Πολυτεχνείο Κρήτης

Γενικό Τμήμα, Τομέας Φυσικής

Εργαστήριο Δομής της Ύλης και Φυσικής Laser

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Μελέτη μαγνητικού περιορισμού πλάσματος δευτερίου, που παράγεται από αλληλεπίδραση laser – cluster, με ανάπτυξη 1+1/2 - D ΜΥΔ κώδικα-Εφαρμογή σε πηγές νετρονίων

ΙΩΑΝΝΗΣ Ε. ΛΟΥΠΑΣΑΚΗΣ

Πτυχιούχος του Τμήματος Φυσικής της Σχολής Θετικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Κρήτης

Επιβλέπων Καθηγητής: Αναπλ. Καθηγητής Σταύρος Δ. Μουσταϊζής

ΧΑΝΙΑ, ΙΟΥΝΙΟΣ 2009

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περίληψη

Το φυσικό πρόβλημα που μελετάται είναι ο μαγνητικός περιορισμός πλάσματος ιόντων δευτερίου($^{2}_{1}H$) μέσα σε table-top διάταξη ανοιχτών μαγνητικών γραμμών. Το πλάσμα παράγεται από την αλληλεπίδραση βραχύχρονων παλμών laser με ουδέτερη μοριακή δέσμη cluster δευτερίου, η οποία εισέρχεται και ιονίζεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο υψηλής έντασης(της τάξεως των 100-200T). Τα παραγόμενα ιόντα επιταχύνονται σε σχετικά υψηλές κινητικές ενέργειες(τάξεως ~keV), τέτοιες που επιτρέπουν την παραγωγή νετρονίων και ενέργειας μέσω πυρηνικών αντιδράσεων σύντηξης(τάξεως ~MeV).

Στο 1ο μέρος παρουσιάζεται η φυσική της αλληλεπίδρασης του laser με το αέριο(cluster) καθώς επίσης και το φυσικό και μαθηματικό μοντέλο πάνω στο οποίο βασίστηκε η μελέτη της χρονικής και χωρικής εξέλιξης του πλάσματος υψηλής θερμοκρασίας.

Το 2ο μέρος της εργασίας πραγματεύεται την αριθμητική μελέτη του προβλήματος με τη χρήση 1+1/2-D υπολογιστικού κώδικα που αναπτύχθηκε για το σκοπό αυτό. Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της αριθμητικής προσομοίωσης των φυσικών παραμέτρων του πλάσματος συναρτήσει του χρόνου εξέλιξης και της έντασης του μαγνητικού πεδίου για πλάσμα με και χωρίς ειδική αντίσταση καθώς και τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τη μελέτη αυτή. Τέλος διερευνάται η απόδοση της παραγωγής νετρονίων-μέσω της D-D πυρηνικής αντίδρασης- συναρτήσει των φυσικών και γεωμετρικών παραμέτρων του πλάσματος καθώς και η συμβολή του μαγνητικού πεδίου στην ενίσχυσή της.

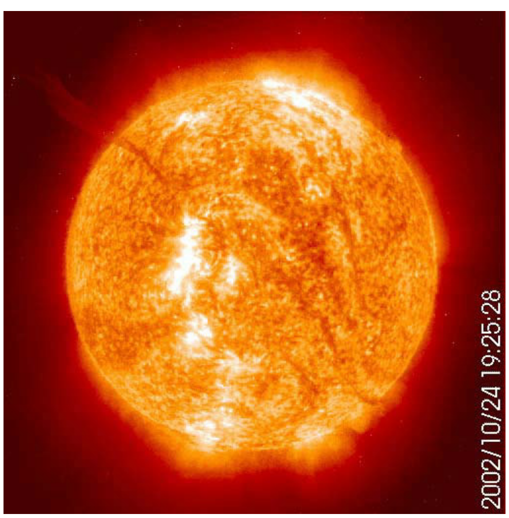
Κεφάλαιο 1

1.1 Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια έχει μελετηθεί και διερευνηθεί ιδιαίτερα ενεργά η δυναμική της παραγωγής πλάσματος από την αλληλεπίδραση μεταξύ σύμφωνης ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας(laser) και ύλης. Η επίτευξη ωστόσο βραχύχρονων φωτεινών παλμών laser υπέρ-υψηλής έντασης, της τάξης των 10^{17} W/cm^2, δημιούργησε νέες προοπτικές και δυνατότητες προς την κατεύθυνση αυτή ώστε να είναι εφικτό σε εργαστηριακή κλίμακα να μελετηθούν φαινόμενα αλληλεπίδρασης laser με το παραγόμενο πλάσμα καθώς επίσης και φαινόμενα που σχετίζονται με ακραίες καταστάσεις της ύλης όπως είναι οι θερμοπυρηνικές διεργασίες. Η σημαντική πρόοδος των τελευταίων ετών στον τομέα της αλληλεπίδρασης παλμών laser με την ύλη οφείλεται κυρίως στις σχετικά πρόσφατες εξελίξεις συστημάτων laser στερεάς κατάστασης βραχύχρονων παλμών όπως αυτή του Τιτανίου-Ζαφειριού(Ti:Sa). Με τη χρήση των βραχύχρονων αυτών παλμών μπορούν να διερευνηθούν νέοι επιστημονικοί χώροι όπως η οπτική πρόκληση σχάσης(photofission) με σκοπό την παραγωγή νετρονίων.

