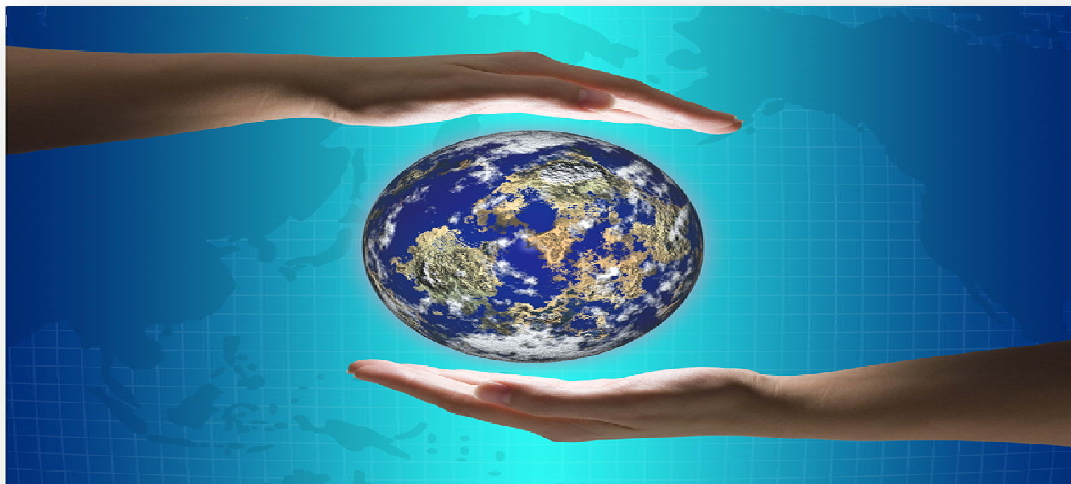




**ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ
ΚΛΑΔΟΣ ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ**

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

*“Το πρόβλημα της κατάταξης μέσα από τη
χρήση μοντέλων δεσμευμένης πιθανότητας”*



Επιβλέπων:
Μουστάκης Βασίλειος

Επιμέλεια:
ΕΥΑΓΓΕΛΙΝΑΚΗ ΕΥΑΓΓΕΛΙΑ

Χανιά 2010

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με το πέρας της παρούσας μεταπτυχιακής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Μουστάκη Βασίλειο για την εμπιστοσύνη, τη βοήθειά και την καθοδήγηση του καθ' όλη τη διάρκεια της εργασίας μου.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κ. Ζαμπετάκη Λεωνίδα, λέκτορα στο Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης του Πολυτεχνείου Κρήτης. Η βοήθειά του και οι συμβουλές του υπήρξαν πολύτιμες για την πραγματοποίηση της έρευνας και την ολοκλήρωση αυτής της εργασίας.

Θερμά ευχαριστώ, επίσης στους καθηγητές κ. Μιχάλη Δούμπο και κ. Δουλάμη Αναστάσιο, για την τιμή που μου έκαναν να συμμετάσχουν στην εξεταστική επιτροπή και για το χρόνο που μου αφιέρωσαν.

Τέλος, αισθάνομαι την ανάγκη να ευχαριστήσω την οικογένεια μου για την αγάπη τους, την εμπιστοσύνη τους και την ηθική και υλική υποστήριξη που μου παρείχαν σε όλη μου την πορεία μέχρι σήμερα, καθώς επίσης και τους φίλους μου που με τον τρόπο τους με στήριξαν όλα αυτά τα χρόνια.

Περιεχόμενα

ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	4
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	7
ΚΑΤΑΤΑΞΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ ΚΑΤΑΤΑΞΗΣ	7
1.1 ΚΑΤΑΤΑΞΗ	7
1.2 ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΣ ΛΗΨΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ.....	10
1.2.1 Αναλυτική Ιεραρχική Διαδικασία (ΑΗΡ)	12
1.2.2 Μέθοδος ELECTRE III.....	14
1.2.3 Μέθοδος PROMETHEE.....	18
1.3 DATA ENVELOPMENT ANALYSIS.....	20
1.3.1 Το μοντέλο της Data envelopment analysis.....	21
1.3.2 Μέθοδοι κατάταξης στην DEA.....	22
1.4 ORDERED WEIGHTED AGGREGATIONS	24
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	28
ΜΠΑΪΕΣΙΑΝΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΜΠΑΪΕΣΙΑΝΑ ΔΙΚΤΥΑ.....	28
2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΜΠΑΪΕΣΙΑΝΗ ΑΝΑΛΥΣΗ	28
2.2 ΤΟ ΜΠΑΪΕΣΙΑΝΟ ΘΕΩΡΗΜΑ	29
2.2.1 Απλοποιημένη εκδοχή του Μπαϊεσιανού θεωρήματος.....	29
2.2.2 Συναρτήσεις πιθανότητας και συνεχής αρχικές και μεταγενέστερες κατανομές.....	30
2.3 ΤΑ ΜΠΑΪΕΣΙΑΝΑ ΔΙΚΤΥΑ	31
2.3.1 Αβεβαιότητα	32
2.3.2 Η πιθανότητα ως μέτρο αβεβαιότητας.....	33
2.3.3 Η αξιοπιστία των μετρήσεων.....	34
2.3.4 Δεσμευμένες πιθανότητες.....	35
2.3.5 Ανεξαρτησία	36
2.4 ΤΑ ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΤΩΝ ΜΠΑΪΕΣΙΑΝΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ	38
2.4.1 Κατάλληλο για μικρά και ελλειπή δεδομένα.....	38
2.4.2 Δυνατότητα εκμάθησης της δομής.....	39
2.4.3 Συνδυασμός διαφορετικών πηγών γνώσης.....	40
2.4.4 Σαφής αντιμετώπιση της αβεβαιότητας και υποστήριξη της ανάλυσης αποφάσεων	41
2.4.5 Γρήγορες απαντήσεις	41
2.5 ΠΡΟΚΛΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΜΠΑΪΕΣΙΑΝΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ.....	42
2.5.1 Διακριτοποίηση των συνεχών μεταβλητών.....	42
2.5.2 Συλλογή και δόμηση της γνώσης του ειδικού	43
2.5.3 Δεν υπάρχει υποστήριξη για τους βρόγχους ανάδρασης.....	45
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	46
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ.....	46
3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	46
3.2 ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΜΠΑΪΕΣΙΑΝΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ.....	46
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	51
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΚΑΤΑΤΑΞΗΣ.....	51
4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	51

4.2 ΕΠΑΓΩΓΙΚΗ ΛΟΓΙΚΗ	51
4.3 ΛΑΘΑΝΟΥΣΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ	53
4.4 ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΔΕΙΚΤΕΣ	54
4.4.1 Μεθοδολογία σύνθετων δεικτών.....	55
4.5 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΛΑΘΑΝΟΥΣΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΚΑΙ ΚΑΤΑΤΑΞΗ.....	57
4.6 Το ΜΠΑΪΕΣΙΑΝΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	58
4.7 ΜΑΡΚΟΝ CHAIN MONTE CARLO.....	60
4.8 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ BAYES ΒΑΣΙΣΜΕΝΗ ΣΕ ΛΑΘΑΝΟΥΣΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ.....	62
4.9 ΑΡΧΙΚΕΣ ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΕΣ.....	63
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5	64
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....	64
5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	64
5.2 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΕΡΙ 2008	65
5.3 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΚΡΙΤΗΡΙΩΝ ΚΑΙ ΤΟΥ ΜΠΑΪΕΣΙΑΝΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	66
5.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΤΑΤΑΞΗΣ	69
5.5 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΚΑΤΑΤΑΞΗΣ	74
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6	78
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	78
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	81
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	84

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το πρόβλημα της κατάταξης ενός συνόλου αντικειμένων μέσω μιας σειράς από συγκρίσεις ζευγών έχει προσελκύσει το ενδιαφέρον πολλών επιστημόνων, ερευνητών και στατιστικολόγων, θεωρητικά και πρακτικά. Καθώς ο κόσμος που μας περιβάλλει γίνεται όλο και πιο πολύπλοκος, πρέπει να αναπτυχθούν νέες μεθοδολογίες για να διατυπωθούν και να μοντελοποιηθούν τα προβλήματα λήψης αποφάσεων που έχουν σαν κοινό την κατάταξη ενός συνόλου εναλλακτικών (αντικείμενα, άτομα, μοντέλα, κτλ.) σε περιβάλλον αβεβαιότητας.

Για την ανάλυση τέτοιου είδους προβλημάτων τα Μπαϋεσιανά δίκτυα παρέχουν ένα δυνατό και μαθηματικά κατανοητό πλαίσιο εργασίας. Γνωστά και ως δίκτυα πίστης, τα Μπαϋεσιανά δίκτυα είναι μία αναπτυσσόμενη δημοφιλής μέθοδος μοντελοποίησης σε πεδία αβεβαιότητας και πολυπλοκότητας όπως η διαχείριση των οικοσυστημάτων και του περιβάλλοντος. Παρουσιάστηκαν μέσα από τις έρευνες της τεχνητής νοημοσύνης και έχουν εφαρμοστεί σε ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων στα πεδία της βιομηχανίας, της ιατρικής κ.α. Τα τελευταία χρόνια χρησιμοποιούνται όλο και περισσότερο στην περιβαλλοντική μοντελοποίηση και διαχείριση.

Οι τεχνικές Μπαϋεσιανής μοντελοποίησης έχουν κάποια χαρακτηριστικά που τις κάνουν πολύ χρήσιμες σε πολλά ερωτήματα ανάλυσης και διαχείρισης πραγματικών δεδομένων. Εξασφαλίζουν ένα φυσικό τρόπο για το χειρισμό ελλιπών δεδομένων, διευκολύνουν τη μάθηση σχετικά με τις αιτιολογικές σχέσεις ανάμεσα στις μεταβλητές, εξασφαλίζουν μια μέθοδο αποφυγής της υπερ-προσαρμογής (overfitting) των δεδομένων, μπορούν να δώσουν μια καλή ακρίβεια πρόβλεψης ακόμα και με δείγμα μικρού μεγέθους και μπορούν εύκολα να συνδυαστούν με τα εργαλεία ανάλυσης αποφάσεων για να βοηθήσουν στη διαχείριση.

Αντικείμενο της παρούσας μελέτης είναι η εξέταση ενός συνόλου 25 κριτηρίων για την κατάταξη 149 χωρών βάση την περιβαλλοντική τους απόδοση και η σύγκριση των αποτελεσμάτων με την αντίστοιχη επίσημη έρευνα που πραγματοποιήθηκε από τα πανεπιστήμια Yale και Columbia για τον υπολογισμό του EPI 2008 (Yale Center for Environmental Law and Policy & Center for International

Earth Science Information Network, 2008). Για την ανάλυση μας χρησιμοποιούμε ένα μοντέλο δεσμευμένης πιθανότητας και συγκεκριμένα ένα Μπαϋεσιανό μοντέλο λανθάνουσων μεταβλητών. Η ανάλυση αυτή πραγματοποιήθηκε με τη χρήση του λογισμικού Amos v.7.

Το ενδιαφέρον της παρούσας έρευνας έγκειται στο γεγονός ότι παρόλο που, όπως αναφέρθηκε, τα Μπαϋεσιανά μοντέλα είναι δημοφιλή στη θεωρία λήψης αποφάσεων, οι δυνατότητες τους δεν έχουν ερευνηθεί πλήρως σε προβλήματα κατάταξης. Όπως και στα παραδοσιακά συστήματα κατάταξης, η παρούσα μεθοδολογία εξαρτάται από ένα σύνολο από παρατηρήσεις που μπορεί κάποιες να είναι εσφαλμένες ή ελλιπείς. Η προτεινόμενη μεθοδολογία παίρνει τα δεδομένα και δημιουργεί μια κατάταξη κάνοντας τις λιγότερο δυνατές υποθέσεις σχετικά με την δομή του μοντέλου ή τα βάρη των υπό-κριτηρίων. Το σημαντικότερο πλεονέκτημα της προσέγγισης Bayes είναι η ικανότητα να ανακαλύπτει την αβεβαιότητα που κρύβεται πίσω από τη δομή του μοντέλου και της κατάταξης και να αναγνωρίζει που πραγματικά διαφοροποιούνται οι εναλλακτικές.

Η παρούσα εργασία είναι δομημένη ως εξής: Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στην έννοια της κατάταξης και στα προβλήματα κατάταξης. Ακολουθεί καταγραφή κάποιων γνωστών και ευρέως χρησιμοποιούμενων μεθοδολογιών σε προβλήματα κατάταξης από το πεδίο της πολυκριτήριας ανάλυσης και της ασαφούς λογικής.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται εισαγωγή στην Μπαϋεσιανή ανάλυση και ακολουθεί αναφορά στο Μπαϋεσιανό θεώρημα, στα Μπαϋεσιανά δίκτυα και στα πλεονεκτήματα και τους περιορισμούς αυτών.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζεται μια ανασκόπηση παλαιότερων και πρόσφατων μελετών που έχουν πραγματοποιηθεί σχετικά με τη χρήση των Μπαϋεσιανών δικτύων και μεθοδολογιών σε περιβαλλοντικές εφαρμογές.

Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται γενική αναφορά στην επαγωγική λογική (στο πεδίο της οποίας εμπίπτει η δικιά μας μεθοδολογία) και τους σύνθετους δείκτες και παρουσιάζεται αναλυτικά η προτεινόμενη μεθοδολογία του Μπαϋεσιανού μοντέλου λανθάνουσων μεταβλητών.

Στο πέμπτο κεφάλαιο πραγματοποιείται η εφαρμογή της προτεινόμενης μεθοδολογίας στο δείγμα των 25 κριτηρίων των 149 χωρών, όπως χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό του δείκτη περιβαλλοντικών επιδόσεων 2008 (EPI 2008). Αρχικά, γίνεται η περιγραφή του δείγματος δεδομένων και των κριτηρίων και ακολουθεί η ανάλυση των αποτελεσμάτων.

Τέλος, στο έκτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα βασικά συμπεράσματα της παρούσας μεταπτυχιακής διατριβής και συνοψίζονται τα αποτελέσματα της έρευνας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΚΑΤΑΤΑΞΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΕΣ ΚΑΤΑΤΑΞΗΣ

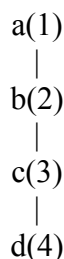
1.1 Κατάταξη

Μία κατάταξη (ranking) είναι μια σχέση ανάμεσα σε ένα σύνολο αντικειμένων τέτοια ώστε, για κάθε δύο αντικείμενα, το πρώτο είτε κατατάσσεται ‘υψηλότερα από’, είτε ‘χαμηλότερα από’ ή ‘όμοια με’ το δεύτερο.

Τα προβλήματα της κατάταξης βασίζονται στην πραγματοποίηση σχετικών συγκρίσεων (relative comparisons) ανάμεσα στις εξεταζόμενες εναλλακτικές δραστηριότητες. Οι σχετικές συγκρίσεις που πραγματοποιούνται αφορούν τη σύγκριση όλων των εναλλακτικών δραστηριοτήτων μεταξύ τους. Κατά συνέπεια, το αποτέλεσμα της αξιολόγησης έχει και αυτό μια σχετική μορφή, δηλαδή οι εναλλακτικές δραστηριότητες κατατάσσονται από τις σχετικά καλύτερες στις σχετικά χειρότερες. Έτσι το αποτέλεσμα της αξιολόγησης δύναται να μεταβληθεί με τη μεταβολή του συνόλου των εξεταζόμενων εναλλακτικών δραστηριοτήτων (Δούμπος και Ζοπουνίδης, 2001).

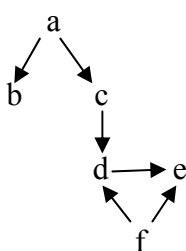
Μία δυαδική σχέση που ορίζεται σε ένα σύνολο από αντικείμενα προσδιορίζει πως τα αντικείμενα αυτά συγκρίνονται (δηλ. σχετίζονται) το ένα με το άλλο ανά ζεύγη (Regenwetter and Rykhlevskaia, 2004). Η ‘σειρά’ (rank) ενός αντικειμένου, όσον αφορά τη γραμμική σειρά (linear order), είναι μία αριθμητική βαθμολογία που περιγράφει τη θέση αυτού του αντικειμένου σε σχέση με όλα τα άλλα αντικείμενα στη γραμμική σειρά. Η σειρά ενός αντικειμένου c σε συνδυασμό με μια γραμμική σειρά n αντικειμένων συνηθίζεται να ορίζεται με i αν υπάρχουν $n-i$ αντικείμενα μετά από το c στη γραμμική σειρά, και όμοια, αν υπάρχουν $i-1$ αντικείμενα πριν από το c στη γραμμική σειρά. Μια σχεδίαση που προσδιορίζει τη ‘σειρά’ όλων των αντικειμένων σε μια γραμμική σειρά ονομάζεται ‘κατάταξη’. Έτσι, μια κατάταξη παρέχει έναν ποσοτικοποιημένο, αριθμητικό προσδιορισμό όλων των αντικειμένων με τέτοιο τρόπο που παρουσιάζει την σχετική ‘θέση’ όλων των αντικειμένων στη δεδομένη γραμμική σειρά. Το Σχήμα 1.1 δείχνει την αριθμητική σειρά κάθε

αντικείμενου σε συνδυασμό με τη γραμμική σειρά $\{(a, b), (a, c), (a, d), (b, c), (b, d), (c, d)\}$. Το αντικείμενο a έχει τη σειρά 1, το b τη σειρά 2, το c τη σειρά 3 και το d τη σειρά 4.



Σχήμα 1.1 Παράδειγμα γραμμικής σειράς και τη σχετική κατάταξη

Σε πολλά αθλήματα ή τουρνουά επιτραπέζιων παιχνιδιών, δεν έχουν την δυνατότητα όλα τα ζευγάρια παικτών ή ομάδων να συναγωνιστούν άμεσα. Παρόλα αυτά, σε μια λίστα κατάταξης ενός τουρνουά, οι παίκτες ή οι ομάδες είναι καταταγμένοι σύμφωνα με την απόδοση τους σε ένα δεδομένο συναγωνισμό. Στο Σχήμα 1.2 φαίνεται ένα πιθανό αποτέλεσμα ενός τέτοιου υποθετικού συναγωνισμού. Το σχήμα μπορεί να αναλυθεί όπως παρακάτω: ο a νίκησε τον b , οποίος νίκησε τον c , ο οποίος με τη σειρά του νίκησε τον d κτλ. Μόνο τα ζευγάρια παικτών (ομάδες) που συνδέονται με βέλη συναγωνίστηκαν μεταξύ τους όπως φαίνεται στο γράφημα (directed graph).

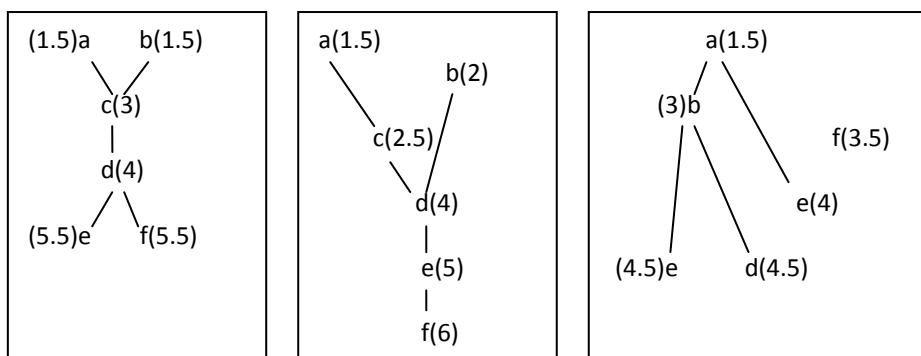


Σχήμα 1.2 Παράδειγμα κατευθυνόμενου γραφήματος

Είναι προφανές ότι οι απεικονιζόμενες δυαδικές σχέσεις δεν είναι ούτε πλήρεις (δηλαδή, ο c και ο f δεν συναγωνίστηκαν μεταξύ τους) ούτε μεταβατικές (δηλαδή, το γεγονός ότι ο c νίκησε τον d και ότι ο d νίκησε τον e , δεν σημαίνει απαραίτητα ότι ο c νίκησε τον e . Στην πραγματικότητα, δεν συναγωνίστηκαν μεταξύ

τους). Επιπλέον, το γράφημα έχει μία κυκλική τριάδα επειδή ο a νίκησε τον b , ο b νίκησε τον c , οποίος με τη σειρά του νίκησε τον a .

Το Σχήμα 1.3 παρουσιάζει μία ασθενή σειρά (αριστερά), μια πιο γενική ημι-σειρά (κεντρικά) και μία πιο γενική μερική σειρά (δεξιά) των έξι αντικειμένων. Μαζί με τη γραμμική σειρά, αυτές είναι μεταξύ των πιο συχνά χρησιμοποιημένων δυαδικών σχέσεων για να περιγραφούν οι προτιμήσεις των κριτών σε ένα σύνολο από αντικείμενα. Στην πραγματικότητα, οποιαδήποτε από τις δυαδικές σχέσεις που παρουσιάζονται στα Σχήματα 1.1, 1.2 και 1.3 μπορεί να αντιπροσωπεύσει τις ατομικές προτιμήσεις των ψηφοφόρων σε πολιτικές εκλογές. Αυτό υποθέτει ότι οι ψηφοφόροι επιτρέπεται να εκφράζουν την προτίμηση τους με μία αρκετά ευέλικτη μορφή, οδηγώντας ακόμα και κυκλικές ατομικές προτιμήσεις. Πολλές μέθοδοι μέτρησης ψήφων που βασίζονται στη σειρά κατάταξης (όπως η διάσημη μέθοδος του Borda), συγχρόνως απαιτούν και δεδομένα γραμμικής σειράς για χάριν της γενικότητας των κατατάξεων.



Σχήμα 1.3 Παραδείγματα ασθενούς σειράς, ημι-σειράς, μερική σειρά και οι σχετικές γενικές κατατάξεις

Το πρόβλημα της κατάταξης αντικειμένων βασισμένη σε μία δυαδική σχέση και διαφορετική από μία γραμμική σειρά έχει τραβήξει το ενδιαφέρον για συγκεκριμένες οικογένειες δυαδικών σχέσεων. Για παράδειγμα, για τις ασθενείς σειρές, μία απλή λύση είναι σε περιπτώσεις ισοπαλίας να επιτραπεί η ρητή βαθμολογική κατάταξη, όπως παρουσιάζεται αριστερά στο Σχήμα 1.3. Επιπλέον, ένα πλήθος ερευνών έχει γίνει στην αναζήτηση είτε μιας γραμμικής σειράς, είτε μιας (αυστηρής) ασθενής σειράς, που είναι, από μια άποψη, πιο ‘κοντινή’ σε μια δυαδική σχέση σε ένα ορισμένο τύπο. Για παράδειγμα, είναι γνωστό ότι υπάρχει μία συμβατή ασθενής σειρά που σχετίζεται με κάθε ημι-σειρά. Υπάρχουν πάρα πολλά άρθρα της

πολυκριτήριας λήψης αποφάσεων με θέμα τις μεθόδους σχέσης υπεροχής (outranking methods) που εκτιμούν τις δυαδικές σχέσεις (Bouyssou, 1992, Bouyssou and Vincke, 1997) και τις μη αντανακλαστικές (irreflexive) δυαδικές σχέσεις (Vincke, 1992). Υπάρχουν, επίσης, μέθοδοι για την κατάταξη των στοιχείων μίας μερικής σειράς, έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η διαφορά στις κατατάξεις των μη συγκρίσιμων στοιχείων (Tannenbaum et.al., 2001).

Τα τελευταία χρόνια, οι μέθοδοι κατάταξης έχουν βρει εφαρμογή σε αρκετά διαφορετικά πεδία όπως, στην πολιτική (όπου οι κατατάξεις επικεντρώνονται στη σύγκριση της οικονομικής, κοινωνικής, περιβαλλοντολογικής και κυβερνητικής απόδοσης των χωρών), στον αθλητισμό (π.χ. στους Ολυμπιακούς αγώνες κάθε χώρα μέλος κατατάσσεται σύμφωνα με τα χρυσά, αργυρά και χάλκινα μετάλλια της), στις μηχανές αναζήτησης (οι οποίες κατατάσσουν τις ιστοσελίδες σύμφωνα με την αναμενόμενη σχέση με το ερώτημα του χρήστη), στην ιατρική κ.α .

1.2 Μέθοδοι Πολυκριτήριας Λήψης Αποφάσεων

Η αξιολόγηση εναλλακτικών βασισμένη σε ένα μόνο κριτήριο είναι θεωρητικά περιοριστική και σε μεγάλο βαθμό απλοποιεί τη διαδικασία που χρησιμοποιούν οι λήπτες αποφάσεων στην αξιολόγηση και κατάταξη αυτών των εναλλακτικών. Οι μεθοδολογίες της πολυκριτήριας λήψης αποφάσεων (Multicriteria Decision Making, MCDM) είναι αντιληπτό ότι υπερτερούν των μεθόδων με ένα μόνο κριτήριο επειδή φαίνεται να παράγουν πιο ρεαλιστικά πρακτικά αποτελέσματα (Strassert και Prato, 2002).

Η πολυκριτήρια λήψη αποφάσεων είναι μια από τις ευρέως χρησιμοποιημένες μεθοδολογίες στις επιστήμες, τις επιχειρήσεις και τη μηχανική. Οι μέθοδοι της MCDM βοηθάνε στη βελτίωση της ποιότητας των αποφάσεων κάνοντας τη διαδικασία λήψης απόφασης πιο σαφή, λογική και αποδοτική. Ένα τυπικό πρόβλημα της MCDM αφορά την κατάταξη ενός πεπερασμένου αριθμού εναλλακτικών, κάθε μία από τις οποίες έχουν περιγραφεί σαφώς, με όρους διάφορων ιδιοτήτων (συχνά ονομαζόμενα χαρακτηριστικά, κριτήρια ή αντικείμενα) οι οποίες πρέπει να ληφθούν υπόψη ταυτόχρονα. Συνήθως, η τιμές απόδοσης a_{ij} και τα βάρη των κριτηρίων w_j

αποτελούν τα δεδομένα εισόδου σε ένα πίνακα απόφασης που ορίζεται όπως στο Σχήμα 1.4.

	Criteria			
	C_1	C_1	...	C_1
	$(w_1$	w_2	...	$w_n)$
Alternatives				
A_1	α_{11}	α_{12}	...	α_{1n}
A_2	α_{21}	α_{22}	...	α_{2n}
	.	.	.	.
	.	.	.	.
	.	.	.	.
A_m	α_{m1}	α_{m2}	...	α_{mn}

Σχήμα 1.4 Δομή ενός τυπικού πίνακα απόφασης

Το στοιχείο α_{ij} του πίνακα απόφασης αποτελεί την τιμή απόδοσης της i στης εναλλακτικής για το j οστό κριτήριο. Το w_j αποτελεί το βάρος του j οστού κριτηρίου. Τα δεδομένα για τα προβλήματα MCDM μπορούν να καθοριστούν από άμεση παρατήρηση ή με έμμεσους τρόπους αν είναι ποιοτικά.

Σημαντικό ρόλο στις μεθόδους MCDM έπαιξε η Αναλυτική Ιεραρχική Διαδικασία (Analytic Hierarchy Process, AHP) που βασίζεται σε συγκρίσεις ζευγών και προτάθηκε από τον Saaty (1980). Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο ο αποφασίζοντας συγκρίνει δύο οντότητες απόφασης (ζεύγος εναλλακτικών σε σχέση με ανά κριτήριο ή ζεύγος κριτηρίων) τη φορά και εξάγει την απόφαση του με τη βοήθεια μιας κλίμακας. Μια τέτοια κλίμακα ορίζει αριθμητικές τιμές σε γλωσσικές εκφράσεις και στη συνέχεια αυτές οι αριθμητικές τιμές αναλύονται μαθηματικά και ορίζονται οι τιμές α_{ij} .

Μια άλλη ομάδα μεθόδων MCDM χρησιμοποιεί τις σχέσεις υπεροχής (outranking relations) για την κατάταξη του συνόλου των εναλλακτικών. Ένα σημαντικό ρόλο σε αυτή την ομάδα έπαιξε η οικογένεια των μεθόδων ELECTRE. Η μέθοδος ELECTRE έκανε αρχικά την εμφάνιση της από τους Benayoun et al. το 1966. Αποτελεί μια περιεκτική προσέγγιση αξιολόγησης από την άποψη ότι κατατάσσει έναν αριθμό εναλλακτικών κάθε μία από τις οποίες περιγράφεται από ένα αριθμό κριτηρίων. Η κύρια ιδέα είναι η κατάλληλη εκμετάλλευση των σχέσεων

υπεροχής. Σύντομα μετά την εμφάνιση της πρώτης έκδοσης της γνωστή ως ELECTRE I, αυτή η μέθοδος εξελίχθηκε με μια σειρά παραλλαγών. Σήμερα η πιο ευρέως χρησιμοποιημένη παραλλαγή για προβλήματα κατάταξης είναι η ELECTRE III.

Μία ακόμα οικογένεια μεθόδων που χρησιμοποιεί τις σχέσεις υπεροχής είναι η οικογένεια των μεθόδων PROMETHEE. Οι μέθοδοι αυτές αναπτύχθηκαν στα μέσα της δεκαετίας του 1980 με τις μεθόδους PROMETHEE I και II, οι οποίες παραμένουν μέχρι και σήμερα ιδιαίτερα δημοφιλείς στο χώρο της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων (Δούμπος, 2007).

Παρακάτω θα γίνει αναφορά των πιο βασικών αυτών πολυκριτήριων μεθόδων κατάταξης που συναντώνται πιο συχνά στη βιβλιογραφία. Οι μέθοδοι αυτές είναι η ELECTRE, η PROMETHEE, οι οποίες ανήκουν στην κατηγορία των σχέσεων υπεροχής, και η Αναλυτική Ιεραρχική Διαδικασία (AHP).

1.2.1 Αναλυτική Ιεραρχική Διαδικασία (AHP)

Η μέθοδος AHP (Analytic Hierarchy Process) αναπτύχθηκε από τον Saaty (1980) για την αντιμετώπιση πολύπλοκων προβλημάτων λήψης αποφάσεων υπό καθεστώς πολλαπλών κριτηρίων, και ιδιαίτερα προβλημάτων που η αντιμετώπιση των οποίων απαιτεί την εξέταση σύνθετων κριτηρίων (κριτήρια τα οποία αναλύονται σε επιμέρους υπο-κριτήρια). Η μέθοδος λόγω της απλότητας της έχει γνωρίσει τις τελευταίες δύο δεκαετίες σημαντική διάδοση, ιδίως στις ΗΠΑ, μεταξύ των ερευνητών του χώρου της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων, αλλά και ευρύτερα μεταξύ των ερευνητών της επιστήμης των αποφάσεων. Ταυτόχρονα όμως με τη σημαντική αυτή διάδοση, η μέθοδος έχει δεχτεί και έντονη κριτική.

Η μέθοδος AHP αντιμετωπίζει ένα πολυκριτήριο πρόβλημα μέσω μιας διαδικασίας τεσσάρων σταδίων:

Στάδιο 1^ο: Ιεραρχική δόμηση του προβλήματος.

Στάδιο 2^ο: Εισαγωγή των δεδομένων.

Στάδιο 3^ο: Εκτίμηση των σχετικών βαρών των κριτηρίων απόφασης.

Στάδιο 4^ο: Συνδυασμός των σχετικών βαρών των κριτηρίων, ώστε να πραγματοποιηθεί η αξιολόγηση των εναλλακτικών δραστηριοτήτων.

