουμε:

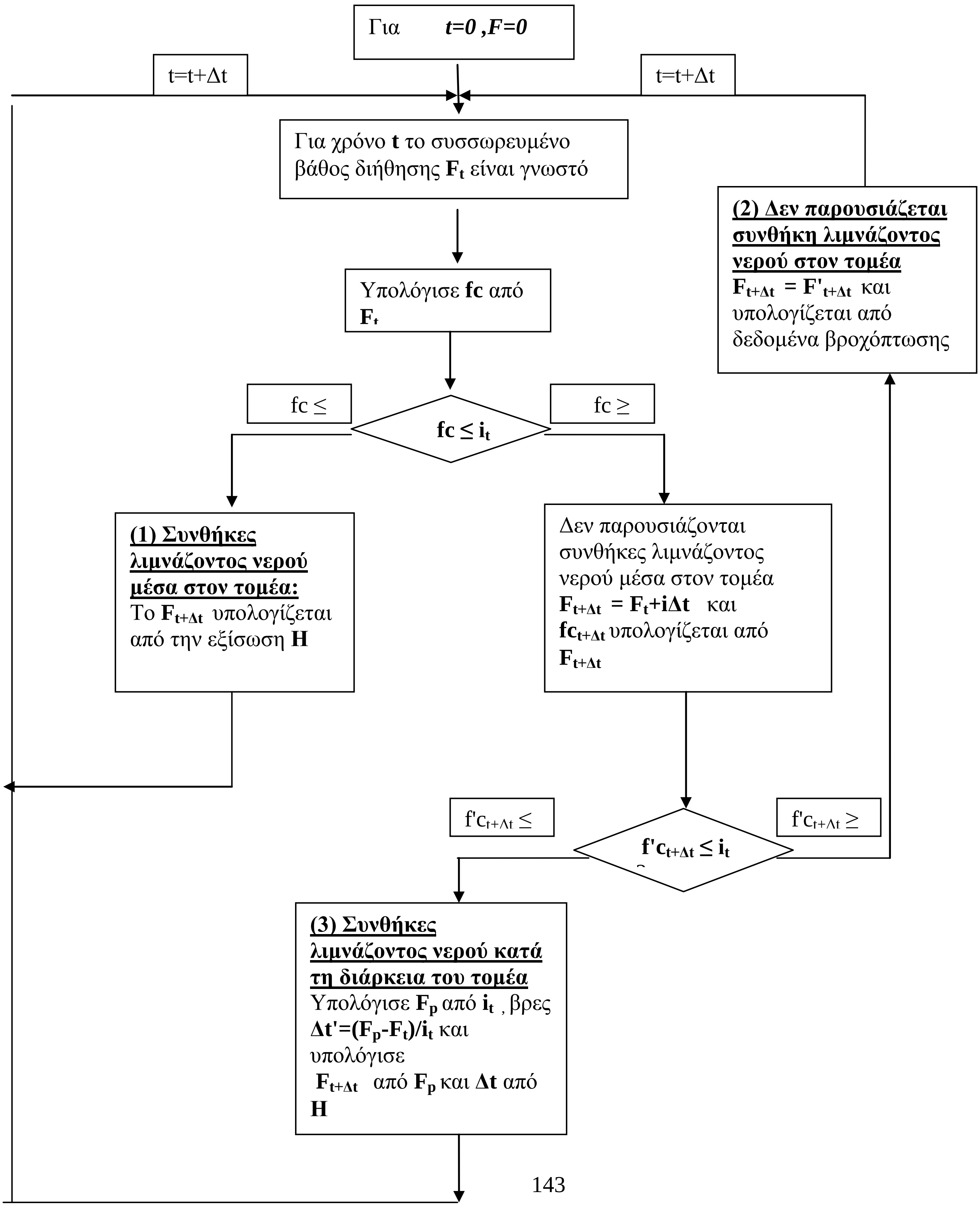
$$F = S_p(\Delta t + \frac{1}{4K_p}\left(\frac{K_p S_p}{f_c(F) - K_p}\right)^2)^{1/2} + K_p \Delta t + \frac{1}{4}\left(\frac{K_p S_p}{f_c(F) - K_p}\right)^2 = ft \quad \text{(Z)}$$

Από τη σχέση (Ι) και λόγω της (Ζ) έχουμε

$$F_{t+\Delta t} = S_p(\Delta t + \frac{1}{4K_p}\left(\frac{K_p S_p}{f_c(F) - K_p}\right)^2)^{1/2} + K_p \Delta t + \frac{1}{4}\left(\frac{K_p S_p}{f_c(F) - K_p}\right)^2 + F_t \quad \text{(H)}$$

Που είναι και η τελική μορφή της εξίσωσης που θα χρησιμοποιήσουμε για να υπολογίσουμε το βάθος διήθησης στην έξοδο του κάθε τομέα.

4.4.2 Διάγραμμα Ροής υπολογισμών



4.4.3 Παρουσίαση Κώδικα

Για να δημιουργήσουμε τον κώδικα χρειάστηκε να ορίσουμε σε γλώσσα προγραμματισμού τις βασικές συναρτήσεις που χρειάζονται για τους βασικούς υπολογισμούς στην είσοδο και την έξοδο του κάθε χρονικού τομέα. Παράλληλα δημιουργήσαμε και κάποιες άλλες συναρτήσεις που βοηθούν στη διαχείριση των δεδομένων εισόδου και στην όσο το δυνατόν καλύτερη εκμετάλλευση των αποτελεσμάτων στην έξοδο.

Πίνακας 4.1 Συμβολισμοί

Σύμβολισμός	**Μεταβλητή**
k	*Kp*
s	*Sp*
F	*F*
ft	*fc*
Fp	*Fp*
tp	*Tp*
i	*w*

Πίνακας 4.2 Εισόδων Εξόδων

Είσοδοι	**Έξοδοι**
k	*F*
s	*ft*
dt	*dF*
t	*dP*
tf	*ie*
P	

4.4.3.1 Συναρτήσεις Βασικών υπολογισμών

1)<u>Υπολογισμός συσσωρευτικής διήθησης ή συσωρευτικού βάθους διήθησης(F).</u>

Η βασική έξίσωση

$$F_{t+\Delta t} = S_p(\Delta t + \frac{1}{4K_p}\left(\frac{K_p S_p}{f_c(F)-K_p}\right)^2)^{1/2} + K_p\Delta t + \frac{1}{4}\left(\frac{K_p S_p}{f_c(F)-K_p}\right)^2 + F_t \quad \text{(H)}$$

μεταφράζεται σε γλώσσα Matlab με τη μορφή μιας συνάρτησης με όνομα CUMUL

```
function Ft=cumul(k,s,t,F,f)
Ft=F+k*t+k*(s^2/(4*(f-k)^2))+s*(t+s^2/(4*(f-k)^2))^0.5;
```

2)<u>Υπολογισμός διηθητικής ικανότητας ή ρυθμού διήθησης(fc)</u>

Η εξίσωση

$$f_c(F) = K_p + \frac{K_p S_p}{\sqrt{S_p^2 + 4K_p F - S_p}} \qquad \text{(A)}$$

μεταφράζεται με τη μορφή της συνάρτησης με το όνομα RATE

```
function ft=rate(k,s,F)
ft=k+s*k/((s^2+4*k*F)^0.5-s);
```

Η οποία υπολογίζει τη διηθητική ικανότητα σε κάθε τομέα σα συνάρτηση του F. Να σημειώσουμε ότι το f είναι ο όρος που χρησιμοποιείται για τους ελέγχους και συγκρίνεται με το i

3)<u>Υπολογισμός Συσσωρευτικής διήθησης σε συνθήκες λιμνάζοντος νερού</u>

Η εξίσωση

$$F_p = \frac{S_p^2(w - K_p/2)}{2(w - K_p)^2} \qquad \text{(B)}$$

μεταφράζεται με τη μορφή της συνάρτησης με το όνομα FPOND

```
function Fp=Fpond(k,s,i)
Fp=((s^2)*(i-k/2))/(2*(i-k)^2);
```

Και υπολογίζει το βάθος διήθησης σε συνθήκες λιμνάζοντος νερού στο τέλος του εκάστοτε τομέα.

4)<u>Υπολογισμός χρόνου σε συνθήκες λιμνάζοντος νερού</u>

Η σχέση

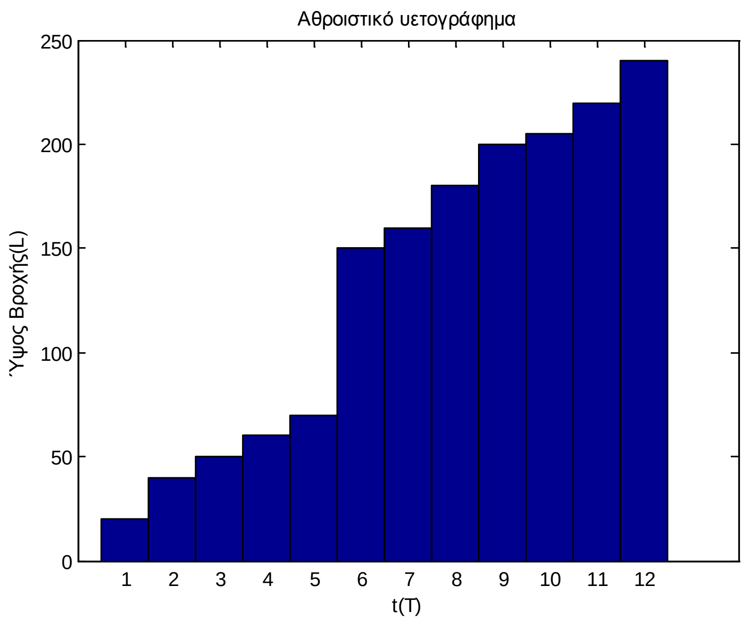
$$t_p = F_p/w$$

μεταφράζεται σαν συνάρτηση με το όνομα TPOND

```
function tp=tpond(Fp,F,i)
tp=(Fp-F)/i;
```