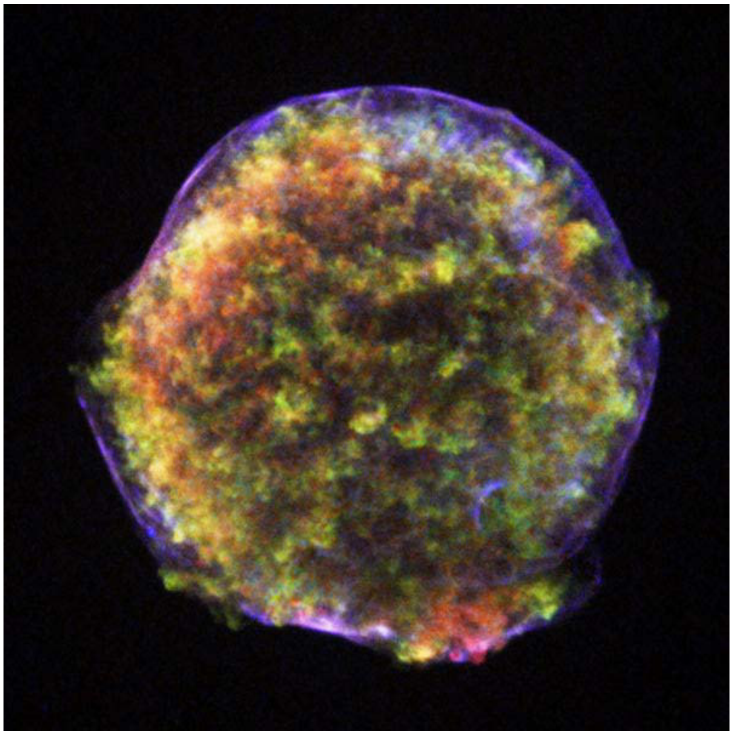
Επίσης, με τη χρήση τέτοιων δεσμών είναι δυνατό να αναπαραχθούν στο εργαστήριο, σε σχετικά μικρή κλίμακα, συνθήκες θερμοκρασίας που επικρατούν στον Ήλιο(υπό μορφή πλάσματος) καθιστώντας δυνατό το να συμβούν πυρηνικές αντιδράσεις σύντηξης προς παραγωγή ενέργειας και νετρονίων υψηλής ενέργειας, μετά από αλληλεπίδραση με αέριο μίγμα δευτερίου-τριτίου ή με δέσμη cluster[1],[2],[3],[4],[5],[6],[7],[8]. Τα παραγόμενα νετρόνια μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε πληθώρα εφαρμογών όπως η τεχνική νετρονικής άντλησης για την παραγωγή ισχυρών fsec παλμών laser[9] , η επεξεργασία ραδιενεργών αποβλήτων από πυρηνικούς αντιδραστήρες σχάσης[10],[11],[12], η μελέτη αντοχής υλικών καθώς και σαν απεικονιστικό - διαγνωστικό μέσο στην Ιατρική (νετρονιακή ραδιογραφία) δίνοντας συμπληρωματικές πληροφορίες σε συνδυασμό με τις ακτίνες x.(κοινώς ‘ακτινογραφία’)

Τί είναι όμως το πλάσμα και σε τι βαθμό μας αφορά; Καθώς θερμαίνουμε ένα υλικό αυτό περνάει από το στάδιο του στερεού, του υγρού και του αερίου. Από μια λοιπόν θερμοκρασία και πάνω τα άτομα στο αέριο αρχίζουν και ιονίζονται. Καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία το ποσοστό ιονισμού στο αέριο αυξάνεται και ο ρυθμός ιονισμού σε σχέση με το ρυθμό επανασύνδεσης των ιόντων περιγράφεται από την εξίσωση Saha: $\frac{n_i}{n_n} = 2.41 \cdot 10^{21} \frac{T^{3/2}}{n_i} \exp(-E_i / k_B T)$. Έτσι λοιπόν, παράγεται η «4η μορφή της ύλης», όρος που πρώτος ο W.Crooks χρησιμοποίησε το 1879 περιγράφοντας ένα ιονισμένο αέριο από ηλεκτρική εκκένωση. Το πλάσμα λοιπόν είναι ένα μερικώς ή ολικώς ιονισμένο αέριο που παρουσιάζει συλλογική συμπεριφορά(η οποία καθορίζεται από τις Η/Μ δυνάμεις.) Το πλάσμα όμως δεν παράγεται μόνο με θέρμανση. Πλάσμα μπορεί να παραχθεί και με α)ηλεκτρική εκκένωση, β)με Η/Μ κύματα, γ)με βομβαρδισμό από ουδέτερα άτομα. Επίσης, πλάσμα μπορεί να παραχθεί και σε χαμηλές θερμοκρασίες αρκεί να υπάρχει ένας μηχανισμός ιονισμού και η πυκνότητα του αερίου να είναι χαμηλή ώστε ο ρυθμός επανασύνδεσης να είναι μικρός. Εμφανίζεται όμως το πλάσμα στη φύση κι αν ναι πού; Η απάντηση είναι σχεδόν παντού! Το 99% της ύλης στο σύμπαν βρίσκεται υπό τη μορφή πλάσματος!

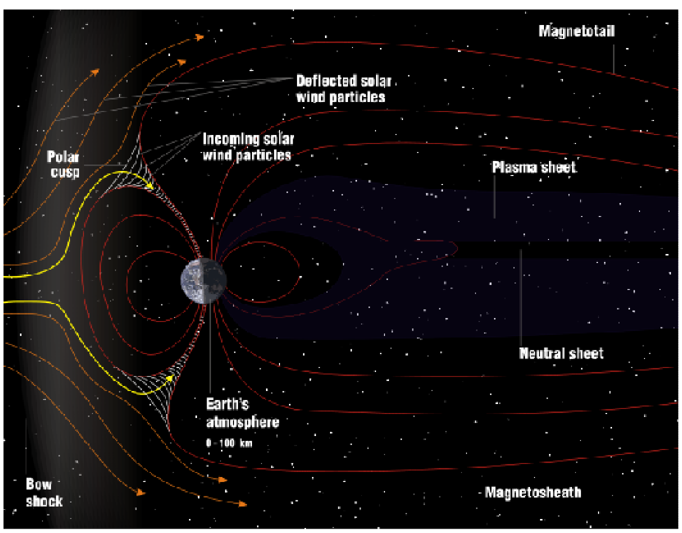


Εικόνα 1

Οι αστέρες, όπως ο Ήλιος του ηλιακού μας συστήματος, τα αστρικά νέφη, η Μαγνητόσφαιρα και η Ιονόσφαιρα της Γής(70-500km), η μεσοπλανητική και μεσοαστρική ύλη, ο ηλιακός άνεμος στον οποίο οφείλονται οι γνωστές ηλεκτρομαγνητικές καταιγίδες αποτελούν ύλη σε μορφή πλάσματος διαφόρων θερμοκρασιών και πυκνοτήτων.



Εικόνα 2: Tycho’s Supernova, 7.500 έτη φωτός μακριά από το ηλιακό μας σύστημα



Εικόνα 3:Το γήινο μαγνητικό πεδίο, ασπίδα προστασίας από τον ηλιακό άνεμο

Πλάσμα όμως εμφανίζεται πολύ συχνά και στη Γή σε διάφορες μορφές όπως οι αστραπές(ηλεκτρικές εκκενώσεις), το Σέλας(Ζώνες Van-Hallen) ακόμα και η φλόγα από ένα κερί.

Εικόνα 4: Το πλάσμα είναι παντού γύρω μας!