Στο πρώτο στάδιο ο αποφασίζων πρέπει να δομήσει ιεραρχικά το πρόβλημα. Στην κορυφή της ιεραρχίας τοποθετείται ο γενικός στόχος του προβλήματος. Στο δεύτερο επίπεδο τοποθετούνται τα κριτήρια απόφασης, καθένα από τα οποία αναλύεται, στα κατώτερα επίπεδα της ιεραρχίας στα επιμέρους υπο-κριτήρια που το συνθέτουν. Στο τελευταίο επίπεδο τοποθετούνται οι διάφορες εναλλακτικές λύσεις του εξεταζόμενου προβλήματος απόφασης. Οι λύσεις αυτές συνήθως αναφέρονται σε ένα περιορισμένο σύνολο εναλλακτικών δραστηριοτήτων. Σε τέτοιες περιπτώσεις η μέθοδος ουσιαστικά οδηγεί στην κατάταξη των εναλλακτικών δραστηριοτήτων από τις καλύτερες προς τις χειρότερες.

Μετά την παραπάνω ιεραρχική δόμηση του προβλήματος, στο δεύτερο στάδιο της μεθόδου AHP, ο αποφασίζων πρέπει να εισάγει τα δεδομένα του προβλήματος, εκφράζοντας τις προτιμήσεις του μέσω διμερών συγκρίσεων όλων των στοιχείων κάθε επιπέδου της ιεραρχίας που καθορίστηκε στο πρώτο βήμα. Συγκεκριμένα, ο αποφασίζων συγκρίνει ανά δύο όλα τα στοιχεία ενός επιπέδου μεταξύ τους υπό το πρίσμα κάθε φορά ενός στοιχείου του προηγούμενου επιπέδου της ιεραρχίας.

Με την ολοκλήρωση των συγκρίσεων όλων των στοιχείων της ιεραρχίας, στο τρίτο στάδιο, η μέθοδος υπολογίζει τα σχετικά βάρη των στοιχείων ενός επιπέδου, σε σχέση με τα στοιχεία του αμέσως προηγούμενου επιπέδου, βάσει των οποίων έγιναν οι συγκρίσεις.

Στο τέταρτο και τελευταίο στάδιο της μεθόδου AHP, γίνεται ο συνδυασμός των σχετικών βαρών των στοιχείων όλων των επιπέδων ώστε να αξιολογηθούν οι εναλλακτικές αποφάσεις του τελευταίου επιπέδου (επίπεδο k) της ιεραρχίας σε σχέση με το πρώτο επίπεδο που περιλαμβάνει το στόχο του προβλήματος. Η αξιολόγηση αυτή πραγματοποιείται πολλαπλασιάζοντας όλους τους πίνακες των εκτιμώμενων σχετικών βαρών των στοιχείων όλων των επιπέδων:

$$C[1, k] = \prod_{j=2}^k B_j$$

όπου, $C[1, k]$ είναι ο πίνακας των βαρών των στοιχείων του k επιπέδου (αξιολόγηση των εναλλακτικών αποφάσεων), σε σχέση με το γενικό στόχο του προβλήματος (το πρώτο

επίπεδο της ιεραρχίας), και B_j είναι ο πίνακας των εκτιμώμενων σχετικών βαρών των στοιχείων του επιπέδου j της ιεραρχίας σε σχέση με όλα τα στοιχεία του επιπέδου $j-1$. Η αξιολόγηση των εναλλακτικών αποφάσεων του τελευταίου επιπέδου της ιεραρχίας, μέσω της παραπάνω διαδικασίας, αποδίδει ένα σκορ στην κάθε εναλλακτική απόφαση.

Παρά τη ιδιαίτερη διάδοση που έχει γνωρίσει η μέθοδος AHP, έχει δεχθεί έντονη κριτική κυρίως λόγω του φαινομένου της αναστροφής των αξιολογήσεων των εναλλακτικών δραστηριοτήτων, που επιτυγχάνονται μέσω της μεθόδου. Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως «rank reversal» και είναι πιθανό να εμφανιστεί όταν μεταβληθεί το σύνολο των εξεταζόμενων εναλλακτικών δραστηριοτήτων μέσω της αφαίρεσης ή πρόσθεσης δραστηριοτήτων. Αναλυτικότερα, οι Belton και Gear (1983) διαπίστωσαν το εξής παράδοξο φαινόμενο στα αποτελέσματα της μεθόδου: όταν στο σύνολο των εξεταζόμενων εναλλακτικών δραστηριοτήτων A προστεθεί μια νέα εναλλακτική x' η οποία έχει πανομοιότυπες επιδόσεις σε όλα τα κριτήρια αξιολόγησης με μια εναλλακτική δραστηριότητα $x \in A$, τότε η αξιολόγηση των εναλλακτικών δραστηριοτήτων του νέου συνόλου $A' = A \cup x'$ διαφέρει από την αξιολόγηση των εναλλακτικών δραστηριοτήτων του αρχικού συνόλου A . Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα των Harker και Vargas (1990), οι οποίοι χρησιμοποίησαν μια απλή περίπτωση αξιολόγησης τριών εναλλακτικών δραστηριοτήτων x_1, x_2, x_3 βάσει τριών κριτηρίων αξιολόγησης g_1, g_2, g_3 , καταλήγοντας την ιεράρχηση $x_2 > x_1 > x_3$. Προσθέτοντας στο σύνολο των εναλλακτικών δραστηριοτήτων, μια νέα εναλλακτική x_4 , η οποία είναι όμοια με την x_2 , το αναμενόμενο αποτέλεσμα θα πρέπει προφανώς να είναι: $(x_2 \sim x_4) > x_1 > x_3$. Το αποτέλεσμα όμως που αποδίδει η μέθοδος είναι: $x_1 > (x_2 \sim x_4) > x_3$. Προφανώς, η αξιολόγηση αυτή δεν ανταποκρίνεται στο θεωρητικά αναμενόμενο αποτέλεσμα. Για την αντιμετώπιση του σημαντικού αυτού προβλήματος έχουν προταθεί διάφορες διαδικασίες οι οποίες όμως δεν αντιμετωπίζουν πλήρως το πρόβλημα (Δούμπος και Ζοπουνίδης, 2001).

1.2.2 Μέθοδος ELECTRE III

Οι μέθοδοι ELECTRE αποτελούν μια από τις πλέον δημοφιλείς προσεγγίσεις στο χώρο της πολυκριτήριας ανάλυσης αποφάσεων. Η ανάπτυξη τους ξεκίνησε στα τέλη της δεκαετίας του 1960 με τη μέθοδο ELECTRE I και ακολούθησε μια σειρά

διαφόρων παραλλαγών. Παρακάτω θα παρουσιαστεί η μέθοδος ELECTRE III (Roy, 1996).

Η μέθοδος ELECTRE III επεκτείνει το μεθοδολογικό πλαίσιο της ELECTRE I σε περιπτώσεις που στόχος της ανάλυσης είναι η κατάταξη των εναλλακτικών από τις καλύτερες προς τις χειρότερες (Δούμπος, 2007).

Η ανάπτυξη της σχέσης υπεροχής στην μέθοδο ELECTRE III βασίζεται στους ελέγχους συμφωνίας και ασυμφωνίας. Δεδομένου ενός ζεύγους εναλλακτικών x_i και x_j , στόχος του ελέγχου συμφωνίας είναι η αξιολόγηση των ενδείξεων που υποστηρίζουν τον ισχυρισμό «η εναλλακτική x_i είναι τουλάχιστον εξίσου καλή με την εναλλακτική x_j ». Για το σκοπό αυτό ελέγχονται οι επιδόσεις των δύο εναλλακτικών στα επιμέρους κριτήρια αξιολόγησης και υπολογίζεται ο δείκτης συμφωνίας ως εξής:

$$C(x_i, x_j) = \sum_{k=1}^n w_k c_k(x_i, x_j)$$

Στον υπολογισμό του δείκτη συμφωνίας ως $c_k(x_i, x_j)$ συμβολίζεται ο μερικός δείκτης συμφωνίας για το κριτήριο x_k . Ο δείκτης αυτός υπολογίζεται ως εξής:

$$c_k(x_i, x_j) = \begin{cases} 0 & x_{ik} \leq x_{jk} - p_k \\ \frac{x_{ik} - x_{jk} + p_k}{p_k - q_k} & x_{ik} \in (x_{jk} - p_k, x_{jk} - q_k) \\ 1 & x_{ik} \geq x_{jk} - q_k \end{cases}$$

Τα p_k και q_k είναι τα κατώφλια προτίμησης και αδιαφορίας για το x_k . Το κατώφλι προτίμησης (preference threshold) αναπαριστά την ελάχιστη διαφορά $x_{jk} - x_{ik} \geq 0$ πάνω από την οποία δεν ισχύει η πρόταση «η x_i είναι τουλάχιστον εξίσου καλή όσο και η x_j στο κριτήριο x_k ». Αντίστοιχα, το κατώφλι αδιαφορίας (indifference threshold) αναπαριστά τη μέγιστη διαφορά $x_{jk} - x_{ik} \geq 0$ κάτω από την οποία η παραπάνω πρόταση ισχύει με απόλυτη βεβαιότητα. Τα δύο αυτά κατώφλια ορίζονται έτσι ώστε $p_k \geq q_k \geq 0$.

Ο δείκτης ασυμφωνίας κατασκευάζεται για κάθε κριτήριο εισάγοντας ένα κατώφλι βέτο u_k ως εξής :

$$D_k(x_i, x_j) = \begin{cases} 0 & x_{ik} \geq x_{jk} - p_k \\ \frac{x_{jk} - x_{ik} - p_k}{u_k - p_k} & x_{ik} \in (x_{jk} - u_k, x_{jk} - p_k) \\ 1 & x_{ik} \leq x_{jk} - u_k \end{cases}$$

Το κατώφλι βέτο ($u_k \geq p_k$) αναπαριστά την ελάχιστη διαφορά $x_{jk} - x_{ik} \geq 0$ πάνω από την οποία το κριτήριο x_k θέτει βέτο στην υπεροχή της x_i έναντι της x_j .

Με την ολοκλήρωση των ελέγχων συμφωνίας και ασυμφωνίας, τα αποτελέσματα τους συνδυάζονται με τον υπολογισμό του δείκτη αξιοπιστίας (credibility index) $\sigma(x_i, x_j)$ ο οποίος αποδίδει ένα συνολικό μέγεθος της υπεροχής της x_i έναντι της x_j . Ο υπολογισμός του δείκτη αξιοπιστίας πραγματοποιείται ως εξής:

$$\sigma(x_i, x_j) = \begin{cases} C(x_i, x_j) & \text{εάν } F = \emptyset \\ C(x_i, x_j) \prod_{x_l \in F} \frac{1 - D_k(x_i, x_j)}{1 - C(x_i, x_j)} & \text{εάν } F \neq \emptyset \end{cases}$$

Όπου $F = \{x_k | D_k(x_i, x_j) > C(x_i, x_j)\}$.

Η εκμετάλλευση της σχέσης υπεροχής στη μέθοδο ELECTRE III γίνεται αποσαφηνίζοντας αρχικά τη σχέση υπεροχής με την εισαγωγή ενός ορίου $\lambda > 0.5$ έτσι ώστε εάν $\sigma(x_i, x_j) \geq \lambda \leftrightarrow x_i S x_j$. Στη συνέχεια διαμορφώνονται δύο κατατάξεις των εναλλακτικών. Η πρώτη κατάταξη Z_1 αναπτύσσεται με την ακόλουθη διαδικασία:

1. Για κάθε εναλλακτική x_i εντοπίζεται το σύνολο O_i των εναλλακτικών για τις οποίες $x_i S x_j$. Αντίστοιχα, προσδιορίζεται το σύνολο O_i' των εναλλακτικών για τις οποίες $x_j S x_i$.
2. Για κάθε εναλλακτική προσδιορίζεται η διαφορά $Q_i = |O_i| - |O_i'|$ όπου ως $| \cdot |$ συμβολίζεται το πλήθος των εναλλακτικών σε κάθε σύνολο.

3. Καθορίζεται το σύνολο D_1 με τις εναλλακτικές που έχουν την υψηλότερη διαφορά Q . Εξετάζονται οι ακόλουθες περιπτώσεις:

α) Εάν $|D_1| = 1$ τότε επαναλαμβάνεται η διαδικασία από το βήμα (1) εξαιρώντας όμως τώρα από την ανάλυση την εναλλακτική του συνόλου D_1 .

β) Εάν $|D_1| > 1$ τότε επαναλαμβάνονται τα παραπάνω βήματα εντός του συνόλου D_1 και προσδιορίζεται το υποσύνολο εναλλακτικών του D_1 με την υψηλότερη διαφορά Q (σύνολο D_2). Εάν $|D_2| = 1$, τότε επαναλαμβάνεται η διαδικασία για το σύνολο $D_1 \setminus D_2$, διαφορετικά η διαδικασία επαναλαμβάνεται για το σύνολο D_2 . Η ίδια διαδικασία συνεχίζεται μέχρι τον πλήρη έλεγχο του D_1 και στη συνέχεια επαναλαμβάνεται για τις υπόλοιπες εναλλακτικές.

Η δεύτερη κατάταξη Z_2 αναπτύσσεται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, με τη διαφορά ότι σε αυτή την περίπτωση, στο βήμα 3 της διαδικασίας εξετάζονται οι εναλλακτικές με τη χαμηλότερη διαφορά Q .

Η τελική κατάταξη καθορίζεται ως η τομή των δύο κατατάξεων. Ειδικότερα, θεωρώντας δύο εναλλακτικές x_i και x_j , και συμβολίζοντας ως $\succ_1, \sim_1$ τις σχέσεις προτίμησης και αδιαφορίας βάσει της κατάταξης Z_1 και αντίστοιχα ως $\succ_2, \sim_2$ τις σχέσεις προτίμησης και αδιαφορίας βάσει της κατάταξης Z_2 , καθορίζονται οι ακόλουθες σχέσεις στην τελική κατάταξη των εναλλακτικών:

$$x_i \succ x_j \Leftrightarrow \begin{cases} (x_i \succ_1 x_j \wedge (x_i \succ_2 x_j)) \text{ ή} \\ (x_i \succ_1 x_j \wedge (x_i \sim_2 x_j)) \text{ ή} \\ (x_i \sim_1 x_j \wedge (x_i \sim_2 x_j)) \end{cases}$$

$$x_i \sim x_j \Leftrightarrow (x_i \sim_1 x_j \wedge (x_i \sim_2 x_j))$$

$$x_i R x_j \Leftrightarrow \text{διαφορετικά}$$

1.2.3 Μέθοδος PROMETHEE

Η μέθοδος PROMETHEE ανήκει στη θεωρία των σχέσεων υπεροχής και προτάθηκε για πρώτη φορά από τον Brans το 1982 (Ζοπουνίδης, 2001). Οι βασικές αρχές που διέπουν τη μέθοδο PROMETHEE σε σχέση με άλλες μεθόδους της ίδιας κατηγορίας (μέθοδοι ELECTRE) είναι οι ακόλουθες τρεις: (1) επέκταση της έννοιας των κριτηρίων, (2) εκτιμώμενη σχέση υπεροχής, (3) εκμετάλλευση της σχέσης υπεροχής.

Σε ότι αφορά την αρχή της επέκτασης της έννοιας των κριτηρίων προτείνονται στον αποφασίζοντα νέες συναρτήσεις κριτηρίων όπως, κριτήριο τελείως αυστηρό (αυστηρή προτίμηση), κριτήριο αυστηρό αλλά με περιοχή αδιαφορίας, κριτήριο με γραμμική προτίμηση, κριτήριο με περιοχές προτίμησης κ.λ.π. Στη μέθοδο PROMETHEE η εκτιμώμενη σχέση υπεροχής είναι λιγότερο ευαίσθητη σε μικρές τροποποιήσεις και κατά συνέπεια είναι εύκολη η ερμηνεία της. Η εκμετάλλευση της σχέσης υπεροχής στη μέθοδο PROMETHEE πραγματοποιείται ειδικά όταν οι εναλλακτικές πρέπει να ταξινομηθούν από την καλύτερη προς τη χειρότερη. Προτείνονται δύο μέθοδοι PROMETHEE, η μέθοδος PROMETHEE I η οποία πραγματοποιεί μια μερική ταξινόμηση των εναλλακτικών (partial ranking) και η μέθοδος PROMETHEE II η οποία πραγματοποιεί μια πλήρη ταξινόμηση των εναλλακτικών (complete ranking) (Ζοπουνίδης, 2001).

Η φάση της ανάπτυξης της σχέσης υπεροχής βασίζεται στον προσδιορισμό του δείκτη προτίμησης (preference index) $\pi(x_i, x_j)$ για κάθε ζεύγος εναλλακτικών δραστηριοτήτων x_i και x_j (Δούμπος, 2007). Ο δείκτης αυτός ορίζεται ως:

$$\pi(x_i, x_j) = \sum_{k=1}^n w_k p_k(x_{ik}, x_{jk})$$

Ο μερικός δείκτης προτίμησης $p_k(x_i, x_j)$ για το κριτήριο x_k ορίζεται συναρτήσει της διαφοράς $x_{ik} - x_{jk}$ μεταξύ των επιδόσεων των δύο εναλλακτικών στο κριτήριο x_k .

$$\text{Ειδικότερα: } p_k(x_{ik}, x_{jk}) = \begin{cases} 0 & \text{εάν } x_{ik} < x_{jk} \\ h_k(x_{ik} - x_{jk}) & \text{εάν } x_{ik} \geq x_{jk} \end{cases}$$

Ο καθορισμός της συνάρτησης h_k γίνεται βάσει ενός από έξι γενικευμένα κριτήρια: 1) σύνηθες κριτήριο, 2) σχεδόν κριτήριο, 3) κριτήριο γραμμικής προτίμησης,

4) κριτήριο επιπέδου, 5) κριτήριο γραμμικής προτίμησης και περιοχής αδιαφορίας, 6) κριτήριο Gauss.

Ο δείκτης προτίμησης παίρνει τιμές από το διάστημα $[0,1]$, έτσι ώστε:

1. $\pi(x_i, x_j) \approx 0 \Rightarrow$ «οριακή» υπεροχή της x_i έναντι της x_j .
2. $\pi(x_i, x_j) \approx 1 \Rightarrow$ «ισχυρή» υπεροχή της x_i έναντι της x_j .

Κατά εκμετάλλευση της σχέσης υπεροχής που αναπτύσσεται, υπολογίζονται τα ακόλουθα μεγέθη για κάθε εναλλακτική x_i :

1. Ροή εισόδου (entering flow): $\varphi^-(x_i) = \sum_j \pi(x_j, x_i)$
2. Ροή εξόδου (leaving flow): $\varphi^+(x_i) = \sum_j \pi(x_i, x_j)$
3. Καθαρή ροή (net flow): $\varphi(x_i) = \varphi^+(x_i) - \varphi^-(x_i)$

Βάσει των παραπάνω ροών, στη μέθοδο PROMETHEE I αναπτύσσονται δύο κατατάξεις. Η πρώτη κατάταξη Z_1 αναπτύσσεται βάσει των ροών εισόδου έτσι ώστε:

$$x_i P_1 x_j \Leftrightarrow \varphi^-(x_i) < \varphi^-(x_j)$$

$$x_i I_1 x_j \Leftrightarrow \varphi^-(x_i) = \varphi^-(x_j)$$

Η δεύτερη κατάταξη Z_2 αναπτύσσεται βάσει των ροών εξόδου έτσι ώστε:

$$x_i P_1 x_j \Leftrightarrow \varphi^+(x_i) > \varphi^+(x_j)$$

$$x_i I_1 x_j \Leftrightarrow \varphi^+(x_i) = \varphi^+(x_j)$$

Στην PROMETHEE II υπάρχει μία κατάταξη των εναλλακτικών με βάση τις συνολικές τους ροές. Η κατάταξη αυτή είναι πλήρης (δε λαμβάνεται υπ' όψιν η σχέση ασυγκριτικότητας) και προσδιορίζεται απλά ως εξής:

$$x_i P_1 x_j \Leftrightarrow \varphi(x_i) > \varphi(x_j)$$

$$x_i I_1 x_j \Leftrightarrow \varphi(x_i) = \varphi(x_j)$$

1.3 Data Envelopment Analysis

Η DEA πρωτοεμφανίστηκε το 1978 όταν οι Charnes, Cooper και Rhodes (CCR) απέδειξαν πως μπορεί να αλλάξει μία κλασματική γραμμική μέτρηση της αποδοτικότητας σε μία μορφή γραμμικού προγραμματισμού (linear programming, LP). Το αποτέλεσμα ήταν οι μονάδες λήψης αποφάσεων (decision-making units, DMUs) να μπορούν να καθοριστούν στη βάση των πολλαπλών δεδομένων εισόδου (inputs) και εξόδου (outputs) ακόμα και αν η συνάρτηση παραγωγής είναι άγνωστη (Adler et al., 2002).

Οι Charnes et al. (1978) περιγράφουν την DEA ως μοντέλο προγραμματισμού που εφαρμόζεται σε παρατηρούμενα δεδομένα και παρέχει έναν νέο τρόπο απόκτησης πρακτικών εκτιμήσεων εξωγενών σχέσεων – όπως οι συναρτήσεις παραγωγής και/ή επιφάνειες πιθανότητας αποδοτικής παραγωγής που είναι ο ακρογωνιαίος λίθος της μοντέρνας οικονομίας.

Πολλά μοντέλα της DEA έχουν χρησιμοποιηθεί για να αντιμετωπίσουν προβλήματα που παρουσιάζονται στην πράξη. Μία από αυτές τις χρήσεις είναι και στο πεδίο της ταξινόμησης των DMUs. Τα αποτελέσματα της βασικής DEA κατηγοριοποιούν τις DMUs σε δύο κατηγορίες, αυτές που είναι αποδοτικές (σύμφωνα με το όριο Pareto) και σε αυτές που δεν είναι αποδοτικές. Προκειμένου να ταξινομηθούν όλες οι DMUs απαιτείται μια επιπλέον προσέγγιση ή τροποποίηση. Συχνά οι αποφασίζοντες ενδιαφέρονται για μια πλήρη κατάταξη, πέρα από την κατηγοριοποίηση, για να βελτιώσουν την αξιολόγηση των μονάδων. Ένα πρόβλημα που συναντάται συχνά στη βιβλιογραφία είναι η έλλειψη διάκρισης στις εφαρμογές της DEA, συγκεκριμένα όταν υπάρχουν μη αποτελεσματικές DMUs ή ο αριθμός των δεδομένων εισόδου και εξόδου είναι πολύ υψηλά συσχετισμένες με τον αριθμό των μονάδων. Αυτός είναι ένας επιπλέον λόγος για την αύξηση του ενδιαφέροντος στις τεχνικές πλήρους κατάταξης. Επιπλέον, οι πλήρως καταταγμένες μονάδες είναι μια θεμελιώδης προσέγγιση στις κοινωνικές επιστήμες, γενικά, και στην πολυκριτήρια λήψη αποφάσεων, συγκεκριμένα.

1.3.1 Το μοντέλο της Data envelopment analysis

Η DEA είναι ένα μαθηματικό μοντέλο που μετράει την σχετική αποδοτικότητα των DMUs με πολλαπλά δεδομένα εισόδου και εξόδου αλλά χωρίς προφανή συνάρτηση παραγωγής. Η σχετική αποδοτικότητα ορίζεται ως την αναλογία των συνολικών σταθμισμένων δεδομένων εξόδου προς τα συνολικά σταθμισμένα δεδομένα εισόδου (Adler et al., 2002). Συγκρίνοντας n μονάδες με s εξόδους y_{rk} , $r=1, \dots, s$, και m εισόδους x_{ik} , $i=1, \dots, m$, το μέτρο αποδοτικότητας για την DMU k είναι

$$h_k = \text{Max} \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m u_i x_{ik}},$$

Όπου τα βάρη u_r και u_i είναι μη αρνητικά. Επίσης, ισχύει ο περιορισμός $\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m u_i x_{ik}} \leq 1$ για $j=1, \dots, n$.

Η γραμμική μορφή της παραπάνω διατύπωσης σύμφωνα με το μοντέλο της DEA παρουσιάζεται παρακάτω

$$h_k = \text{Max} \sum_{r=1}^s u_r y_{rk}$$

Υπό τις συνθήκες :

$$\sum_{i=1}^m u_i x_{ij} \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} \geq 0 \text{ για } j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^m u_i x_{ik} = 1,$$

$$u_r \geq 0 \text{ για } r = 1, \dots, s$$

$$u_i \geq 0 \text{ για } i = 1, \dots, m$$

Το παραπάνω μοντέλο συχνά περιγράφεται σαν CCR μοντέλο (Charnes et al., 1978). Το μοντέλο BCC (Banker et al., 1984) προσθέτει μια επιπλέον σταθερή μεταβλητή c_k .

1.3.2 Μέθοδοι κατάταξης στην DEA

Το αποτέλεσμα από τα μοντέλα της DEA είναι μια βαθμολογία αποδοτικότητας ίσης με το ένα για τις αποδοτικές DMUs και μικρότερη από το ένα για τις μη αποδοτικές DMUs. Έτσι, για μη αποδοτικές DMUs δίνεται μία κατάταξη αλλά οι αποδοτικές DMUs δεν μπορούν να καταταχθούν. Ένα από τα προβλήματα που απασχόλησε την βιβλιογραφία, είναι η έλλειψη της διάκρισης της DEA στις εφαρμογές της, ιδιαίτερα όταν υπάρχουν ανεπαρκείς DMUs ή ο αριθμός των δεδομένων εισόδου και εξόδου έχουν υψηλή συσχέτιση με τον αριθμό των DMUs (Saen, 2006). Πολλοί ερευνητές θέλησαν να βελτιώσουν τις διάφορες ικανότητες της DEA και να κατατάξουν πλήρως και τις αποδοτικές και τις μη αποδοτικές DMUs.

Στην έρευνα των Adler et al. (2002), οι μέθοδοι κατάταξης μέσω της DEA χωρίστηκαν σε έξι γενικότερα πεδία. Το πρώτο πεδίο βασίζεται σε έναν πίνακα cross-efficiency. Η μέθοδος κατάταξης cross-efficiency υπολογίζει τη βαθμολογία αποδοτικότητας για κάθε DMU, n (=αριθμός των DMUs) φορές, χρησιμοποιώντας βέλτιστα βάρη από τον γραμμικό προγραμματισμό που αντιστοιχούν σε κάθε DMU. Έπειτα ένας μέσος όρος από αυτών των βαθμολογιών θεωρείται ως η θέση στην κατάταξη αυτής της DMU.

Η δεύτερη ομάδα βασίζεται σε μια προσέγγιση που ονομάζεται super-efficiency, με την οποία οι αποδοτικές μονάδες μπορούν να λάβουν βαθμολογία μεγαλύτερη από τη μονάδα. Η μέθοδος super-efficiency, η οποία έχει προσελκύσει μεγάλο ενδιαφέρον, μετακινεί την DMU που εξετάζεται από το σύνολο των DMUs και αξιολογεί την απόσταση της DMU από το (πιθανώς) νέο όριο αποδοτικότητας θέτοντας την ως τη βαθμολογία κατάταξης. Οι Anderson και Peterson (1993) πρότειναν ένα αξονικό (radial) super-efficiency μοντέλο για πρώτη φορά. Η μη πρακτικότητα του μοντέλου σε κάποιες περιπτώσεις και η αστάθεια της super-efficiency βαθμολογίας των αποδοτικών DMUs, είναι δυο από τα προβλήματα αυτού του μοντέλου και παρόλο που άλλα super-efficiency μέτρα σχεδιάστηκαν για να ξεπεραστούν αυτές οι δυσκολίες, όλα τα super-efficiency μοντέλα έχουν δύο άλλα μειονεκτήματα: πρώτον η αδυναμία να κατατάξουν μη υπερβολικά αποδοτικές DMUs και δεύτερον, να εκτιμήσουν τις DMUs σύμφωνα με διαφορετικά βάρη. Ένα πλεονέκτημα, όμως, της super-efficiency μεθόδου είναι η ικανότητα να κατατάξει και

τις αποδοτικές και τις μη αποδοτικές DMUs σε ένα μόνο στάδιο (Jahanshahloo and Afzalinejad, 2006).

Η τρίτη ομάδα βασίζεται στο benchmarking. Στη μέθοδο benchmark, οι αποδοτικές DMUs κατατάσσονται βάσει της σημαντικότητας τους σαν μια δοκιμασία επιδόσεων για τις άλλες DMUs.

Στην τέταρτη ομάδα βρίσκονται οι πολυμεταβλητές στατιστικές τεχνικές σε συνδυασμό με την DEA. Η κανονική συσχέτιση και η διακριτική ανάλυση χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό κοινών βαρών, με τα οποία μπορεί να καταταχτεί το σύνολο των DMUs. Στην πράξη, οι μη παραμετρικοί στατιστικοί έλεγχοι έδειξαν μια ισχυρή συσχέτιση ανάμεσα στην τελική κατάταξη και στην διχοτομική κατηγοριοποίηση της αρχικής DEA.

Το πέμπτο πεδίο αφορά την κατάταξη των μη αποδοτικών μονάδων. Μία προσέγγιση, που καθορίζει ένα μέτρο την μη αποτελεσματικής κυριαρχίας, κατατάσσει τις μη αποδοτικές μονάδες σύμφωνα με το μέσο λόγο της μη αποτελεσματικότητας προς το σύνολο των εισόδων και εξόδων.

Στην τελευταία ομάδα συναντάται η διασταύρωση των μοντέλων πολυκριτήριας λήψης αποφάσεων με την DEA, όπου έχουμε δύο περιπτώσεις. Στην πρώτη περίπτωση χρησιμοποιείται μία επιπλέον πληροφορία προτίμησης που θα βοηθήσει στη διαδικασία κατάταξης. Η επιπλέον πληροφορία μπορεί να ενσωματωθεί μέσα ή παράλληλα με τα αποτελέσματα της κλασσικής DEA με τη χρήση της ασαφούς λογικής κ.α.. από μια άλλη σκοπιά μπορεί να συνδυαστούν οι δυο προσεγγίσεις χωρίς την ανάγκη της επιπλέον πληροφορίας όπως στην AHP, το μοντέλα μέγιστου ελάχιστου του λόγου αποδοτικότητας και ο γραμμικός προγραμματισμός πολλαπλών στόχων.

Το πεδίο εφαρμογών των παραπάνω μεθόδων υπήρξε ευρύ. Το μοντέλο cross-efficiency έχει εφαρμοστεί στον κατασκευαστικό τομέα, συμπεριλαμβανομένου τη μηχανική σχεδίαση, ευέλικτα συστήματα κατασκευής, βιομηχανική ρομποτική κ.α.. Επίσης, έχει χρησιμοποιηθεί σε μεγάλο βαθμό επιλογή χαρτοφυλακίου R&D. Το μοντέλο super-efficiency έχει εφαρμοστεί σε ένα ευρύ πεδίο ερευνών από οικονομικά ιδρύματα και τη βιομηχανία ως τη δημόσια εκπαίδευση και υγεία. Η μέθοδος benchmarking έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς στο πεδίο των επιχειρήσεων, στη

βιομηχανία και τη γεωργική παραγωγή. Τέλος, οι στατιστικές τεχνικές έχουν εφαρμοστεί στα πανεπιστήμια και τη βιομηχανία, ενώ η MCDA/DEA στον αγροτικό τομέα και στον τομέα του πετρελαίου. Όπως φαίνεται, αυτές οι μεθοδολογίες έχουν εφαρμοστεί σε ένα ευρύ πεδίο του δημόσιου και του ιδιωτικού τομέα.

Ο βασικός σκοπός των παραπάνω μεθοδολογιών είναι να αυξήσουν τη διακριτική ικανότητα της DEA και να κατατάξουν τις DMUs. Παρόλα αυτά, ενώ κάθε μία τεχνική μπορεί να είναι χρήσιμη σε ένα συγκεκριμένο τομέα, καμία από αυτές τις μεθοδολογίες δεν είναι αποτελεσματική σε όλους τους τομείς.