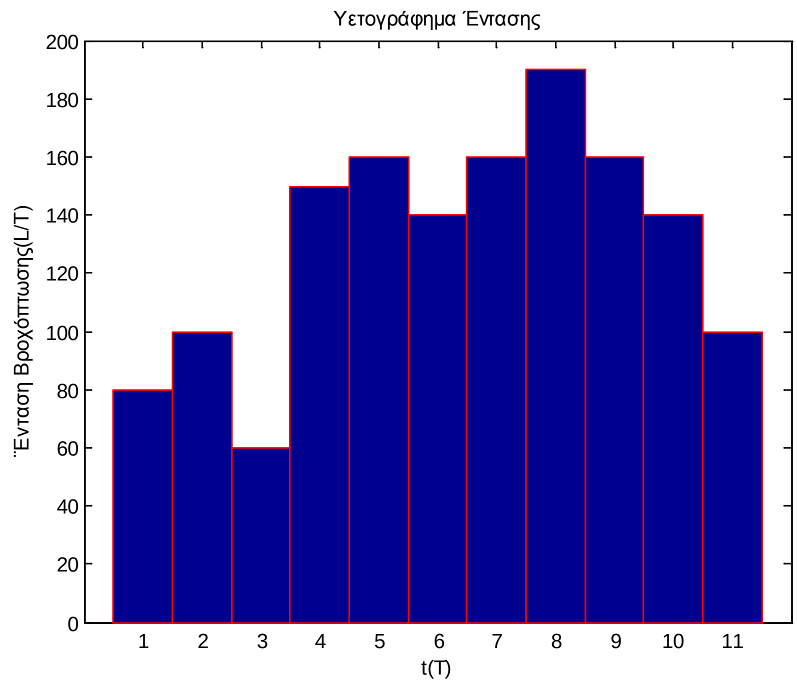
4.4.3.2 Συναρτήσεις διαχείρισης δεδομένων εισόδου

Τα υετογραφήματα μπορούμε να τα συναντήσουμε σε δύο μορφές . Η μία είναι η μορφή του **αθροιστικού -συσσωρευτικού υετογραφήματος** όπου σε κάθε χρονική στιγμή βλέπουμε το ύψος (L) του νερού που έχει συγκεντρωθεί από την αρχή του φαινομένου μέχρι και εκείνη τη στιγμή σε μια μορφή τέτοιου είδους



Εικόνα 4.2:Παράδειγμα αθροιστικού υετογραφήματος

Η δεύτερη μορφή είναι το υετογράφημα **έντασης της βροχόπτωσης** , που μας δίνει το ρυθμό που πέφτει το νερό στο έδαφος σε κάθε χρονικό τομέα ξεχωριστά συνήθως είναι στη μορφή:



Εικόνα 4.2 Παράδειγμα υετογραφήματος έντασης

Εάν τα δεδομένα μας είναι στη δεύτερη μορφή τότε έχουμε για κάθε τομέα την ένταση i συνεπώς μπορούμε να προχωρήσουμε στους βασικούς υπολογισμούς.Εάν όμως είναι στην αθροιστική μορφή τότε πρέπει να υπολογίσουμε εμείς την ένταση και αυτό το κάνουμε ως εξής:

Δημιουργούμε συνάρτηση με όνομα DEPTH

```
function Pd=depth(P)
n=length(P);
Pd(1)=0;
for j=2:1:n
   Pd(j)=P(j)-P(j-1);
end
```

Η οποία παίρνει ώς είσοδο το διάνυσμα που περιέχει αθροιστικά τις τιμές για το ύψος της βροχόπτωσης και υπολογίζει από πίσω προς τα μπρός τη μεταβολή που είχε το ύψος από τον ένα τομέα στον επόμενο. Παράλληλα η διαφορά `P(j)-P(j-1)` αν διαιρεθεί με το χρονικό βήμα dt (μήκος του κάθε τομέα) θα μας δώσει τη μέση ένταση της βροχής για κάθε χρονικό τομέα (L/T) που δεν είναι άλλη από το. Για αυτό το λόγο δημιουργήσαμε τη συνάρτηση INTENSITY

```
function i=intensity(t,P)
n=length(P);
i(n)=0;
for j=1:1:n-1
   i(j)=(P(j+1)-P(j))/t;
end
```

που κάνει ακριβώς αυτό.

Με αυτό το τρόπο μπορούμε να μεταβούμε από το αθροιστικό υετογράφημα σε ένα που μας δίνει την ένταση της βροχόπτωσης σε κάθε τομέα (i) έτσι ώστε να μπορούμε να συνεχίσουμε τους υπολογισμούς

4.4.3.3 Συναρτήσεις διαχείρισης αποτελεσμάτων

Η συνάρτηση DEPTH αν χρησιμοποιηθεί με είσοδο το F αντί του P θα μας υπολογίσει τη μεταβολή του βάθους της διήθησης απο τον ένα χρονικό τομέα στον επόμενο (dF)

Η διαφορά Pe=dP -dF ανάλογα με το αν είναι θετική ή αρνητική θα μας δίνει πληροφορία σχετικά με τη σχέση ύψους βροχής P και βάθους διήθησης F κατά τη μεταβολή. Πιο συγκεκριμένα εάν είναι θετικό σημαίνει ότι έχουμε συνθήκες λιμνάζοντος νερού καθώς το ύψος του νερού που εισήλθε και ξεπέρασε τη μεταβολή του βάθους της διήθησης δεν διηθήθηκε .

Αν διαιρέσουμε τη διαφορά αυτή με το χρονικό βήμα dt τότε βλέπουμε το πόσο η ένταση της βροχής έχει ξεπεράσει η ένταση της διήθησης και αυτό κάνουμε με τη συνάρτηση EXINTENSITY

```
function ie=exintensity(dt,Pe)
n=length(Pe);
ie(n)=0;
for j=1:1:n-1
   ie(j)=Pe(j+1)/dt;
  end
```

4.4.3.3 Κώδικας βασικών υπολογισμών

Για δεδομένο λοιπόν διάνυσμα dP υπολογισμένο από τη συνάρτηση DEPTH ο παρακάτω κώδικας αναπαριστά τη διαδικασίαπου περιγράφει το διάγραμμα ροής που παρουσιάσαμε πιο πάνω.

```
f=zeros(1,n);
F=zeros(1,n);
f(1)=inf;
for j=2:1:n
    if f(j-1)>i(j-1)
        dF(j)=dP(j);
        Fx(j)=dF(j)+F(j-1);
        fx(j)=rate(k,s,F(j));
        if fx(j)>i(j-1)
            F(j)=Fx(j);
            f(j)=rate(k,s,F(j));
        else Fp=Fpond(k,s,i(j-1));
            tp=tpond(Fp,F(j-1),i(j-1));
            tx=dt-tp;
            F(j)=cumul(k,s,dt,F(j-1),f(j-1));
            f(j)=rate(k,s,F(j));
        end
    else
        F(j)= cumul(k,s,dt,F(j-1),f(j-1));
        f(j)=rate(k,s,F(j));
    end

    end
```

4.4.3.4 Τελικός κώδικας

```
k=input('Δώσε K σε L/T: \n\n');
s=input('Δώσε S se L/T^1/2: \n\n');
dt=input('Δώσε τη διάρκεια του βήματος (σταθερή τιμή): \n\n');
tf=input ('Δώσε χρόνο για τελευταίο διάβασμα : \n\n');
t=0:dt:tf;
n=length(t)
a=input('Δώσε (1)για συσσωρευτική βροχόπτωση και (2) για ρυθμό: \n\n');
while a~=1 && a~=2
    a=input('Δώσε (1)για συσσωρευτική βροχόπτωση και (2) για ρυθμό: \n\n');
end
if a==1
    P=input ('Δώσε συσσωρευτική βροχόπτωση σε μορφή οριζόντιου διανύσματος: \n\n');
    while length(P)~=n
        P=input('Τα δεδομένα δεν συμβαδίζουν με τους χρόνους.\nΔώσε συσσωρευτική
βροχόπτωση σε μορφή οριζόντιου διανύσματος: \n\n');
    end
    dP=depth(P)
    i=intensity(dt,P)
end
if a==2
    i=input('Δώσε δεδομένα ρυθμού βροχόπτωσης σε μορφή οριζόνταιου διανύσματος:
\n\n');
    while length(i)~=(n-1)
        i=input ('Δώσε δεδομένα ρυθμού βροχόπτωσης σε μορφή οριζόνταιου διανύσματος:
\n\n');
    end
    i(n)=0
    dP=i/dt ;
end
f=zeros(1,n);
F=zeros(1,n);
f(1)=inf;
for j=2:1:n
    if f(j-1)>i(j-1)
        dF(j)=dP(j);
        Fx(j)=dF(j)+F(j-1);
        fx(j)=rate(k,s,F(j));
        if fx(j)>i(j-1)
            F(j)=Fx(j);
            f(j)=rate(k,s,F(j));
        else Fp=Fpond(k,s,i(j-1));
            tp=tpond(Fp,F(j-1),i(j-1));
            tx=dt-tp;
            F(j)=cumul(k,s,dt,F(j-1),f(j-1));
            f(j)=rate(k,s,F(j));
        end
    else
        F(j)= cumul(k,s,dt,F(j-1),f(j-1));
        f(j)=rate(k,s,F(j));
    end

    end
    f
    F
    df=depth(F)
    dPe=dP-dF;
    ie=exintensity (dt,dPe)
```