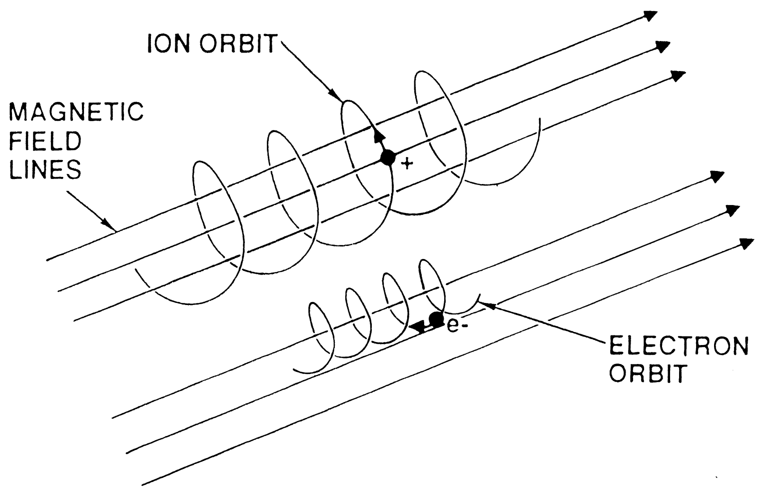
Παρακάτω, στον πίνακα 1 παρατίθενται κάποιες χαρακτηριστικές τιμές πυκνότητας και θερμοκρασίας διαφόρων μορφών πλάσματος:

Είδος πλάσματος	Πυκνότητα n [m^{-3}]	Θερμοκρασία T [K]
Εργαστ. εκκενώσεις	10^{16}	10.000
Ιονόσφαιρα Γης (70-500km)	10^{12}	1000
Ηλιακός άνεμος	10^{6}	Te ~ 500.000, Ti ~ 100.000
Ηλιακό στέμμα	10^{15}	10.000.000
Tokamak Πλάσμα	10^{21}	100.000.000
Λευκοί νάνοι	10^{36}	20.000
Βόμβα υδρογόνου	10^{36}	100.000.000.000
Μεσοαστρική ύλη	10^{4} - 10^{6}	100

Πίνακας 1

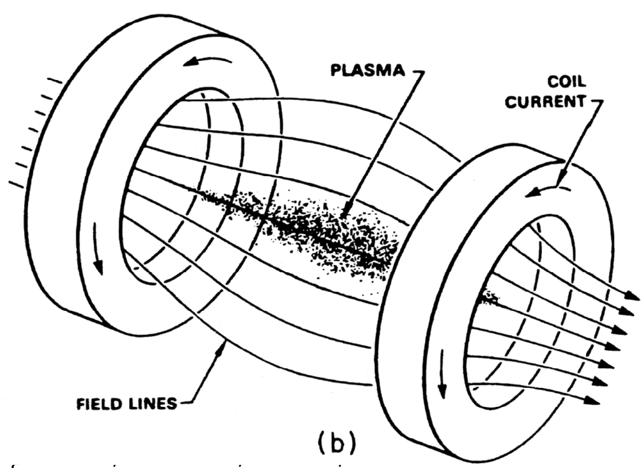
Σε αυτές τις τεράστιες θερμοκρασίες η ύλη είναι μερικώς η πλήρως ιονισμένη οπότε είναι δυνατό για δύο σχετικά ‘ελαφρούς’ πυρήνες που καταφέρουν να υπερνικήσουν την μεταξύ τους απωστική δύναμη να αντιδράσουν σχηματίζοντας έναν βαρύτερο, απελευθερώνοντας ενέργεια ανάλογη της διαφοράς μάζας μεταξύ των αντιδρώντων και των προϊόντων. Για να το καταφέρουν αυτό θα πρέπει οι θερμικές τους ταχύτητες να ξεπερνούν τουλάχιστον τα 10keV.

Οι θερμοπυρηνικές αντιδράσεις αποτελούν την κύρια πηγή ενέργειας του Ήλιου και των αστέρων ενώ κάτι αντίστοιχο στη Γή θα μπορούσε να υποσχεθεί απεριόριστη και φιλική προς το περιβάλλον παραγωγή ενέργειας. Αυτό λοιπόν, είναι η Ελεγχόμενη Θερμοπυρηνική Σύντηξη η οποία έχει σαν στόχο σε Γήινη κλίμακα την δημιουργία ενός συστήματος που θα μπορεί να παράγει ενέργεια περισσότερη από αυτή που χρειάζεται για να αυτοσυντηρείται έτσι ώστε να υπάρχει βέβαια ενεργειακό όφελος. Ωστόσο οι πυρήνες θα πρέπει να αντιδράσουν πριν χάσουν την ενέργειά τους ή αποδράσουν από την περιοχή της αντίδρασης. Η κυριότερη ερευνητική πρόκληση λοιπόν είναι να βρεθεί ένας τρόπος που να συγκρατεί ένα τόσο θερμό υλικό για μεγάλο χρόνο, σε υψηλή πυκνότητα και θερμοκρασία, ώστε να είναι εφικτή η πυροδότηση των αντιδράσεων σύντηξης. Ευτυχώς σε αυτές τις θερμοκρασίες η ύλη βρίσκεται υπό τη μορφή πλάσματος οπότε με την κατασκευή ειδικά μελετημένων μαγνητικών πεδίων θα μπορούσε ίσως να επιτευχθεί η πολυπόθητη συγκράτηση του. Το σενάριο αυτό είναι μάλλον το επικρατέστερο. Παρόλαυτά, στη Γή διεξάγεται τις τελευταίες δεκαετίες συστηματική και οργανωμένη ερευνητική δραστηριότητα προς δύο κύριες κατευθύνσεις συγκράτησης του πλάσματος, α)**τον μαγνητικό περιορισμό**(magnetic fusion) και β)**τον αδρανειακό περιορισμό**(inertial fusion). Στην πρώτη περίπτωση υπάρχουν κατά βάση δύο τύποι διατάξεων συγκράτησης, των ανοιχτών και των κλειστών μαγνητικών γραμμών. Και στους δύο αυτούς τύπους χρησιμοποιούνται μαγνητικά πεδία αφού όλα τα φορτισμένα σωματίδια μπορούν να δεχθούν δυνάμεις από αυτά. Η δύναμη που ασκείται σε ένα φορτισμένο σωματίδιο μέσα σε μαγνητικό πεδίο λέγεται δύναμη Lorentz και δίνεται από την έκφραση $F_L = q(u \times B)$ όπου το q και το u αναπαριστούν το φορτίο και την ταχύτητα του σωματιδίου αντίστοιχα. Η δύναμη αυτή κάνει τα ιόντα και τα ηλεκτρόνια να περιστρέφονται γύρω από τις μαγνητικές γραμμές διαγράφοντας (αντίστροφες)ελικοειδείς τροχιές όπως στην εικόνα 5.



Εικόνα 5: Ελικοειδείς Τροχιές θετικά φορτισμένων ιόντων και ηλεκτρονίων αντίστοιχα

Παρόλαυτά, τα σωματίδια που κινούνται παράλληλα προς τη κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου δεν υπόκεινται στη δύναμη αυτή με αποτέλεσμα να διαφεύγουν αξονικά στην περίπτωση των ανοιχτών μαγνητικών γραμμών.