1.4 Ordered Weighted Aggregations

Ο Yager (1988) εισήγαγε μια νέα προσθετική τεχνική βασισμένη στις συναρτήσεις διατεταγμένων σταθμισμένων αθροισμάτων (ordered weighted aggregation operators). Αν W είναι ένα διάνυσμα βαρών του μεγέθους n , τότε η σχεδίαση $OWA_w : R^n \rightarrow R$ είναι μιας συνάρτησης διατεταγμένου σταθμισμένου αθροίσματος (ordered weighted averaging operator, OWA) του μεγέθους n αν

$$OWA_w(a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^n w_i a_{\sigma(i)},$$

Όπου $\{\sigma(1), \dots, \sigma(n)\}$ είναι μια διαφοροποίηση του $\{1, \dots, n\}$ τέτοια ώστε $a_{\sigma(i-1)} \geq a_{\sigma(i)}$ για όλα τα $a \in \{2, \dots, n\}$.

Δύο περιορισμοί επιβάλλονται στα βάρη της συνάρτησης OWA: πρέπει να αθροίζουν στη μονάδα ($\sum_{j=1}^n w_j = 1$) και πρέπει, επίσης, να βρίσκονται μέσα στο διάστημα της μονάδας ($w_j \in [0,1]$) (Chandramohan and Rao, 2006).

Η συνάρτηση OWA έχει τις παρακάτω ιδιότητες που είναι επιθυμητές για προσθετική εφαρμογή (aggregation operation) (Yager, 1988):

- 1) Είναι μεταβατική. Η προσθετική αξία δεν εξαρτάται από τους αρχικούς δείκτες των ορισμάτων.
- 2) Είναι μονότονη. $\varphi(a_1, a_2, \dots, a_n) \geq \varphi(a'_1, a'_2, \dots, a'_n)$ αν $a_i \geq a'_i$, $i = 1, 2, \dots, n$.
- 3) $\min [a_i] \leq \varphi(a_1, a_2, \dots, a_n) \leq \max [a_i]$.

Μια θεμελιώδης σκοπιά των συναρτήσεων OWA είναι το βήμα της αναδιάταξης (reordering step). Συγκεκριμένα, ένα βάρος w_j δεν σχετίζεται με ένα συγκεκριμένο όρισμα αλλά με μια διατεταγμένη θέση του συνόλου. Αυτή η διατεταγμένη εφαρμογή στην ουσία εξασφαλίζει μια μη γραμμική σκοπιά της αθροιστικής διαδικασίας (Lv and Zhou, 2007).

Οι σύνδεσμοι αντιστάθμισης (OR/AND) έχουν την ιδιότητα ότι ένας υψηλότερος βαθμός ικανοποίησης ενός κριτηρίου μπορεί να αντισταθμιστεί για έναν χαμηλότερο βαθμό ικανοποίησης ενός άλλου κριτηρίου. Ο όρος Oring για τα κριτήρια σημαίνει πλήρης αντιστάθμιση και ο όρος anding για τα κριτήρια σημαίνει καθόλου αντιστάθμιση.

Για να οριστεί η θέση των συναρτήσεων OWA ανάμεσα στο and και το or, ο Yager εισήγαγε δύο χαρακτηριστικά μέτρα, το μέτρο orness και το μέτρο dispersion (διασπορά), που σχετίζονται με το διάνυσμα των βαρών μιας συνάρτησης OWA (Yager, 1988).

Το μέτρο orness ενός αθροίσματος OWA ορίζεται ως εξής :

$$orness(W) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (n-j)w_j$$

Το μέτρο dispersion ενός αθροίσματος OWA ορίζεται ως:

$$disp(W) = - \sum_{j=1}^n w_j \ln w_j$$

Το μέτρο orness βρίσκεται μέσα στο διάστημα $[0,1]$ και χαρακτηρίζει το βαθμό με τον οποίο το άθροισμα είναι σαν μια διαδικασία OR. Το μέτρο dispersion βασίζεται στην ιδέα την εντροπίας και μετράει τον βαθμό με τον οποίο το W λαμβάνει υπόψη την πληροφορία που υπάρχει στα ορίσματα κατά την άθροιση.

Το άθροισμα OWA δεν είναι μόνο συνάρτηση μέσου όρου (τυπικά, Αριθμητική Συνάρτηση Μέσου Όρου $W = [\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}]$), αλλά μπορεί επίσης να είναι ένας επιλογέας. Οι τυπικοί επιλογείς είναι η min συνάρτηση (όταν $W=[0,0,\dots,1]$) και η max συνάρτηση (όταν $W=[1,0,\dots,0]$).

Σε μια διαδικασία απόφασης η ιδέα των παραχωρήσεων αντιστοιχεί με την συνολική εκτίμηση μιας δραστηριότητας που βρίσκεται ανάμεσα στις χειρότερες και καλύτερες μεμονωμένες εκτιμήσεις. Αυτό ισχύει όταν έχουμε να κάνουμε αντιμαχόμενους στόχους, όταν μία αντιστάθμιση ανάμεσα στις αντίστοιχες συμβατότητες επιτρέπεται. Οι συναρτήσεις OWA μπορεί να δώσουν παραχωρήσεις ανάμεσα στους αντικειμενικούς στόχους, επιτρέποντας μία θετική αντιστάθμιση ανάμεσα στις εκτιμήσεις, δηλαδή ένας υψηλότερος βαθμός ικανοποίησης ενός κριτηρίου μπορεί να αντισταθμιστεί για έναν χαμηλότερο βαθμό ικανοποίησης ενός άλλου κριτηρίου. Οι συναρτήσεις OWA δίνονται για οποιοδήποτε επίπεδο αντιστάθμισης ανάμεσα στα λογικά and και or. Δεδομένου ενός προβλήματος απόφασης βρίσκουμε μια κατάλληλη αθροιστική συνάρτηση OWA από κάποιους κανόνες υποδειγμάτων and/or που καθορίστηκαν από τους αποφασίζοντες (Fuller, 1996).

Μια σημαντική χρήση μιας συνάρτησης OWA είναι η αθροιστική συνάρτηση στην πολυκριτήρια λήψη αποφάσεων. Σημαντικό ρόλο για αυτό έπαιξε η ικανότητα της συνάρτησης OWA να αναπαραστήσει ποιοτικές εκτιμήσεις. Αυτή η ευχέρεια για την περιγραφή των ποιοτικών εκτιμήσεων επιτρέπει τη χρήση των συναρτήσεων OWA στη διαδικασία για τη δόμηση των συναρτήσεων απόφασης. Όπως πρότεινε ο Zadeh (1996), ένας αποφασίζων επιτρέπεται να λάβει μια απόφαση με όρους στη φυσική γλώσσα όπως *Τα περισσότερα κριτήρια πρέπει να ικανοποιούνται από μια καλή λύση* (Chandramohan and Rao, 2006).

Οι συναρτήσεις OWA είναι χρήσιμες συναρτήσεις άθροισης στην περίπτωση της κατάταξης των χωρών μέσω του δείκτη ασφάλειας των δρόμων (Hermans et al., 2009). Η επιλογή των συναρτήσεων OWA σε αυτή την περίπτωση έγινε επειδή η βαθμολογία του συνολικού δείκτη (index score), που υπολογίζεται, περιορίζεται από την υψηλότερη και την κατώτερη τιμή του δείκτη (indicator value). Ένα ενδιαφέρον χαρακτηριστικό των συναρτήσεων OWA είναι ότι άσχετα από την έννοια του δείκτη αυτές επιτρέπουν στις καλές και κακές αποδόσεις να συνεισφέρουν διαφορετικά στη βαθμολογία του συνολικού δείκτη. Επιπλέον, μια αθροιστική άποψη όπως “στην περίπτωση όπου μία χώρα πάρει κακή βαθμολογία σε αρκετούς δείκτες, η τελική βαθμολογία της οδικής ασφάλειας θα πρέπει να είναι μικρή” μπορεί να μεταφραστεί σε βάρη της OWA. Λαμβάνοντας υπόψη την αθροιστική άποψη ενός συνόλου από ειδικούς, εξασφαλίζεται ένα διάνυσμα OWA στο οποίο δίνεται έμφαση οι χειρότερες

αποδόσεις. Αυτό εγγυάται ότι κακές βαθμολογίες (π.χ. όσον αφορά την ταχύτητα) δεν μπορούν εντελώς να αντισταθμιστούν με μία καλή βαθμολογία (π.χ. στο αλκοόλ και στα φάρμακα).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΜΠΑΪΕΣΙΑΝΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΜΠΑΪΕΣΙΑΝΑ ΔΙΚΤΥΑ

2.1 Εισαγωγή στην Μπαΐεσιανή ανάλυση

Την τελευταία δεκαετία η Μπαΐεσιανή ανάλυση έχει αρχίσει να γίνεται δημοφιλής στο χώρο της θεωρίας λήψης αποφάσεων όπου και υπόκεινται τα περισσότερα παραδείγματα εφαρμογών.

Η επιστημονική έρευνα αποτελεί μια επαναληπτική διαδικασία καταγραφής και συγκέντρωσης πληροφοριών. Οι ερευνητές εκτιμούν την παρούσα κατάσταση της γνώσης σε σχέση με το θέμα του ενδιαφέροντος, συγκεντρώνουν καινούρια δεδομένα και στη συνέχεια τα εισάγουν και τα ενσωματώνουν με τα παλιά δεδομένα. Η Μπαΐεσιανή ανάλυση εξασφαλίζει ένα λογικό, ποσοτικοποιημένο πλαίσιο εργασίας για αυτή τη διαδικασία και έχει εφαρμοστεί σε πλήθος επιστημονικών, τεχνολογικών και πολιτικών πεδίων.

Η Μπαΐεσιανή ανάλυση πήρε το όνομά της από τον αιδεσιμότατο Thomas Bayes. Η ανάπτυξη της θεωρίας πιθανοτήτων στις αρχές του 18^{ου} αιώνα στόχευε να δώσει απαντήσεις σε ερωτήματα που αφορούσαν τον τζόγο και να ενισχύσει τις νέες ιδέες ασφάλισης. Ένα πρόβλημα που προέκυψε, γνωστό ως το ερώτημα της αντίστροφης πιθανότητας, αναφέρει: οι μαθηματικοί της εποχής γνώριζαν πως να υπολογίσουν την πιθανότητα όπου, 4 άνθρωποι ηλικίας 50 χρονών πεθαίνουν σε ένα δεδομένο χρόνο μέσα από ένα δείγμα 60 ανθρώπων αν ήταν γνωστή για τον καθένα η πιθανότητα ότι πεθαίνει. Αλλά δεν ήξεραν πως να υπολογίσουν την πιθανότητα ενός ατόμου 50 χρονών να πεθάνει βασισμένοι στην παρατήρηση ότι 4 από τα 60 άτομα έχουν πεθάνει. Η απάντηση βρέθηκε από τον Thomas Bayes και δημοσιεύτηκε το 1763 (ένα χρόνο μετά τον θάνατό του). Η λύση του, γνωστή ως Μπαΐεσιανό θεώρημα, αποτελεί το θεμέλιο και έδωσε το όνομά του στην μοντέρνα Μπαΐεσιανή μεθοδολογία για την ανάλυση κάθε είδους δεδομένων.

2.2 Το Μπαϋεσιανό Θεώρημα

Στη θεωρία πιθανοτήτων, το Μπαϋεσιανό θεώρημα (συχνά αποκαλούμενο νόμος του Bayes ή κανόνας του Bayes) δείχνει πως μια δεσμευμένη πιθανότητα (όπως την πιθανότητα μιας υπόθεσης δεδομένου ενός παρατηρούμενου στοιχείου) εξαρτάται από το αντίστροφό του (σε αυτή την περίπτωση, η πιθανότητα ενός στοιχείου δεδομένου της υπόθεσης).

Η κεντρική ιδέα είναι ότι η πιθανότητα του γεγονότος A (π.χ. να έχει κάποιος καρκίνο του μαστού) δεδομένου του γεγονότος B (να βγει θετική η μαστογραφία) εξαρτάται όχι μόνο από τη σχέση μεταξύ του A και του B (δηλ., της ακρίβειας της μαστογραφίας) αλλά στην απόλυτη πιθανότητα του A ανεξαρτήτου του B (δηλ., το γεγονός του καρκίνου του μαστού γενικότερα). Για παράδειγμα, ακόμα και αν οι μαστογραφίες ήταν 95% ακριβείς, μία θετική μαστογραφία είναι και πάλι πιο πιθανόν να είναι λάθος θετική, δεδομένου της σχετικής σπανιότητας του καρκίνου του στήθους (περίπου 1 στα 1000). Αυτό το αποτέλεσμα καταργεί την αντίληψη των περισσότερων ανθρώπων.

Με πιο τεχνικούς όρους, το θεώρημα του Bayes εκφράζει την μεταγενέστερη πιθανότητα (δηλ. μετά που παρατηρείται το στοιχείο E) μιας υπόθεσης H σε σχέση με τις αρχικές πιθανότητες των H και E, και της πιθανότητας του E δεδομένου του H. Υποδηλώνει ότι το στοιχείο έχει ισχυρότερη επίδραση αν είναι περισσότερο απίθανο πριν παρατηρηθεί. Το θεώρημα του Bayes είναι έγκυρο για όλες τις κοινές έννοιες της πιθανότητας και είναι εφαρμόσιμο στην επιστήμη και τη μηχανική.

2.2.1 Απλοποιημένη εκδοχή του Μπαϋεσιανού θεωρήματος

Ο Bayes έδωσε μια ειδική περίπτωση που περιλάμβανε συνεχείς αρχικές και μεταγενέστερες κατανομές πιθανοτήτων και διακριτές κατανομές πιθανοτήτων των δεδομένων. Όμως, στην πιο απλοποιημένη εκδοχή του που περιλαμβάνει μόνο διακριτές κατανομές πιθανότητας, το Μπαϋεσιανό θεώρημα σχετίζει δεσμευμένες (conditional) και αδέσμευτες (marginal) πιθανότητες των γεγονότων A και B:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \quad (2.1)$$

Η ανάλυση κάθε όρου στο Μπαϋεσιανό θεώρημα παρουσιάζεται παρακάτω:

- Ο $P(A)$ αποτελεί την αρχική πιθανότητα του A . Είναι “αρχική” με την έννοια ότι δεν λαμβάνει υπόψη καμία πληροφορία για το B .
- Ο $P(A|B)$ αποτελεί την δεσμευμένη πιθανότητα του A , δεδομένου του B . Καλείται επίσης μεταγενέστερη πιθανότητα επειδή προέρχεται ή εξαρτάται από την προσδιορισμένη τιμή του B .
- Ο $P(B|A)$ αποτελεί την δεσμευμένη πιθανότητα του B δεδομένου του A .
- Ο $P(B)$ αποτελεί την αρχική πιθανότητα του B και δρα ως μια κανονικοποιημένη σταθερά.

Το Μπαϋεσιανό θεώρημα σε αυτή τη μορφή δίνει μια μαθηματική απεικόνιση του πως η δεσμευμένη πιθανότητα του γεγονότος A δεδομένου του B σχετίζεται με την αντίστροφη δεσμευμένη πιθανότητα του B δεδομένου του A .

2.2.2 Συναρτήσεις πιθανότητας και συνεχής αρχικές και μεταγενέστερες κατανομές

Έστω ότι ορίζεται μία συνεχής κατανομή πιθανότητας με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f_{θ} σε μία αβέβαιη ποσότητα θ (που θα μπορούσε να είναι μία τυχαία μεταβλητή). Η πιθανότητα το γεγονός B να είναι το αποτέλεσμα ενός πειράματος εξαρτάται από το θ .

Οι επιστημονικές υποθέσεις συνήθως εκφράζονται μέσα από κατανομές πιθανότητας για τα παρατηρούμενα επιστημονικά δεδομένα. Αυτές οι κατανομές πιθανότητας εξαρτώνται από άγνωστες ποσότητες (παραμέτροι). Στις Μπαϋεσιανές εφαρμογές, η υπάρχουσα γνώση για τις παραμέτρους του μοντέλου εκφράζεται χρησιμοποιώντας μία κατανομή πιθανότητας για αυτές τις παραμέτρους, γνωστή ως “αρχική κατανομή” (prior distribution), συχνά εκφρασμένη ως

$$p(\theta)$$

Όταν υπάρχουν διαθέσιμα νέα δεδομένα y , η πληροφορία που περιέχουν όσον αφορά τις παραμέτρους του μοντέλου εκφράζεται ως την “πιθανότητα” (likelihood),

η οποία είναι ανάλογη της κατανομής των παρατηρούμενων δεδομένων δεδομένου των παραμέτρων του μοντέλου και ορίζεται ως,

$$P(y|\theta)$$

Αυτή η πληροφορία συνδυάζεται έπειτα με την αρχική κατανομή για να παραχθεί μία αναβαθμισμένη κατανομή πιθανότητας γνωστή ως “μεταγενέστερη κατανομή” (posterior distribution), στην οποία βασίζεται όλη η Μπαϋεσιανή λογική. Το Μπαϋεσιανό θεώρημα, βασικό γνώρισμα της θεωρίας πιθανοτήτων, ορίζει πως η μεταγενέστερη κατανομή είναι ανάλογη της αρχικής κατανομής και της πιθανότητας:

$$p(\theta|y) = \frac{p(\theta) \times p(y|\theta)}{\int p(\theta) \times p(y|\theta) d\theta} \quad (2.2)$$

Στη θεωρία, η μεταγενέστερη κατανομή είναι πάντα διαθέσιμη, αλλά στα ρεαλιστικά περίπλοκα προβλήματα, οι απαιτούμενοι αναλυτικοί υπολογισμοί συχνά είναι δύσκολοι. Στα τέλη της δεκαετίας του '80 και αρχές της δεκαετίας του '90, είχε γίνει αντιληπτό ότι οι μέθοδοι που παράγουν υποδείγματα από μεταγενέστερη κατανομή θα μπορούσαν να εφαρμοστούν ευρέως.

2.3 Τα Μπαϋεσιανά δίκτυα

Τα Μπαϋεσιανά δίκτυα είναι μαθηματικά μοντέλα τα οποία παρουσιάζονται γραφικά έτσι ώστε κάθε μεταβλητή παρουσιάζεται σαν κόμβος με συνδέσμους με τη μορφή τόξων ανάμεσα τους (Uusitalo, 2007). Το περιεχόμενο της πληροφορίας κάθε μεταβλητής παρουσιάζεται σαν μία ή περισσότερες κατανομές πιθανότητας. Αν μια μεταβλητή δεν έχει κανένα εισερχόμενο τόξο και γι' αυτό το λόγο είναι μη εξαρτημένη από τις άλλες μεταβλητές του μοντέλου (δηλ. δεν έχει γονείς), τότε έχει μία κατανομή πιθανότητας, και αν έχει γονείς, τότε έχει μία κατανομή πιθανότητας για κάθε συνδυασμό δυνατών τιμών των γονέων. Τα Μπαϋεσιανά δίκτυα χρησιμοποιούν την πιθανότητα σαν μέτρο αβεβαιότητας: υποθέσεις σχετικά με τις τιμές των μεταβλητών εκφράζονται σαν κατανομές πιθανότητας, και όσο πιο μεγάλη είναι η αβεβαιότητα, τόσο πιο ευρεία είναι η κατανομή πιθανότητας. Καθώς συγκεντρώνεται η πληροφορία, η γνώση της πραγματικής τιμής της μεταβλητής συνήθως αυξάνεται, δηλ. η αβεβαιότητα της τιμής περιορίζεται και η κατανομή πιθανότητας γίνεται στενότερη (Gelman et al., 1995, Sivia, 1996).

Η πιθανοκρατική παρουσίαση των αλληλεπιδράσεων είναι ένα από τα κύρια σημεία των Μπαϋεσιανών δικτύων (Reckhow, 1999), και αυτό επιτρέπει την εκτίμηση των κινδύνων και των αβεβαιοτήτων καλύτερα από μοντέλα που μόνο αξιολογούν τις αναμενόμενες τιμές. Αυτή είναι μία σημαντική εξέλιξη των μοντέλων απόφασης που μπορεί να λειτουργούν καλά στις θεωρητικές δοκιμές αλλά αβέβαια όταν εφαρμόζονται σε προβλήματα με πραγματικά δεδομένα (Reckhow, 1999, Wickle, 2003).

Η χρησιμότητα των Μπαϋεσιανών δικτύων έγκειται στο γεγονός ότι χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Bayes, μπορεί κάποιος να υπολογίσει όχι μόνο τις κατανομές πιθανότητας των παιδιών δεδομένων των τιμών των γονέων, αλλά επίσης τις κατανομές των γονέων δεδομένων των τιμών των παιδιών. Αυτό σημαίνει ότι κάποιος μπορεί να μεταβεί όχι μόνο από τις αιτίες στις συνέπειες, αλλά επίσης να συνάγει τις πιθανότητες διάφορων αιτιών δεδομένων των συνεπειών. Ο Ellison (2004) έδωσε έναν αναλυτικό υπολογισμό των διαφορών της Μπαϋεσιανής και της κλασικής στατιστικής φιλοσοφίας.

Τα Μπαϋεσιανά δίκτυα χρησιμοποιούνται για την ανάλυση δεδομένων και της γνώσης των ειδικών ειδικά σε πεδία που χαρακτηρίζονται από αβεβαιότητα, καθώς έκαναν εφικτό να αντιμετωπιστεί η αβεβαιότητα αναλυτικά. Επίσης, χρησιμοποιούνται για να τη δημιουργία ευφυών συστημάτων που μοντελοποιούν και περιέχουν τη γνώση του ειδικού σε ένα περίπλοκο πεδίο όπως την ιατρική και την ιατρική έρευνα (Kahn et al., 1997, Papaconstantinou et al., 1998, Lucas et al., 2000). Τα Μπαϋεσιανά δίκτυα μπορούν, επίσης, να συμπληρωθούν με εργαλεία υποστήριξης αποφάσεων (Kuikka et al., 1999, Jensen, 2001), που αποτελούν ένα φυσικό συμπλήρωμα στην ικανότητα να διαχειρίζονται πρώτα από όλα την αβεβαιότητα.

Για να γίνουν πιο κατανοητή η λογική των Μπαϋεσιανών δικτύων ακολουθούν κάποιοι βασικοί ορισμοί και έννοιες.

2.3.1 Αβεβαιότητα

Ένα από τα κυριότερα προβλήματα των συστημάτων που περιγράφηκαν στον προηγούμενο κεφάλαιο ήταν το πώς διαχειρίζονταν την αβεβαιότητα. Πολλά επιστημονικά πεδία ασχολούνται με το παραπάνω πρόβλημα. Οι πηγές σχετικές με

την αβεβαιότητα είναι ποικίλες. Οι παρατηρήσεις ίσως είναι αβέβαιες, οι πληροφορίες ανεπαρκείς και οι σχέσεις μεταξύ στοιχείων ίσως να μην είναι ντετερμινιστικού τύπου. Αυτό μπορεί να σημαίνει ότι οι διάφορες σχέσεις μεταξύ των εκάστοτε στοιχείων είναι ασαφείς και αόριστοι (π.χ. ‘μεγάλο’, ‘όμορφο’, ‘πόνος’). Ένας τρόπος συγχώνευσης της αβεβαιότητας στα παραπάνω συστήματα είναι να επεκταθούν οι κανόνες παραγωγής στην παρακάτω μορφή:

Αν [συνθήκη με πιθανότητα x] τότε [γεγονός με πιθανότητα $f(x)$]

Το σύστημα που βασίζεται στα συμπεράσματα πρέπει να επεκταθεί με νέους κανόνες, οι οποίοι θα μπορούν να διασφαλίσουν ένα λογικό συλλογισμό σχετικά με την αβεβαιότητα. Για παράδειγμα, αν συνάγουμε ως συμπέρασμα τη μεταβλητή C από τη μεταβλητή A με πιθανότητα x και τη μεταβλητή C από τη μεταβλητή B με πιθανότητα y , σε ποια πιθανότητα του C καταλήγουμε; Ο κανόνας συμπερασμάτων καθορίζει μία λειτουργία που δίνει λύση σε αυτή την ερώτηση με τη χρήση της συνάρτησης $g(x,y)$. Αυτή η συνάρτηση, λοιπόν, αναφέρεται στη μεταβλητή C (Παπαμιχάλης, 2009).

Παρόλα αυτά είναι καμιά φορά αδύνατο να αφομοιώσουμε ένα συλλογισμό σχετικά με την υπάρχουσα αβεβαιότητα με κανόνες συμπερασμάτων από κανόνες παραγωγής. Ο λόγος είναι ότι οι κανόνες συμπερασμάτων είναι εκφρασμένοι ελεύθερα, ενώ κάποιος συνεπής συλλογισμός σχετικά με την αβεβαιότητα είναι ευαίσθητος σχετικά με το περιεχόμενο στο οποίο οι αβεβαιότητες λαμβάνουν χώρα στο υπάρχον πρόβλημα.

2.3.2 Η πιθανότητα ως μέτρο αβεβαιότητας

Όταν χρησιμοποιείται η έννοια της πιθανότητας, θα μπορούσε κάποιος να αναφέρεται ως εξής: η πιθανότητα ένας καρκινοπαθής να αντιδράσει σε μια συγκεκριμένη μορφή χημειοθεραπείας, η πιθανότητα ένα βλήμα να πετύχει ένα συγκεκριμένο πεδίο ή να σημειωθεί μια σειρά όμοιων αποτελεσμάτων σε έξι ζαριές. Ένα πεδίο δείγματος, ή το σύμπαν, είναι το σύνολο όλων των πιθανών σημείων του δείγματος σε μια συγκεκριμένη κατάσταση. Χρησιμοποιείται συνήθως το Ω για να καθοριστεί ένα συγκεκριμένο πεδίο. Τα σημεία του δείγματος σε ένα πεδίο δείγματος είναι αμοιβαία αποκλειστικά και συλλογικά εξαντλητικά (Wang, 2003).

Ένα μέτρο πιθανότητας, $p(\cdot)$, είναι μια συνάρτηση υποσυνόλων ενός πεδίου Ω . Αυτά τα υποσύνολα ονομάζονται γεγονότα. Οι τιμές των $p(A)$, $P(A \cup B)$, $p(\Omega)$ αναφέρονται ως οι πιθανότητες των αντίστοιχων γεγονότων (για $A, B \subseteq \Omega$).

Η συνάρτηση $p(\cdot)$ είναι ένα μέτρο με τις παρακάτω ιδιότητες:

Ορισμός: Ένα μέτρο πιθανότητας σε ένα δείγμα Ω είναι μια συνάρτηση που υπολογίζει υποσύνολα του Ω στο διάστημα $[0,1]$ έτσι ώστε:

1. Για κάθε $A \subseteq \Omega$, $p(A) \geq 0$.
2. $p(\Omega)=1$.
3. Για οποιαδήποτε υπολογίσιμη άπειρη συλλογή ασύνδετων (disjoint) υποσυνόλων του Ω , A_k , $k=1,2,\dots$,

$$p(\cup_{k=1}^{\infty} A_k) = \sum_{k=1}^{\infty} p(A_k) \quad 2.3$$

Γενικά, θα χρειαστεί να ελέγχεται ότι τα ίδια τα σύνολα (γεγονότα) ικανοποιούν συγκεκριμένες ιδιότητες για να επιβεβαιωθεί ότι είναι μετρήσιμα.

2.3.3 Η αξιοπιστία των μετρήσεων

Φυσικά, οποιαδήποτε προσπάθεια μέτρησης έχει ένα στοιχείο ανακρίβειας που σχετίζεται με αυτή. Έτσι, θα περίμενε κανείς ότι οι πιθανότητες των γεγονότων που λαμβάνονται από αυτές τις μετρήσεις να είναι επίσης ανακριβείς. Αυστηρά, οποιαδήποτε φυσική πιθανότητα θα πρέπει να αντιπροσωπεύεται από μια κατανομή πιθανών τιμών. Γενικά, όσο περισσότερες πληροφορίες διατίθενται, τόσο πιο στενή θα είναι η κατανομή. Παρόλα αυτά, κάποιες φορές δεν διατίθενται άμεσες φυσικές μετρήσεις με τις οποίες θα υπολογιστεί μία πιθανότητα. Ένα παράδειγμα μιας τέτοιας περίπτωσης θα μπορούσε να είναι όταν κάποιος παίζει κορώνα - γράμματα και εκτιμάει την πιθανότητα να τύχει κορώνα. Αν κάποιος πιστεύει ότι το νόμισμα είναι δίκαιο, μία εκτίμηση για αυτή τη φυσική πιθανότητα στο $\frac{1}{2}$ θα φαινόταν δικαιολογημένη. Κάποιες φορές, η πιθανότητα που εξάγεται με το παραπάνω τρόπο λαμβάνεται σαν μέτρο της πίστης (belief) ενός ειδικού ότι θα συμβεί μια συγκεκριμένη κατάσταση. Έτσι, η θεωρία των πιθανοτήτων προσφέρει ένα χρυσό

πρότυπο με το οποίο αναθεωρούνται οι εκτιμήσεις πιθανότητας από την άποψη της εμπειρίας (Wang, 2003).

2.3.4 Δεσμευμένες πιθανότητες

Η βασική έννοια στην Μπαϋεσιανή προσέγγιση των βεβαιοτήτων στα αιτιολογικά δίκτυα είναι η δεσμευμένη πιθανότητα (Παπαμιχάλης, 2009). Όταν μια δήλωση της πιθανότητας, $P(A)$, ενός γεγονότος A δίνεται, αυτή είναι δοσμένη εξαρτώμενη από άλλους γνωστούς παράγοντες. Μια δήλωση όπως η πιθανότητα του ζαριού να φέρει 6 είναι $1/6$ συνήθως περιλαμβάνει την ανείπωτη προϋπόθεση ότι πρόκειται για ένα αμερόληπτο ζάρι – ή εφόσον δεν γνωρίζουμε τίποτα γι' αυτό, το θεωρούμε να είναι ένα αμερόληπτο ζάρι. Αυτό σημαίνει ότι η δήλωση θα έπρεπε να είναι: <<Δεδομένου ότι έχουμε ένα αμερόληπτο ζάρι, η πιθανότητα...>>. Με αυτόν τον τρόπο, οποιαδήποτε δήλωση στις πιθανότητες είναι μια δήλωση εξαρτώμενη από οτιδήποτε άλλο είναι γνωστό. Μια δήλωση δεσμευμένης πιθανότητας έχει την παρακάτω μορφή (Jensen, 1996):

Δεδομένου του γεγονότος B , η πιθανότητα του γεγονότος A είναι x .

Η μαθηματική απεικόνιση της παραπάνω δήλωσης είναι: $P(A/B)=x$. Πρέπει να τονιστεί ότι $P(A/B)=x$ δεν σημαίνει ότι όποτε το B ισχύει τότε η πιθανότητα του A είναι x . Σημαίνει ότι εάν το B ισχύει και οτιδήποτε άλλο που είναι γνωστό είναι άσχετο με το A , τότε $P(A)=x$.