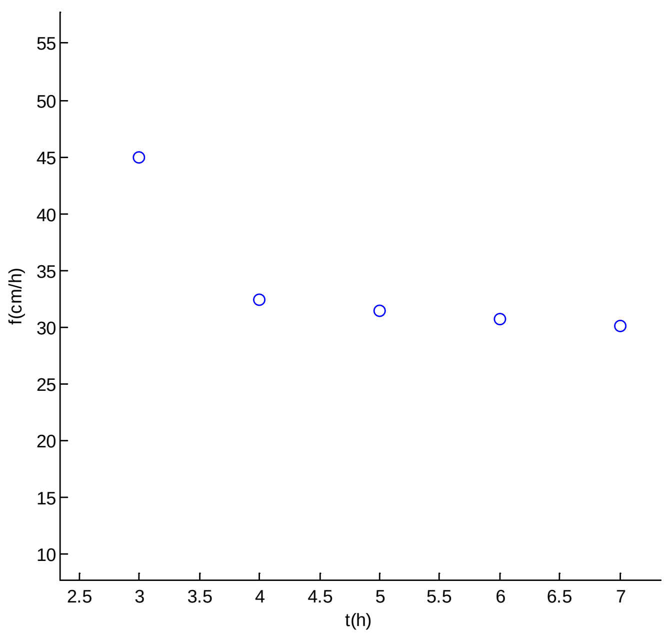
4.4.3.5 Δοκιμή Κώδικα

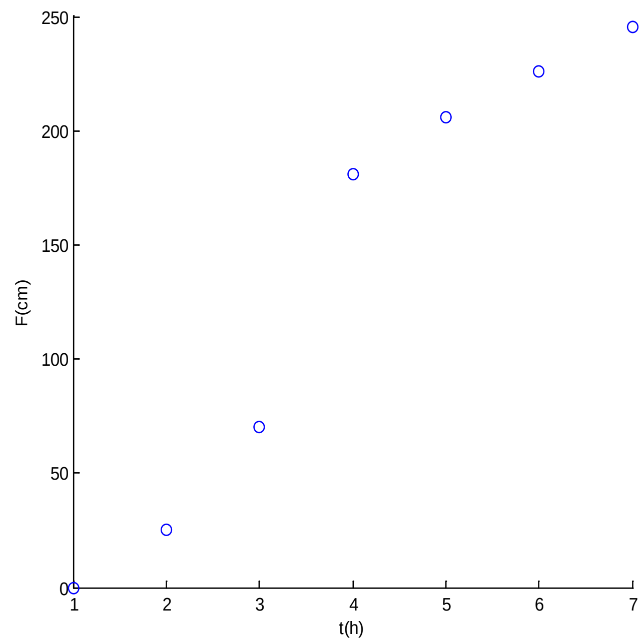
Για την είσοδο τυχαίου αθροιστικού υδατογραφήματος θα είχαμε την παρακάτω οθόνη:

```
Δώσε K σε L/T: 20

Δώσε S se L/T^1/2: 50

Δώσε τη διάρκεια του βήματος (σταθερή τιμή): 1

Δώσε χρόνο για τελευταίο διάβασμα : 6

n =

7

Δώσε (1)για συσσωρευτική βροχόπτωση και (2) για ρυθμό: 1

Δώσε συσσωρευτική βροχόπτωση σε μορφή οριζόντιου διανύσματος:

[0 25 70 115 140 160 180]

dP =

 0    25    45    45    25    20    20

i =

  25    45    45    25    20    20     0

f =

   Inf   78.5410   45.0000   32.4660   31.4046   30.7093   30.1162

F =



  0   25.0000   70.0000  180.7107  205.7107  225.7107  245.7107

df =

   0   25.0000   45.0000  110.7107   25.0000   20.0000   20.0000

ie =
```

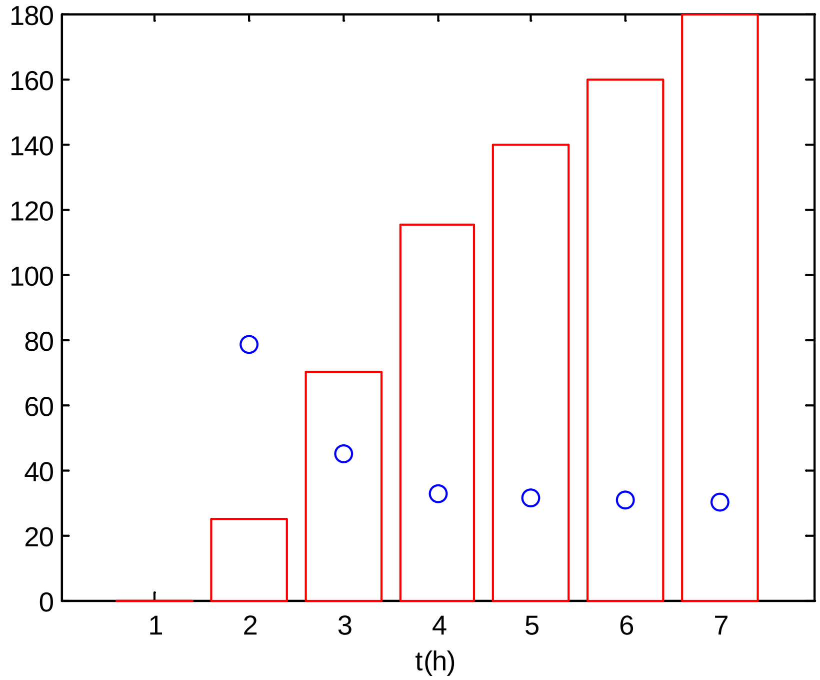
0 0 43 0 0 0 0

Χρησιμοποιώντας τις αντίστοιχες εντολές δημιουργίας γραφημάτων μπορούμε να πάρουμε τις εξής εξόδους:





Γραφήματα 10-11:Διαγράμματα ρυθμού διήθησης(αριστερά) και βάθους διήθησης (δεξιά για τυχαία είσοδο)



Γράφημα 12: Σύγκριση ρυθμού διήθησης με αθροιστικό ύψος βροχόπτωσης

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΔΙΗΘΗΣΗΣ ΜΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΕΙΣΟΔΟΥ

5.1 Δεδομένα-Εκτίμηση υδραυλικής αγωγιμότητας και διηθητικής ικανότητας του εδάφους

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν σε αυτή την ενότητα είναι μετρήσεις βροχόπτωσης που παραχωρήθηκαν από το Εργαστήριο Ατμοσφαιρικών Αιωρούμενων Σωματιδίων, που λειτουργεί υπό την ευθύνη του Καθηγητή Μιχάλη Λαζαρίδη . Οι μετρήσεις έγιναν και παραχωρήθηκαν από τον Ερευνητή κο .Ευάγγελο Γλυτσό που είναι ο υπεύθυνος λειτουργίας του Μετεωρολογικού κλωβού που είναι εγκατεστημένος στο Πολυτεχνείο Κρήτης .Αφορούν την περιοχή που οριοθετείται από τις εγκαταστάσεις του Πολυτεχνείου Κρήτης στο Ακρωτήρι των Χανιών. Είναι η καταγραφή της συνεχόμενης παρακολούθησης ανά δέκα λεπτά της βροχόπτωσης τη χρονική περίοδο από 1/1/2010 έως 31/12/2010. Η τιμή της βροχόπτωσης καταγράφηκε τόσο με τη μορφή ύψους βροχόπτωσης mm όσο και με τη μορφή της έντασης της βροχόπτωσης.

Η κορεσμένη υδραυλική αγωγιμότητα εκτιμήθηκε με τη βοήθεια του Καθηγητή του τμήματος ορυκτών πόρων Εμμανουήλ Στειακάκη , ο οποίος έχει εκπονήσει πολλές γεωλογικές μελέτες στην εν λόγω περιοχή. Μια ασφαλής τιμή της υδραυλικής αγωγιμότητας για την περιοχή είναι η τιμή **$K = 10^{-6}$ m/s $=3{,}6*10^{-5}$cm/h**

Γνωρίζουμε ότι στην περιοχή του Ακρωτηρίου επικρατούν καρστικοί γεωλογικοί σχηματισμοί στην επιφάνεια κάτι που δικαιολογεί την τόσο μικρή υδραυλική αγωγιμότητα.

Οι τιμές στην βιβλιογραφία για τη διηθητική ικανότητα ομογενών καρστικών πετρωμάτων καλυμένων από βλάστηση είναι μεταξύ 10 και 14 mm/h$^{1/}$2.Η τιμή που επιλέγεται για την προσομοίωση είναι **S=1.2 cm/h$^{1/2}$**

5.2 Επιλογή δεδομένων

Σκοπός της προσομοίωσης είναι η δοκιμή του μοντέλου για πραγματικές συνθήκες βροχόπτωσης. Για να γίνει αυτό επιλέχθηκαν τρία χαρακτηριστικά περιστατικά βροχόπτωσης με κριτήριο τη διάρκεια της βροχόπτωσης, τη μέση ένταση και την διακύμανση της έντασης.

Πιο συγκεκριμένα επιλέχθηκαν :

Περιστατικό Βροχόπτωσης 16/1/2010

Χρόνος(h)	**Ένταση βροχόπτωσης(cm/h)**
0	0
0.16	1.38
0.32	1.02
0.48	12.38
0.64	11.88
0.8	14.04
0.96	14.04
1.12	3.78

Μέση Ένταση : 7.315 cm/h

Διακύμανση Έντασης

Διαφορά Μέσης από Ελάχιστης : 6,235 cm/h

Διαφορά Μέσης από Μέγιστη : 6,69 cm/h

Διάρκεια: 1.12 h

Σκοπός: Αυτή η ομάδα δεδομένων επιλέχθηκε για να προσομοιάσουμε τη διεργασία της διήθησης σε συνθήκες μεγάλης έντασης και μεταβλητότητας. Λόγω της μικρής υδραυλικής αγωγιμότητας στην περιοχή περιμένουμε πολύ μικρές τιμές της διηθητικής ικανότητας (f) του εδάφους κάτι που θα ενταθεί με τη μεγάλη αρχική τιμή του F. Ωστόσο λόγω του πολύ μεγάλου υδατικού περιεχομένου που δημιουργεί η βροχόπτωση μεγάλης έντασης περιμένουμε ένα σχετικά μεγάλο βάθος διήθησης του νερού.