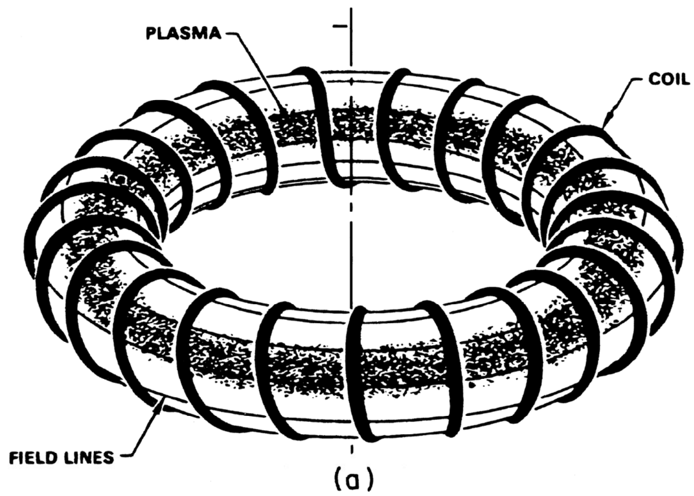
Εικόνα 6: Διάταξη ανοιχτών μαγνητικών γραμμών

Παρότι ελκυστική λόγω της απλότητας της η διάταξη αυτού του τύπου δεν φαίνεται να μπορεί να επιτύχει ικανοποιητικό περιορισμό πλάσματος με απώτερο σκοπό την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας.

Θα μπορούσε όμως να εφαρμοστεί ως πηγή παραγωγής νετρονίων επιτραπέζιων διαστάσεων(σε αντίθεση με τους επιταχυντές κτλ), προοπτική που μελετάται στην παρούσα εργασία και μάλιστα μέσα από ένα σχετικά πρωτότυπο σχήμα για το οποίο θα μιλήσουμε λίγο αργότερα.

Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα των αξονικών απωλειών, μελετήθηκαν και κατασκευάστηκαν διατάξεις κλειστών μαγνητικών γραμμών στο σχήμα ενός τόρου. Σε αυτά τα κλειστού τύπου σχήματα το πλάσμα μπορεί να διαφύγει μόνο εγκάρσια πράγμα πολύ πιο δύσκολο

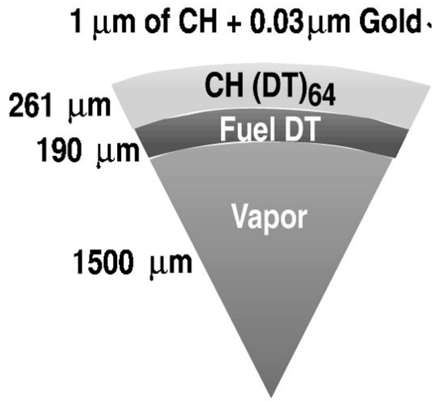
από ότι πριν. Οι διατάξεις αυτές ονομάζονται TOKAMAK και μέχρι σήμερα είναι οι πιο αποτελεσματικές όσον αφορά στην μαγνητική συγκράτηση και οι μοναδικές μέχρι στιγμής που θα μπορούσαν ίσως κάποτε να υποσχεθούν την μακρόχρονη παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας!



Εικόνα 7: Μια διάταξη κλειστού τύπου ή TOKAMAK

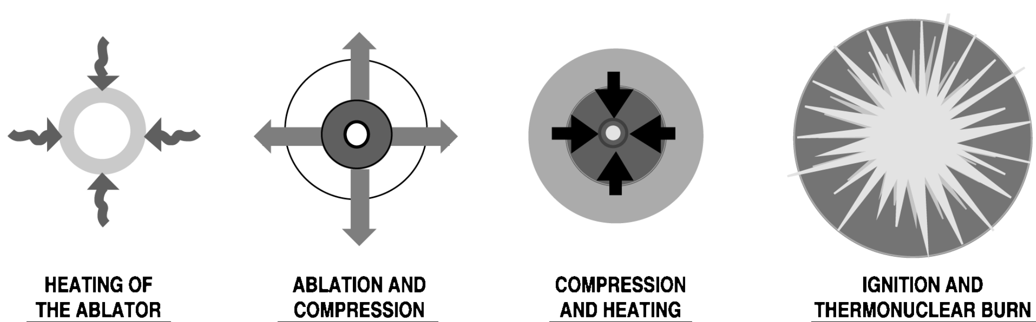
Η σωματιδιακή πίεση που ασκεί το πλάσμα σαν αέριο σε σχέση με την πίεση που ασκεί ένα εξωτερικά εφαρμοζόμενο μαγνητικό πεδίο για να το συγκρατήσει επιβάλλεται να έχει μία μέγιστη τιμή ώστε η συγκράτηση να είναι εφικτή. Το κλάσμα αυτών των δύο πιέσεων ονομάζεται *παράμετρος β* με $\beta = \mathrm{P}_\sigma / \mathrm{P}_\mathrm{m}$ και αποτελεί ένα κριτήριο της σχέσης ανάμεσα σε κινητικά(σωματιδιακά) και ηλεκτρομαγνητικά φαινόμενα, όπου $p_\sigma = nkT$ και $p_\mathrm{m} = B_0^2 / 2\mu_0$. Η παράμετρος β υποδηλώνει ότι υπάρχουν σαφείς τεχνολογικοι περιορισμοί της τιμής του μαγνητικού πεδίου σε μια διάταξη σύντηξης. Η μέγιστη δυνατή τιμή που μπορεί να πάρει το β είναι ίση με τη μονάδα στην ιδανικότερη περίπτωση. Σε αυτή λοιπόν την περίπτωση προκύπτει από την $p_\sigma + B^2 / 8\pi = B_0^2 / 8\pi$ για πλήρως παγιδευμένο πλάσμα, με $B^2 / 8\pi$ την μαγνητική ενέργεια/όγκο του πλάσματος, ότι $p_{\max} = B_0^2 / 8\pi$ από όπου μπορούμε να εκτιμήσουμε την τιμή του απαιτούμενου μαγνητικού πεδίου για την συγκράτηση πλάσματος καθορισμένων συνθηκών. Μιλώντας για ένα πλάσμα πυκνότητας $n = 10^{18} cm^{-3}$ και θερμοκρασίας $kT = 45keV$, προκύπτει ένα μαγνητικό πεδίο της τάξης των $B \simeq 135\,Tesla$ το οποίο δεν είναι καθόλου υπερβολικό εφόσον μιλάμε για compact επιτραπέζια διάταξη μικρών διαστάσεων σε κλίμακα 1:100 ως προς τις εγκαταστάσεις ενός Tokamak. Σύμφωνα επίσης με επιπλέον υπολογισμούς για πλάσμα θερμοκρασίας $kT = 100keV$ το κατάλληλο μαγνητικό πεδίο αγγίζει τα $B \simeq 200\,Tesla$. Όπως θα διαπιστώσουμε στο δεύτερο μέρος της εργασίας, οι αριθμητικές προσομοιώσεις φανερώνουν ότι οι θεωρητικές εκτιμήσεις της τάξης μεγέθους του απαιτούμενου μαγνητικού πεδίου είναι ορθές. Τέτοιες διατάξεις υπάρχουν σε διάφορες χώρες του κόσμου με πιο γνωστές το JET(Joint European Torus) στο Culham της Μεγάλης Βρετανίας και το ITER στο Cadarache της Γαλλίας το οποίο είναι υπό κατασκευή. Το JET ξεκίνησε να λειτουργεί το 1983 και αποτέλεσε την πρώτη εγκατάσταση TOKAMAK στο κόσμο που λειτούργησε με τρίτιο για καύσιμο, κρατώντας μέχρι σήμερα το ρεκόρ στην παραγωγή ενέργειας από σύντηξη(τάξης MW) για περιορισμένο χρόνο. Ο JET θα αποτελέσει την φυσική και τεχνολογική βάση για την προετοιμασία του ITER, το επόμενο βήμα προς την κατασκευή ενός αντιδραστήρα σύντηξης. Όταν οι εγκαταστάσεις του ITER ολοκληρωθούν θα πρόκειται για το μεγαλύτερο TOKAMAK στον κόσμο του οποίου τα αποτελέσματα και η αποκτηθείσα τεχνογνωσία θα μας φέρει ίσως πιο κοντά στην πραγμάτωση της πολυπόθητης παραγωγής ενέργειας από σύντηξη πυρήνων. Υπάρχει όμως άλλη μια ερευνητική προσέγγιση σχετικά με τη συγκράτηση του πλάσματος, η οποία δεν χρησιμοποιεί μαγνητικά πεδία. Ο *αδρανειακός περιορισμός(inertial confinement),* όπως λέγεται, προσπαθεί να εκμεταλλευτεί τα υψηλής έντασης laser σε συνδυασμό με την τεχνολογία αιχμής. Πιο συγκεκριμένα, ένα μικροσκοπικό σφαιρίδιο που περιέχει καύσιμο προς σύντηξη(D-D ή D-T)) θερμαίνεται μέσω παλμών laser υψηλής έντασης με αποτέλεσμα η επιφάνειά του να εξαχνώνεται.