Ο θεμελιώδης νόμος για τον πιθανολογικό λογισμό είναι ο ακόλουθος:

$$P(A/B)P(B) = P(A, B) \quad (2.4)$$

Όπου $P(A, B)$ είναι η πιθανότητα της τομής των δύο γεγονότων, $A \wedge B$. Γεγονός ότι οι πιθανότητες πρέπει πάντα να εξαρτώνται από ένα πλαίσιο C , ο τύπος θα έπρεπε να γράφεται:

$$P(A/B, C)P(B/C) = P(A, B/C) \quad (2.5)$$

Από τη σχέση 2.4 επάγεται ότι $P(A/B)P(B)=P(B/A)P(A)$ και από εδώ παράγεται ο ευρύτατα γνωστός νόμος του Bayes που αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο:

$$P(B/A) = \frac{P(A/B)P(B)}{P(A)} \quad (2.6)$$

Ο νόμος του Bayes με παράγοντα εξάρτησης το C, γράφεται:

$$P(B/A, C) = \frac{P(A/B, C)P(B/C)}{P(A/C)} \quad (2.7)$$

Ο τύπος 2.5 θα πρέπει να εκληφθεί ως ένα αξίωμα για τον υπολογισμό πιθανοτήτων παρά ως θεώρημα. Μια εφαρμογή του τύπου μπορεί να γίνει με τη μέτρηση συχνοτήτων: υποθέτουμε ότι έχουμε m γάτες (C) από τις οποίες οι n είναι καφέ (B), και i από τις καφέ γάτες είναι αρσενικές (A). Τότε, η συχνότητα των A δεδομένου του B μεταξύ των γατιών, $f(A/B, C)$, είναι i/n , η συχνότητα των B, $f(B/C)$, είναι n/m , και η συχνότητα των καφέ αρσενικών γατιών, $f(A, B/C)$ είναι i/m . Συνεπώς,

$$f(A/B, C)f(B/C) = f(A, B/C) \quad (2.8)$$

2.3.5 Ανεξαρτησία

Οι έννοιες της ανεξαρτησίας και της δεσμευμένης ανεξαρτησίας είναι σημαντικά στοιχεία στην θεωρία πιθανοτήτων και κατ' επέκταση των Μπαϋεσιανών δικτύων (Wang, 2003). Είναι αυτός ο συνδυασμός της ποιοτικής πληροφορίας με την ποσοτική πληροφορία των αριθμητικών παραμέτρων που κάνει τόσο σαφή την θεωρία πιθανοτήτων.

Αν X και Y είναι μεταβλητές, τότε το $X||Y$ δηλώνει ανεξαρτησία του X και του Y. Η αντίστοιχη έκφραση πιθανότητας αυτής είναι

$$P(x, y) = p(x)p(y) \quad (2.9)$$

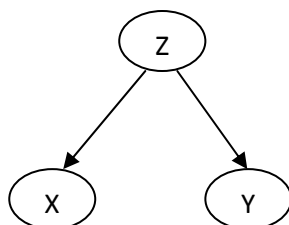
Αν εισαχθεί άλλη μια μεταβλητή Z, τότε $X||Y|Z$ δηλώνει ότι η X είναι δεσμευμένα ανεξάρτητη από την Y δεδομένου της Z. Μία έκφραση αυτού με όρους κατανομών πιθανότητας είναι

$$P(x, y | z) = p(x | z) p(y | z) \quad (2.10)$$

Έτσι, μπορεί να σχεδιαστεί ένα κατευθυνόμενο ακυκλικό γράφημα που κωδικοποιεί άμεσα αυτή τη δήλωση δεσμευμένης ανεξαρτησίας. Αυτό φαίνεται στο Σχήμα 2.1.

Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό στο Σχήμα 2.1 είναι ότι μπορεί να αναλυθεί η κατανομή των δεσμευμένων πιθανοτήτων για τις μεταβλητές X , Y και Z με όρους που περιλαμβάνουν το πολύ δύο μεταβλητές

$$P(x, y, z) = p(x, y | z) p(z) = p(x | z) p(y | z) p(z) \quad (2.11)$$

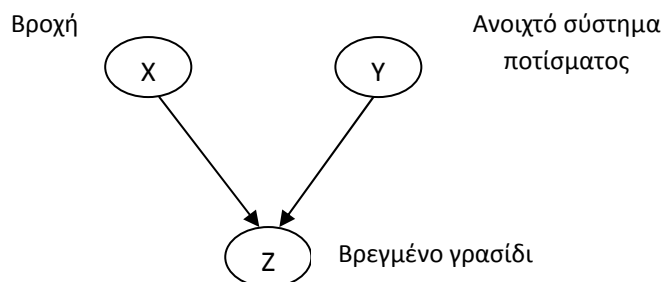


Σχήμα 2.1 Η X είναι δεσμευμένη ανεξάρτητη της Y δεδομένου της Z

Σαν παράδειγμα έχουμε μία μεταβλητή Z να αναπαριστά μία ασθένεια όπως την ιλαρά. Οι μεταβλητές X και Y αναπαριστούν τα διαφορετικά συμπτώματα. Τότε αν παρατηρήσουμε αυτή την ασθένεια όπως παρουσιάζεται, η πιθανότητα και των δύο συμπτωμάτων να εμφανιστούν είναι προκαθορισμένη. Επιβεβαίωση ύπαρξης ενός συμπτώματος δεν μεταβάλλει την πιθανότητα εμφάνισης του άλλου.

Μία διαφορετική περίπτωση εμφανίζεται στο Σχήμα 2.2. Εδώ οι X και Y είναι οριακά ανεξάρτητα, αλλά δεσμευμένα εξαρτημένα δεδομένου της Z . Αυτό γίνεται πιο κατανοητό με ένα άλλο απλό παράδειγμα. Και οι δυο μεταβλητές X = ‘βροχή’ και Y = ‘ανοιχτό σύστημα ποτίσματος’ μπορούν να έχουν σαν αποτέλεσμα να βραχεί το γρασίδι. Πριν να γίνει οποιαδήποτε παρατήρηση του γρασιδιού, η πιθανότητα να βρέξει και η πιθανότητα να είναι ανοιχτό το σύστημα ποτίσματος είναι ανεξάρτητες.

Παρόλα αυτά, αν παρατηρηθεί ότι το γρασίδι είναι βρεγμένο, η επιβεβαίωση ότι έχει βρέξει μπορεί να επηρεάσει την πιθανότητα να είναι ανοιχτό το σύστημα ποτίσματος.



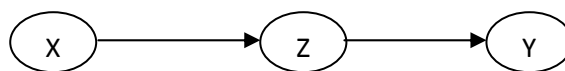
Σχήμα 2.2 Οι X και Y είναι δεσμευμένα εξαρτημένες δεδομένου της Z

Η κατανομή πιθανότητας τότε είναι:

$$P(x, y, z) = p(z | x, y) p(x) p(y) \quad (2.12)$$

Ένα τελευταίο παράδειγμα παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.3. Σε αυτή την περίπτωση, η πιθανότητα είναι

$$P(x, y, z) = p(y | z) p(z | x) p(x) \quad (2.13)$$



Σχήμα 2.3: Οι X και Y είναι δεσμευμένα ανεξάρτητες δεδομένου του Z

2.4 Τα πλεονεκτήματα των Μπαϋεσιανών δικτύων

2.4.1 Κατάλληλο για μικρά και ελλιπή δεδομένα

Μία πολύ χρήσιμη οπτική γωνία των Μπαϋεσιανών δικτύων είναι ότι τεχνικά, δεν υπάρχει η έννοια “πολύ λίγα δεδομένα”. Δεν υπάρχει ελάχιστο μέγεθος δείγματος που απαιτείται για την πραγματοποίηση της ανάλυσης, και τα Μπαϋεσιανά δίκτυα λαμβάνουν υπόψη όλα τα δεδομένα που υπάρχουν (Myllymaki et al., 2002). Επιπλέον, οι Kontkanen et al. (1997) απέδειξαν ότι τα Μπαϋεσιανά δίκτυα μπορούν να δώσουν καλές προβλέψεις ακρίβειας ακόμα και σε αρκετά μικρά μεγέθη δείγματος.

Οι δεσμευμένες πιθανότητες (conditional probabilities) του μοντέλου μπορούν να εκτιμηθούν από τα δεδομένα χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο Expectation –

Maximization (EM). Αυτό απαιτεί μόνο να είναι γνωστή η δομή του μοντέλου εκ των προτέρων, και επαναληπτικά υπολογίζει τις εκτιμήσεις μέγιστης πιθανοφάνειας των παραμέτρων βάσει των δεδομένων και της δομής του μοντέλου.

Αντίθετα με πολλές μεθόδους εκτίμησης, οι αλγόριθμοι EM μπορούν να χειριστούν καταστάσεις με ελλιπείς παρατηρήσεις, είτε τα δεδομένα λείπουν τυχαία είτε η έλλειψη μιας παρατήρησης εξαρτάται από την κατάσταση άλλων μεταβλητών (Heckerman, 1995). Οι κατανομές των ελλιπών δεδομένων μπορεί να προσεγγιστεί χρησιμοποιώντας τις κατανομές Dirichlet.

2.4.2 Δυνατότητα εκμάθησης της δομής

Στον καθορισμό της δομής του μοντέλου, βασισμένη στην γνώση του αντικειμενικού στόχου, και στη χρήση των δεδομένων για τον προσδιορισμό των κατανομών δεσμευμένης πιθανότητας, έρχεται να προστεθεί επίσης η δυνατότητα της χρήσης των δεδομένων για την εκμάθηση της δομής του Μπαϋεσιανού δικτύου. Αυτό είναι ένα πεδίο που ερευνάται ακόμα, και παρόλο που η στατιστική θεωρία είναι πολύ κατανοητή, οι μεθοδολογίες είναι ακόμα υπό ανάπτυξη, καθώς οι υπολογιστικές απαιτήσεις είναι μεγάλες (Jensen, 2001, Myllymaki et al., 2002). Η αναζήτηση της βέλτιστης δομής του μοντέλου είναι υπολογιστικά πολύ δύσκολη διαδικασία και για αυτό χρησιμοποιούνται προσεγγιστικές μέθοδοι.

Υπάρχουν δύο κύριες προσεγγίσεις στην εκμάθηση της δομής (Steck and Tresp, 1999): η Μπαϋεσιανή και η βασισμένη στους περιορισμούς (constraint-based). Στην Μπαϋεσιανή προσέγγιση, ο χρήστης πρώτα κατασκευάζει ένα Μπαϋεσιανό δίκτυο σύμφωνα με την εμπειρία του. Αυτό το αρχικό δίκτυο συνδυάζεται έπειτα με τα δεδομένα για να βρεθεί η καλύτερη δομή του μοντέλου. Αυτό μπορεί να απαιτεί πολύ υπολογιστικό φόρτο. Οι αλγόριθμοι βασισμένοι στους περιορισμούς ψάχνουν για συνθήκες εξάρτησης ανάμεσα σε κάθε ζευγάρι μεταβλητών και κατασκευάζουν τη δομή του μοντέλου βάσει αυτών. Αυτοί είναι υπολογιστικά ευκολότεροι και γι' αυτό το λόγο πιο συνηθισμένοι. Η εκμάθηση βασισμένη στους περιορισμούς δεν απαιτεί προηγούμενη γνώση ή είσοδο δεδομένων από τον χρήστη.

Η εκμάθηση της δομής, ειδικά με τη μορφή βασισμένη στους περιορισμούς, έχει παρόλα αυτά περιορισμένη χρήση κυρίως στην περιβαλλοντική έρευνα. Συχνά

υπάρχουν γνώση, θεωρίες και υποθέσεις σε προσωρινές αλληλεπιδράσεις ανάμεσα στις μεταβλητές και τότε μόνο είναι δικαιολογημένη η χρήση αυτών για την κατασκευή της δομής του μοντέλου. Η εμπειρία και η προσομοίωση έδειξαν ότι η περιβαλλοντική αλληλεπίδραση, που συχνά περιλαμβάνει μεγάλη ποικιλία και αβεβαιότητα, δεν μπορεί να εκτιμηθεί αξιόπιστα βασισμένη στα διαθέσιμα σύνολα δεδομένων. Οι θεωρίες σχετικά με προσωρινές συνδέσεις γενικά καταλήγουν σε καλύτερα μοντέλα.

2.4.3 Συνδυασμός διαφορετικών πηγών γνώσης

Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό των Μπαϋεσιανών μεθόδων είναι η χρήση της αρχικής πληροφορίας (prior information). Οι αρχικές πληροφορίες αποτελούν τη γνώση μας πάνω στο αντικείμενο πριν διεξαχθεί η έρευνα, και μπορεί να είναι είτε πολύ ενημερωτική και λεπτομερής, στην περίπτωση που υπάρχει ήδη αρκετή γνώση για το αντικείμενο, είτε καθόλου ενημερωτική, αν πολλά δεν είναι γνωστά. Αυτές οι αρχικές πληροφορίες εισάγονται με τα δεδομένα, για να επιτευχθεί μια σύνθεση της παλιάς γνώσης με τα νέα δεδομένα. Αυτή η σύνθεση μπορεί τότε να χρησιμοποιηθεί σαν αρχική πληροφορία στη νέα έρευνα. Αυτός ο μηχανισμός κάνει σαφή την επιστημονική διαδικασία εκμάθησης.

Τα μοντέλα των Μπαϋεσιανών δικτύων έχουν επίσης το πλεονέκτημα ότι μπορούν εύκολα και με ένα μαθηματικά λογικό τρόπο να ενσωματώσουν τη γνώση από διαφορετικές πηγές και με διαφορετική ακρίβεια. Η γνώση του ειδικού μπορεί να συνδυαστεί με τα δεδομένα (Marcot et al., 2001) αναφορικά με μεταβλητές όπου δεν υπάρχουν δεδομένα. Τα δεδομένα που έχουν μετρηθεί με διαφορετικά επίπεδα ακρίβειας (δηλ. απουσία/ παρουσία και ποσοτικά δεδομένα) μπορούν επίσης να συνδυαστούν.

Αν είναι επιθυμητό, τα Μπαϋεσιανά δίκτυα μπορούν ακόμα να συνδυαστούν με άλλες μεθόδους ανάλυσης όπως είναι η Markov Chain Monte Carlo (MCMC). Τα αποτελέσματα της MCMC μπορούν αν εισαχθούν μέσα στο Μπαϋεσιανό δίκτυο (Kuikka et al., 1999).

2.4.4 Σαφής αντιμετώπιση της αβεβαιότητας και υποστήριξη της ανάλυσης αποφάσεων

Τα Μπαϋεσιανά δίκτυα μπορούν εύκολα να συμπληρωθούν με μεταβλητές που κωδικοποιούν διοικητικές αποφάσεις, που με τη σειρά τους επιδρούν στις φυσικές μεταβλητές του μοντέλου, και με μεταβλητές που κωδικοποιούν κόστη και χρησιμότητες σχετικά με αυτές τις αποφάσεις και τα αποτελέσματα τους (Jensen, 2001). Αυτά τα μοντέλα φυσιολογικά επικεντρώνονται στις σχέσεις μεταξύ των δραστηριοτήτων, της γνώσης και της αβεβαιότητας. Τα αποτελέσματα από διάφορες διοικητικές αποφάσεις μπορούν να μελετηθούν όχι μόνο από την άποψη των αναμενόμενων τιμών, αλλά και όσον αφορά το ρίσκο των πολύ ανεπιθύμητων αποτελεσμάτων (Kuikka et al., 1999). Αυτή η άποψη των Μπαϋεσιανών δικτύων θεωρείται πολύ χρήσιμη και ένα μεγάλο μέρος των περιβαλλοντικών εφαρμογών των Μπαϋεσιανών δικτύων επικεντρώνεται στην διαχείριση των φυσικών πόρων και τη σχέση ανάμεσα στη φύση, την κοινωνία και την οικονομία.

2.4.5 Γρήγορες απαντήσεις

Επειδή τα Μπαϋεσιανά δίκτυα επιλύονται αναλυτικά, μπορούν να παρέχουν γρήγορες απαντήσεις σε ερωτήματα από τη στιγμή που έχει καταρτιστεί το μοντέλο. Η καταρτιμένη μορφή ενός Μπαϋεσιανού δικτύου περιλαμβάνει μια κατανομή δεσμευμένης πιθανότητας για κάθε συνδυασμό τιμών των μεταβλητών, και μπορεί έτσι να παρέχει οποιαδήποτε κατανομή αμέσως, σε αντίθεση με τα μοντέλα προσομοίωσης όπου τα αποτελέσματα θα πρέπει να προσομοιωθούν, το οποίο μπορεί να πάρει πολύ χρόνο. Λόγω της ταχύτητας των απαντήσεων, τα Μπαϋεσιανά δίκτυα μπορούν να είναι χρήσιμα στη εκπαίδευση των κανόνων της Μπαϋεσιανής μοντελοποίησης (Uusitalo, 2007).

2.5 Προκλήσεις στη χρήση των Μπαϋεσιανών δικτύων

2.5.1 Διακριτοποίηση των συνεχών μεταβλητών

Σε πολλά πεδία, όπως στην περιβαλλοντική έρευνα, τα δεδομένα και οι παράμετροι συχνά έχουν συνεχείς τιμές. Τα Μπαϋεσιανά δίκτυα μπορούν, παρόλα αυτά, να χειριστούν τις συνεχείς μεταβλητές μόνο με περιορισμένο τρόπο. Η συνηθισμένη λύση είναι να διακριτοποιήσει (discretize) τις μεταβλητές και να κατασκευάσει το μοντέλο στο διακριτό πεδίο. Παρόλα αυτά, γίνεται μια παραχώρηση καθώς η διακριτοποίηση μπορεί να συλλάβει μόνο προσεγγιστικά (rough) χαρακτηριστικά της αρχικής κατανομής και μπορεί έτσι να χαθεί η στατιστική ισχύς αν η σχέση μεταξύ των μεταβλητών είναι γραμμική. Από την άλλη πλευρά, υπάρχει η δυνατότητα χρήσης του συλλογιστικού μηχανισμού των Μπαϋεσιανών δικτύων, ο οποίος είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικός αν οι σχέσεις ανάμεσα στις μεταβλητές είναι μη-γραμμικές και πολύπλοκες (Myllymaki et al., 2002).

Έχουν αναπτυχθεί αυτόματες μέθοδοι διακριτοποίησης δεδομένων, αλλά παρόλα αυτά δεν έχουν βρεθεί ικανοποιητικές αυτόματοι μέθοδοι διακριτοποίησης για τα Μπαϋεσιανά δίκτυα. Έτσι, η καλύτερη λύση για την εύρεση μιας διακριτοποίησης κατάλληλης για το πρόβλημα που μελετάται δίνεται από τους ειδικούς του αντικειμένου.

Η εύρεση της διακριτοποίησης είναι ένα πρόβλημα που αξίζει προσοχή, καθώς ο τρόπος που διακριτοποιούνται τα δεδομένα – ο αριθμός των διαστημάτων και τα σημεία διαίρεσης – μπορούν να διαφοροποιήσουν σημαντικά το τελικό μοντέλο. Έτσι, στη διακριτοποίηση θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ο αριθμός των διαστημάτων και ότι κάθε διάστημα έχει ένα λογικό αριθμό από παρατηρήσεις. Αυτό είναι ένα θέμα που απαιτεί χρόνο και εξέταση από τους ειδικούς που δουλεύουν πάνω σε αυτό.

Χρησιμοποιώντας τις διακριτοποιημένες τιμές συλλαμβάνονται οι μη-γραμμικές σχέσεις ανάμεσα στις μεταβλητές, καθώς και πολύπλοκες κατανομές. Στην πράξη, ακόμα και τα μεγάλα σύνολα οικολογικών δεδομένων σπάνια είναι αρκετά μεγάλα για να επιτρέψουν ένα μεγάλο αριθμό διαστημάτων για κάθε μεταβλητή. Οι οικολογικές μελέτες που αναφέρουν λεπτομέρειες για τα μοντέλα τους περιλαμβάνουν 2-10 διαστήματα (Lee and Rieman, 1997, Marcot et al., 2001,

Wooldridge and Done, 2004). Το πρόβλημα της επάρκειας των δεδομένων είναι πολλαπλό αν η δομή του μοντέλου είναι πολύπλοκη, δηλαδή πολλές από τις μεταβλητές έχουν αρκετούς γονείς, αφού ο αριθμός των δεσμευμένων κατανομών στο παιδί είναι το προϊόν του αριθμού των διαστημάτων στους γονείς. Αυτές οι κατανομές προσδιορίζονται δύσκολα αν τα δεδομένα πρέπει να χωριστούν σε μεγάλο αριθμό δεσμευμένων κατανομών και υπάρχουν μόνο μερικά δεδομένα για κάθε κατανομή. Στην πράξη, αυτό σημαίνει ότι για να κατασκευαστούν ουσιώδη Μπαϋεσιανά δίκτυα, θα πρέπει συχνά να περιοριστεί ο αριθμός των διαστημάτων, ο οποίος μειώνει τα οφέλη θεωρητικά να αποδοθούν πολύπλοκες εμπειρικές κατανομές. Έτσι, ενώ δεν υπάρχουν θεωρητικά ελάχιστα όρια για τον αριθμό των δεδομένων στο πλαίσιο των Μπαϋεσιανών δικτύων, στις πρακτικές εφαρμογές ο αριθμός των δεδομένων θα μπορούσε να είναι ο περιοριστικός παράγοντας στη μοντελοποίηση (Uusitalo, 2007).

2.5.2 Συλλογή και δόμηση της γνώσης του ειδικού

Ενώ τα Μπαϋεσιανά μοντέλα είναι ένας χρήσιμος τρόπος να μοντελοποιηθεί η γνώση του ειδικού, μπορεί να αποδειχτεί δύσκολο να ληφθεί η γνώση από τους ειδικούς σε μία μορφή που να μπορεί να μετατραπεί σε κατανομές πιθανότητας. Υπάρχουν δύο κύριοι λόγοι που συμβαίνει αυτό. Πρώτον, πολλοί ερευνητές συνηθίζουν να δουλεύουν με πραγματικά δείγματα ή πειραματικά δεδομένα, και μπορεί να βρουν υπερβολικά δύσκολο να παρέχουν αριθμούς χωρίς να στηρίζονται σε δεδομένα. Δεύτερον, μπορεί να έχουν συνηθίσει σε κλασικές στατιστικές αναλύσεις και να νιώθουν αβέβαιοι όταν προσπαθούν να σκεφτούν για τη γνώση τους όσον αφορά τις κατανομές από το να εστιάσουν σε εκτιμήσεις και διαστήματα εμπιστοσύνης. Αυτή η αβεβαιότητα μαζί με μόνο την επιφανειακή γνώση σχετικά με τη μεθοδολογία μπορεί να οδηγήσουν σε δυσπιστία απέναντι στα Μπαϋεσιανά δίκτυα, το οποίο εύκολα οδηγεί σε απροθυμία να παραχωρήσουν εκτιμήσεις.

Το θέμα της εκτίμησης πιθανοτήτων, ειδικά των σπάνιων γεγονότων, είναι δύσκολο, και οι άνθρωποι φυσιολογικά στηρίζονται σε ένα σύνολο ευρετικών διαδικασιών που συχνά τους εξυπηρετούν καλά αλλά μπορεί να καταλήξουν σε παραποιημένα αποτελέσματα (Morgan and Henrion, 1990). Μελέτες σε διαδικασίες εκτίμησης καταλήγουν, επίσης, ότι άσχετα από τις τεχνικές εκμείωσης, οι

ανθρώπινοι εκτιμητές τείνουν σε υπερπίστη (overconfidence), που σημαίνει ότι δίνουν εκτιμήσεις που είναι κοντά στο μηδέν ή στη μονάδα. Από την άλλη πλευρά, οι κρίσεις του ειδικού τείνουν να είναι υπό- (under-) παρά υπέρ- έμπιστες (overconfident). Οι Morgan και Henrion (1990) δίνουν ένα καλό υπολογισμό αυτών των εκτίμησης.

Για να οργανωθεί λοιπόν η εκμαίευση από τους ειδικούς το πρώτο πράγμα που πρέπει να ληφθεί υπόψη είναι αν οι ειδικοί ζητούνται να παρέχουν και τη δομή του μοντέλου και τις κατανομές πιθανότητας ή αν η γνώση των ειδικών χρησιμοποιείται μόνο για τις κατανομές πιθανότητας. Σε κάποιες μελέτες, η δομή του μοντέλου που παρουσιάζει ποιές μεταβλητές επηρεάζουν κάποιες άλλες μπορεί να προσδιοριστεί με πολύ λίγη αβεβαιότητα βασισμένη για παράδειγμα σε επίσημη θεωρία ή φυσικούς νόμους. Σε κάποια άλλα προβλήματα, μπορεί να μην είναι ξεκάθαρο ποιές μεταβλητές είναι οι αιτίες και ποιές οι συνέπειες, ακόμα και το αν συγκεκριμένες μεταβλητές είναι καθόλου σχετικές. Αυτή μπορεί να είναι η περίπτωση στη μελέτη πολύπλοκων φαινομένων όπως η παγκόσμια κλιματική αλλαγή. Σε τέτοιες περιπτώσεις, είναι συνετό να ζητείται από τους ειδικούς να κατασκευάσουν πρώτα τη δομή του μοντέλου σύμφωνα με τη δικιά τους γνώμη, και μετά να δώσουν εκτιμήσεις των σχετικών κατανομών πιθανότητας που αφορούν το μοντέλο. Αυτός ο τρόπος προσέγγισης χρησιμοποιήθηκε από τους Kuikka και Varis (1997), ενώ οι Pellikka et al. (2005) κατασκεύασαν και ανάλυσαν τα μοντέλα ξεχωριστά για κάθε ειδικό. Παρόλα αυτά, δεν υπάρχει μεγάλη βιβλιογραφία πάνω σε αυτό το θέμα. Ποικίλες μέθοδοι αναπτύχθηκαν για τη διαδικασία εκμαίευσης με πολλαπλούς ειδικούς, και οι Morgan και Henrion (1990) δίνουν μια εκτενή ανασκόπηση για αυτές.

Αν η δομή του μοντέλου είναι έτοιμη, ο ρόλος των ειδικών είναι να παρέχουν εκτιμήσεις των παραμέτρων, δηλαδή τις κατανομές (δεσμευμένης) πιθανότητας. Για να μπορέσουν να το κάνουν αυτό, οι ειδικοί θα πρέπει να είναι εξοικειωμένοι με τις μεταβλητές και να συμφωνούν με τη δομή του μοντέλου. Αν το μοντέλο δεν έχει κάποια λογική για αυτούς, δεν θα μπορέσουν να παράγουν λογικές κατανομές πιθανότητας.

Θα πρέπει να γίνει αντιληπτό ότι για το σχεδιασμό της δομής του μοντέλου οι άνθρωποι έχουν νοητική δυσκολία να σκεφτούν δεσμευμένες πιθανότητες με

αρκετούς υπό συνθήκη παράγοντες. Έτσι, συνιστάται να περιοριστεί ο αριθμός των υπό συνθήκη παραγόντων σε ένα πολύ μικρό αριθμό με το να ανακατασκευάσουν το μοντέλο ή με το να παραλείψουν λιγότερο σημαντικές μεταβλητές, αν είναι δυνατό. Τα Μπαϋεσιανά δίκτυα είναι ένα καλό εργαλείο για την εκμαίευση της γνώσης των ειδικών με την έννοια ότι το να χωριστεί το πρόβλημα σε υπο-προβλήματα μικρότερων διαστάσεων είναι φυσικό στα Μπαϋεσιανά δίκτυα, και τείνουν να εξασφαλίζουν πιο ακριβείς εκτιμήσεις από τις άμεσες εκτιμήσεις πιθανοτήτων (Armstrong et al., 1975). Επιπρόσθετα στην ανακατασκευή, μπορεί να εξεταστεί η χρήση παραμετρικών κατανομών (Druzdzal and van der Gaag, 2000). Ο σκοπός είναι να επιτευχθεί ισορροπία ανάμεσα σε πλούσια, λεπτομερέστατα μοντέλα και τα κόστη που σχετίζονται με την κατασκευή και τη χρήση τέτοιων μοντέλων.

Ο Keith (1996) σημειώνει ότι ο συνδυασμός αποκλινόμενων κρίσεων των ειδικών είναι προβληματικός, επειδή το κλάσμα των ειδικών με μία συγκεκριμένη άποψη δεν είναι δυνατό να είναι ανάλογο στην πιθανότητα αυτή η γνώμη να είναι αληθής. Ενώ αυτή είναι αληθής, μπορεί ακόμα να είναι ότι αυτή είναι η καλύτερη διαθέσιμη εκτίμηση της πιθανότητας, και ενώ η αβεβαιότητα που προκύπτει από αυτή θα πρέπει να ληφθεί υπόψη, δεν αξίζει να εγκαταλειφθεί ολόκληρη η διαδικασία εκτίμησης.

2.5.3 Δεν υπάρχει υποστήριξη για τους βρόγχους ανάδρασης

Τα Μπαϋεσιανά δίκτυα είναι ακυκλικά, και για αυτό δεν υποστηρίζουν τους βρόγχους ανάδρασης (feedback loops) που θα μπορούσε κάποιες φορές να ωφελούσε την μοντελοποίηση. Χρονικές ή χωρικές δυναμικές μπορούν να μοντελοποιηθούν σε Μπαϋεσιανά δίκτυα χρησιμοποιώντας ένα ξεχωριστό δίκτυο για κάθε χρονικό κομμάτι (Jensen, 2001). Αυτό όμως είναι κάτι που τα καθιστά πολύ κουραστικά και χρονοβόρα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

3.1 Εισαγωγή

Το τι γνωρίζουμε σαν Μπαϋεσιανή στατιστική δεν ήταν εντελώς ξεκάθαρο μέχρι το 1763. Αν και η Μπαϋεσιανή μέθοδος έγινε αποδεκτή με ενθουσιασμό από τον Laplace και άλλους μεγάλους της εποχής εκείνης, έπεσε σε ανυποληψία τον 19^ο αιώνα επειδή δεν ήξεραν ακόμα πώς να χειριστούν κατάλληλα τις αρχικές πιθανότητες. Το πρώτο μισό του 20^{ου} αιώνα έφερε την ανάπτυξη μιας εντελώς διαφορετικής θεωρίας, γνωστής ως στατιστικής συχνοτήτων (frequentist statistics). Το μοντέρνο Μπαϋεσιανό κίνημα ξεκίνησε το δεύτερο μισό του 20^{ου} αιώνα υποκινούμενο από τον Jimmy Savage στις ΗΠΑ και τον Dennis Lindley στην Αγγλία, αλλά η Μπαϋεσιανή λογική (Bayesian inference) παρέμεινε ιδιαίτερα δύσκολο να εφαρμοστεί μέχρι τα τέλη της δεκαετίας του '80 και αρχές της δεκαετίας του '90 όπου με την εξέλιξη της τεχνολογίας και των υπολογιστών αναπτύχθηκαν και νέες υπολογιστικές μέθοδοι. Η επακόλουθη έκρηξη ενδιαφέροντος στην Μπαϋεσιανή στατιστική οδήγησε όχι μόνο σε εκτενή έρευνα της Μπαϋεσιανής μεθοδολογίας, αλλά επίσης και στην χρήση των Μπαϋεσιανών μεθόδων σε διάφορα πεδία εφαρμογών όπως την αστροφυσική, στην πρόβλεψη του καιρού, στην ιατρική και πολλά άλλα.

3.2 Περιβαλλοντικές εφαρμογές των Μπαϋεσιανών δικτύων

Η ανάλυση δεδομένων που εκτελείται με τα Μπαϋεσιανικά δίκτυα είναι σπάνια στο πεδίο των περιβαλλοντικών επιστημών. Τα Μπαϋεσιανικά δίκτυα είναι μια διάσημη μέθοδος κατασκευής σύνθετων μοντέλων, όπως είναι τα οικοσυστήματα και η διαχείριση του περιβάλλοντος. Οι Varis και Kuikka (1997) έφτιαξαν ένα Μπαϋεσιανό δίκτυο στο οποίο εισήγαγαν υπολογιστικά μοντέλα και μοντέλα παλινδρόμησης για την περιγραφή της δυναμικής των αποθεμάτων σολομού στη

Βαλτική. Σύμφωνα με την Uusitalo (2007), τα δίκτυα αυτά στην καλύτερη περίπτωση παρέχουν ένα ακμαίο και μαθηματικά λογικό πλαίσιο για την ανάλυση αυτού του είδους των προβλημάτων.