Περιστατικό βροχόπτωσης 21/1/2010

t(h)	Ένταση βροχόπτωσης(cm/h)
0	0
0.16	0.48
0.32	0.48
0.48	0.36
0.64	0.38
0.8	0.38
0.96	0.48
1.12	0.52
1.28	0.52
1.44	0.48

Μέση τιμή Έντασης : 0.408 cm/h

Διακύμανση

Διαφορά Μέσης από ελάχιστη τιμή : 0.048

Διαφορά Μέσης από μέγιστη τιμή: 0,04

Διάρκεια :1.44 h

Σκοπός: Αυτή η ομάδα δεδομένων επιλέχθηκε για να προσεγγιστεί το σύστημα σε συνθήκες μέσης (για την περιοχή) έντασης και μικρής διακύμανσης της έντασης της βροχόπτωσης. Η διάρκεια του φαινομένου είναι μεγαλύτερη από την περίπτωση της βροχόπτωσης στις 16/01/2010 κάτι που αναμένεται να επιρρεάσει το βάθος της διήθησης . Επίσης λόγω μικρότερου αρχικού υδατικού φορτίου και μικρότερης διακύμανσης αναμένεται να υπολογίσουμε μεγαλύτερη τη διηθητική ικανότητα του εδάφους .

Περιστατικό Βροχόπτωσης 21/01/2010

t(h)	Ένταση βροχόπτωσης (cm/h)
0	0
0.16	0.18
0.32	0.12
0.48	0.12
0.64	0.16
0.8	0.16
0.96	0.08
1.12	0.08
1.28	0.12
1.44	0.12
1.6	0.08

Μέση Ένταση: 0.11 cm/h

Διακύμανση

Διαφορά Μέσης από ελάχιστη τιμή : 0,03 cm/h

Διαφορά Μέσης από μέγιστη τιμή :0,06 cm/h

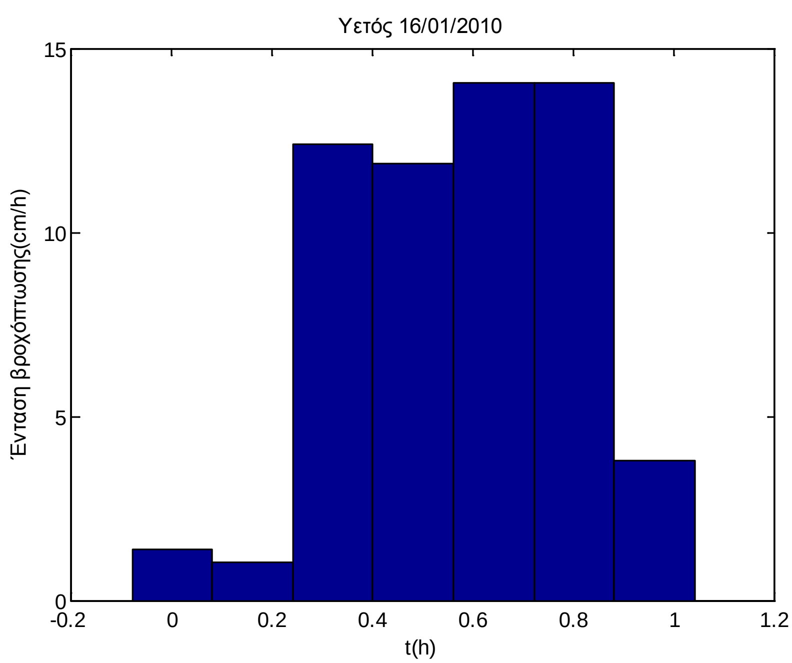
Διάρκεια:1.6h

Σκοπός: Αυτή η ομάδα δεδομένων επιλέχθηκε με σκοπό να γίνει προσομοίωση της συμπεριφοράς του συστήματος σε πολύ ομαλές συνθήκες μικρής έντασης. Αναμένεται μεγάλη διηθητική (σχετικά) ικανότητα λόγω του μικρού αρχικού υδατικού φορτίου. Ωστόσο αναμένεται πολύ μικρό βάθος διήθησης

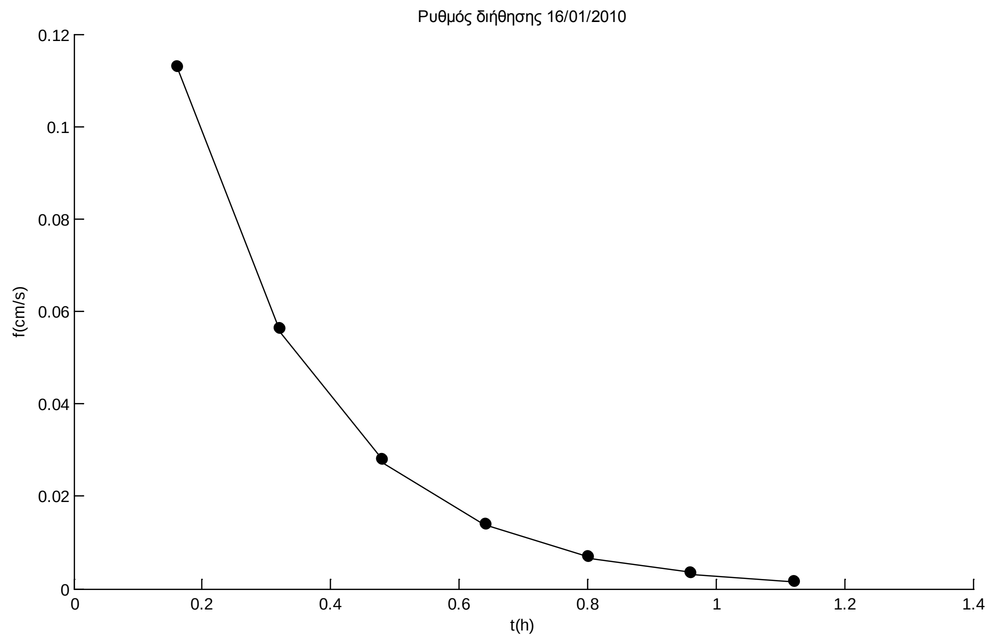
5.4 Παράθεση αποτελεσμάτων

5.4.1 Παράθεση αποτελεσμάτων 16/01/2010

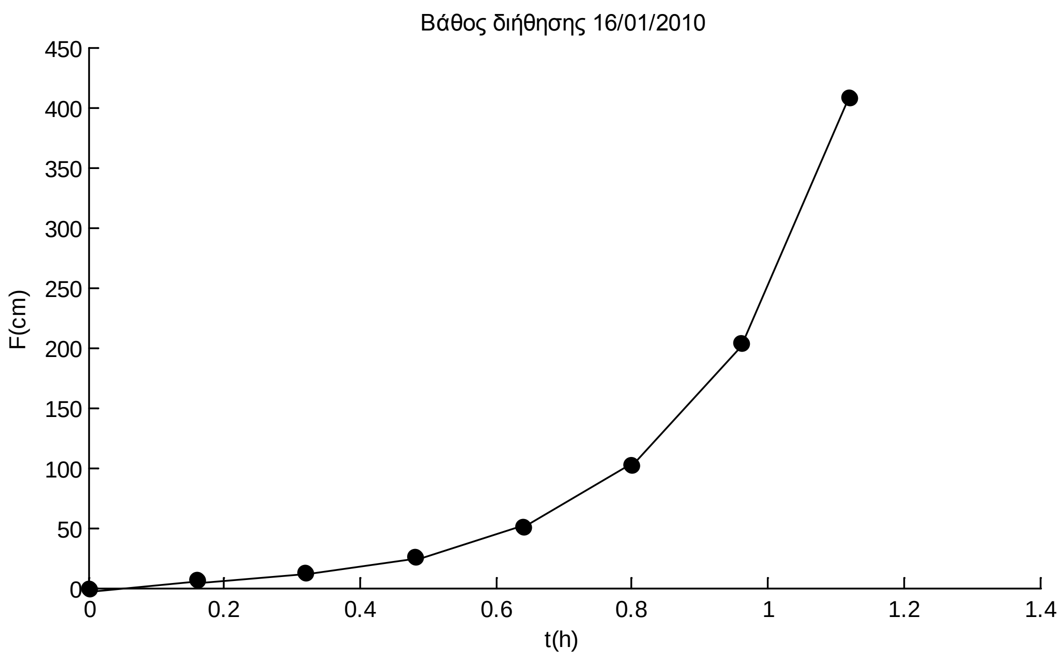
t(h)	i(cm/h)	f(cm/h)	F(cm)	ie(cm/h)
0	0	inf	0	0
0.16	1.38	0.113	6.375	0.4436
0.32	1.02	0.0534	12.7681	0.3842
0.48	12.38	0.0282	25.5451	0.3888
0.64	11.88	0.0141	51.0948	0.2291
0.8	14.04	0.0071	102.1918	-0.491
0.96	14.04	0.0036	204.3848	-1.2774
1.12	3.78	0.0018	408.7702	0