Η απότομη εξάχνωση παράγει, μέσω φαινομένου πυραύλου, ένα ισχυρό κύμα συμπίεσης που διαδίδεται από την επιφάνεια προς τον πυρήνα και συμπιέζει το καύσιμο. Όταν η θερμοκρασία πάρει μια κρίσιμη τιμή τότε το καύσιμο αναφλέγεται και παράγεται επιπλέον ενέργεια από σύντηξη.



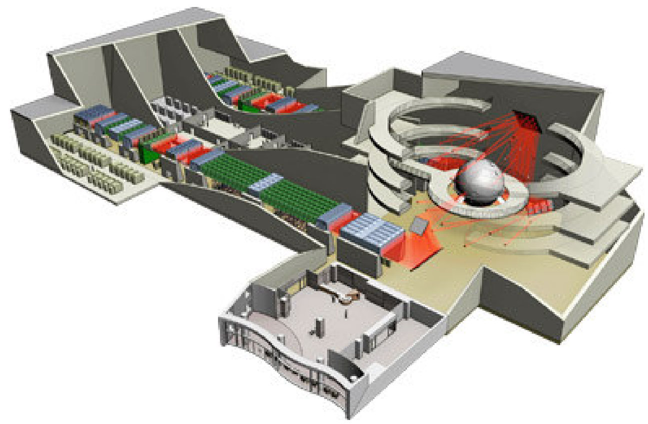
Εικόνα 8: Εγκάρσια τομή του σφαιριδίου καυσίμου(pellet) όπου φαίνεται η διαστρωμάτωση και τυπικές διαστάσεις

Ο περιορισμός του παραγόμενου πλάσματος επιτυγχάνεται από την εξουδετέρωση του διαστελλόμενου κύματος του πυρήνα που αναφλέγεται, από την αδράνεια του φλοιού που έχει συμπιεστεί προς το εσωτερικό λόγω της εξάχνωσης του.



Εικόνα 9: Σχηματική αναπαράσταση της διαδικασίας του αδρανειακού περιορισμού

Το project αυτό ονομάζεται HiPER(High Power laser Energy Research) και βρίσκεται ακόμα σε προπαρασκευαστική φάση ενώ προς αυτή την κατεύθυνση δουλεύουν εργαστήρια σε πολλές χώρες του κόσμου με πιο γνωστή την εγκατάσταση laser PETAL στη Γαλλία, η οποία θα σηματοδοτήσει την μετάβαση στο HiPER.