Πιο συνηθισμένα είναι μοντέλα που ενσωματώνουν μοντέλα προσομοίωσης. Οι Lee και Rieman (1997) δημιούργησαν ένα μοντέλο Μπαϋεσιανού δικτύου για την εκτίμηση της βιωσιμότητας των ψαριών. Έτρεξαν προσομοιώσεις Monte Carlo για όλους τους δυνατούς συνδυασμούς παραμέτρων και χρησιμοποίησαν αυτές τις πιθανότητες στο Μπαϋεσιανό δίκτυο. Οι Kuikka et al. (1999) συνδύασαν ένα Μπαϋεσιανό δίκτυο με προσομοιώσεις MCMC, στην προσπάθειά τους για μια στρατηγική διαχείρισης που να έχει αποτέλεσμα ανεξάρτητα από την ανεπαρκή γνώση για τη δυναμική των αποθεμάτων μπακαλιάρου στη Βαλτική. Αυτό το μοντέλο χρησιμοποιήθηκε για να προβλέψει τις αντιδράσεις του οικοσυστήματος κάτω από διαφορετικά σενάρια διαχείρισης. Οι Little et al. (2004) δημιούργησαν έναν υποθετικό, προσομοιωμένο υδροβιότοπο βασισμένο σε ένα αληθινό υδροβιότοπο σε μεγάλο κοραλλιογενή ύφαλο και τον χρησιμοποίησαν για να εξετάσουν την επίδραση της ροής της πληροφορίας ανάμεσα στις βάρκες ψαρέματος. Οι Borsuk et al. (2004) ανέπτυξαν ένα Μπαϋεσιανό δίκτυο που αναπαριστά τη διαδικασία ευτροφισμού συγχωνεύοντας μερικά υπό- μοντέλα που είχαν δημοσιευτεί στο παρελθόν.

Οι Περιβαλλοντικές εφαρμογές των Μπαϋεσιανών δικτύων συχνά περιλαμβάνουν ανάλυση αποφάσεων και κωδικοποίηση της γνώσης του ειδικού. Οι Varis et al. (1990) έφτιαξαν ένα Μπαϋεσιανό δίκτυο με μεταβλητές απόφασης και χρησιμότητας (ένα διάγραμμα επιρροής) για την εκτίμηση των στρατηγικών διαχείρισης μιας ευτροφικής λίμνης, ιδιαίτερα όσον αφορά την επιλογή ανάμεσα στη συγκέντρωση περισσότερων δεδομένων και στη δράση. Η συνεκτίμηση της γνώσης του ειδικού χρησιμοποιώντας τα Μπαϋεσιανά δίκτυα έχει, επίσης, εφαρμογές στο πεδίο της επιστήμης του περιβάλλοντος. Οι Kuikka και Varis (1997) πήραν συνέντευξη από τους ειδικούς για να εκτιμήσουν την επίδραση της κλιματικής αλλαγής στα αποθέματα νερού, ενώ οι Marcot et al. (2001) συνδύασαν κάποια δεδομένα με την ανάλυση τους βασισμένη στη γνώμη των ειδικών για τη βιωσιμότητα του πληθυσμού. Οι Uusitalo et al. (2005) χρησιμοποίησαν την προσέγγιση για να αντλήσουν μια εκτίμηση για τη μέγιστη ικανότητα παραγωγής σολομού στη Βαλτική θάλασσα, που αποτελεί μια σημαντική μεταβλητή διαχείρισης για την οποία δεν υπήρχαν πραγματικά δεδομένα.

Οι υπεύθυνοι για τον έλεγχο του υδροφόρου ορίζοντα αντιμετωπίζουν σημαντικές προκλήσεις σε ότι αφορά τη διαχείριση των πλεονεκτημάτων της οικολογίας. Η σημαντική αβεβαιότητα έγκειται στο ότι ποικίλοι κίνδυνοι και απειλές επιδρούν στο οικολογικό σύστημα. Οι Pollino et al (2006) αναφέρουν ότι οι κοινωνίες των ψαριών στο ποτάμι Goulburn έχουν εξασθενήσει εκατό χρόνια πριν, από τις αρδεύσεις που λάμβαναν χώρα στην περιοχή. Ειδικοί συνεργάζονται με σκοπό την ανάπτυξη ενός εννοιολογικού μοντέλου το οποίο θα συσχετίζει τους φυσικούς, χημικούς και βιολογικούς παράγοντες στη συγκεκριμένη περίπτωση καθώς και τα τελικά σημεία της μελέτης. Αυτό το μοντέλο διαμορφώνει τη βάση της κατασκευής ενός Μπαϋεσιανού δικτύου αναφορικά με τις γηγενείς κοινωνίες ψαριών στο προαναφερθέν ποτάμι. Σε περιβαλλοντικές αναφορές, οι πληροφορίες που υπάρχουν είναι συχνά περιορισμένες για παραμετροποίηση ενός Μπαϋεσιανού δικτύου.

Σε περιβαλλοντική διαχείριση, αποφάσεις συχνά βασίζονται είτε σε εξειδικευμένη κρίση είτε σε πολύπλοκα ποσοτικοποιημένα μοντέλα, που επικεντρώνονται σε διαδικασίες για το περιβάλλον, παρά σε οικολογικές αξίες. Προς το παρόν τα εγχειρίδια για μοντελοποίηση που είναι διαθέσιμα για εκτίμηση οικολογικού ρίσκου είναι περιορισμένα. Οι Pollino και Hart (2005) χρησιμοποίησαν μοντέλα για εκτιμήσεις οικολογικού ρίσκου. Ένα τέτοιο εργαλείο είναι τα Μπαϋεσιανά δίκτυα που είναι επιστημονικά αξιόπιστα σχετικά με προσεγγίσεις μοντελοποίησης πολύπλοκων οικολογικών συστημάτων. Σε πολλά τέτοια δίκτυα οι μεταβλητές λειτουργούν ως παράμετροι για γνώση ή πληροφορία, αλλά σπάνια αυτές οι πηγές πληροφοριών συνδυάζονται μαζί έτσι ώστε να γίνει παραμετροποίηση μιας μεταβλητής. Οι Onisko και Nicholson (2001) αναφέρουν ότι σε υπολογιστική μορφή και σε βιβλιογραφία για περιβαλλοντικά μοντέλα υπάρχει μικρή καθοδήγηση στο πώς να προσεγγίσουν τη σύνδεση της γνώσης και των πληροφοριών για να αναπτυχθεί σε ένα Μπαϋεσιανό δίκτυο.

Οι Korb και Nicholson (2004) πρότειναν μια μεθοδολογία που συνδυάζει πηγές πληροφοριών, η οποία αναφέρεται ως KEBN (Knowledge Engineering of Μπαϋεσιανά δίκτυα). Ο Woodberry (2004) παρουσιάζει μεθόδους για την αξιολόγηση του KEBN. Σύμφωνα με τους Pollino et al.(2004), η μορφοποίηση μιας διαδικασίας για συνδυασμό διαφορετικών πηγών πληροφοριών που θα κάνουν παραμετροποίηση σε ένα Μπαϋεσιανό δίκτυο και για την αξιολόγηση αυτού,

επιτυγχάνεται με εφαρμογή του KEBN, το οποίο βοηθάει στη διαχείριση των ντόπιων ποταμών στο ποτάμι Goulburn (Αυστραλία).

Τα Μπαϋεσιανά δίκτυα εμφανίζονται σαν μια βάσιμη προσέγγιση για τη μοντελοποίηση και υποστήριξη λήψης αποφάσεων στο πεδίο της διαχείρισης πηγών υδάτων. Βασίζονται στη σύνδεση ενός γραφήματος αλληλεπίδρασης με ένα μοντέλο πιθανοτήτων, κι έτσι έχουν τη δυνατότητα να βελτιώσουν τη συμμετοχή των πιθανοτήτων και επιτρέπουν την ενσωμάτωση με άλλα μοντέλα. Οι Castelleti και Soncini-Sessa (2006) στην έρευνα τους χρησιμοποίησαν δεδομένα προερχόμενα από χαρακτηριστικά συστημάτων περιβαλλοντικών πηγών. Σημειώνεται ωστόσο ότι τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται είναι φτωχά σε γνώση και θεωρούνται περισσότερο εμπειρικά. Στον περιβαλλοντικό τομέα, πολλοί συγγραφείς έχουν διευκρινίσει τη χρήση των Μπαϋεσιανών δικτύων. Ο Varis (1995) έκανε την αρχή γενικεύοντας και τακτοποιώντας εκ νέου τη μαθηματική δομή με την προϋπόθεση να προσαρμόσει τα χαρακτηριστικά των περιβαλλοντικών πηγών υδάτων. Οι εφαρμογές κυμαίνονται από οικολογικά θέματα μέχρι την εκτίμηση των αποτελεσμάτων των κλιματικών αλλαγών στην παραγωγή σοδειάς. Έχουν χρησιμοποιηθεί τέτοιες εφαρμογές από τους Varis και Kuikka (1997) για τη μοντελοποίηση συστημάτων καλλιέργειας και από τους Batchelor και Cain (1999) για άρδευση με σκοπό τη διερεύνηση του αποτελέσματος της κλιματικής αλλαγής στην επιφάνεια των υδάτων.

Στην πλειοψηφία τους οι εργασίες που κάνουν χρήση των Μπαϋεσιανών δικτύων, διαμορφώνουν το όλο σύστημα για να μελετηθεί, θεωρώντας αρχικά τη διαμόρφωση αυτή σαν μία γενική άποψη και έπειτα ακολουθεί η επεξεργασία του μοντέλου. Τα δίκτυα αυτά χρησιμεύουν σαν ένα εργαλείο νοερής απεικόνισης, συνοψίζοντας τα αποτελέσματα περίπλοκων μοντέλων. Μόλις προσδιοριστούν οι αρχικές πιθανότητες των μεταβλητών, υπολογίζονται όλες οι πιθανότητες για όλους τους κόμβους του δικτύου καταλήγοντας στην κατασκευή ενός δικτύου με κόμβους, οι οποίοι είναι διαφορετικών σχημάτων, ανάλογα με τη χρησιμότητά τους.

Οι Dormer et al (2005) προτείνουν μια μεθοδολογία για τη δημιουργία ενός πολλαπλών στόχων μοντελοποιημένου συστήματος χρησιμοποιώντας Μπαϋεσιανά δίκτυα έχοντας ως σκοπό να συναγωνιστούν και να ξεπεράσουν τη συμπεριφορά από ένα περιβαλλοντικό πρότυπο που προορίστηκε αρχικά με σκοπό την ανάλυση ενός προβλήματος ρύπανσης. Η διάβρωση και τα στοιχεία ιζημάτων λήφθηκαν από την

πειραματική εργασία στον Καναδά. Λίγες πληροφορίες ήταν διαθέσιμες από τα ιστορικά στοιχεία σε ότι αφορά περιοχές σχετικά με τις διανομές εισαγωγής των διάφορων παραμέτρων εισαγωγής. Μόνο οι τιμές που μπορούν να υποτεθούν ήταν διαθέσιμες. Τα δεδομένα των τιμών αυτών ήταν διαθέσιμα από τη χρήση του προγράμματος της FORTRAN, κάνοντας χρήση λογισμικού με το όνομα GAMES.

Σε κάποιες μελέτες, ένα ειδικό σύστημα ήταν συνδεδεμένο με ένα σύστημα γεωγραφικών δεδομένων (Geographical Information System) που καλείται από τα αρχικά της αγγλικής ορολογίας του GIS (Abu-Zeid, 1996, Crosetto et al., 2000, Rao and Pant, 2001). Υπάρχουν τα αποτελέσματα από τις μελέτες που πραγματοποιούνται στο νότιο Οντάριο και συνοψίζονται σε πίνακες που χρησιμοποιούνται στην ανάλυση αβεβαιότητας για τα πρότυπα πηγών που λαμβάνονται από τη διεθνή βιβλιογραφία. Τα Μπαϋεσιανά δίκτυα αποτελούν γραφική απεικόνιση όλων των στοιχείων και δείχνουν την εξάρτηση μεταξύ των εκάστοτε μεταβλητών. Αποτελούν ένα αποτελεσματικό εργαλείο για την επικοινωνία μεταξύ του αρμόδιου αναλυτή και του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Η διαμόρφωση των συστημάτων αναφέρεται συχνά σε μια ενιαία περιοχή (φυσική ή χημική διαμόρφωση διαδικασίας, υδρολογία ή συνδυασμοί) που μιμείται μια διαδικασία στη φύση όπως η μεταφορά ρύπανσης ή η παραγωγή των τροφίμων ή των κατασκευασμένων αγαθών. Τα οικονομικά ή άλλα αποτελέσματα αντιμετωπίζονται χωριστά. Τέτοιες επεξεργασίες έχουν ως σκοπό να συνδέσουν τα συστήματα παραγωγής και αποβλήτων, για να ποσοτικοποιήσουν το οικονομικό κόστος της επανόρθωσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΚΑΤΑΤΑΞΗΣ

4.1 Εισαγωγή

Τα περισσότερα συστήματα κατάταξης χρησιμοποιούν μια αθροιστική συνάρτηση σταθμισμένου μέσου. Συλλέγουν τα δεδομένα, έπειτα ορίζουν τα βάρη για κάθε κριτήριο, βασισμένα κυρίως σε υποκειμενικές γνώμες, και στη συνέχεια τα προσθέτουν για κάθε εναλλακτική. Τα σταθμισμένα αθροίσματα παράγουν για σειριακή κατάταξη των εναλλακτικών. Παρόλα αυτά, αυτές οι κατατάξεις μπορούν να οδηγήσουν σε παραπλανητικά συμπεράσματα διαφοροποιώντας σε υπερβολικό βαθμό κάποιες εναλλακτικές μεταξύ τους.

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται μια εναλλακτική προσέγγιση σε προβλήματα κατάταξης με τη χρήση μιας στατιστικής διαδικασίας, γνωστής ως ανάλυση λανθάνουσων μεταβλητών (latent variable analysis), και των Μπαϋεσιανών δικτύων. Στη συνέχεια, γίνεται αποτίμηση των σύνθετων δεικτών (composite indicators) για να καθοριστεί η αβεβαιότητα που ενυπάρχει στο μοντέλο.

Η παραπάνω μεθοδολογία ανήκει στο πεδίο της λήψης αποφάσεων βασισμένη στην επαγωγική λογική (inductive reasoning) και θα εφαρμοστεί πάνω σε περιβαλλοντικά δεδομένα για την κατάταξη 149 χωρών. Παρακάτω γίνεται ανάλυση του γενικότερου μεθοδολογικού πλαισίου που υιοθετείται στην παρούσα έρευνα.

4.2 Επαγωγική λογική

Η επαγωγική λογική παράγει προτάσεις για μη παρατηρούμενα αντικείμενα ή στοιχεία, είτε συγκεκριμένα είτε γενικά, βασισμένα σε προηγούμενες παρατηρήσεις. Συνηθίζεται να αποδίδονται ιδιότητες ή σχέσεις στα αντικείμενα ή τα στοιχεία βασισμένες σε προηγούμενες παρατηρήσεις ή εμπειρίες, ή να μορφοποιούνται γενικοί κανόνες βασισμένοι σε περιορισμένες παρατηρήσεις ή φαινόμενα.

Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό της επαγωγικής λογικής είναι ότι ακόμα και στις καλύτερες και πιο δυνατές περιπτώσεις, η αλήθεια των προϋποθέσεων δεν εγγυάται την αλήθεια του συμπεράσματος. Αντί γι' αυτό, το συμπέρασμα της επαγωγικής πρότασης εμπεριέχει κάποιο βαθμό πιθανότητας. Επιπλέον, το συμπέρασμα αυτό εμπεριέχει περισσότερη πληροφορία που περιέχεται ήδη στις προϋποθέσεις.

Ένα κλασσικό παράδειγμα επαγωγική λογικής αποτελεί το παρακάτω:

Προϋπόθεση: Ο ήλιος ανατέλλει από την ανατολή κάθε πρωί μέχρι σήμερα.

Συμπέρασμα: Ο ήλιος θα ανατείλει επίσης από την ανατολή αύριο.

Παρόλα αυτά, η επαγωγική λογική βασίζεται σε επιχειρήματα που δεν περιλαμβάνουν απόλυτη υποστήριξη για ένα συμπέρασμα. Αντί γι' αυτό, απονέμουν μόνο πιθανότητα σε ένα συμπέρασμα, που σημαίνει ότι είναι πιθανόν οι προϋποθέσεις να είναι αληθείς και το συμπέρασμα λάθος.

Ακολουθεί ένα απλό παράδειγμα για να γίνει κατανοητό το παραπάνω:

Η προϋπόθεση ότι 'Στα περισσότερα άτομα αρέσει το παγωτό' είναι αληθή, καθώς και ότι 'Η Μαρία είναι ένα άτομο'. Το συμπέρασμα που ακολουθεί είναι ότι 'Στη Μαρία αρέσει το παγωτό' είναι λογικά σωστό, αλλά μπορεί μην είναι αληθές. Αυτό συμβαίνει γιατί ενώ έχει παρατηρηθεί ότι στα περισσότερα άτομα αρέσει το παγωτό, η Μαρία μπορεί να μην είναι ένα από αυτά.

Επειδή η επαγωγική λογική βασίζεται στις πιθανότητες, τα αποτελέσματα θεωρούνται περισσότερο πειστικά, παρά αληθή. Αυτό συμβαίνει γιατί υπάρχει η πιθανότητα οι δεκτές προϋποθέσεις να μην οδηγούν πραγματικά στο αποδεκτό συμπέρασμα.

Η επαγωγική λογική έχει τυπικά την παρακάτω μορφή (Polya, 1954):

Αν A, τότε B

Το B παρατηρείται

Το A γίνεται πιο αληθοφανή

Οι λογικές διαδικασίες βασισμένες στον κανόνα του Bayes είναι αριθμητικά μοντέλα τέτοιων επαγωγικών διαδικασιών. Παραδείγματα τέτοιων προσεγγίσεων

στην τεχνητή νοημοσύνη είναι το PROSPECTOR και το CONVINCER. Αντίθετα με τους κανόνες αβεβαιότητας στις συμπερασματικές διαδικασίες (deductive processes), θα πρέπει να αποδοθούν τρεις αριθμοί στον κανόνα “Αν A, τότε B”, οι οποίοι είναι $P(B|A)$, $P(B|\text{όχι } A)$ και $P(A)$. Ο $P(A)$ είναι η αρχική πιθανότητα της “υπόθεσης” A. Το αποτέλεσμα της ανάλυσης είναι η μεταγενέστερη πιθανότητα $P(A|B)$ όταν το B έχει στην πραγματικότητα παρατηρηθεί. Το επαγωγικό βήμα στον κανόνα Bayes συνίσταται στην παραδοχή ότι η εκ των προτέρων πιθανότητα $P(A)$ επανεξετάζεται βάσει της παρατήρησης B, και γίνεται $P^*(A) = P(A|B)$ που ονομάζεται μεταγενέστερη πιθανότητα. Σε ένα δίκτυο από κανόνες, οι υποθέσεις της κατάταξης n γίνονται δεδομένα για ανάλυση υποθέσεων σε μεγαλύτερη σειρά. Σε αυτή την περίπτωση, αυτό που παίζει το ρόλο μιας παρατήρησης B είναι αβέβαιο (μόνο η πιθανότητα $P(B)$ είναι διαθέσιμη) (Dubois and Prade, 1987).

4.3 Λανθάνουσες μεταβλητές

Στη στατιστική, οι λανθάνουσες μεταβλητές (ως αντίθετες των παρατηρούμενων μεταβλητών), είναι μεταβλητές που δεν έχουν άμεσα παρατηρηθεί αλλά έχουν εξαχθεί σαν συμπέρασμα (μέσω ενός μαθηματικού μοντέλου) από άλλες μεταβλητές που έχουν παρατηρηθεί και έχουν μετρηθεί άμεσα. Τα μαθηματικά μοντέλα που σκοπό έχουν να εξηγήσουν τις παρατηρούμενες μεταβλητές σε σχέση με τις λανθάνουσες μεταβλητές καλούνται μοντέλα λανθάνουσων μεταβλητών. Τα μοντέλα λανθάνουσων μεταβλητών χρησιμοποιούνται σε ποικίλα πεδία, συμπεριλαμβανομένων των οικονομικών, εκμάθηση μηχανών και τεχνητή νοημοσύνη, ψυχολογία και κοινωνικές επιστήμες.

Ένα πλεονέκτημα από τη χρήση των λανθάνουσων μεταβλητών είναι ότι μειώνει την διαστατικότητα (dimensionality) των δεδομένων. Ένας μεγάλος αριθμός παρατηρούμενων μεταβλητών μπορεί να συναθροιστεί σε ένα μοντέλο για να περιγράψουν μια βασική ιδέα, κάνοντας ευκολότερη την κατανόηση των δεδομένων. Υπό αυτή την έννοια, προσφέρουν την ίδια συνάρτηση όπως οι θεωρίες γενικά στην επιστήμη. Την ίδια στιγμή, οι λανθάνουσες μεταβλητές συνδέουν τα παρατηρούμενα δεδομένα στον πραγματικό κόσμο με τα συμβολικά δεδομένα στον πλασματικό κόσμο.

Οι λανθάνουσες μεταβλητές, καθώς δημιουργούνται από μεθόδους παραγοντικής ανάλυσης, γενικά εκφράζουν ‘μοιρασμένη’ (‘shared’) τυπική απόκλιση, ή το βαθμό με τον οποίο οι μεταβλητές ‘κινούνται’ μαζί. Οι μεταβλητές που δεν έχουν καμία συσχέτιση δεν μπορούν να καταλήξουν σε λανθάνουσα δομή βασισμένη σε ένα κοινό παραγοντικό μοντέλο.

4.4 Σύνθετοι δείκτες

Οι σύνθετοι δείκτες (composite indicators) έχουν αναγνωριστεί ως ένα χρήσιμο εργαλείο για την λήψη πολιτικής με το να μεταφέρουν πληροφορία για την σχετική σημαντικότητα μιας οντότητας δεδομένου ενός συνόλου οντοτήτων, που είναι όλες ορισμένες σε ένα σταθερό σύνολο διαστάσεων. Για παράδειγμα, αν η οντότητα αναπαριστά μια χώρα μέσα σε ένα σύνολο από χώρες, τότε η χώρα μπορεί να αποτιμηθεί και επομένως να καταταχθεί βασισμένη σε διαστάσεις όπως το περιβάλλον, η οικονομία, η κοινωνία ή η τεχνολογική ανάπτυξη. Ένας σύνθετος δείκτης είναι ο μαθηματικός συνδυασμός ξεχωριστών δεικτών που αναπαριστούν διαφορετικές διαστάσεις μιας οντότητας της οποίας η περιγραφή είναι ο αντικειμενικός στόχος της ανάλυσης (Nardo, et al., 2005). Οργανισμοί όπως η Παγκόσμια Τράπεζα, οι Ηνωμένες Πολιτείες, η Ευρωπαϊκή Επιτροπή και άλλοι έχουν αναπτύξει και χρησιμοποιήσει τους σύνθετους δείκτες με προοπτική να εξασφαλίσουν συγκρίσεις των χωρών σε πολύπλοκα θέματα πολιτικής. Παρά τη αντιπαράθεση του πόσο καλύτερα μπορούν να δομηθούν και να ερμηνευτούν οι σύνθετοι δείκτες (Freudenberg, 2003; Nardo et al, 2005), οι κατατάξεις των χωρών βασισμένες στους σύνθετους δείκτες έχουν χρησιμοποιηθεί ενεργά στο να εξασφαλίσουν τη διεθνή σύγκριση της απόδοσης των χωρών (Zampetakis and Moustakis, 2010).

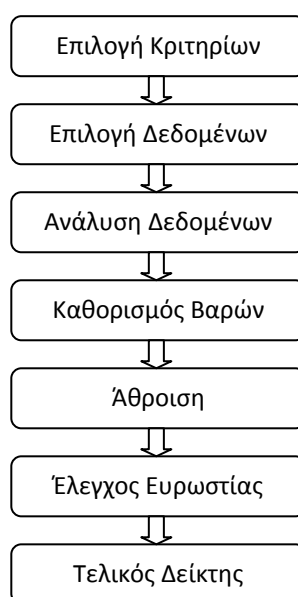
Η δημιουργία δεικτών σε διάφορα πεδία έχει ραγδαία ανάπτυξη τα τελευταία χρόνια. Παραδείγματα σύνθετων δεικτών αποτελούν ο Internal Market Index (Tarantola et al., 2004), ο European e-business Readiness Index (Pennoni et al, 2005), ο Technology Achievement Index (United Nations, 2001), ο Environmental Sustainability Index (Yale Center for Environmental Law and Policy & Center for

International Earth Science Information Network, 2005), ο Index of Economic and Social Well-being (Salzman, 2003) και ο Road Safety Index (Hermans et al., 2009a).

Γενικά, προτερήματα καθώς και μειονεκτήματα συνδέονται με ένα σύνθετο δείκτη (index) σε σύγκριση με τους μεμονωμένους δείκτες (indicators) (Saisana Tarantola, 2002, Tarantola et al., 2004). Ένας σύνθετος δείκτης μπορεί να συμπεριλάβει πολύπλοκα και πολυδιάστατα φαινόμενα. Ένα ακόμα πλεονέκτημα είναι ότι ένας σύνθετος δείκτης είναι πιο εύκολο να ερμηνευτεί αντί ένα σύνολο από δείκτες. Επίσης, μία συνολική βαθμολογία δείκτη προσφέρει προτερήματα σε σχέση με τις επιδόσεις (benchmarking) και την επικοινωνία. Την ίδια στιγμή, όμως, παρατηρούνται και μερικά μειονεκτήματα. Ένας συνδυασμός πληροφορίας σε μία βαθμολογία μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα μηνύματα ή πολύ απλοποιημένα συμπεράσματα. Επιπλέον, τα αποτελέσματα μπορεί να παραποιηθούν με τον τρόπο που δομήθηκε ο δείκτης (Hermans et al., 2009b).

4.4.1 Μεθοδολογία σύνθετων δεικτών

Δεδομένου των πιθανών μειονεκτημάτων είναι απαραίτητο να αναπτυχθεί η κατάλληλη μεθοδολογία. Τα μεθοδολογικά βήματα, που παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.1, χρειάζονται διεξοδική μελέτη. Στη συνέχεια αναλύεται κάθε βήμα ξεχωριστά.



Σχήμα 4.1 Βήματα υπολογισμού σύνθετου δείκτη

1. Επιλογή των κατάλληλων δεικτών (κριτηρίων) για να συνθέσουν τον συνολικό δείκτη.
2. Συλλογή των δεδομένων των δεικτών: διάφορες πηγές δεδομένων θα χρειαστεί να ερευνηθούν προκειμένου να συλλεχθούν τα δεδομένα για τους δείκτες (κριτήρια) που επιλέχθηκαν στο προηγούμενο βήμα.
3. Εκτέλεση της ανάλυσης δεδομένων: η ανάλυση γίνεται στο επιλεγμένο σύνολο δεδομένων των δεικτών προκειμένου να εξετασθεί καλύτερα κάθε δείκτης ξεχωριστά (με την έννοια της μονομεταβλητής ανάλυσης), καθώς και η δομή και οι εσωτερικές σχέσεις ολόκληρου του συνόλου των δεικτών (με την έννοια της πολυμεταβλητής ανάλυσης).
4. Καθορισμός βάρους για κάθε δείκτη: συνηθισμένες μέθοδοι στάθμισης – όπως η ανάλυση παραγόντων, αναλυτική ιεραρχική διαδικασία, DEA (data envelopment analysis) και ίσα βάρη – θα πρέπει να εξετασθούν με τα προτερήματα και τα μειονεκτήματά τους. Μπορούν να επιλεγθούν μερικές από αυτές τις μεθόδους και να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων των συνολικών δεικτών και των κατατάξεων των χωρών.
5. Άθροιση των δεικτών: θα πρέπει να επιλεγεί ένας μαθηματικός τύπος για το συνδυασμό των δεικτών σε έναν συνολικό δείκτη.
6. Έλεγχος της ευρωστία (robustness) του συνολικού δείκτη: δεδομένης της διαδικασίας υπολογισμού του συνολικού δείκτη με τα παραπάνω στάδια, οι επιλογές που πρέπει να γίνουν (όσον αφορά την επιλογή των δεικτών, της μεθόδου στάθμισης και της αθροιστικής διαδικασίας) μπορεί να επηρεάσουν την τελική κατάταξη των χωρών. Η ανάλυση της αβεβαιότητας και της ευαισθησίας είναι ένα σημαντικό κομμάτι της διαδικασίας υπολογισμού του συνολικού δείκτη καθώς δείχνει πόσο εύρωστος είναι ο δείκτης και ποια πρόσθετη πληροφορία θα προσέδιδε μεγαλύτερη ευρωστία.
7. Υπολογισμός, αξιολόγηση και απεικόνιση των τελικών βαθμολογιών του δείκτη.

Μια κοινή χρησιμοποιούμενη μέθοδος για να υπολογισθεί ένας σύνθετος δείκτης είναι μέσω της εφαρμογής μιας αθροιστικής βαθμολογίας χρησιμοποιώντας προκαθορισμένες τιμές βαρών όσον αφορά την κάθε διάσταση (Zampetakis and Moustakis, 2010). Αν μια οντότητα είναι ορισμένη πάνω σε τρεις διαστάσεις, με

βάρη 0.50, 0.30 και 0.20 και όσον αφορά αυτές τις διαστάσεις συγκεντρώνει τοπική βαθμολογία 1, 2 και 3, αντίστοιχα, τότε συνιστά ένα συνολικό σύνθετο δείκτη ίσο με 2.20. Υπάρχουν αναρίθμητες παραλλαγές στον καθορισμό της αθροιστική συνάρτησης ή των βαρών των διαστάσεων. Παρόλα αυτά, έχουν επικριθεί λόγω των περιορισμών που χαρακτηρίζουν τα περισσότερα αθροιστικά μοντέλα και τα βάρη των διαστάσεων ή των υποκριτηρίων (Saisana, et al., 2005). Υπάρχουν αρκετά αθροιστικά μοντέλα ή κανόνες (π.χ. προσθετική αθροιστική συνάρτηση, πολλαπλασιαστική αθροιστική συνάρτηση, ή αθροιστικές συναρτήσεις βασισμένες σε μη γραμμικές τεχνικές όπως η πολυκριτήρια ανάλυση), παρόλα αυτά η γραμμική αθροιστική συνάρτηση (Nardo et al., 2005) παραμένει η πιο δημοφιλής. Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο, τα δεδομένα συλλέγονται σύμφωνα με ένα σύνολο σχετικών με το πρόβλημα υποκριτηρίων και συνδυάζονται με τα βάρη που προσδιορίζουν το κάθε υποκριτήριο, που είναι συνήθως βασισμένα σε υποκειμενική γνώμη για τη σχεσιακή σημαντικότητα του κάθε υποκριτηρίου. Η σειριακή κατάταξη (ordinal ranking) διαφαίνεται μέσω του σταθμισμένου αθροίσματος που συγκεντρώνει κάθε εναλλακτική.