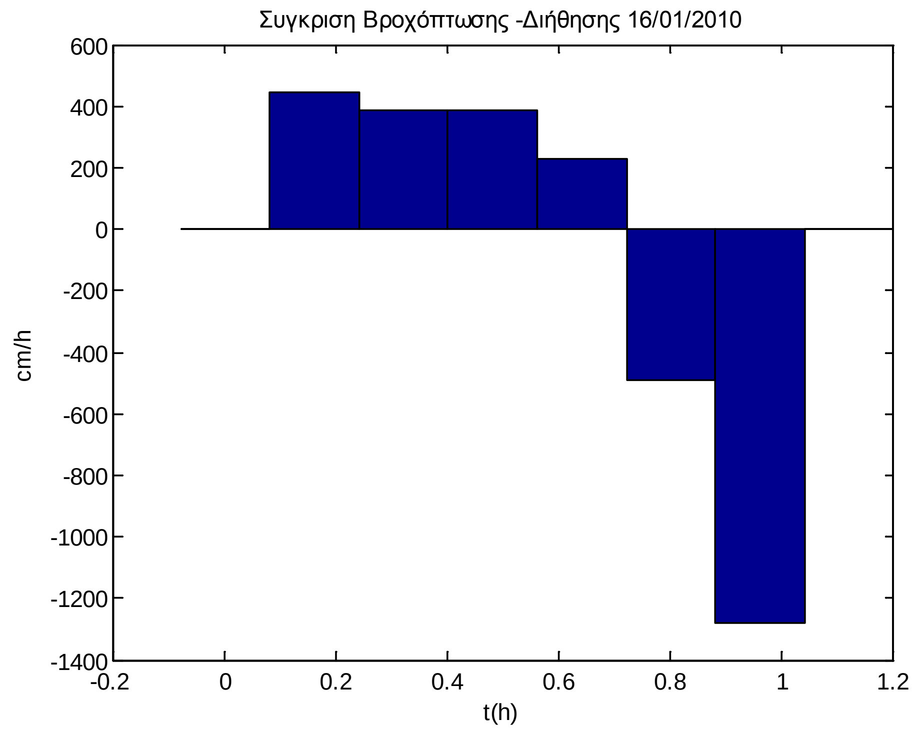
Γράφημα 13:Υετός 16/01/2010



Γράφημα 14 :Ρυθμός διήθησης 16/01/2010



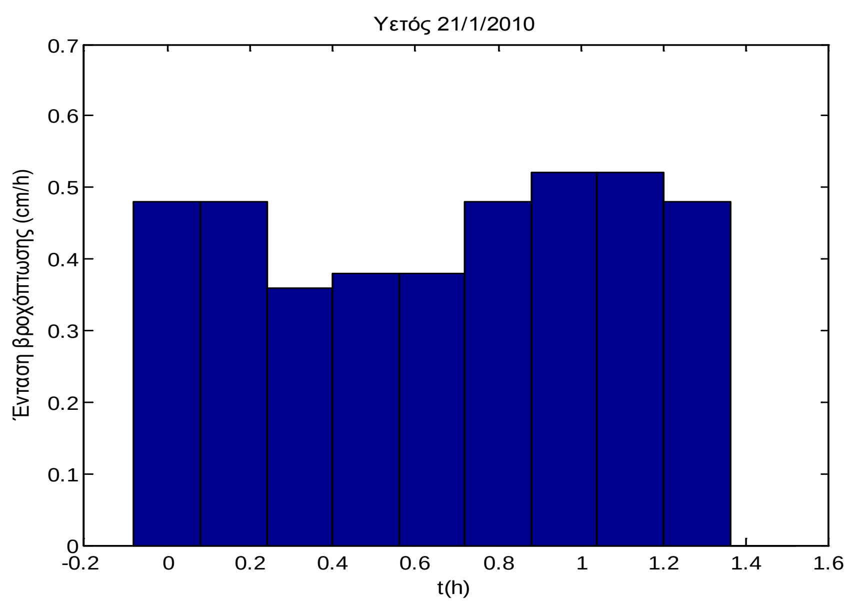
Γράφημα 15:Βάθος διήθησης 16/01/2010



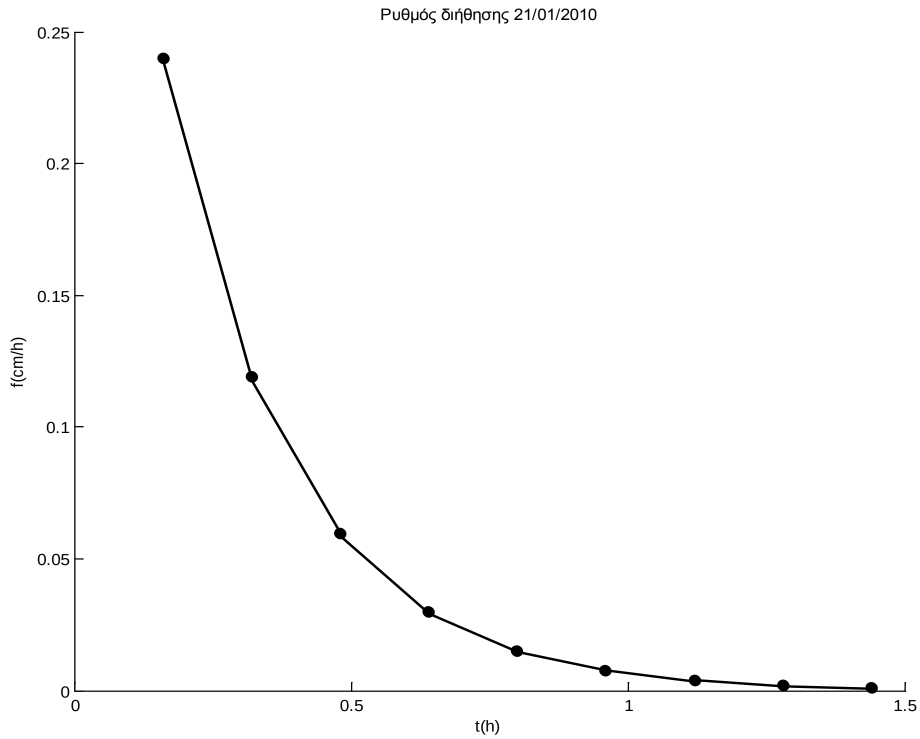
Γράφημα 16: Σύγκριση βροχόπτωσης -Διήθησης 16/01/2010

5.4.3 Παράθεση αποτελεσμάτων 21/01/2010

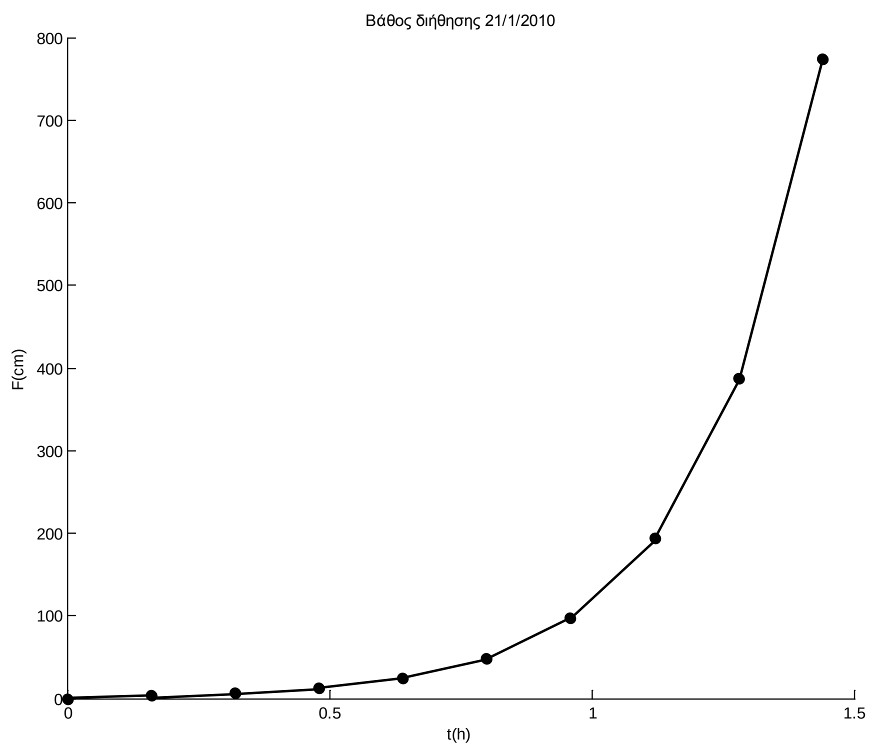
t(h)	i(cm/h)	f(cm/h)	F(cm/h)	ie
0	0	inf	0	0
0.16	0.48	0.2401	3	-4.9
0.32	0.48	0.1193	6.0382	-23
0.48	0.36	0.0596	12.0954	-60.8
0.64	0.38	0.0298	24.2003	-132.5
0.8	0.38	0.0149	48.4054	-282.2
0.96	0.48	0.0075	96.8132	-584.8
1.12	0.52	0.038	193.6275	-1.1914
1.28	0.52	0.0019	387.2556	-2.4203
1.44	0.48	0.001	774.5515	0