Εικόνα 10: Σχηματική αναπαράσταση του HiPER facility

1.2 Αλληλεπίδραση δέσμης cluster με βραχύχρονους παλμούς laser

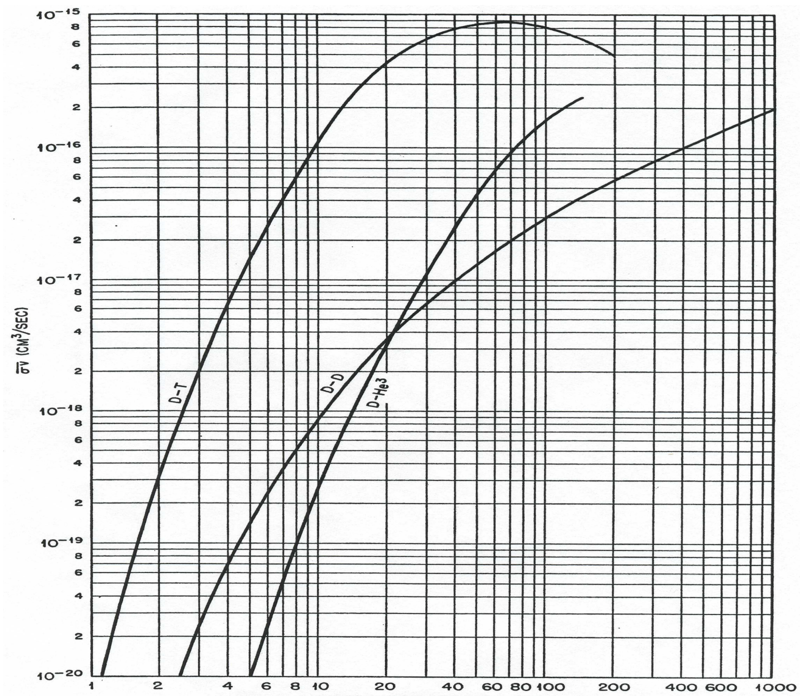
1.2.1 Τι είναι ένα cluster

Όταν αέριο το οποίο βρίσκεται υπό πίεση εκτονωθεί αδιαβατικά στο κενό μέσα από ακροφύσιο τότε είναι δυνατό να παραχθούν κάποια υπέρ-συμπυκνωμένα συσσωματώματα μορίων τα οποία ονομάζονται cluster. Με άλλα λόγια πρόκειται για υπέρ-κορεσμένα αέρια που αποτελούνται από πολύ μεγάλο αριθμό ατόμων/μορίων τάξεως μέχρι και 10^5 ανά cluster τα οποία έχουν πυκνότητες κοντά σε αυτές των στερεών. Τα μόρια συγκρατούνται μεταξύ τους μέσω των διαμοριακών δυνάμεων Van der Waals και αναλόγως τον τρόπο παραγωγής τους είναι δυνατό να σχηματίσουν και μικροκρυστάλλους ενώ το μέγεθός τους δεν ξεπερνά τις μερικές δεκάδες nm. Για ιστορικούς λόγους αναφέρουμε ότι πρώτη φορά το 1956 καταγράφηκε η πρώτη πειραματική διαπίστωση σχηματισμού cluster με την μέθοδο που προαναφέρθηκε[13]. Υπάρχουν ποικίλοι τρόποι παραγωγής μοριακών δεσμών cluster εκτός από την εκτόνωση μέσω ακροφυσίου είναι όμως έξω από τα πλαίσια αυτής της εργασίας οπότε παραλείπονται. Γενικότερα, κατά την αλληλεπίδραση βραχύχρονων παλμών laser υψηλής έντασης (δηλαδή από 10^6 W/cm^2 και πάνω) με στερεό, υγρό ή αέριο στόχο η απορρόφηση της ενέργειάς τους(από το στόχο) είναι σχετικά χαμηλή. Συγκεκριμένα, για στερεό στόχο η μέγιστη απορρόφηση φτάνει το 50% της ενέργειας του παλμού κι αυτό το αρκετά καλό ποσοστό οφείλεται στην δημιουργία πλάσματος(ablative plasma) από το εμπρόσθιο τμήμα του παλμού που αλληλεπιδρά πρώτο με το στόχο. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ένα σημαντικό μέρος της ενέργειας του υπόλοιπου παλμού να απορροφάται από το παραγόμενο πλάσμα. Από την άλλη, κατά την αλληλεπίδραση του laser με μονοατομικό αέριο η απορρόφηση ενέργειας αγγίζει μόλις το 1% της ενέργειας του παλμού. Αν παρόλαυτά αντί για μονοατομικό αέριο χρησιμοποιηθεί αέριο σε μορφή cluster τότε η απορρόφηση της ενέργειας του παλμού του laser μπορεί να φτάσει και το 90% ! Αυτό λοιπόν έχει σαν αποτέλεσμα την παραγωγή ενός πολύ θερμού και πλήρως ιονισμένου πλάσματος μέσης θερμοκρασίας 10-50 keV.

1.2.2 Φυσική της αλληλεπίδρασης

Η μελέτη της αλληλεπίδρασης μεταξύ παλμών laser και cluster καθώς και της δυναμικής της αποσύνθεσής τους εξαιτίας της αλληλεπίδρασης αυτής απασχόλησε αρκετές ερευνητικές ομάδες κατά το παρελθόν γιατί όπως διαφάνηκε από νωρίς η φύση της και ο μηχανισμός της ήταν αρκετά πολύπλοκος. Επιγραμματικά λοιπόν και σύμφωνα με την επικρατέστερη περιγραφή, όταν τα cluster αλληλεπιδράσουν με τον παλμό του laser τα άτομα ή μόρια των cluster απορροφούν ενέργεια και αρχίζουν να ιονίζονται. Τα ηλεκτρόνια που αποσυνδέονται πρώτα επιταχύνονται από το ηλεκτρικό πεδίο Ε της δέσμης laser αποκτώντας ολοένα και μεγαλύτερες κινητικές ενέργειες. Μεταφέρουν λοιπόν μέρος της ενέργειάς τους στα άτομα του cluster τα οποία αρχίζουν να θερμαίνονται και να ιονίζονται περισσότερο. Όταν πλέον οι συγκρούσεις θερμάνουν αρκετά το cluster μέχρι ένα κατώφλι τότε τα ταχέως κινούμενα ηλεκτρόνια δραπετεύουν προς τα έξω οδηγώντας το σε μια ισχυρή έκρηξη η οποία οφείλεται κατά ένα μέρος σε έκρηξη Coulomb και κατά ένα άλλο σε υδροδυναμική εκτόνωση λόγω του ότι συμπαρασύρονται μαζί τους καθώς δραπετεύουν και τα βαρύτερα ιόντα[14],[15]

Τα πρώτα πειράματα παραγωγής πλάσματος με laser με σκοπό τη σύντηξη πυρήνων έγιναν με στόχους cluster δευτερίου[16] ενώ για την αύξηση της κινητικής ενέργειας των παραγόμενων ιόντων δοκιμάστηκαν και σχήματα στα οποία χρησιμοποιήθηκαν cluster ετεροπυρηνικών μορίων[17]. Ο στόχος τους ήταν να επιτευχθούν κινητικές ενέργειες της τάξης των 45-50keV οι οποίες αντιστοιχούν στην περιοχή κοντά στην μέγιστη ενεργό διατομή(cross section) για τις αντιδράσεις D-D και D-T όπως φαίνεται και στο παρακάτω διάγραμμα(εικ.11). Το διάγραμμα αυτό αναπαριστά τα cross sections των κυριοτέρων πυρηνικών αντιδράσεων σύντηξης συναρτήσει της κινητικής ενέργειας των ιόντων.



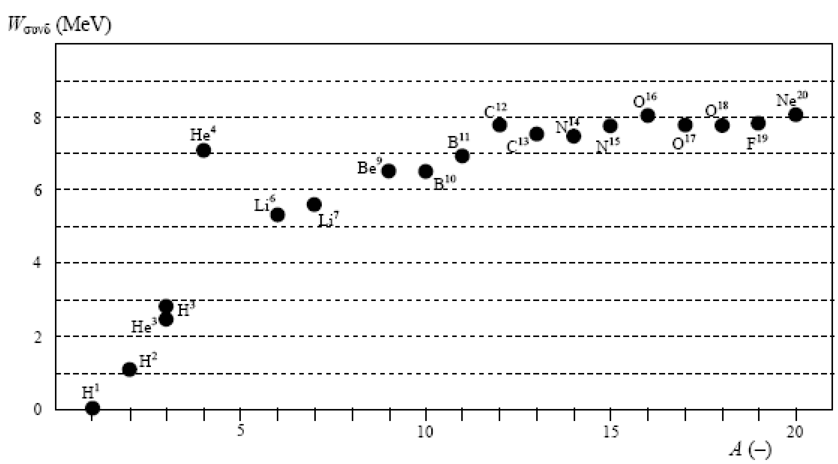
Εικόνα 11: Τα cross sections των κυριοτέρων αντιδράσεων σύντηξης συναρτήσει των κινητικών ενεργειών των πυρήνων

Ενδεικτικά παρατίθεται ο πίνακας που περιλαμβάνει τα cross sections σε barn, των τριών βασικότερων αντιδράσεων που είναι πιο εφικτό να συμβούν, για πλάσμα θερμοκρασίας 10keV και 100keV αντίστοιχα.