4.5 Μοντελοποίηση των λανθάνουσων μεταβλητών και κατάταξη

Η στατιστική βιβλιογραφία κατατάσσει τις λανθάνουσες μεταβλητές σε συνεχείς ή απόλυτες. Η ίδια κατηγοριοποίηση υπάρχει για τις ενδεικτικές μεταβλητές (manifest variables). Στη συγκεκριμένη έρευνα, λήφθηκε υπόψη η απλή περίπτωση όπου και οι λανθάνουσες και οι ενδεικτικές μεταβλητές (ή σύνθετοι δείκτες) είναι συνεχείς και ακολουθούν την παραγοντική ανάλυση (factor analysis) (Zampetakis and Moustakis, 2010).

Η βασική ιδέα της παραγοντικής ανάλυσης εκφράζει ότι το πολυδιάστατο διάνυσμα y των p παρατηρούμενων μεταβλητών, αναπαριστάται από έναν ή περισσότερους λανθάνοντες παράγοντες z με πολύ πιο απλή διάσταση q , με $q < p$. Το βασικό μοντέλο παραγοντικής ανάλυσης αποτελείται από το μετρητικό μοντέλο (measurement model):

$$y_i = \Lambda z_i + \varepsilon_i$$

Για κάθε παρατήρηση i . Ο όρος ϵ_i εκφράζει ένα p – διάστατο σφάλμα, και το Λ είναι ένα $p \times q$ – διάστατος πίνακας συντελεστών παλινδρόμησης που ονομάζονται γεμίσματα παράγοντα (factor loadings) που δηλώνουν την ισχύ της σχέσης ανάμεσα στις ενδεικτικές μεταβλητές y_i και των λανθάνουσων μεταβλητών z_i .

Η παραγοντική ανάλυση μειώνει τη διαστατικότητα (dimensionality) των δεδομένων με τέτοιο τρόπο που οι ενδότερες σχέσεις μεταξύ των δεικτών διαφυλάσσονται όσο το δυνατόν περισσότερο. Η αλληλοσυσχέτιση των ενδεικτικών μεταβλητών θα πρέπει να εξηγηθεί μεμονωμένα από την κοινή τους εξάρτηση με τις λανθάνουσες μεταβλητές. Γι' αυτό το λόγο, η παραγοντική ανάλυση εμπεριέχει πάντα την ανάλυση του πίνακα συσχέτισης των ενδεικτικών μεταβλητών στα πρώιμα στάδια (Zampetakis and Moustakis, 2010).

4.6 Το Μπαϋεσιανό πλαίσιο εργασίας

Τα περιβαλλοντικά μοντέλα τυπικά διαθέτουν ένα μεγάλο αριθμό ελεύθερων παραμέτρων, συχνά 20 ή περισσότερες. Προκειμένου να εξασφαλιστούν καλές προσομοιώσεις αυτές οι παράμετροι πρέπει να εκτιμηθούν σωστά και ιδανικά να έχουν εκτιμήσεις λάθους. Κάποιες από τις παραμέτρους μπορεί να είναι γνωστές από μετρήσεις στο περιβάλλον ή στο εργαστήριο ενώ άλλες μπορεί να έχουν υπολογισθεί πειραματικά με προσομοιώσεις στο παρελθόν. Γι' αυτό, παρόλο που σε πολλές περιπτώσεις δε γνωρίζουμε πολύ καλά τις παραμέτρους, έχουμε κάποια πληροφορία για την τιμή τους. Μια μέθοδος προσδιορισμού παραμέτρων που λαμβάνει υπόψη αυτή την πληροφορία θα έχει ασφαλώς πλεονέκτημα έναντι κάποιας που δεν χρησιμοποιεί την αρχική πληροφορία. Μία δημοφιλής μέθοδος που χρησιμοποιείται στη στατιστική για να ενσωματώσει την αρχική πληροφορία σε ένα πρόβλημα με ένα συνεπή τρόπο είναι αυτή που χρησιμοποιεί το Μπαϋεσιανό θεώρημα (Kendall, 1950). Η επαναλαμβανόμενη εφαρμογή του Μπαϋεσιανού θεωρήματος επιτρέπει στα δεδομένα να αφομοιώνονται με ένα διαδοχικό τρόπο που συγκρίνεται με την ανάλυση της πρόβλεψης του καιρού (Harmon et al., 1997).

Η κύρια διαφορά μεταξύ της Μπαϋεσιανής στατιστικής και της κλασσικής στατιστικής είναι ότι επιτρέπουμε στις παραμέτρους καθώς και στα δεδομένα να είναι

τυχαίες μεταβλητές. Οι παράμετροι, έτσι, έχουν επίσης κατανομές πιθανότητας και αυτές χρησιμοποιούνται για να περιγράψουμε τη γνώση μας για τις παραμέτρους.

Έστω ότι το θ εκφράζει τις παραμέτρους του μοντέλου που είναι άγνωστες. Τότε η υπάρχουσα γνώση για αυτές τις παραμέτρους μπορεί να εκφραστεί σε σχέση με μία πολυμεταβλητή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, $\pi(\theta)$. Αυτή αποτελεί την αρχική κατανομή. Σαν αποτέλεσμα ενός πειράματος συλλέγονται κάποια δεδομένα x . Αυτές οι παρατηρήσεις θα διαφοροποιηθούν από τις προβλέψεις του μοντέλου για ένα οποιοδήποτε σύνολο παραμέτρων θ και η πιθανότητα να επιτευχθούν αυτές ορίζεται ως $f(x|\theta)dx$. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x|\theta)$ είναι η πιθανότητα των δεδομένων x δεδομένου του μοντέλου θ απλά αναφέρεται ως πιθανότητα. Στην πράξη θα ήταν χρήσιμη η γνώση της συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας του θ λαμβάνοντας υπόψη τα δεδομένα, δηλαδή το $\pi(\theta|x)$. Αυτή ονομάζεται μεταγενέστερη κατανομή και δίνεται από το Μπαϋεσιανό θεώρημα:

$$\pi(\theta|x) \propto f(x|\theta)\pi(\theta)$$

Η σταθερά της αναλογικότητας βρίσκεται ζητώντας τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $\pi(\theta|x)$ να ολοκληρωθεί στη μονάδα. Εύκολα φαίνεται ότι και η αρχική γνώση και οι νέες παρατηρήσεις επηρεάζουν τη μεταγενέστερη κατανομή.

Προκειμένου να υπολογισθεί η μεταγενέστερη κατανομή χρησιμοποιώντας το Θεώρημα του Bayes χρειάζεται να μορφοποιηθούν και η αρχική γνώση και η πιθανότητα. Η αρχική κατανομή αποτελεί τη συμπύκνωση της αρχικής γνώσης των παραμέτρων και θα πρέπει να δοθεί σημασία στην επιλογή της. Μία πιθανή προσέγγιση είναι να υποτεθεί ότι δεν γνωρίζουμε τίποτα και να χρησιμοποιηθεί μία ‘μη-πληροφοριακή’ αρχική κατανομή (‘non-informative’ prior). Όμως, η μεγιστοποίηση της μεταγενέστερης κατανομής γίνεται όμοια με την προσέγγιση της Μέγιστης Πιθανότητας και δεν κάνει καμία χρήση της υπάρχουσας πληροφορίας των παραμέτρων.

Η πιθανότητα είναι ένα μέτρο της ασυμφωνίας ανάμεσα στις παρατηρήσεις και τις προβλέψεις. Εξαρτάται από τη μορφή του λάθους στα δεδομένα, το οποίο σε πολλές περιπτώσεις μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι απλά το συντελεστικό λάθος (instrumental error).

Το θεώρημα του Bayes δίνει μία συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, αλλά αυτό που στην ουσία ενδιαφέρει είναι οι εκτιμήσεις των παραμέτρων και των λαθών που ενυπάρχουν σ' αυτές. Έτσι, στις περισσότερες των περιπτώσεων χρησιμοποιείται ο μέσος της μεταγενέστερης κατανομής για τις εκτιμήσεις των παραμέτρων.

Η πολυπλοκότητα του μοντέλου καθιστά αδύνατο να εκφραστεί η πιθανότητα με αναλυτική μορφή και έτσι θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί μια αριθμητική μέθοδο υπολογισμού. Οποιαδήποτε ολοκλήρωση της μεταγενέστερης κατανομής (για παράδειγμα η κανονικοποίηση της ή ο υπολογισμός των μέσων) περιλαμβάνει ολοκλήρωση μιας πολύπλοκης συνάρτησης σε ένα πολυδιάστατο πεδίο κάτι που θα χρειαζόταν τεράστιο υπολογιστικό χρόνο. Ευτυχώς, τη λύση σε αυτό το πρόβλημα την έφερε μία οικογένεια μεθόδων βασισμένη στη χρήση των προσομοιώσεων Markov Chain Monte Carlo (Harmon et al., 1997).

4.7 Markov Chain Monte Carlo

Τα Μπαϋεσιανά προβλήματα συχνά παράγουν μια συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που είναι αδύνατον να κανονικοποιήσει ή να υπολογιστούν οι αποκλίσεις για τη χρήση τυπικών αριθμητικών μεθόδων. Οι τεχνικές Markov Chain Monte Carlo (MCMC) έχουν πρόσφατα προσελκύσει το ενδιαφέρον στη στατιστική καθώς παρέχουν ένα τρόπο διαχείρισης των μεταγενέστερων κατανομών χωρίς να χρειαστεί να εκτελεστούν πολύπλοκες ολοκληρώσεις (Smith and Roberts 1993, Tierney, 1991).

Το αντικείμενο είναι να παραχθεί ένα δείγμα διανυσμάτων των παραμέτρων από τη μεταγενέστερη κατανομή που θα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για οποιονδήποτε υπολογισμό μέσων, διακυμάνσεων κτλ. Ο τρόπος που οι μέθοδοι MCMC παράγουν ένα τέτοιο δείγμα διανυσμάτων είναι να ξεκινήσουν από ένα, για παράδειγμα θ , και να δημιουργηθεί άλλο ένα, θ' , διαταράσσοντας (perturbing) το αρχικό. Το νέο διάνυσμα θ' εξαρτάται μόνο από το προηγούμενο διάνυσμα και αυτό απλά είναι ο ορισμός της αλυσίδας Markov, στο οποίο οφείλει το όνομα της αυτή η κατηγορία μεθόδων.

Έχουν παρουσιαστεί δύο διαφορετικές προσεγγίσεις. Η πρώτη ονομάζεται αλγόριθμος Gibbs, ο οποίος γεννάει ένα νέο διάνυσμα ενημερώνοντας κάθε συνιστώσα του θ διαδοχικά σύμφωνα με την δεσμευμένη κατανομή του. Πιο εύκολος σε εφαρμογή, όμως, είναι ένας αλγόριθμος όπου το θ ενημερώνεται προσθέτοντας ένα διάνυσμα $\Delta\theta$, επιλεγμένο από μια κατανομή γέννησης Q . Το παραγόμενο διάνυσμα υπόκειται σε ένα απλό έλεγχο και γίνεται το επόμενο στοιχείο στην αλυσίδα Markov αν περάσει. Αυτή η μέθοδος είναι γνωστή ως αλγόριθμος Metropolis- Hastings (Metropolis et al., 1953), όπως περιγράφηκε από τον Clifford (1994). Ο αλγόριθμος είναι απλός και σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράφηκε παραπάνω έχει ως εξής:

Επιλέγοντας για αρχή ένα διάνυσμα θ για την αλυσίδα Markov επαναλαμβάνεται:

- Γέννηση ενός νέου διανύσματος $\theta' = \theta + \Delta\theta$ όπου το $\Delta\theta$ εξάγεται από μια κατανομή Q .
- $AN (\pi(\theta'|x))/(\pi(\theta|x)) > U$ όπου U είναι μια τυχαία μεταβλητή από μια ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $(0,1)$. Τότε
 Δέξου θ' ως το επόμενο βήμα στην αλυσίδα.
- Αλλιώς
 Χρησιμοποίησε το θ ως το επόμενο βήμα στην αλυσίδα.
- Τέλος

Μέχρι η αλυσίδα Markov να είναι σταθερή.

Μόλις ο αλγόριθμος συγκλίνει η ακολουθία των διανυσμάτων στην αλυσίδα θα έχει την ίδια κατανομή όπως τη μεταγενέστερη. Οι ενδιαφέρουσες ιδιότητες της μεταγενέστερης κατανομής μπορούν να υπολογιστούν αξιολογώντας τις προβλέψεις από την αλυσίδα Markov. Στη συνέχεια, ο μέσος μπορεί σχετικά γρήγορα να υπολογιστεί – απλά θα πρέπει να υπολογιστεί μια αρκετά μακριά αλυσίδα για να επιτευχθεί η σταθερότητα (Harmon et al., 1997).

4.8 Μοντελοποίηση Bayes βασισμένη σε λανθάνουσες μεταβλητές

Στο πλαίσιο των προβλημάτων κατάταξης με πολλαπλά χαρακτηριστικά (υποκριτήρια), κάθε εναλλακτική έχει μια μη παρατηρούμενη λανθάνουσα κατάταξη που δηλώνεται ως $[Z_i]$. Καθώς αυτή η κατάταξη δεν παρατηρείται εύκολα, μπορεί να καθοριστεί μέσω της απόδοσης που πετυχαίνει μέσω των παρατηρούμενων υποκριτηρίων. Συγκεκριμένα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα γραμμικό μοντέλο για να συνδυάσει τα παρατηρούμενα χαρακτηριστικά $[Y_1, Y_2, \dots, Y_i]$ με τη $[Z_i]$. Ένα μοντέλο μέτρησης δομείται για να δημιουργηθεί ένας κανόνας για το συνδυασμό της απόδοσης μέσα από τα κριτήρια και να παραχθεί ένα σκορ για κάθε εναλλακτική (Zampetakis and Moustakis, 2010).

Κάτω από το πλαίσιο εργασίας των λανθάνουσων μεταβλητών του Bayes, η κατάταξη των εναλλακτικών καθορίζεται από ένα σύστημα j μοντέλων παλινδρόμησης της μορφής:

$$Y_1 = \beta_0^{(1)} + \beta_1^{(1)} \times z_i + \varepsilon_i^{(1)}, \quad \varepsilon_i^{(1)} \sim N(0, \sigma_1^2)$$

$$Y_2 = \beta_0^{(2)} + \beta_1^{(2)} \times z_i + \varepsilon_i^{(2)}, \quad \varepsilon_i^{(2)} \sim N(0, \sigma_j^2)$$

...

$$Y_j = \beta_0^{(j)} + \beta_1^{(j)} \times z_i + \varepsilon_i^{(j)}, \quad \varepsilon_i^{(j)} \sim N(0, \sigma_j^2)$$

Υπάρχουν j διαφορετικοί όροι $[\beta_0^{(j)}]$ και j διαφορετικοί συντελεστές στην $[Z_i]$, οι $[\beta_1^{(j)}]$ και κάθε μοντέλο παλινδρόμησης έχει τη δικιά του παραμένουσα διακύμανση (residual variance) ($\varepsilon_i^{(j)}$). Η προσέγγιση Bayes μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εξασφαλιστεί μια μεταγενέστερη κατανομή της λανθάνουσας μεταβλητής $[Z_i]$ και να υπολογιστεί η κατανομή των εναλλακτικών κατατάξεων. Με αυτό τον τρόπο, μπορεί να εκτιμηθεί η αβεβαιότητα στην εκτίμηση των τιμών $[Z_i]$ και επιπρόσθετα η αβεβαιότητα στις κατατάξεις τους μεταξύ τους (Zampetakis and Moustakis, 2010).

Αυτή η προσέγγιση χρησιμοποιήθηκε για προβλήματα κατάταξης σε διάφορα πεδία εφαρμογών. Για παράδειγμα, στο πεδίο της εκπαίδευσης των Cassandar et al., (2005) χρησιμοποιήθηκε το πλαίσιο εργασίας του Bayes για την κατάταξη των

πανεπιστημίων, ενώ οι Lockwood et al., (2002) ασχολήθηκαν με την αβεβαιότητα στην κατάταξη των καθηγητών και των σχολείων μέσω των τιμών από ατομικά τεστ των μαθητών. Στο πεδίο της πρόληψης των αυτοκινητιστικών ατυχημάτων και της ασφάλειας, οι Μίαου και Song (2005), χρησιμοποίησαν τις μεθόδους του Bayes στην κατάταξη των θέσεων για τη βελτίωση της ασφάλειας των μηχανών και οι Geurts et al. (2006) χρησιμοποίησαν τα διαγράμματα κατάταξης του Bayes στην κατάταξη και επιλογή των επικίνδυνων για ατυχήματα τοποθεσιών. Οι Austin (2002) και Quinn (2004) χρησιμοποίησαν τη μεθοδολογία Bayes για την απόδοση των νοσοκομείων και την εκτίμησης του πολιτικού ρίσκου των χωρών, αντίστοιχα.

4.9 Αρχικές προδιαγραφές

Οι μεταγενέστερες κατανομές για τις παραμέτρους του μοντέλου των λανθάνουσων μεταβλητών εξασφαλίζονται μέσω του τύπου του Bayes. Για να ολοκληρωθούν οι προδιαγραφές του μοντέλου χρειάζονται κατηγορίες αρχικών κατανομών για τις παραμέτρους των μοντέλων.

Από τη στιγμή που το $[z_i]$ έχει αυθαίρετη θέση και κλίμακα, για να επιτευχθεί αναγνωρισιμότητα για το μοντέλο, οι λανθάνουσες μεταβλητές καθορίζονται να είναι σε σταθερή μορφή, με μηδέν μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις στη μονάδα (Gongdon, 2003, σελ. 325). Η θέση και η κλίμακα του $[z_{is}]$ δεν μας ενδιαφέρουν, αφού οποιαδήποτε αλλαγή στο $[z_{is}]$ μπορεί να αντισταθμιστεί με μία αλλαγή στο $[\beta_0]$ και κάθε αλλαγή στην κλίμακα του $[z_{is}]$ μπορεί να αντισταθμιστεί με κλίμακα στο $[\beta_1]$. Ο εκτιμώμενος μεταγενέστερος μέσος του $[z_i]$ υπολογίζεται χρησιμοποιώντας μια αθροιστική σταθμισμένη μέθοδο (weight and sum method) με κάθε τυποποιημένο χαρακτηριστικό $[j]$ σταθμισμένο με $w_j = \beta_1^{(j)} / \sigma_j$. Έτσι, η μέθοδος υπολογίζει κατατάξεις και βάρη ταυτόχρονα, αντίθετα με άλλες προσεγγίσεις που ορίζουν υποκειμενικά βάρη στα παρατηρούμενα χαρακτηριστικά (Zampetakis and Moustakis, 2010).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

5.1 Εισαγωγή

Η αξιολόγηση των περιβαλλοντικών επιδόσεων των κρατών, έχει αποκτήσει ιδιαίτερη σημασία τα τελευταία χρόνια. Παρόλα αυτά, μια τέτοια αξιολόγηση συναντά αρκετές δυσκολίες. Οι αναλυτές έρχονται αντιμέτωποι με ανεπαρκή ή αντικρουόμενα περιβαλλοντικά δεδομένα, διαφορετικές αξίες και προτιμήσεις και αναρίθμητες ασυνέπειες. Η μεθοδολογία που περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο αποτελεί ένα ισχυρό εργαλείο για την επίλυση τέτοιων προβλημάτων.

Μια τέτοια περιβαλλοντική ανάλυση πραγματοποιείται σε ετήσια βάση από τα πανεπιστήμια Yale και Columbia, σε συνεργασία με το Παγκόσμιο Οικονομικό Φόρουμ και την Ευρωπαϊκή Επιτροπή, οι οποίοι ανέπτυξαν ένα δείκτη περιβαλλοντικών επιδόσεων (Environmental Performance Index, EPI). Η πολυκριτήρια μεθοδολογία που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του παραπάνω δείκτη βασίζεται σε ένα ιεραρχικό μοντέλο σταθμισμένου μέσου.

Στόχος της παρούσας έρευνας είναι η εφαρμογή μίας εναλλακτικής διαδικασίας βασισμένη στο Μπαϋεσιανό θεώρημα και τις λανθάνουσες μεταβλητές, για την αξιολόγηση των περιβαλλοντικών επιδόσεων των κρατών, την κατάταξή τους και τη σύγκριση των αποτελεσμάτων.

Αρχικά, παρουσιάζεται μια σύντομη περιγραφή των βασικών σημείων της μεθοδολογίας που χρησιμοποιείται από τα πανεπιστήμια Yale και Columbia για τον υπολογισμό του δείκτη EPI για το έτος 2008 και στη συνέχεια γίνεται η εφαρμογή του Μπαϋεσιανού μοντέλου λανθάνουσων μεταβλητών και αναλύονται τα αποτελέσματα.

5.2 Μεθοδολογία υπολογισμού EPI 2008

Στην έρευνα των πανεπιστημίων Yale και Columbia, οι ερευνητές επικεντρώνονται στην υποστήριξη του περιβάλλοντος (Goal 7 of the Millennium Development Goals-MDGs) και την απόδοση της πολιτικής που ακολουθεί κάθε κράτος. Για το σκοπό αυτό, υπολόγισαν τον δείκτη περιβαλλοντικών επιδόσεων (EPI) 149 κρατών, χρησιμοποιώντας 25 κριτήρια. Η επιλογή και επεξεργασία των δεδομένων παρουσιάζονται παρακάτω.

Αρχικά, συγκέντρωσαν τα δεδομένα σε μια γενική λίστα μετρήσεων των απαιτήσεων διαχείρισης της μόλυνσης και των φυσικών πηγών, όπως αυτά καθορίζονται από την πολιτική του κάθε κράτους και τους επιστήμονες. Καθώς δεν υπάρχει “σωστή” απάντηση για το ποιος θεωρείται κατάλληλος περιβαλλοντικός δείκτης, επέλεξαν ένα σύνολο 25 δεικτών (κριτήρια), οι οποίοι θεωρούν ότι καλύπτουν τις περιβαλλοντικές απαιτήσεις μιας κοινωνίας με βάση τα κριτήρια της σχετικότητας, του προσανατολισμού της απόδοσης, της διαφάνειας και της ποιότητας των δεδομένων. Οι 25 δείκτες σχετίζονται με τους δύο αντικειμενικούς στόχους του EPI: (1) τη μείωση των περιβαλλοντικών επιπτώσεων στην ανθρώπινη υγεία (Environmental Health) και (2) να προάγουν την ζωτικότητα του οικοσυστήματος και τη σωστή διαχείριση των φυσικών πηγών ενέργειας (Ecosystem Vitality) (Πίνακας 5.1).

Αυτοί οι στόχοι αντανακλούν τις προτεραιότητες της κυβερνητικής πολιτικής για τις περιβαλλοντικές αρχές σε όλο τον κόσμο και τον στόχο της διεθνής κοινότητας στην υιοθέτηση του Στόχου 7 (Goal 7) του Millennium Development Goals (MDGs), για τη διασφάλιση της περιβαλλοντικής υποστήριξης. Οι δύο αντικειμενικοί στόχοι εκτιμούνται χρησιμοποιώντας τους 25 περιβαλλοντικούς δείκτες χωρισμένους σε έξι καλά - καθορισμένες κατηγορίες πολιτικής, που στη συνέχεια συνδυάζονται για τη δημιουργία του της τελικής βαθμολογίας.

Στο σύνολο των 238 κρατών, τα 90 δεν συμπεριλήφθηκαν στον υπολογισμό του EPI επειδή δεν υπήρχαν διαθέσιμα δεδομένα για τα εξεταζόμενα κριτήρια. Επομένως, τα κράτη που εξετάστηκαν ήταν 149.

Για τον υπολογισμό του δείκτη EPI, χρειάστηκε να γίνουν συγκρίσιμα τα κριτήρια, καθώς τα περιβαλλοντικά αριθμητικά δεδομένα μετριοούνται σε διάφορες

κλίμακες και απαιτείται τυποποίηση. Στη συγκεκριμένη έρευνα χρησιμοποιείται μια μέτρηση προσέγγισης - στο - στόχο με μια κλίμακα από 0 έως 100, όπου το 100 αντιστοιχεί στο στόχο και το 0 στη χειρότερη τιμή. Πριν γίνει η τυποποίηση των δεδομένων χρειάστηκε να προσαρμόσουν τις ακραίες τιμές (outliers) με μια στατιστική τεχνική που ονομάζεται winsorization. Σε ένα μικρό αριθμό των περιπτώσεων, ακόμα και μετά την εφαρμογή της winsorization εξακολουθούσαν να υπάρχουν ακραίες τιμές και σε αυτές τις περιπτώσεις η τεχνική αυτή βασίστηκε σε μια σύγκριση δύο διαφορετικών τιμών. Οι τιμές της προσέγγισης - στο - στόχο υπολογίστηκαν σύμφωνα με τη σχέση:

$$[100 - (\text{target value} - \text{winsorized value})] * 100 / (100 - \text{minimum winsorized value})$$

Επιπλέον, για να αποφευχθεί η υπερεπίτευξη, δεν χρησιμοποιήθηκε καμία τιμή των δεικτών που υπερέβαινε τον στόχο. Στις ελάχιστες περιπτώσεις όπου ένα κράτος τα πήγε καλύτερα από τον στόχο, η τιμή του μετατράπηκε ίση με αυτόν. Όσον αφορά τον καθορισμό της κατάλληλης ομαδοποίησης κάθε δείκτη χρησιμοποιήθηκε η Cluster ανάλυση, ενώ για την απόδοση των βαρών επιλέχτηκαν ίσα βάρη με κάποιες τροποποιήσεις που καθορίστηκαν από την ομάδα του EPI και την καθοδήγηση των ειδικών (Παράρτημα Α, Πίνακας Α.1). Τα αποτελέσματα της κατάταξης της έρευνας αυτής φαίνεται στον Πίνακα Α.2 στο Παράρτημα Α.

5.3 Περιγραφή των κριτηρίων και του Μπαϋεσιανού μοντέλου

Στην παρούσα εφαρμογή εξετάζεται το πρόβλημα της κατάταξης μέσα από τη χρήση μοντέλων δεσμευμένης πιθανότητας. Πιο συγκεκριμένα εξετάζεται το σύνολο 25 κριτηρίων (Πίνακας 5.1), όπως χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό του δείκτη περιβαλλοντικών επιδόσεων (EPI) (Yale Center for Environmental Law and Policy & Center for International Earth Science Information Network, 2008), και με τη χρήση μιας επαγωγικής μεθοδολογίας βασισμένη στην Μπαϋεσιανή μοντελοποίηση λανθάνουσων μεταβλητών γίνεται η κατάταξη των 149 κρατών. Η ανάλυση πραγματοποιήθηκε με τη χρήση του λογισμικού Amos v.7 (Arbuckle, 2006).

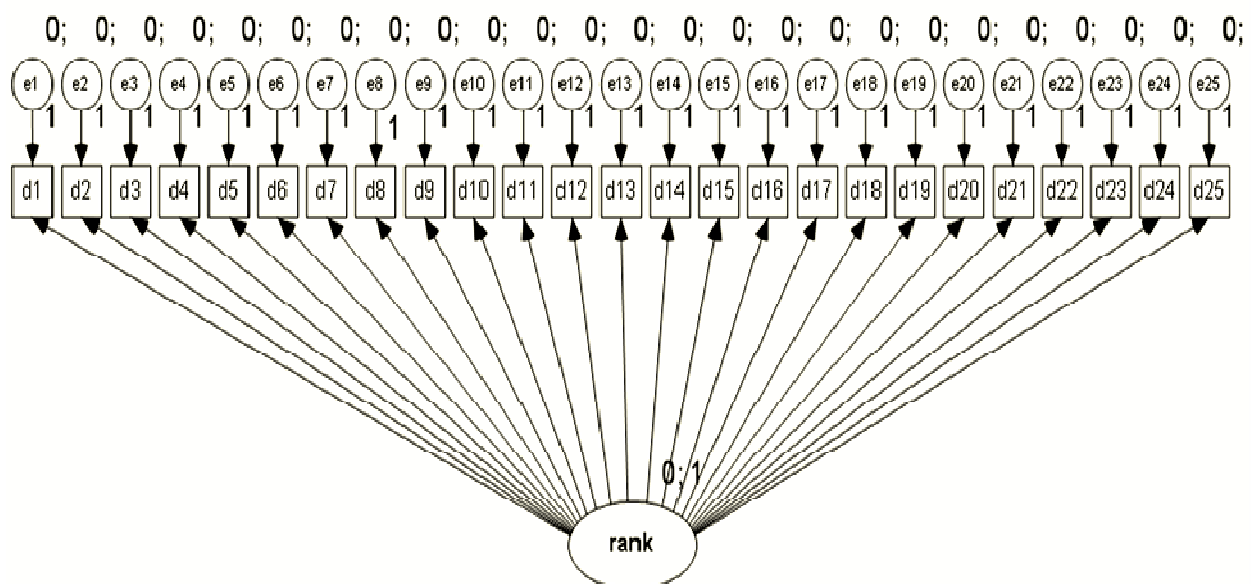
Πίνακας 5.1 Κριτήρια κατάταξης χωρών

Αντικειμενικοί Στόχοι	Κατηγορίες Πολιτικής	Υποκατηγορίες	Κριτήρια	Κώδικας Κριτηρίων
Environmental Health	Environmental Health	Environmental burden of disease	Environmental burden of disease	d3
		Water (effects on humans)	Adequate sanitation	d1
			Drinking water	d2
		Air Pollution (effects on humans)	Urban particulates	d5
			Indoor air pollution	d4
			Local ozone	d6
Ecosystem Vitality	Air Pollution (effects on nature)	Air Pollution (effects on nature)	Regional ozone	d8
			Sulfur dioxide emissions	d7
	Water (effects on nature)	Water (effects on nature)	Water quality	d9
			Water stress	d10
	Biodiversity & Habitat	Biodiversity & Habitat	Conservation risk index	d12
			Effective conservation	d13
			Critical habitat protection	d14
			Marine Protected Areas	d15
	Productive Natural Resources	Forestry	Growing stock change	d11
		Fisheries	Marine Trophic Index	d17
			Trawling intensity	d16
		Agriculture	Irrigation Stress	d18
			Agricultural Subsidies	d20
			Intensive cropland	d19
			Burnt Land Area	d21
			Pesticide Regulation	d22
	Climate Change	Climate Change	Emissions per capita	d23
			Emissions per electricity generation	d25
			Industrial carbon intensity	d24

(Πηγή: Yale Center for Environmental Law and Policy & Center for International Earth Science Information Network, 2008.)

Για τον υπολογισμό του EPI 2008 τα ελλιπή δεδομένα που παρατηρούνται για τα κριτήρια κάποιων χωρών είναι μία σημαντική πηγή αβεβαιότητας στην δομή του δείκτη. Για να καλύψουν τα ελλιπή δεδομένα στην έρευνα του υπολογισμού του EPI 2008 χρησιμοποιήθηκαν στατιστικές μέθοδοι απόδοσης δεδομένων (data imputation). Αντίθετα, με τη χρήση του Μπαϋεσιανού μοντέλου λανθάνουσων μεταβλητών τα ελλιπή δεδομένα μπορούν να εκτιμηθούν από τα διαθέσιμα δεδομένα χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο μέγιστης πιθανοφάνειας.

Το Μπαϋεσιανό μοντέλο λανθάνουσων μεταβλητών παρουσιάζεται στο σχήμα 5.1 όπου τα κριτήρια, που αποτελούν τις παρατηρούμενες μεταβλητές, συμβολίζονται με $d_1, d_2, \dots, d_{25}$, ενώ με 'rank' συμβολίζεται ο σύνθετος δείκτης. Σε κάθε κριτήριο d_i υπάρχει και το αντίστοιχο λάθος e_i ($i=1,2,\dots,25$).