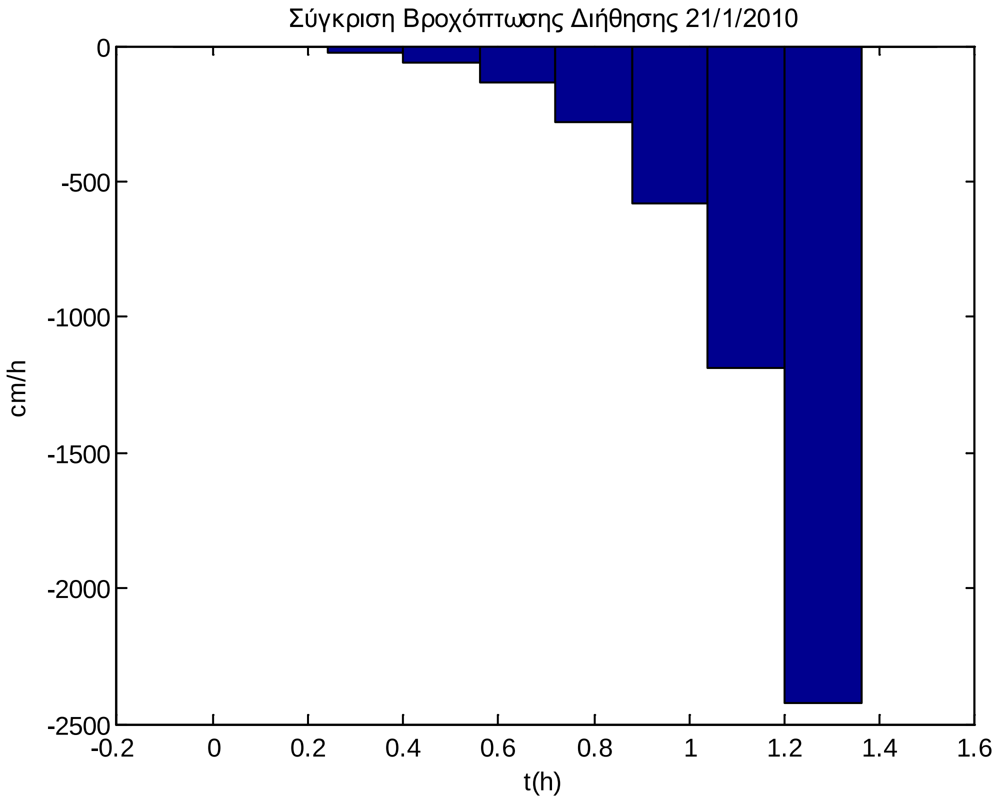
Γράφημα 17: Υετός 21/02/2010



Γράφημα 18: Ρυθμός διήθησης 21/02/2010



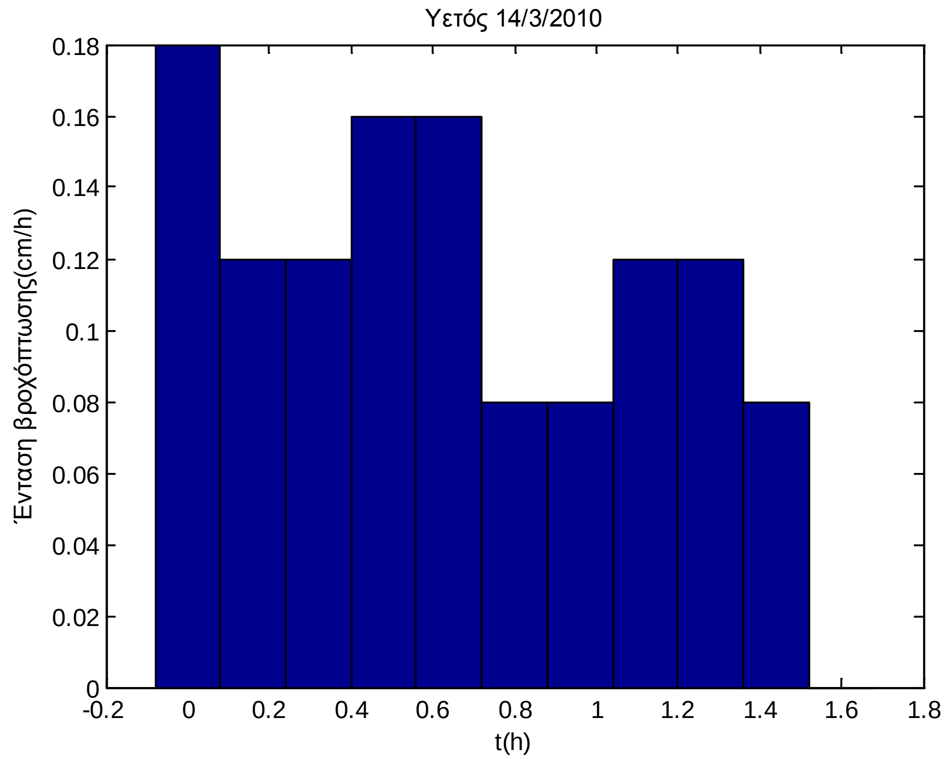
Γράφημα 19: Βάθος διήθησης 21/02/2010



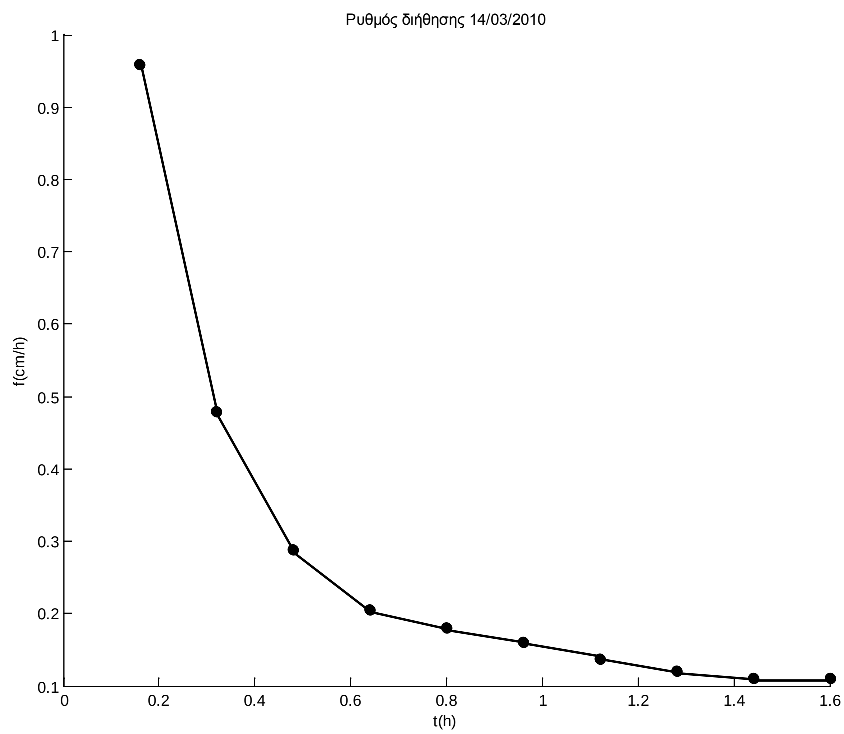
Γράφημα 20: Σύγκριση βροχόπτωσης διήθησης 21/01/2010

5.4.4 Παράθεση αποτελεσμάτων 14/03/2010

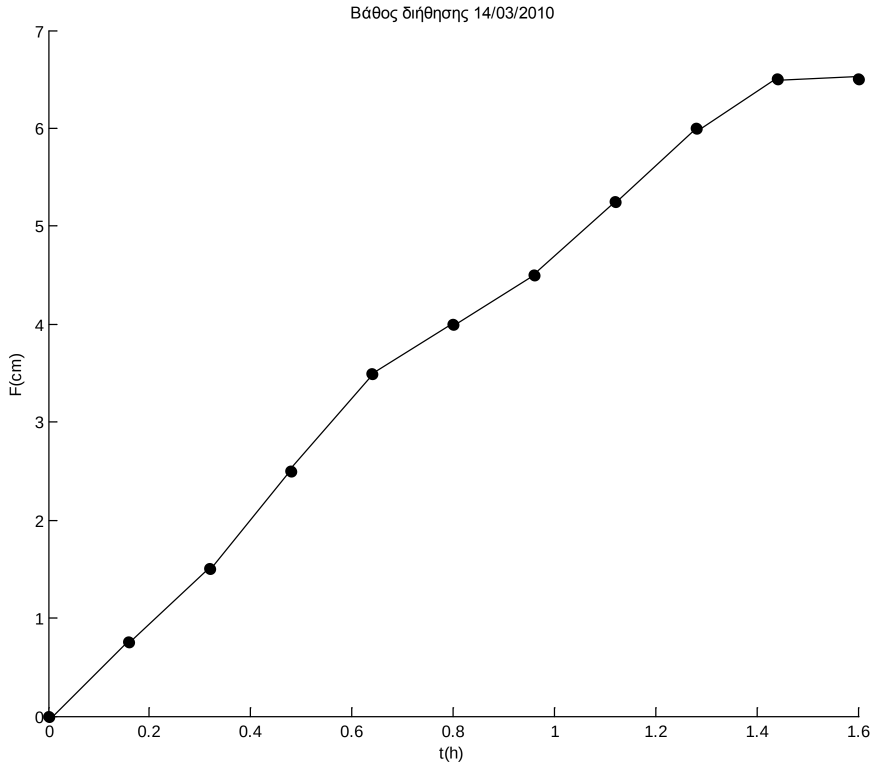
t(h)	i(cm/h)	f(cm/h)	F(cm)	ie
0	0	inf	0	0
0.16	0.18	0.9601	0.75	0
0.32	0.12	0.4801	1.5	0
0.48	0.12	0.2881	2.5	0
0.64	0.16	0.2058	3.5	0
0.8	0.16	0.1801	4	0
0.96	0.08	0.1601	4.5	0
1.12	0.08	0.1372	5.25	0
1.28	0.12	0.1201	6	0
1.44	0.12	0.118	6.5	0
1.6	0.08	0.118	6.5	0



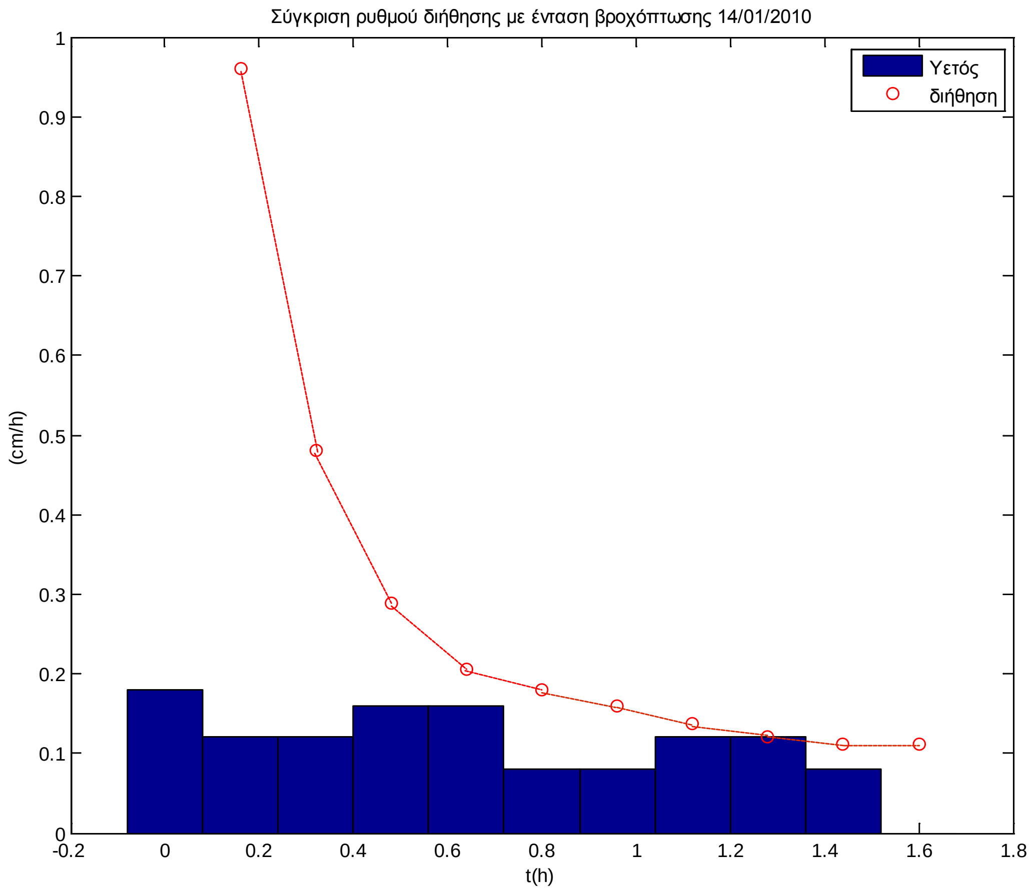
Γράφημα 21:Υετός 14/03/2010



Γράφημα 22:Ρυθμός διήθησης 14/03/2010



Γράφημα 23:Βάθος διήθησης 14/03/2010



Γράφημα 24:Σύγκριση Ρυθμού Διήθησης με ένταση βροχόπτωσης 14/01/2010

5.5 Σύγκριση αποτελεσμάτων-Συμπεράσματα

Από τα παραπάνω αποτελέσματα μπορούμε να εξάγουμε κάποια συμπεράσματα για τα βασικά μεγέθη που είναι οι έξοδοι του μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε.