Αντίδραση	σ(barn) στα 10keV	σ(barn) στα 100keV
$D+D \rightarrow He^3(0.82MeV)+n(2.45MeV)$	2.78×10^{-4}	3.7×10^{-2}
$D+D \rightarrow T(1.01MeV)+p(3.02MeV)$	2.81×10^{-4}	3.3×10^{-2}
$D+T \rightarrow He^4(3.5MeV)+n(14.1MeV)$	2.72×10^{-2}	3.43

Πίνακας 2 *Το $1\,barn = 10^{-24}\,cm^2$

Όπως φαίνεται από τον πίνακα για μεγάλες θερμοκρασίες (~100keV) η αντίδραση D-T είναι η αντίδραση με τη μεγαλύτερη πιθανότητα να συμβεί. Οι αντιδράσεις που μας ενδιαφέρουν είναι αυτές μεταξύ D-D και D-T, κατά πρώτον διότι παράγουν υψηλής ενέργειας(~MeV) νετρόνια των οποίων η υπολογιστική εκτίμηση της απόδοσης θα μας απασχολήσει στο δεύτερο μέρος της εργασίας. Επίσης μεγάλης σπουδαιότητας είναι το γεγονός ότι έχουν τη μεγαλύτερη ενεργό διατομή για την μικρότερη δυνατή ενέργεια που απαιτείται ώστε να επιτευχθεί η σύντηξη συγκριτικά με τα υπόλοιπα 'βαρύτερα' άτομα. Με άλλα λόγια δηλαδή είναι ευκολότερο, ενεργειακά, να συμβούν κι αυτό διότι η ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο, για το δευτέριο και το τρίτιο είναι πολύ μικρή(~1-3MeV), όπως φαίνεται στην εικόνα 12.



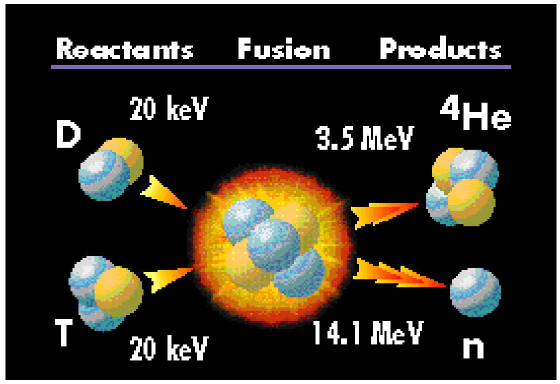
Εικόνα 12: Δυνατή η **σύντηξη** πυρήνων ελαφρύτερων από το He^4 και η **σχάση** των αμέσως βαρύτερων

Οι πυρηνικές αντιδράσεις που συμβαίνουν μέσα στο θερμό πλάσμα δευτερίου με τα ποσά ενέργειας που εκλύονται παρατίθενται αμέσως παρακάτω, με πιο πιθανές να συμβούν τις τρείς πρώτες, ενώ οι D-D συμβαίνουν με πιθανότητα 50% η καθεμία.

$$
\boxed{
\begin{array}{l}
D+D \rightarrow He^3(0.82MeV)+n(2.45MeV) \\[2em]
D+D \rightarrow T(1.01MeV)+p(3.02MeV) \\[2em]
D+T \rightarrow He^4(3.5MeV)+n(14.1MeV) \\[2em]
D+He^3 \rightarrow He^4(3.6MeV)+p(14.7MeV)
\end{array}
}
$$

Όπως είναι φανερό, από την πρώτη αντίδραση μπορούμε να πάρουμε νετρόνια ενέργειας 2.45 MeV. Επίσης νετρόνια δίνει και η τρίτη όταν αντιδράσει το δευτέριο με τρίτιο το οποίο μπορεί να παραχθεί από την δεύτερη αντίδραση. Ωστόσο προτιμητέα είναι η πρώτη αντίδραση η οποία παράγει He^3, το οποίο κι αυτό αντιδρά με D, διότι το T είναι ραδιενεργό με χρόνο ημιζωής $T_{1/2} \simeq 12,33$ χρόνια και διασπάται σε ^3_2He μέσα από την αντίδραση $T \rightarrow {}^3_2He + e^- + \overline{\nu_e}$. Ωστόσο πρόκειται για ενδιάμεσο καύσιμο που παράγεται και αντιδρά μέσα στη διάταξη σύντηξης με ίση πιθανότητα παραγωγής σε σχέση με το He^3.

Όπως μπορούμε εύκολα να παρατηρήσουμε, για τις 3 πρώτες αντιδράσεις, το μεγαλύτερο ποσοστό ενέργειας (~67%) το φέρουν τα νετρόνια ενώ το υπόλοιπο 33% τα άλλα φορτισμένα σωματίδια. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η συνολική ενέργεια από σύντηξη κατανέμεται στα προϊόντα αντιστρόφως ανάλογα προς τις μάζες τους. Χαρακτηριστικό πάντως είναι, όπως απεικονίζεται σχηματικά και στην εικόνα 13, το γεγονός ότι από πλάσμα ιόντων ενέργειας της τάξης του keV παίρνουμε ενέργεια τριών τάξεων μεγέθους παραπάνω.