Σχήμα 5.1 : Μοντέλο λανθάνουσων μεταβλητών για την κατάταξη των χωρών βάσει τα 25 κριτήρια

Στον Πίνακα 5.2 παρουσιάζονται η μέση τιμή (mean), το σφάλμα (SE), η απόκλιση (SD), η σύγκλιση (CS), ο μέσος (Median) και η ελάχιστη και μέγιστη τιμή για 95% βαθμό εμπιστοσύνης (Minimum και Maximum) για κάθε ένα από τα 25 κριτήρια του μοντέλου όπως υπολογίστηκαν από τη χρήση της Μπαϋεσιανής μεθόδου λανθάνουσων μεταβλητών. Από τον πίνακα αυτό συμπεραίνουμε ότι οποιαδήποτε αλλαγή στα κριτήρια d_{10} , d_{14} , d_{16} , d_{17} , d_{18} , d_{23} και d_{25} (Water stress, Critical habitat protection, Trawling intensity, Marine Trophic Index, Irrigation Stress, Emissions per capita και Emissions per electricity generation, αντίστοιχα) δεν θα επηρεάσει την Μπαϋεσιανή κατάταξη.

Πίνακας 5.2 Στατιστικά στοιχεία κριτηρίων

Regression weights	Mean	SE	SD	CS	Median	Minimum	Maximum
d1 <--rank	-33,26	0,05	2,34	1,00	-33,13	-38,18	-28,99
d2 <--rank	-29,29	0,04	2,32	1,00	-29,18	-34,21	-25,09
d3 <--rank	-24,90	0,04	2,14	1,00	-24,81	-29,37	-20,95
d4 <--rank	-36,53	0,05	2,90	1,00	-36,41	-42,59	-31,20
d5 <--rank	-10,62	0,02	2,62	1,00	-10,56	-15,83	-5,55
d6 <--rank	-9,60	0,02	1,98	1,00	-9,56	-13,58	-5,80
d7 <--rank	7,97	0,01	1,52	1,00	7,94	5,06	11,05
d8 <--rank	-8,19	0,02	2,11	1,00	-8,17	-12,39	-4,14
d9 <--rank	-13,54	0,03	2,34	1,00	-13,50	-18,28	-9,09
d10 <--rank	0,79	0,02	1,95	1,00	0,78	-3,06	4,57
d11 <--rank	-10,45	0,02	1,88	1,00	-10,42	-14,23	-6,86
d12 <--rank	8,56	0,02	3,18	1,00	8,52	2,36	14,93
d13 <--rank	11,07	0,02	3,20	1,00	11,03	4,94	17,46
d14 <--rank	-3,36	0,05	4,85	1,00	-3,35	-12,89	6,12
d15 <--rank	8,70	0,02	3,98	1,00	8,67	0,96	16,57
d16 <--rank	5,31	0,03	3,65	1,00	5,30	-1,86	12,51
d17 <--rank	0,82	0,03	2,95	1,00	0,82	-4,96	6,64
d18 <--rank	-0,07	0,02	2,05	1,00	-0,07	-4,10	3,99
d19 <--rank	6,84	0,02	2,50	1,00	6,83	2,04	11,81
d20 <--rank	20,37	0,03	2,93	1,00	20,29	14,89	26,37
d21 <--rank	-9,18	0,02	2,15	1,00	-9,15	-13,52	-5,01
d22 <--rank	-21,70	0,05	3,46	1,00	-21,58	-28,73	-15,18
d23 <--rank	3,06	0,01	1,98	1,00	3,04	-0,81	7,00
d24 <--rank	9,06	0,02	2,16	1,00	9,03	4,88	13,40
d25 <--rank	-0,13	0,02	2,62	1,00	-0,14	-5,25	5,02

5.4 Αποτελέσματα κατάταξης

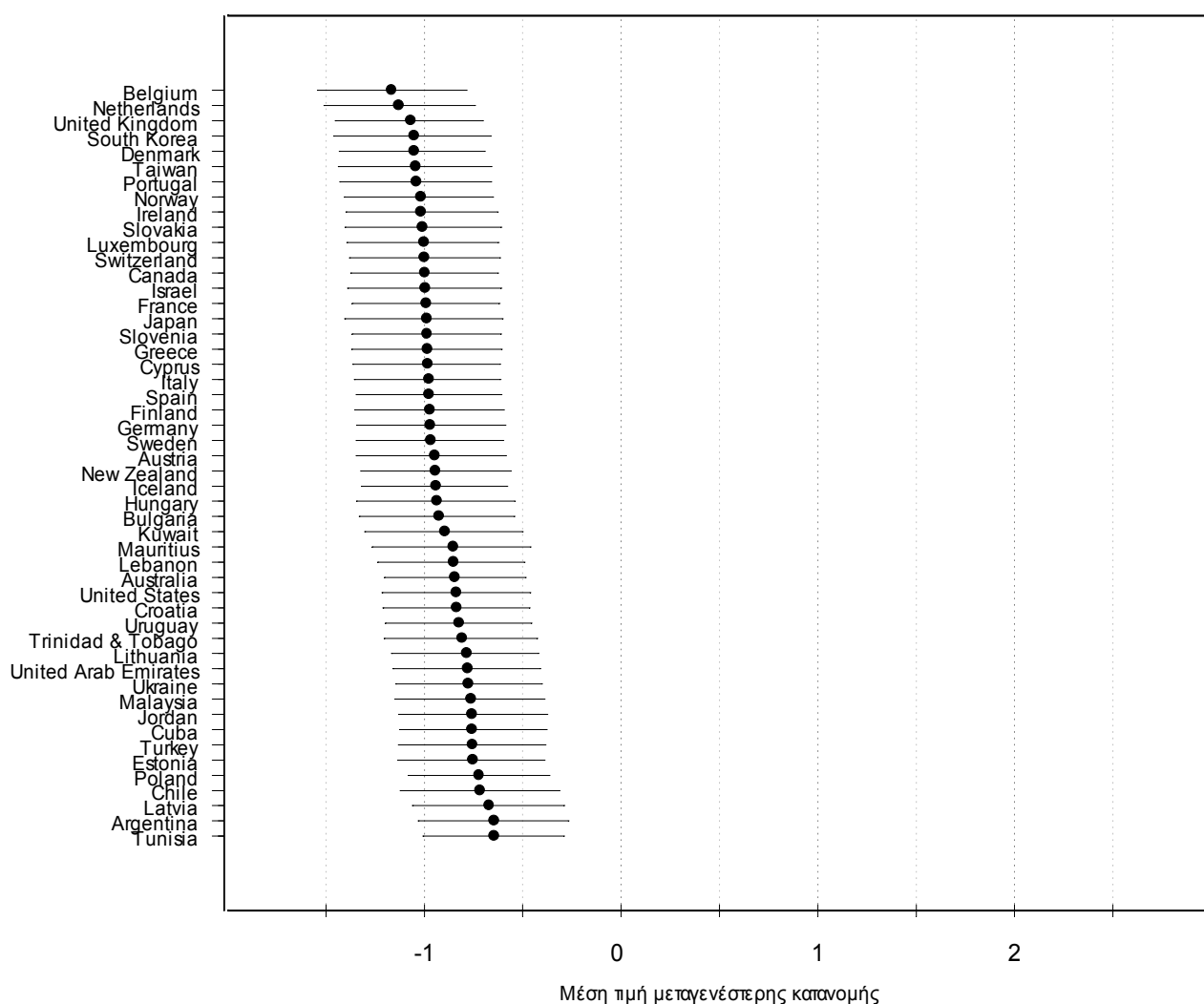
Οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν με τη βοήθεια του αλγορίθμου Metropolis που ανήκει στις τεχνικές MCMC. Μόλις λήφθηκε το δείγμα των μεταγενέστερων κατανομών για κάθε χώρα, στη συνέχεια υπολογίστηκε ο μέσος όρος που μας έδωσε την κατάταξη των χωρών όπως φαίνεται στον Πίνακα 5.3.

Οι πρώτες τρεις χώρες στην κατάταξη είναι το Βέλγιο, η Ολλανδία και το Ηνωμένο Βασίλειο, ενώ τις τρεις τελευταίες θέσεις τις κατέχουν ο Νίγηρας, η Λαϊκή Δημοκρατία του Κονγκό και το Τσαντ. Αξίζει να αναφερθεί ότι η Ελλάδα βρίσκεται μόλις στην 18^η θέση της κατάταξης.

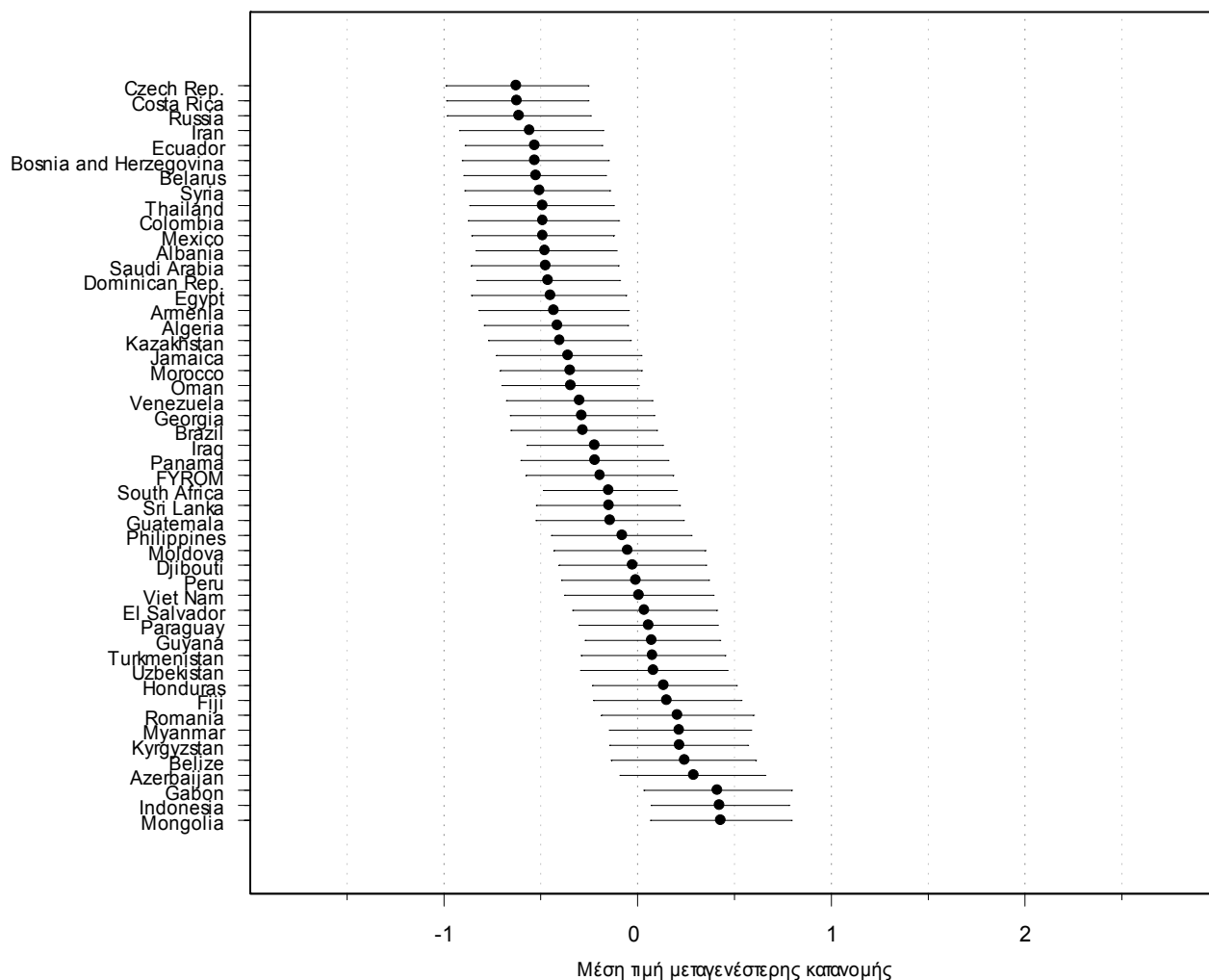
Πίνακας 5.3 Κατάταξη χωρών με τη χρήση του Μπαϋεσιανού μοντέλου

Κατάταξη	Χώρα	Κατάταξη	Χώρα	Κατάταξη	Χώρα
1	Belgium	51	Czech Rep.	101	Senegal
2	Netherlands	52	Costa Rica	102	Pakistan
3	United Kingdom	53	Russia	103	China
4	South Korea	54	Iran	104	Nicaragua
5	Denmark	55	Ecuador	105	Côte d'Ivoire
6	Taiwan	56	Bosnia and Herzegovina	106	Bolivia
7	Portugal	57	Belarus	107	India
8	Norway	58	Syria	108	Botswana
9	Ireland	59	Thailand	109	Zimbabwe
10	Slovakia	60	Colombia	110	Yemen
11	Luxembourg	61	Mexico	111	Nepal
12	Switzerland	62	Albania	112	Bangladesh
13	Canada	63	Saudi Arabia	113	Swaziland
14	Israel	64	Dominican Rep.	114	Tajikistan
15	France	65	Egypt	115	Kenya
16	Japan	66	Armenia	116	Namibia
17	Slovenia	67	Algeria	117	Malawi
18	Greece	68	Kazakhstan	118	Tanzania
19	Cyprus	69	Jamaica	119	Cameroon
20	Italy	70	Morocco	120	Solomon Islands
21	Spain	71	Oman	121	Sudan
22	Finland	72	Venezuela	122	Papua New Guinea
23	Germany	73	Georgia	123	Rwanda
24	Sweden	74	Brazil	124	Burundi
25	Austria	75	Iraq	125	Haiti
26	New Zealand	76	Panama	126	Ghana
27	Iceland	77	Macedonia	127	Congo
28	Hungary	78	South Africa	128	Nigeria
29	Bulgaria	79	Sri Lanka	129	Mauritania
30	Kuwait	80	Guatemala	130	Zambia
31	Mauritius	81	Philippines	131	Uganda
32	Lebanon	82	Moldova	132	Benin
33	Australia	83	Djibouti	133	Guinea-Bissau
34	United States	84	Peru	134	Eritrea
35	Croatia	85	Viet Nam	135	Togo
36	Uruguay	86	El Salvador	136	Madagascar
37	Trinidad & Tobago	87	Paraguay	137	Laos
38	Lithuania	88	Guyana	138	Mali
39	United Arab Emirates	89	Turkmenistan	139	Sierra Leone
40	Ukraine	90	Uzbekistan	140	Central African Republic
41	Malaysia	91	Honduras	141	Guinea
42	Jordan	92	Fiji	142	Mozambique
43	Cuba	93	Romania	143	Cambodia
44	Turkey	94	Myanmar	144	Ethiopia
45	Estonia	95	Kyrgyzstan	145	Burkina Faso
46	Poland	96	Belize	146	Angola
47	Chile	97	Azerbaijan	147	Chad
48	Latvia	98	Gabon	148	Dem. Rep. Congo
49	Argentina	99	Indonesia	149	Niger
50	Tunisia	100	Mongolia		

Τα Σχήματα 5.2(α), 5.2(β) και 5.2(γ) παρουσιάζουν γραφικά την κατάταξη των χωρών. Ο οριζόντιος άξονας αντιστοιχεί στη βαθμολογία κατάταξης που υπολογίστηκε με τη χρήση της Μπαϋεσιανής μεθόδου λανθάνουσων μεταβλητών. Ο κάθετος άξονας αντιστοιχεί στις χώρες, με την πρώτη χώρα της κατάταξης να βρίσκεται στην κορυφή του διαγράμματος. Η κουκίδα αντιστοιχεί στις μέσες τιμές της μεταγενέστερης κατανομής κάθε χώρας, ενώ οι γραμμές που εκτείνονται και από τις δυο μεριές της μέσης τιμής αποτελούν τον βαθμό αξιοπιστίας μέσα στον οποίο θα μπορούσε να βρίσκεται η βαθμολογία κατάταξης κάποιας χώρας με 95% πιθανότητα.

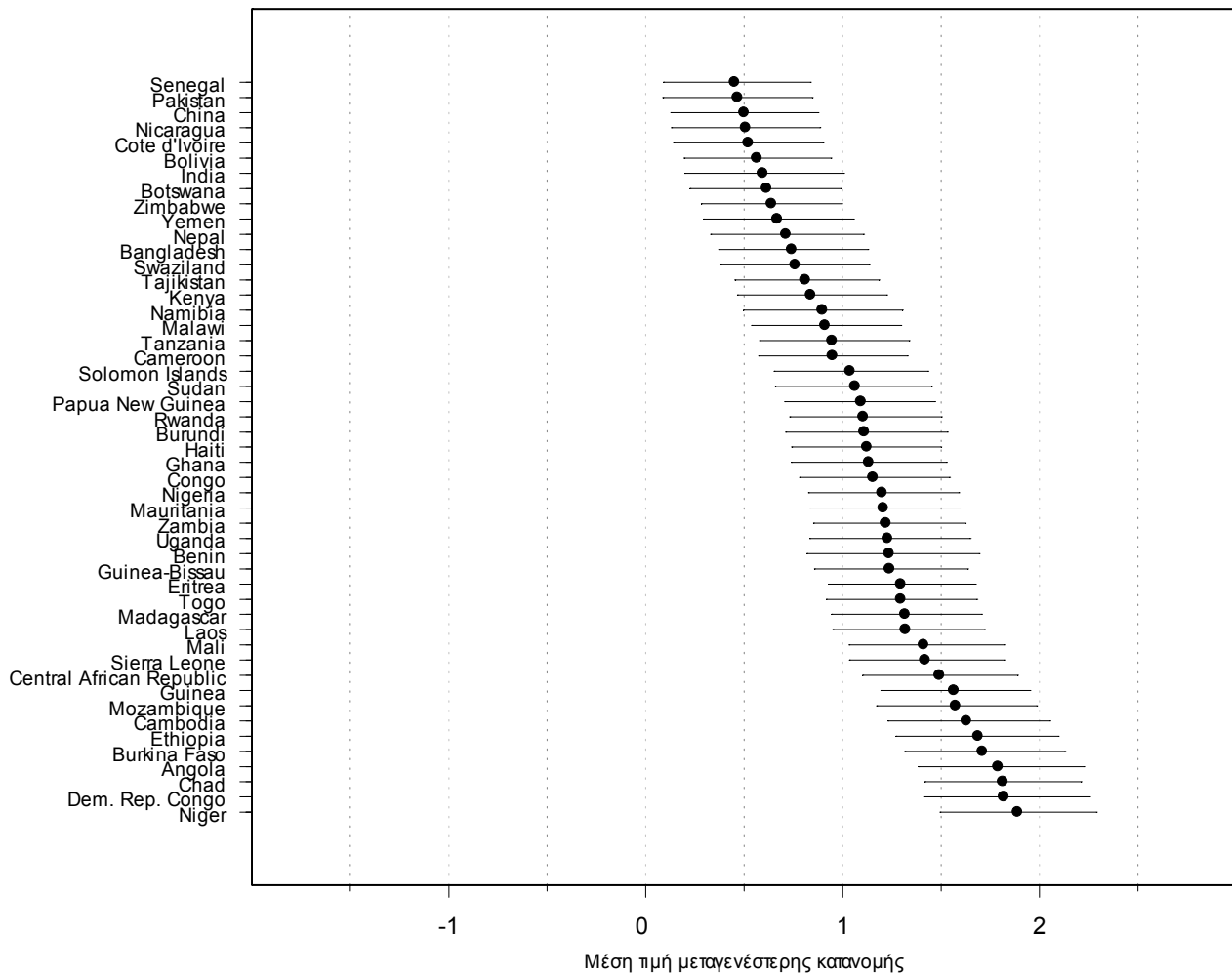


Σχήμα 5.2 (α) Κατανομή της βαθμολογίας κατάταξης των χωρών (συνεχίζεται..)



Σχήμα 5.2 (β) Κατανομή της βαθμολογίας κατάταξης των χωρών (συνεχίζεται..)

Επιπλέον, από τα διαγράμματα μπορεί να γίνει αντιληπτό αν κάποιες χώρες έχουν παρόμοιες αποδόσεις σε σύγκριση με άλλες. Έτσι, αν δύο χώρες δεν επικαλύπτονται τότε ισχύει το πόρισμα ότι ‘η μία χώρα είναι καλύτερη από την άλλη’ και ότι είναι ανεξάρτητο από την αβεβαιότητα. Αν θέλουμε να συγκρίνουμε τρεις συγκεκριμένες χώρες, για παράδειγμα, την Ελλάδα, την Σρι Λάνκα και την Γκαμπόν τότε θα ελέγξουμε αν τα διαστήματά τους επικαλύπτονται. Από τη διακεκομμένη γραμμή που διαπερνά το διάστημα της Σρι Λάνκα παρατηρούμε ότι η Ελλάδα είναι στατιστικά καλύτερη στην κατάταξη και από την Σρι Λάνκα και από την Γκαμπόν, αλλά οι δυο τελευταίες δεν διαφοροποιούνται στατιστικά.



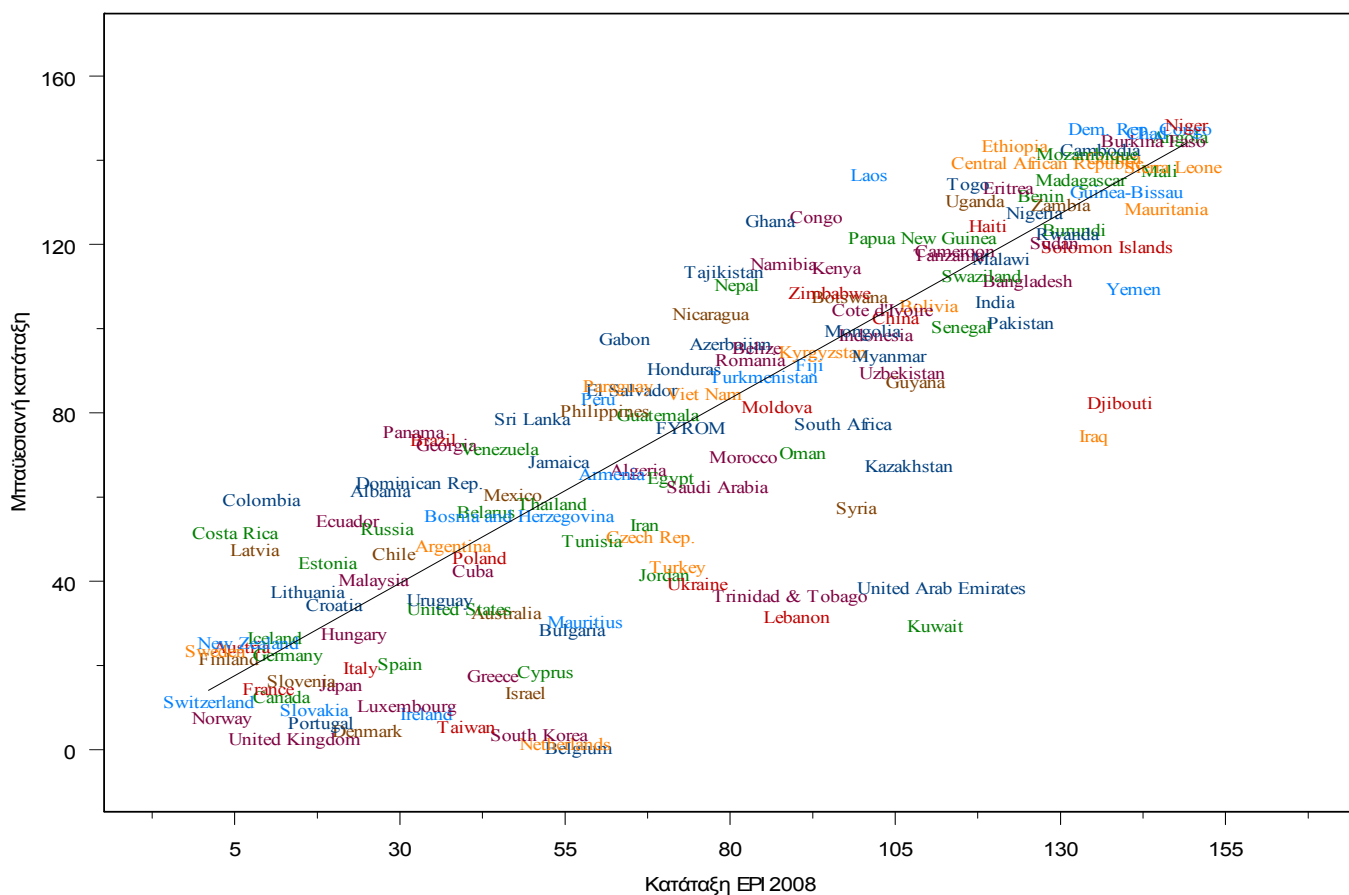
Σχήμα 5.2 (γ) Κατανομή της βαθμολογίας κατάταξης των χωρών

Παίρνοντας ένα άλλο παράδειγμα, θέλοντας να συγκρίνουμε την Ελλάδα (με μέση τιμή= -0,98) με την Τουρκία (με μέση τιμή= -0,75), μπορούμε να βρούμε την πιθανότητα που η Ελλάδα έχει καλύτερη περιβαλλοντική απόδοση από την Τουρκία. Σε αυτή την περίπτωση θα πρέπει να υπολογιστεί η μεταγενέστερη πιθανότητα όπου η βαθμολογία της Ελλάδας είναι χαμηλότερη από τη βαθμολογία της Τουρκίας. Έτσι, η μεταγενέστερη πιθανότητα η Ελλάδα να έχει καλύτερη περιβαλλοντική απόδοση από την Τουρκία είναι 76,24. Στην περίπτωση σύγκρισης της Σενεγάλης (με μέση τιμή = 0,45) με την Κίνα (με μέση τιμή= 0,50) η πιθανότητα η Σενεγάλη να έχει καλύτερη περιβαλλοντική απόδοση από την Κίνα είναι μόλις 57,13. Από τα παραπάνω παραδείγματα γίνεται αντιληπτό ότι είναι γενικά αδύνατο να ισχυριστεί κανείς ότι μία χώρα σε μία ποιοτική κατάταξη έχει καλύτερη περιβαλλοντική απόδοση από όλες εκείνες που βρίσκονται κάτω από αυτήν.

5.5 Σύγκριση αποτελεσμάτων κατάταξης

Στο Σχήμα 5.3 φαίνεται η σύγκριση των κατατάξεων από τη χρήση του Μπαϋεσιανού μοντέλου λανθάνουσων μεταβλητών (κάθετος άξονας) και των αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται στη μελέτη του EPI 2008 (οριζόντιος άξονας). Τα δύο συστήματα κατάταξης είναι διαφορετικά και παρατηρούνται αρκετές διαφορές στην κατάταξη των χωρών μεταξύ των δύο συνόλων.

Από το Σχήμα 5.3 είναι ευδιάκριτο ότι οι χώρες που βρίσκονται τελευταίες στην κατάταξη πλησιάζουν περισσότερο την ευθεία γραμμή. Από αυτό συμπεραίνουμε ότι υπάρχει μεγαλύτερη συσχέτιση μεταξύ των δύο κατατάξεων όσον αφορά την κατάταξη των τελευταίων χωρών σε αντίθεση με τις πρώτες στην κατάταξη χώρες, που παρατηρούνται περισσότερο απομακρυσμένες από την ευθεία γραμμή. Παρόλα αυτά, η συσχέτιση μεταξύ των δύο κατατάξεων ανέρχεται σε 84,07% κάτι που θεωρείται αρκετά ικανοποιητικό.



Σχήμα 5.3 Σύγκριση της Μπαϋεσιανής κατάταξης και της κατάταξης EPI 2008

Παρακάτω παρουσιάζονται οι πίνακες όπου φαίνεται η θέση κατάταξης των χωρών μελών του Οργανισμού Οικονομικής Συνεργασίας και Ανάπτυξης (Organisation for Economic Co-operation and Development, OECD) βάσει το Μπαϋεσιανό μοντέλο (Πίνακας 5.4) και με βάση τη μέθοδο υπολογισμού του EPI 2008 (Πίνακας 5.5). Από μια πρώτη ματιά παρατηρούμε ότι η ευμάρεια μιας χώρας έχει υψηλή συσχέτιση με τις πρώτες θέσεις της κατάταξης. Επιπλέον, βλέπουμε ότι με βάση την Μπαϋεσιανή κατάταξη 24 από τις 30 χώρες μέλη του OECD βρίσκονται στις 30 πρώτες θέσεις της κατάταξης μας. Αντίθετα, στην περίπτωση της κατάταξης του EPI 2008 μόλις 18 χώρες μέλη του OECD βρίσκονται στις πρώτες 30 θέσεις.

Πίνακας 5.4 Μπαϋεσιανή κατάταξη των χωρών μελών της OECD

OECD	Μπαϋεσιανή Κατάταξη	OECD	Μπαϋεσιανή Κατάταξη	OECD	Μπαϋεσιανή Κατάταξη
Belgium	1	Switzerland	12	Austria	25
Netherlands	2	Canada	13	New Zealand	26
United Kingdom	3	France	15	Iceland	27
South Korea	4	Japan	16	Hungary	28
Denmark	5	Greece	18	Australia	33
Portugal	7	Italy	20	United States	34
Norway	8	Spain	21	Turkey	44
Ireland	9	Finland	22	Poland	46
Slovakia	10	Germany	23	Czech Rep.	51
Luxembourg	11	Sweden	24	Mexico	61

Πίνακας 5.5 Κατάταξη EPI 2008 των χωρών μελών της OECD

OECD	Κατάταξη EPI 2008	OECD	Κατάταξη EPI 2008	OECD	Κατάταξη EPI 2008
Switzerland	1	United Kingdom	14	United States	39
Sweden	2	Slovakia	17	Poland	42
Norway	3	Portugal	18	Greece	44
Finland	4	Japan	21	Australia	46
Austria	6	Hungary	23	Mexico	47
New Zealand	7	Italy	24	South Korea	51
France	10	Denmark	25	Netherlands	55
Iceland	11	Spain	30	Belgium	57
Canada	12	Luxembourg	31	Czech Rep.	68
Germany	13	Ireland	34	Turkey	72

Παρόμοια, ακολουθούν οι Πίνακες 5.6 και 5.7 όπου φαίνεται η θέση κατάταξης των λιγότερο αναπτυγμένων χωρών (Least Developed Countries, LDCs) βάσει το Μπαϋεσιανό μοντέλο (Πίνακας 5.6) και με βάση τη μέθοδο υπολογισμού του EPI 2008 (Πίνακας 5.7). Από τους πίνακες αυτούς παρατηρούμε ότι 26 χώρες από τις 34 LDCs βρίσκονται στις 30 τελευταίες θέσης της κατάταξης και για τις δύο μεθόδους. Αυτό είναι ένα ακόμα δείγμα της μεγαλύτερης συσχέτισης που υπάρχει στις τελευταίες θέσεις της κατάταξης των δύο μεθοδολογιών.