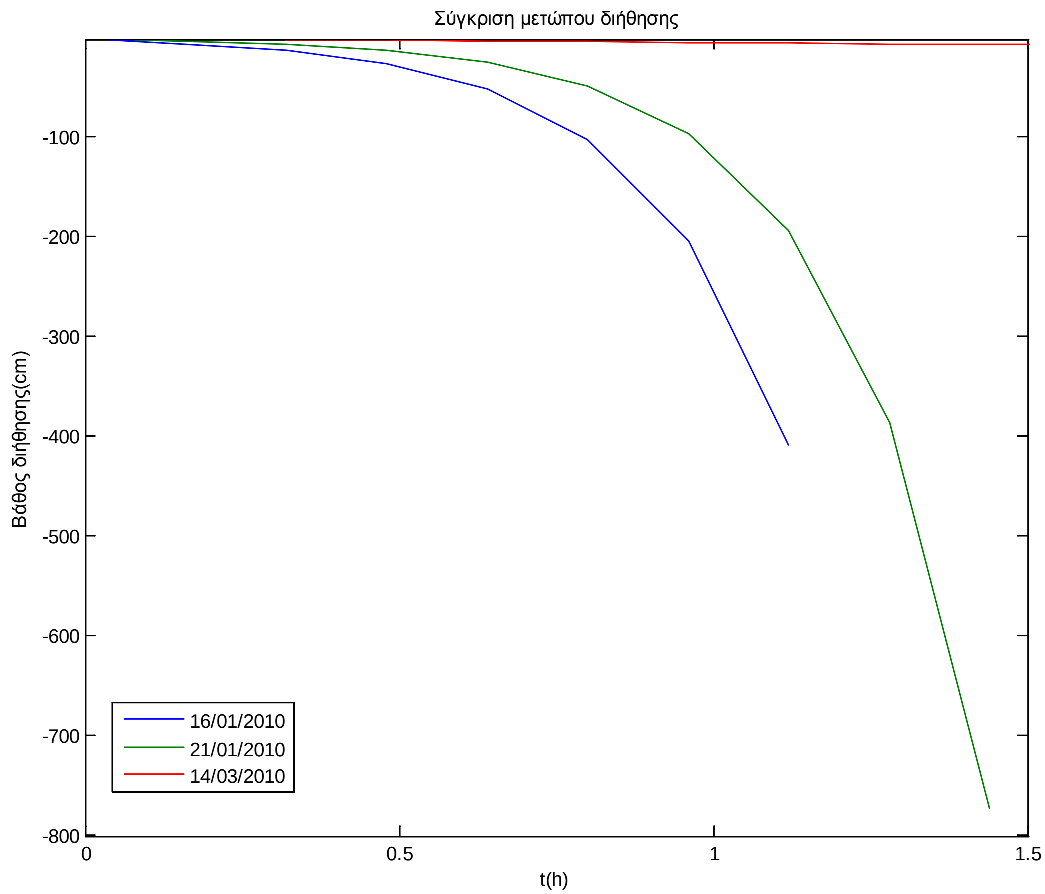
Ο ρυθμός διήθησης (f) εξαρτάται άμεσα από τα υδραυλικά χαρακτηριστικά της ακόρεστης ζώνης και από την ομαλότητα της εφαρμογής του νερού στην επιφάνεια. Στην περίπτωση της 16/01/2010 το φαινόμενο ήταν πολύ έντονο και ασταθές αναγκάζοντας τη διηθητική ικανότητα του εδάφους σταθεροποιείται σε πάρα πολύ μικρές τιμές τείνοντας στο 0 προς το πέρας του φαινομένου. Η μέγιστη τιμή του ρυθμού είναι κάτω από 0.12 cm/h και παρατηρείται στην αρχή του φαινομένου όπως περιγράφεται στη σχετική βιβλιογραφία. Επίσης η μορφή του διαγράμματος τείνει στην πρότυπη μορφή που παρουσιάζει ο ρυθμός διήθησης στα απλά μοντέλα που παρουσιάσαμε στο κεφάλαιο 3 κάτι που σημαίνει ότι ακόμα και αν είναι μεταβλητή η είσοδος του νερού στην επιφάνεια ο ρυθμός εξαρτάται από την κατάσταση του εδάφους κυρίως.

Στην περίπτωση της 21/01/2010 το φαινόμενο ήταν πολύ πιο ομαλό κάτι που οδήγησε σε καλύτερη συμπεριφορά του εδάφους σε σχέση με τη διήθηση του νερού. Η μεγαλύτερη διάρκεια του φαινομένου μας αφήνει να δούμε πιο καλά την τάση του ρυθμού να μηδενιστεί ωστόσο ο μέγιστος ρυθμός στην αρχή του φαινομένου είναι μεγαλύτερος από την προηγούμενη περίπτωση και αγγίζει τα 0.24 cm/h . Αυτό συνδέεται με το μικρότερο υδατικό φορτίο και με τη μικρή μεταβλητότητα.

Στην περίπτωση της 14/03/2010 ο ρυθμός που μπορεί να διηθηθεί το νερό είναι πολύ μεγαλύτερο και φτάνει στ 0.98 cm/h. Το πολύ μικρό υδατικό φορτίο οδηγεί στο να μη σχηματιστούν συνθήκες λιμνάζοντος νερού και αυτό συνεπάγεται ότι δεν παρατηρείται φαινόμενο απορροής όπως φαίνεται στο γράφημα 24. Το ότι ο ρυθμός είναι μεγάλος δε σημαίνει ότι είναι και μεγάλη η διήθηση κάτι που θα εξηγήσουμε και με την ανάλυση του βάθους που ακολουθεί.

Συμπερασματικά λοιπόν τα εδάφη μικρής υδραυλικής αγωγιμότητας ευνοούνται από την ομαλή εφαρμογή του νερού στην επιφάνεια σε ότι αφορά την ικανότητά τους να διηθήσουν το εφαρμοσμένο φορτίο.

Το **βάθος διήθησης** φαίνεται να εξαρτάται κυρίως από το υδατικό φορτίο που εφαρμόζεται στην επιφάνεια. Στην περίπτωση της 16/01/2010 το νερό φτάνει σε βάθος που αγγίζει τα 4.5 m παρά τη μικρή τιμή του ρυθμού διήθησης. Η ομαλότερη εφαρμογή του νερού στην περίπτωση της 21/01/2010 ωστόσο ευνοεί την αύξηση του μετώπου που φτάνει σε αυτή την περίπτωση τα 8m . Η τιμή αυτή είναι πιο πιθανή για εδάφη με μεγαλύτερη υδραυλική αγωγιμότητα ωστόσο είναι ενδεικτικό του τι αποτέλεσμα μπορούν να φέρουν οι ομαλές συνθήκες εφαρμογής του νερού στην επιφάνεια ακόμη και σε μέσα υδατικά φορτία. Στην περίπτωση της 14/03/2010 φαίνεται ξεκάθαρα η εξάρτηση του βάθους από το φορτίο που εφαρμόζεται καθώς λόγω της πολύ μικρής έντασης το βάθος δεν ξεπερνά τα 7cm. Αν και το έδαφος παρουσιάζει την υψηλότερη τιμή της διηθητικής ικανότητας είναι φανερό ότι δεν παρέχεται αρκετό νερό για προχωρήσει το μέτωπο. Όλα τα παραπάνω φαίνονται και στη σύγκριση που ακολουθεί:



Γράφημα 25:Σύγκριση μετώπου διήθησης.

Ο **δείκτης σύγκρισης ie** ακολουθεί το φαινόμενο όπως περιγράφεται από τα παραπάνω μεγέθη. Στην περίπτωση της 16/01/2010 παρατηρείται συνεχής απορροή στην αρχή του φαινομένου έως ότου φτάσουμε στο χρονικό σημείο 0,7h όπου το συσσωρευμένο νερό ξεσπά και σχηματίζει το μέτωπο των 4m. Πιο ομαλή είναι η συμπεριφορά στις 21/01/2010 όπου η διήθηση είναι συνέχεια πιο γρήγορη από την απορροή από την αρχή του φαινομένου ως το τέλος. Και σε αυτό το διάγραμμα βλέπουμε το ξέσπασμα του μετώπου σε αργότερο όμως χρόνο πιο ομαλά. Η τελική διαφορά ωστόσο είναι στοιχείο που δικαιολογεί το πολύ μεγάλο βάθος διήθησης. Στις 14/03/2010 ο δείκτης αυτός είναι συνεχώς 0 αυτό συμβαίνει επειδή όλο το νερό που εφαρμόζεται διηθείται αμέσως χωρίς να σχηματίζεται απορροή. Είναι το αποτέλεσμα της υψηλής διηθητικής ικανότητας σε συνδιασμό με το πολύ χαμηλό υδατικό φορτίο.