Πίνακας 5.6 Μπαϋεσιανή κατάταξη των λιγότερο αναπτυγμένων χωρών

LDCs	Μπαϋεσιανή κατάταξη	LDCs	Μπαϋεσιανή κατάταξη	LDCs	Μπαϋεσιανή Κατάταξη
Djibouti	83	Haiti	125	Central African Rep.	140
Myanmar	94	Mauritania	129	Guinea	141
Senegal	101	Zambia	130	Mozambique	142
Yemen	110	Uganda	131	Cambodia	143
Nepal	111	Benin	132	Ethiopia	144
Bangladesh	112	Guinea-Bissau	133	Burkina Faso	145
Malawi	117	Eritrea	134	Angola	146
Tanzania	118	Togo	135	Chad	147
Solomon Islands	120	Madagascar	136	Dem. Rep. Congo	148
Sudan	121	Laos	137	Niger	149
Rwanda	123	Mali	138		
Burundi	124	Sierra Leone	139		

Πίνακας 5.7 Κατάταξη EPI 2008 των λιγότερο αναπτυγμένων χωρών

LDCs	Κατάταξη EPI 2008	LDCs	Κατάταξη EPI 2008	LDCs	Κατάταξη EPI 2008
Nepal	81	Benin	127	Guinea-Bissau	140
Laos	101	Central African Rep.	128	Yemen	141
Myanmar	104	Sudan	129	Dem. Rep. Congo	142
Tanzania	113	Zambia	130	Chad	143
Senegal	115	Rwanda	131	Burkina Faso	144
Togo	116	Burundi	132	Mali	145
Uganda	117	Madagascar	133	Mauritania	146
Haiti	119	Mozambique	134	Sierra Leone	147
Malawi	121	Cambodia	136	Angola	148
Eritrea	122	Solomon Islands	137	Niger	149
Ethiopia	123	Guinea	138		
Bangladesh	125	Djibouti	139		

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι οι διαφορές ανάμεσα στα δυο σύνολα κατατάξεων οφείλονται, κυρίως, στη διαφορά του τρόπου απόδοσης βαρών στα κριτήρια που χρησιμοποιήθηκαν. Στην περίπτωση της μελέτης υπολογισμού του EPI 2008 υπήρχε ένας περισσότερο υποκειμενικός τρόπος απόδοσης των βαρών, ενώ στη Μπαϋεσιανή μέθοδο λανθάνουσων μεταβλητών τα βάρη υπολογίστηκαν από το ίδιο το μοντέλο καθιστώντας πιο αντικειμενικά τα αποτελέσματα της κατάταξης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Αν και η ιδέα του Μπαϋεσιανού πορίσματος πρωτοεμφανίστηκε στα τέλη του 18^{ου} αιώνα, η χρήση του από τους στατιστικολόγους και τους επιστήμονες ήταν σπάνια μέχρι πρόσφατα. Για κάποιους, η άρνηση να εφαρμόσουν τις Μπαϋεσιανές μεθόδους προερχόταν από τη δυσκολία να δεχτούν την πιθανότητα ως κατάσταση πίστης και από την έμφυτη υποκειμενικότητα στην επιλογή των αρχικών κατανομών. Παρόλα αυτά, για τους περισσότερους η σπάνια χρήση της Μπαϋεσιανής ανάλυσης προερχόταν από την ανυπαρξία ισχυρών υπολογιστικών εργαλείων ή τη δυσκολία χειρισμού των ήδη υπαρχόντων για τον υπολογισμό των δεσμευμένων μεταγενέστερων κατανομών. Η εμφάνιση, όμως, των τεχνικών προσομοίωσης Markov Chain Monte Carlo, βοήθησαν στην σημαντική εξέλιξη των Μπαϋεσιανών μεθόδων βοηθώντας να ξεπεράσουν, με σχετική ευκολία, μεγάλα και πολύπλοκα στατιστικά προβλήματα, όταν άλλες μέθοδοι αποτύγχαναν.

Τα Μπαϋεσιανά δίκτυα μπορούν να είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για τους περιβαλλοντικούς επιστήμονες, ειδικά αν σχετίζονται με τη διαχείριση του περιβάλλοντος. Λεπτομερής εκτίμηση για την αβεβαιότητα μπορεί να προσφέρει επιπλέον διορατικότητα για πολλά πραγματικά προβλήματα και η γραφική αναπαράσταση των δομών του μοντέλου και οι κατανομές πιθανότητας είναι πολύ χρήσιμα για την παρουσίαση των αποτελεσμάτων. Τα διαθέσιμα πακέτα ανάπτυξης Μπαϋεσιανών δικτύων είναι σχετικά εξελιγμένα και εύκολα στη χρήση, αλλά θα πρέπει να γίνει κατανοητό ότι η ανάπτυξη της μεθοδολογίας των Μπαϋεσιανών δικτύων ακόμα συνεχίζεται. Τα Μπαϋεσιανά δίκτυα δεν χρησιμοποιούνται ακόμα ευρέως στο πεδίο των περιβαλλοντικών ερευνών. Παρόλα αυτά, κερδίζουν συνεχώς έδαφος σε αυτό το πεδίο και είναι πιθανό να καθιερώσουν τη θέση τους σαν μία από τις πρότυπες μεθόδους ανάλυσης ειδικά σε προβλήματα που κυριαρχούνται από αβεβαιότητα.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, οι Μπαϋεσιανές μέθοδοι είναι δημοφιλείς στη θεωρία λήψης αποφάσεων, ωστόσο οι εφαρμογές τους σε προβλήματα κατάταξης

είναι περιορισμένες. Στην παρούσα μελέτη, έγινε εφαρμογή μιας Μπαϋεσιανής μεθόδου βασισμένη στις λανθάνουσες μεταβλητές για το πρόβλημα της κατάταξης υπό περιβάλλον αβεβαιότητας. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιώντας αυτή τη μέθοδο μπορέσαμε να συμπίεσουμε την πληροφορία που περιέχεται σε ένα σύνολο από μετρήσεις σε μία μόνο βαθμολογία κατάταξης και την εκτίμηση του βαθμού αβεβαιότητας σε αυτή, επιτρέποντας τον προσδιορισμό των στατιστικά σημαντικών διαφορών ανάμεσα στις εναλλακτικές.

Η παραπάνω εφαρμογή της μεθοδολογίας λανθάνουσων μεταβλητών στο πρόβλημα που αφορά την διαφοροποίηση ανάμεσα στις χώρες βάσει της περιβαλλοντικής τους απόδοσης εξασφαλίζει μία βαθύτερη γνώση που οδηγεί στην καλύτερη κατανόηση της διαφορετικότητας που υπάρχει μεταξύ των χωρών και, πιθανόν, σε μεγαλύτερο βαθμό σιγουριάς που βεβαιώνει ότι συγκεκριμένες χώρες έχουν καλύτερη απόδοση από κάποιες άλλες.

Η μέθοδος λανθάνουσων μεταβλητών αποδείχτηκε χρήσιμη για διάφορους λόγους. Αρχικά, οι βαθμολογίες των τιμών των λανθάνουσων μεταβλητών εκτιμούνται αυτόματα, λόγω του ότι αντιμετωπίζονται σαν τυχαίες μεταβλητές και λαμβάνονται αυτόματα από τη διαδικασία εκτίμησης.

Επιπλέον, λαμβάνεται η οριακή μεταγενέστερη κατανομή όλων των παραμέτρων και των βαθμολογιών των λανθάνουσων μεταβλητών. Έτσι, η αβεβαιότητα και το πεδίο των τιμών των παραμέτρων μπορούν να αναλυθούν άμεσα μετά τη διαδικασία εκτίμησης ελέγχοντας τις οριακές μεταγενέστερες κατανομές. Με αυτό τον τρόπο τονίζει και κάνει πιο κατανοητό τον βαθμό αβεβαιότητας που υπάρχει στην κατάταξη των χωρών. Συγκεκριμένα, με τη χρήση του 95% διαστήματος εμπιστοσύνης έγινε αντιληπτό ότι είναι γενικά αδύνατο να ισχυριστεί κανείς ότι μία χώρα στην κατάταξη έχει καλύτερη περιβαλλοντική απόδοση από όλες εκείνες που βρίσκονται κάτω από αυτήν.

Τέλος, αναλύεται η πλήρης μεταγενέστερη κατανομή του μοντέλου και έτσι η ολοκληρωμένη πληροφορία των ενδότερων σχέσεων μεταξύ των δεικτών ενσωματώνεται στη διαδικασία εκτίμησης. Έτσι, αποφεύγεται η υποκειμενική απόδοση των βαρών στα κριτήρια του μοντέλου, αφού υπολογίζονται αυτόματα, και επιπλέον, υποδεικνύει ποια κριτήρια έχουν μικρή ή καμία επίδραση στη συνολική κατάταξη.

Παρόλα αυτά η συγκεκριμένη μεθοδολογία υπόκειται και σε κάποιους περιορισμούς. Όπως τα καθιερωμένα συστήματα κατάταξης με τη χρήση σταθμισμένου αθροίσματος, εξαρτάται από ένα σύνολο παρατηρούμενων μεταβλητών που μπορεί να είναι ελαττωματικές ή ελλιπείς. Στην περίπτωση μας, με τη χρήση του Μπαϋεσιανού μοντέλου λανθάνουσων μεταβλητών και του λογισμικού Amos v.7, τα ελλιπή δεδομένα μπόρεσαν να εκτιμηθούν από τα διαθέσιμα δεδομένα χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο μέγιστης πιθανοφάνειας.

Το γεγονός ότι το Μπαϋεσιανό πλαίσιο εργασίας που παρουσιάστηκε στην έρευνα αυτή δεν χρησιμοποιεί υποθέσεις, εξασφαλίζει μια καθαρή βάση σύγκρισης με οποιαδήποτε άλλη μέθοδο (π.χ. Data Envelopment Analysis, Αναλυτική Ιεραρχική Διαδικασία κ.α.) που θα μπορούσε να είναι αντικείμενο μιας μελλοντικής έρευνας.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΠΙΝΑΚΑΣ Α.1

Αντικειμενικοί στόχοι, κατηγορίες, υποκατηγορίες, κριτήρια, βάρη (%) και πηγές του δείκτη
EPI 2008

Index	Objectives	Policy Categories	Subcategories	Indicators	Indicator Code	Data Source
EPI	Environmental Health 50%		Environmental burden of disease 25%		DALY	WHO
			Water (effects on humans) 12.5%	Adequate sanitation 8.25%	ACSAT	WHO-UNICEF Joint Monitoring Program
				Drinking water 8.25%	WATSUP	WHO-UNICEF Joint Monitoring Program
			Air Pollution (effects on humans) 12.5%	Urban particulates 5%	PM10	World Bank, WHO
				Indoor air pollution 5%	INDOCR	WHO
				Health ozone 2.5%	OZONE_H	MOZART II model
				Ecosystem ozone 1.25%	OZONE_E	MOZART II model
			Air Pollution (effects on ecosystems) 2.5%	Sulfur dioxide emissions 1.25%	SO2	EDGAR/Netherlands
		Water (effects on ecosystems) 7.5%		Water quality 3.25%	WATQI	UNEP GEMS/Water
				Water stress 3.25%	WATSTR	UNH Water Systems Analysis
	Ecosystem Vitality 50%	Biodiversity & Habitat 7.5%		Conservation risk index $[7.5 / (2 + AZE\ weight + MPAAEEZ\ weight)]\%$	CRI	The Nature Conservancy calculation
				Effective conservation $[7.5 / (2 + AZE\ weight + MPAAEEZ\ weight)]\%$	EFFCON	The Nature Conservancy calculation
				Critical habitat protection* $[if\ no\ AZE\ sites: 0; if\ AZE\ sites: 7.5 / (2 + AZE\ weight + MPAAEEZ\ weight)]\%$	AZE	The Nature Conservancy calculation
				Marine Protected Areas* $[minimum\ of\ 7.5\ EEZ\ area / land\ area\ and\ 7.5, divided\ by\ (2 + AZE\ weight + MPAAEEZ\ weight)]\%$	MPAAEEZ	Sea Around Us Project, Fisheries Centre, UBC

(Πηγή: Yale Center for Environmental Law and Policy & Center for International Earth Science Information Network, 2008)

ΠΙΝΑΚΑΣ Α.2

Κατάταξη EPI 2008

Rank	Country	Score	Rank	Country	Score	Rank	Country	Score
1	Switzerland	95.5	51	South Korea	79.4	101	Laos	66.3
2	Sweden	93.1	52	Cyprus	79.2	102	Indonesia	66.2
3	Norway	93.1	53	Thailand	79.2	103	Côte d'Ivoire	65.2
4	Finland	91.4	54	Jamaica	79.1	104	Myanmar	65.1
5	Costa Rica	90.5	55	Netherlands	78.7	105	China	65.1
6	Austria	89.4	56	Bulgaria	78.5	106	Uzbekistan	65.0
7	New Zealand	88.9	57	Belgium	78.4	107	Kazakhstan	65.0
8	Latvia	88.8	58	Mauritius	78.1	108	Guyana	64.8
9	Colombia	88.3	59	Tunisia	78.1	109	Papua New Guinea	64.8
10	France	87.8	60	Peru	78.1	110	Bolivia	64.7
11	Iceland	87.6	61	Philippines	77.9	111	Kuwait	64.5
12	Canada	86.6	62	Armenia	77.8	112	United Arab Em.	64.0
13	Germany	86.3	63	Paraguay	77.7	113	Tanzania	63.9
14	United Kingdom	86.3	64	Gabon	77.3	114	Cameroon	63.8
15	Slovenia	86.3	65	El Salvador	77.2	115	Senegal	62.8
16	Lithuania	86.2	66	Algeria	77.0	116	Togo	62.3
17	Slovakia	86.0	67	Iran	76.9	117	Uganda	61.6
18	Portugal	85.8	68	Czech Rep.	76.8	118	Swaziland	61.3
19	Estonia	85.2	69	Guatemala	76.7	119	Haiti	60.7
20	Croatia	84.6	70	Jordan	76.5	120	India	60.3
21	Japan	84.5	71	Egypt	76.3	121	Malawi	59.9
22	Ecuador	84.4	72	Turkey	75.9	122	Eritrea	59.4
23	Hungary	84.2	73	Honduras	75.4	123	Ethiopia	58.8
24	Italy	84.2	74	Macedonia	75.1	124	Pakistan	58.7
25	Denmark	84.0	75	Ukraine	74.1	125	Bangladesh	58.0
26	Malaysia	84.0	76	Viet Nam	73.9	126	Nigeria	56.2
27	Albania	84.0	77	Nicaragua	73.4	127	Benin	56.1
28	Russia	83.9	78	Saudi Arabia	72.8	128	Central Afr. Rep.	56.0
29	Chile	83.4	79	Tajikistan	72.3	129	Sudan	55.5
30	Spain	83.1	80	Azerbaijan	72.2	130	Zambia	55.1
31	Luxembourg	83.1	81	Nepal	72.1	131	Rwanda	54.9
32	Panama	83.1	82	Morocco	72.1	132	Burundi	54.7
33	Dominican Rep.	83.0	83	Romania	71.9	133	Madagascar	54.6
34	Ireland	82.7	84	Belize	71.7	134	Mozambique	53.9
35	Brazil	82.7	85	Turkmenistan	71.3	135	Iraq	53.9
36	Uruguay	82.3	86	Ghana	70.8	136	Cambodia	53.8
37	Georgia	82.2	87	Moldova	70.7	137	Solomon Islands	52.3
38	Argentina	81.8	88	Namibia	70.6	138	Guinea	51.3
39	United States	81.0	89	Trinidad & Tobago	70.4	139	Djibouti	50.5
40	Taiwan	80.8	90	Lebanon	70.3	140	Guinea-Bissau	49.7
41	Cuba	80.7	91	Oman	70.3	141	Yemen	49.7
42	Poland	80.5	92	Fiji	69.7	142	Dem. Rep. Congo	47.3
43	Belarus	80.5	93	Congo	69.7	143	Chad	45.9
44	Greece	80.2	94	Kyrgyzstan	69.6	144	Burkina Faso	44.3
45	Venezuela	80.0	95	Zimbabwe	69.3	145	Mali	44.3
46	Australia	79.8	96	Kenya	69.0	146	Mauritania	44.2
47	Mexico	79.8	97	South Africa	69.0	147	Sierra Leone	40.0
48	Bosnia and Herz.	79.7	98	Botswana	68.7	148	Angola	39.5
49	Israel	79.6	99	Syria	68.2	149	Niger	39.1
50	Sri Lanka	79.5	100	Mongolia	68.1			

(Πηγή: Yale Center for Environmental Law and Policy & Center for International Earth Science Information Network, 2008)

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Abu-Zeid, K.M., 1996. A multicriteria decision support system for evaluating cropping pattern strategies in Egypt. Proc. First Inter. Conf. on Multiple Objective Decision Support Systems (MODSS), 105-120.
- Adler, N., Friedman, L., Sinuany-Stern, Z., 2002. Review of ranking methods in the data envelopment analysis context European Journal of Operational Research 140, 249–265.
- Andersen, P., Petersen, N.C., 1993. A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis, Management Science 39 (10), 1261–1264.
- Armstrong, J.S., Denniston Jr., W.B., Gordon, M.M., 1975. The use of the decomposition principle in making judgments. Org. Behav. Hum. Perform. 14, 257–263.
- Austin, P.C., 2002. A comparison of Bayesian methods for profiling hospital performance. Medical Decision Making, Vol. 22, 163-172.
- Banker, R.D. , Charnes, A., Cooper, W.W., 1984. Some models for estimating technical and scale efficiencies in data envelopment analysis, Management Science 30, 1078–1092.
- Batchelor and Cain, 1999. Application of belief networks to water management studies. Agricultural Water Management. v4, 51-57.
- Bouyssou, D., 1992. Ranking methods based on valued preference relations: A characterization of the net flow method. European Journal of Operational Research, 60, 61–67.
- Bouyssou, D., & Vincke, P. , 1997. Ranking alternatives on the basis of preference relations: A progress report with special emphasis on outranking relations. Journal of Multi-Criteria Decision Analysis, 6, 77–85.
- Borsuk, M.E., Stow, C.A., Reckhow, K.H., 2004. A Bayesian network of eutrophication models for synthesis, prediction, and uncertainty analysis. Ecol. Model. 173, 219–239.
- Cassandar, G., Ridgeway, G., Chun, M. and Buddin, R., 2005. Latent Variable Analysis: A New Approach to University Ranking. Higher Education in Europe, Vol. 30 No 2, 147-165.
- Castelletti and Soncini-Sessa, 2006. A procedural approach to strengthening integration and participation in water resource planning. Environmental Modelling & Software. v12 , 1455-1470.
- Chandramohan, A. and Rao, M.V.C., 2006. On the new quantifiers and their use in multicriteria decision functions via ordered weighted aggregations. Hindawi Publishing Corporation, Discrete Dynamics in Nature and Society, Article ID 49020, 1–9.
- Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E., 1978. Measuring the efficiency of decision making units, European Journal of Operational Research 2, 429–444.

- Clifford, P., 1994. In discussion of 'Approximate Bayesian inference with the weighted likelihood bootstrap' by Newton, M.A. and Raftery, A.E.. J.R. Stat. Soc. B, 56Q 34-35.
- Congdon, P., 2003. Applied Bayesian Modeling. Wiley Series in Probability and Statistics, West Sussex, England.
- Crosetto, M., S. Tarantola, and A. Saltelli, 2000. Sensitivity and uncertainty analysis in spatial modeling based on GIS. Agriculture, Ecosystems and Environment 81, 71-79.
- Dorner S., Shi J., Swayne D., 2005. Multi-objective modelling and decision support using a Bayesian network approximation to a non-point source pollution model, Environmental Modelling and Software 22, 211-222.
- Druzdzel, M.J., van der Gaag, L.C., 2000. Building probabilistic networks: where do the numbers come from?—a guide to the literature. Trans. Knowledge Data Eng. 12 (4), 481 - 486.
- Dubois, D., Prade, H., 1987. A tentative comparison of numerical approximate reasoning methodologies. Int. J. Man- Machine Studies 27, 717-728.
- Ellison, A.M., 2004. Bayesian inference in ecology. Ecol. Lett. 7, 509–520.
- Freudenberg, M., 2003. Composite indicators of country performance: A critical assessment. STI Working Paper-2003/16 – OECD, Paris.
- Fuller, R., 1996. OWA Operators in Decision Making, in: C. Carlsson ed., Exploring the Limits of Support Systems, TUCS General Publications, No. 3, Turku Centre for Computer Science, A° bo, ISBN 951-650-947-9, ISSN 1239-1905], 1996 85-104.
- Gelman, A., Carlin, J.B., Stern, H.S., Rubin, D.B., 1995. Bayesian data Analysis. In: Texts in Statistical Science. Chapman & Hall, ISBN 0-412-03991-5.
- Geurts, K., Wets, G., Brijs, T. Vanhoof, K. and Karlis, D., 2006. Ranking and selecting dangerous crash location: Correcting for the number of passengers and Bayesian ranking plots, Journal of Safety Research, Vol. 37, 83-91.
- Harmon, R., Challenor P., 1997. A Markov Chain Monte Carlo method for estimation and assimilation into model, Ecological Modelling 101, 41-59.
- Heckerman, D., 1995. A tutorial on learning with Bayesian networks. Technical report MSR-R-95-06, Microsoft Research.
- Hermans, E., Van den Bossche, F. and Wets, G., 2009a. Uncertainty assessment of the road safety index. Reliability Engineering and System Safety, 94 pp. 1220-1228.
- Hermans, E., Brijs, T. and Wets G., 2009b. Elaborating an Index Methodology for Creating an Overall Road Safety Performance Score for a Set of Countries, 4th IRTAD Conference, 16-17 September 2009, Seoul, Korea.
- Jahanshahloo, G.R. and Afzalinejad, M. 2006. A ranking method based on a full-inefficient frontier, Applied Mathematical Modelling 30, 248–260
- Jensen, F.V., 2001. Bayesian Networks and Decision Graphs. Springer-Verlag, New York, ISBN 0-387-95259-4.
- Jensen F.V., 1996. An introduction to Bayesian networks, UCL Press, London, UK.

Kahn Jr., C.E., Roberts, L.M., Shaffer, K.A., Haddawy, P., 1997. Construction of a Bayesian network for mammographic diagnosis of breast cancer. *Computers Biol. Med.* 27 (1), 19–29.

Keith, D.W., 1996. When is it appropriate to combine expert judgments? *Clim. Change* 33, 139–144.

Kendall, M.G., 1950. *The Advance Theory of Statistics*, Vol. 1, Charles Griffen, London, 175–177.

Kontkanen, P., Myllymaki, P., Silander, T., Tirri, H., 1997. Comparing predictive inference methods for discrete domains. In: *Proceedings of the sixth International Workshop on Artificial Intelligence and Statistics*, Ft. Lauderdale, USA, 311–318.

Korb K.B., Nicholson A.E. 2004. *Bayesian Artificial Intelligence*. London: Chapman and Hall / CRC Press., 364.

Kuikka, S., Varis, O., 1997. Uncertainties of climatic change impacts in Finnish watersheds: a Bayesian network analysis of expert knowledge. *Boreal Environ. Res.* 2, 109–128.

Kuikka, S., Hilden, M., Gislason, H., Hansson, S., Sparholt, H., Varis, O., 1999. Modeling environmentally driven uncertainties in Baltic cod (*Gadus morhua*) management by Bayesian influence diagrams. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 56, 629–641.

Lee, D.C., Rieman, B.E., 1997. Population viability assessment of salmonids by using probabilistic networks. *N. Am. J. Fish. Manage.* 17, 1144–1157.

Little, L.R., Kuikka, S., Punt, A.E., Pantus, F., Davies, C.R., Mapstone, B.D., 2004. Information flow among fishing vessels modelled using a Bayesian network. *Environ. Modell. Software* 19, 27–34.

Lockwood, J., Louis, T. and Mccffrey, D., 2002. Uncertainty in rank estimation: Implications for Value-Added modeling accountability systems. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, Vol 27 No 3, 225–270.

Lv, Z. and Zhou, L. , 2007. Advanced Fuzzy Cognitive Maps Based on OWA aggregation. *International Journal of Computational Cognition*, Vol.5, No 2, 31–34.

Lucas, P.J.F., de Bruijn, N.C., Schurink, K., Hoepelman, A., 2000. A probabilistic and decision-theoretic approach to the management of infectious disease at the ICU. *Artif. Intell. Med.* 19, 251–279.

Marcot, B.G., Holthausen, R.S., Raphael, M.G., Rowland, M., Wisdom, M., 2001. Using Bayesian Belief Networks to evaluate fish and wildlife population viability under land management alternatives from an environmental impact statement. *Forest Ecol. Manage.* 153, 29–42.

Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H., Teller, E., 1953. Equations of state calculations by fast computing machine. *Journal of Chemistry and Physics* 21, 1087–1091.

Miaou, S.P. and Song J.J., 2005. Bayesian ranking of sites for engineering safety improvements: Decision parameter, treatability concept, statistical criterion and spatial dependence. *Accident Analysis and Prevention*, Vol. 37, 699–720.

Morgan, M.G., Henrion, M., 1990. Uncertainty. In: A Guide to Dealing with Uncertainty in Quantitative Risk and Policy Analysis. Cambridge University Press, ISBN 0-521-36542-2.

Myllymaki, P., Silander, T., Tirri, H., Uronen, P., 2002. B-Course: a web-based tool for Bayesian and causal data analysis. *Int. J. Artif. Intell. Tools* 11 (3), 369–387.

Nardo, M., Saisana, M., Saltelli, A. and Tarantola, S., 2005. Tools for composite indicators building, European Communities, Available online at <http://farmweb.jrc.cec.eu.int/ci/bibliography.htm>.

Onisko, A., Druzdel and Nickolson, A.E., 2001. Learning Bayesian network parameters from small data sets., Workshop on Bayesian and Causal networks, ECAI-2001.

Papaconstantinou, C., Theocharous, G., Mahadevan, S., 1998. An expert system for assigning patients into clinical trials based on Bayesian networks. *J. Med. Syst.* 22 (3), 189–202.

Pellikka, J., Kuikka, S., Linden, H., Varis, O., 2005. The role of game management in wildlife populations: uncertainty analysis of expert knowledge. *Eur. J. Wildlife Res.* 51, 48–59.

Pennoni, F., Tarantola, S. and Latvala, A., 2005. The 2005 European e-business readiness index. European Commission DG Joint Research Centre.

Pollino A., Woodberry O., Nicholson A., Korb K., Hart T., 2006. Parameterisation and evaluation of a Bayesian network for use in an ecological risk assessment, *Environmental Modelling and Software* xx, 1–13.

Pollino, C.A., Feehan, P., Grace, M.R. and Hart, B.T. (2006). Reply to the comment by Crook and Koster (2006). Temporal changes in fish assemblages in the lower Goulburn River, south-east Australia, *Mar. Freshwater Res.* 57, 309–311.

Pollino, C.A. and Hart, B.T., 2005. Bayesian decision networks – going beyond expert elicitation for parameterisation and evaluation of ecological endpoints, In Zenger, A. and Argent, R.M. (eds) MODSIM 2005 International Congress on Modelling and Simulation. Modelling and Simulation Society of Australia and New Zealand, December 2005, 772–778.

Polya, G., 1954. Mathematics and Plausible Reasoning, Vol. II: Patterns of Plausible Reasoning, Princeton University Press, (2nd ed., 1968).

Rao K.S. and Pant R. 2001. Land use dynamics and landscape change pattern in a typical microwatershed in the mid elevation zone of central Himalaya, India. *Agriculture, Ecosystems and Environment* **86**, 113–124

Reckhow, K.H., 1999. Water quality prediction and probability network models. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 56, 1150–1158.

Regenwetter, M and Rykhlevskaia, E., 2004. On the (numerical) ranking associated with any finite binary relation, *Journal of Mathematical Psychology* 48, 239–246.

Roy, B., 1996. Multicriteria Methodology for Decision Aiding. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Saen, R.F., 2006. Technologies ranking in the presence of both cardinal and ordinal data. *Applied Mathematics and Computation* 176, 476–487.

Saisana M., Tarantola, S. and Saltelli, A., 2005. Uncertainty and sensitivity techniques as tools for the analysis and validation of composite indicators. *Journal of the Royal Statistical Society*, Vol. 168 No 2, 1-17.

Saisana, M. and Tarantola, S., 2002. State-of-the-art report on current methodologies and practices for composite indicator development. Joint Research Centre.

Salzman, J., 2003. Methodological choices encountered in the construction of composite indices of economic and social well-being. Centre for the Study of Living Standards.

Sivia, D.S., 1996. *Data Analysis. A Bayesian Tutorial*. Oxford Science Publications, ISBN 0-19-851889-7.

Smith, A.F.M., Roberts, G.O., 1993. Bayesian computation via Gibbs sampling and related Markov chain Monte Carlo methods (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* 55, 3-24.

Steck, H., Tresp, V., 1999. Bayesian belief networks for data mining. In: *Proceedings of The 2nd Workshop on Data Mining und Data Warehousing als Grundlage Moderner Entscheidungsunterstuetzender Systeme, DWDW99, Sammelband, Universitat Magdeburg, September 1999*.

Strassert, G. and Prato, T., 2002. Selecting farming systems using a new multiple criteria decision model: the balancing and ranking method, *Ecological Economics* 40, 269–277.

Tannenbaum, P. J., Trenk, A. N., & Fishburn, P. C. , 2001. Linear discrepancy and weak discrepancy of partially ordered sets. *Order*, 18, 201–225.

Tarantola, S., Liska, R., Saltelli, A., Leapman, N. and Grant, C., 2004. The internal market index 2004. European Commission DG Joint Research Centre.

United Nations, 2001. Human development report 2001. United Nations.

Uusitalo, L., Kuikka, S., Romakkaniemi, A., 2005. Estimation of Atlantic salmon smolt carrying capacity of rivers using expert knowledge. *ICES J. Marine Sci.* 62 (4), 708–722.

Uusitalo, L., 2007. Advantages and challenges of Bayesian networks in environmental modelling. *Ecological modelling* 203, 312–318.

Varis, 1995. Belief networks for modelling and assessment of environmental change. *Environmetrics*. v6., 439-444.

Varis, O., Kettunen, J., Sirviö, H., 1990. Bayesian influence diagram approach to complex environmental management including observational design. *Computat. Stat. Data Anal.* 9, 77–91.

Varis, O., Kuikka, S., 1997. Joint use of multiple environmental assessment models by a Bayesian meta-model: the Baltic salmon case. *Ecol. Model.* 102, 341–351.

Vincke, P., 1992. Exploitation of a crisp relation in a ranking problem. *Theory and Decision*, 32, 221–240.

Wang, C., 2003. Bayesian belief network simulation, Department of Computer Science, Florida State University, Florida, USA.

Wikle, C.K., 2003. Hierarchical Bayesian models for predicting the spread of ecological processes. *Ecology* 84 (6), 1382–1394.

Woodberry, O., 2004. Parameterising Bayesian Networks, To appear in Proceedings of the 17th Australian Joint Conference on Artificial Intelligence, December 2004, Cairns.

Wooldridge, S., Done, T., 2004. Learning to predict large-scale coral bleaching from past events: a Bayesian approach using remotely sensed data, in-situ data, and environmental proxies. *Coral Reefs* 23, 96–108.

Yager, R.R., 1988. On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 18, 183-190.

Yale Center for Environmental Law and Policy and Center for International Earth Science Information Network, 2008. 2008 environmental performance index. Yale University and Columbia University.

Yale Center for Environmental Law and Policy and Center for International Earth Science Information Network, 2005. 2005 Environmental Sustainability Index. Yale University and Columbia University.

Zampetakis, L. A., Moustakis, V. S., 2010. Quantifying Uncertainty In Ranking Problems With Composite Indicators: A Bayesian Approach, *Journal of Modelling in Management*, Volume 5, Number 1, 63-80(18).

Δούμπος Μ., 2007. Σημειώσεις Πολυκριτήρια Συστήματα Αποφάσεων, Πολυτεχνείο Κρήτης, Τμήμα Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης.

Δούμπος Μ. και Ζοπουνίδης, Κ., 2001. Πολυκριτήριες Τεχνικές Ταξινόμησης, Εκδόσεις Κλειδάριθμός.

Ζοπουνίδης Κ., 2001. Ανάλυση Χρηματοοικονομικών Αποφάσεων με Πολλαπλά Κριτήρια, Εκδόσεις Ανικουλά.

Παπαμιχάλης Γ., 2009. Μελέτη ναυτικών ατυχημάτων μέσω δικτύων πίστης (Τεύχος Β: μοντέλο σύγκρουσης), Διπλωματική εργασία, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.