Είναι φανερό ότι γίνεται με μια αναλυτική μέθοδο να προσομοιάσουμε μια πολύπλοκη διαδικασία και τα αποτελέσματα να έχουν φυσική αναφορά. Σε καμία περίπτωση η ακρίβεια των αποτελεσμάτων δε συγκρίνεται με αυτή που θα είχαμε αν χρησιμοποιούσαμε μετρήσεις πεδίου και πιο συγκεκριμένα αν επεξεργαζόμαστε αριθμητικά μετρήσεις της ίδιας της διήθησης. Σαν μια πρώτη προσέγγιση όμως έχουμε περιγράψει το φαινόμενο επαρκώς ώστε να μπορούμε να ελέγξουμε τα σφάλματα που μπορεί να προκύψουν από την επεξεργασία των πραγματικών μετρήσεων και τα οποία τις περισσότερες φορές έχουν σαν αιτία την ελλειπή κατανόηση του ίδιου του φαινομένου.

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Ολοκληρώνοντας αυτή τη μελέτη οφείλω να εξηγήσω την 'εμμονή' μου με τις αναλυτικές προσεγγίσεις. Πριν προχωρήσω στους δύο βασικούς λόγους που με οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι είναι απαραίτητο εργαλείο για την κατανόηση των περιβαλλοντικών φαινομένων πρέπει να διευκρινίσω ότι στο παρόν έγγραφο ο όρος *αναλυτική προσέγγιση* αναφέρεται στη μαθηματικοποίηση και όχι στο τρόπο που εφαρμόζονται οι λύσεις στην πράξη.

Η εξίσωση Richard για παράδειγμα λύνεται από το Philip με μετασχηματισμό αναλυτικά και στη συνέχεια από αυτή τη λύση κρατήσαμε τους όρους που είχαν πρακτική σημασία φτάνοντας σε μια μορφή της αναλυτικής λύσης που μπορεί να εφαρμοστεί σε επίπεδο μηχανικής πραγμάτευσης. Το ότι μετά την εφαρμόσαμε με αριθμητικό τρόπο δεν μειώνει την αναλυτικότητα της λύσης του Philips.

Αντίθετα αν προσεγγίζαμε αριθμητικά απευθείας την ίδια την εξίσωση του Richards τότε θα προσεγγίζαμε μια λύση χωρίς να έχουμε μπεί στη διαδικασία της ανάλυσης ,από την οποία μπορούν να προκύψουν πολλά χρήσιμα συμπεράσματα για τη γενική συμπεριφορά του συστήματος. Επίσης θα είχαμε διακριτοποιήσει απευθείας και χωρίς ιδιαίτερη επεξεργασία ποσότητες όπως είναι ο χρόνος οι οποίες μπορούν να δώσουν πολύ μεγαλύτερη πληροφορία αν τις επεξεργαστούμε αναλυτικά.

Ο πρώτος λόγος που επέμεινα στην καταγραφή και τη χρήση των αναλυτικών προσεγγίσεων είναι μαθηματικός και έχει να κάνει με την έννοια την έννοια της παραγώγου. Ο διαφορικός λογισμός μας λέει ότι μια παράγωγος dy/dx δηλώνει τη μεταβολή μιας ποσότητας y σε σχέση με τη μεταβολή μιας ποσότητας x. Μόνο όταν είναι η μεταβολή dx στοιχειώδης (πάρα πολύ μικρή) αυτή η ποσότητα ισούται με τη το πηλίκο των διαφορών

Dy/Dx. Στις αριθμητικές αναλύσεις τα διαφορικά (μερικά και μη) τα αντιμετωπίζουμε σχεδόν αμέσως σαν διαφορές διακριτοποιώντας το χώρο ή το χρόνο κατά το δοκούν και χωρίς την απαραίτητη συνέπεια με τον παραπάνω ορισμό.

Ο δεύτερος λόγος είναι φιλοσοφικός και έχει να κάνει με την αντιμετώπιση του χρόνου. Οι εξισώσεις που χρησιμοποιούνται στη μηχανική των ρευστών είναι φαινομενολογικές. και τις περισσότερες φορές θεωρείται ότι υπάρχει αντιστρεπτότητα στις διεργασίες που συμβαίνουν. Στα φυσικά συστήματα όμως που λειτουργούν αυθόρμητα παρατηρείται ισχυρή μη αντιστρεπτότητα κάτι που δεν έχει ενσωματωθεί στην κλασσική αντιμετώπιση αυτών των διεργασιών.

Θεωρώ ότι αν θέλουμε να κατανοήσουμε αυτή την αντίφαση το χειρότερο που έχουμε να κάνουμε είναι να διακριτοποιούμε το χρόνο και να θεωρούμε ότι είναι μια ποσότητα αθροιστική (δηλαδή ένα άθροισμα από στοιχειώδεις χρόνους dt). Αν θέλουμε πραγματικά να είμαστε κάποτε σε θέση να καταλάβουμε πολύπλοκα φυσικά συστήματα πρέπει να κρατήσουμε το χρόνο ακέραιο μέσα στις εξισώσεις και να μελετήσουμε τα όρια της αντιστρεπτότητας τους. Γι ' αυτό το λόγο πιστεύω ότι το πρώτο βήμα που κάνουμε από τις γενικές περιγραφικές εξισώσεις πρέπει να είναι αναλυτικό.

Μόνο αν διαβάσουμε όλη την πληροφορία που μπορεί να μας δώσει ο χρόνος θα μπορέσουμε να υπερβούμε την πολυπλοκότητα των φυσικών συστημάτων

Μανιάτης Γιώργος

Χανιά 2011

ΔΙΕΘΝΗΣ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Philip, J.R. The Theory of Infiltration: 1. The Infiltration Equation and Its Solution. *Soil Science*, (1957).
- Philip, J.R. The Theory of Infiltration: 2. The Profile of Infinity. *Soil Science*, (1957).
- Philip, J.R. The Theory of Infiltration: 3. Moisture Profiles and Relation to Experiment. *Soil Science*, (1957).
- Philip, J.R. The Theory of Infiltration: 4. Sorptivity and Algebraic Infiltration Equations. *Soil Science*,(1957).
- Philip, J.R. The Theory of Infiltration: 5. The Influence of the Initial Moisture Content. *Soil Science*, (1957).
- Philip, J.R. The Theory of Infiltration: 6. Effect of Water Depth Over Soil. *Soil Science* (1957).
- Philip, J.R. The Theory of Infiltration: 7. *Soil Science*, (1958).
- Philip, J.R. and J.H. Knight. On Solving the Unsaturated Flow Equation: 3. New Quasi-Analytical Technique. *Soil Science*, (1974).
- Philip, J.R. 1974. Recent progress in the solution of nonlinear diffusion equations. Soil SciUSDA-SCS. 1972. National Engineering Handbook, Hydrology Section 4. USDA, Washington,DC.
- Hillel, D. 1982. Introduction to Soil Physics. Academic Press. New York.
- Richards, L.A., Capillary conduction of fluid through porous mediums. Physics 1, 1931.
- Jury,W.A. and Horton, R., Soil Physics, Sixth ed, JohnWiley & Sons, Inc., New York, 2004
- Pinder, G.F. and Gray, W.G., Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology, Academic Press, New York, 1977.
- Šim° unek, J. and Valocchi, A.J., Geochemical transport, In J. H. Dane and G.C. Topp, (Eds.), Methods of Soil Analysis, Part 1, Physical Methods, 2002.
- Šim° unek, J., Jarvis, N.J., van Genuchten, M.Th. and Gärdenäs, A., Nonequilibrium and preferential flow and transport in the vadose zone: review and case study. J. Hydrol.
- Estimation of Infiltration Rate in the Vadose Zone, EPA/600/R-97/128a February 1998

- Toride, N., Leij, F.J. and van Genuchten, M.Th., A comprehensive set of analytical solutions for nonequilibrium solute transport with first-order decay and zero-order production. Water Resour.
- Šim° unek, J.,Models of water flow and solute transport in the unsaturated zone. In: M.G. Anderson (Ed.), The Encyclopedia of Hydrological Sciences, John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, England,2005
- Van Genuchten, M.Th. and Šim° unek, J., Integrated modeling of vadose zone flow and transport processes. Proc. *Unsaturated ZoneModelling: Progress, Challenges and Applications*, Eds. R. A. Feddes, G. H. de Rooij, and J. C. van Dam,Wageningen, 2004
- HydroGeoLogic, Inc., MODFLOW-SURFACT,A Comprehensive MODFLOW-Based Flow and Transport Simulator,Version 2.1, HydroGeoLogic, Inc., 1996.
- Heat and mass transport in saturated-unsaturated groundwater flow, *Relation of Groundwater Quantity and Quality* (Proceedings of the Hamburg Symposium, August 1983). IAHS Publ. no. 146.
- Mass transfer studies in sorbing porous media . analytical solutions. Van Genuchten and P. Wlerenga,july—August 1976
- Horton, R. E., (1935), "Surface Runoff Phenomena - Part I. Analysis of the Hydrograph," Horton Hydrological Laboratory, Vorheesville, New York.
- Chow, V. T., ed. (1964), Handbook of Applied Hydrology, McGraw- Hill, New York.
- Tischendorf, W. G., (1969), "Tracing Stormflow to Varying Source Area in Small Forested Watershed in the Southeastern Piedmont," Thesis, University of Georgia
- Vadose Zone Science and Technology Solutions, Looney and Falta,VI

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Γκέκας Β . Φαινόμενα μεταφοράς ,Εδόσεις Τζιόλας
- Καρατζάς Γ. Πανεπιστημιακές Σημειώσεις ,Πολυτεχνείο Κρήτης 2009
- Παλαιολόγος Ε., Σημειώσεις Παραδόσεων Υδρολογίας,Πολυτεχνείο Κρήτης 2008