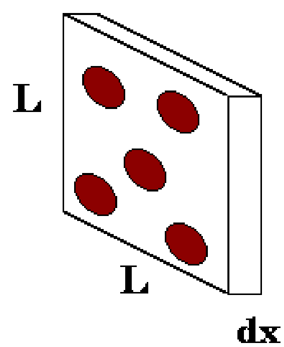
Εικόνα 13: Για τη σύντηξη παρέχουμε ενέργεια τάξεως keV και παίρνουμε ενέργεια της τάξης του MeV

Έχοντας κατά νου τις αντιδράσεις που αναφέραμε είναι εύκολο να διαπιστώσουμε κάποια σημαντικά οικονομικά οφέλη της ενέργειας από σύντηξη καθώς και το βαθμό στον οποίο υπερτερεί των άλλων συμβατικών ενεργειακών πηγών. Πρώτον, η ουσιαστικά ανεξάντλητη παροχή φτηνής πρώτης ύλης-καυσίμου αφού το δευτέριο μπορεί να εξαχθεί από το νερό(κατά μέσο όρο υπάρχουν 2,5gr D/m^3).Δεύτερον, το δευτέριο δεν είναι ραδιενεργό(σε αντίθεση με το Ουράνιο αντίστοιχα στη πυρηνική σχάση) και η διαδικασία σύντηξης δεν απελευθερώνει χημικά αέρια(π.χ αέρια που συντελούν στο 'φαινόμενο του θερμοκηπίου' ή στην καταστροφή του όζοντος της ατμόσφαιρας). Επίσης η παροχή του καυσίμου υπάρχει σε αφθονία σε όλο τον πλανήτη οπότε δεν υπάρχει εξάρτηση από συγκεκριμένες χώρες παροχής του καυσίμου. Αυτό είναι πολύ σημαντικό οικονομικό κριτήριο διότι εξασφαλίζει σε όλους την ίδια ανεμπόδιστη δυνατότητα ανάπτυξης και εκμετάλλευσης της ενέργειας. Η εικόνα που ακολουθεί αφήνει να διαφανεί η ανάγκη για την εύρεση άλλων ενεργειακών πηγών και καθιστά την επίτευξη της ενέργειας από σύντηξη ενεργειακό μονόδρομο!

World energy resources annual use 0.3 Q/year	
Oil	13 (~50 years)
Fossil	80 (~270 years)
Uranium	9000 (~30,000 years)
Deuterium	1.6×10^7 (~5×10^7 years)
In units of Q or 10^{18} BTU	

Εικόνα 14: Τα αποθέματα σε πετρέλαιο και ορυκτά καύσιμα έχουν λίγες εκατοντάδες χρόνων ζωής έναντι του δευτερίου που είναι ανεξάντλητο

Τέλος ορίζεται ως μέση ελεύθερη διαδρομή(mean free path) για ένα νουκλεόνιο μέσα σε ένα σύστημα n νουκλεονίων/cm^3 , η μέση απόσταση που διανύει ώσπου υποβληθεί σε αντίδραση. Η μέση ελεύθερη διαδρομή ορίζεται ως $l = 1/n\sigma$ όπου n είναι η σωματιδιακή πυκνότητα του πλάσματος και σ η ενεργός διατομή για την εκάστοτε αντίδραση. Σε αντιστοιχία με ένα τοίχο διαστάσεων L και dx, όπως στο σχήμα της εικόνας 15, όπου προσκρούουν σωμάτια η πιθανότητα ανά μονάδα επιφάνειας αυτά να σταματήσουν δίνεται από την $P_{stop} = \frac{\sigma n L^2 dx}{L^2}$ όπου $N = nL^2 dx$ ο συνολικός αριθμός σωματιδίων που προσκρούουν και εξαρτάται από την ενεργό διατομή σ. Όσο μεγαλύτερη η σ τόσο μεγαλύτερη και η πιθανότητα να σταματήσουν τα σωματίδια μέσα στον τοίχο.

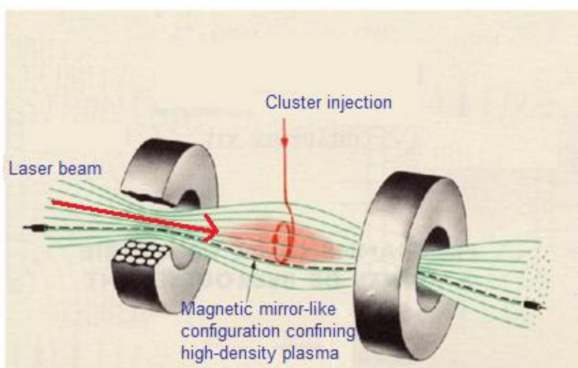


Εικόνα 15:Στοιχειώδης όγκος διαστάσεων L και dx στον οποίο προσκρούει N πλήθος σωματιδίων

Για πλάσμα πυκνότητας n=10^{18} /cm^3 και θερμοκρασίας kT=45keV η μέση ελεύθερη διαδρομή υπολογίζεται περίπου ίση με l=5*10^7 cm! Η απόσταση αυτή ,για μια μέση ταχύτητα ιόντων ίση με 5*10^6 - 5*10^7 cm/sec αντιστοιχεί σε μέσο χρόνο αντίδρασης 1-10sec! Παρόλαυτά, ωστόσο πρέπει να σημειωθεί ότι ο μέσος χρόνος συγκράτησης των δευτερονίων για ένα αυτοσυντηρούμενο σύστημα αρκεί να αποτελεί ένα μόνο κλάσμα του μέσου χρόνου αντίδρασης ώστε να υπάρχει υπερκάλυψη της ενέργειας(τάξης keV) των ιόντων και των ενεργειακών απωλειών, αφού για κάθε δευτερόνιο που αντιδρά παράγονται 7MeV.

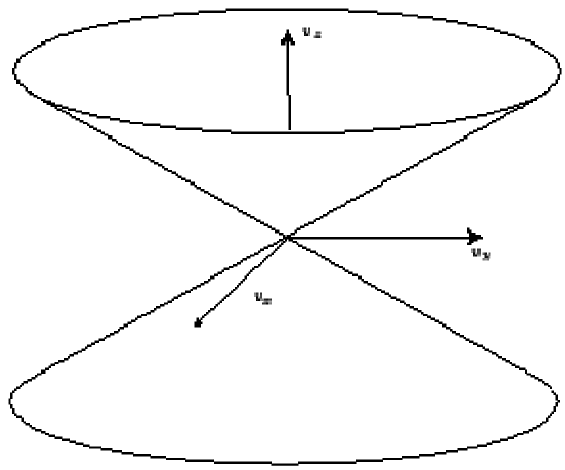
1.3 Πειραματική διάταξη - Προτεινόμενο σχήμα

Όπως έχουμε προαναφέρει, το φυσικό πρόβλημα με το οποίο θα ασχοληθούμε είναι ο μαγνητικός περιορισμός πλάσματος ιόντων δευτερίου το οποίο παράγεται από την αλληλεπίδραση βραχύχρονων(~fsec) παλμών δέσμης laser με μοριακή δέσμη από cluster δευτερίου. Πιο συγκεκριμένα, αυτή η ουδέτερη μοριακή δέσμη, μπορεί εύκολα να εισέρθει κάθετα σε διάταξη ανοιχτής τοπολογίας μαγνητικών γραμμών και κυλινδρικής συμμετρίας προκειμένου να αλληλεπιδράσει με παλμική δέσμη laser η οποία εισέρχεται στην αξονική διεύθυνση, όπως φαίνεται στην εικόνα 16, ιονίζοντας τα άτομα ή μόρια του υπέρ-συμπυκνωμένου αυτού αερίου.



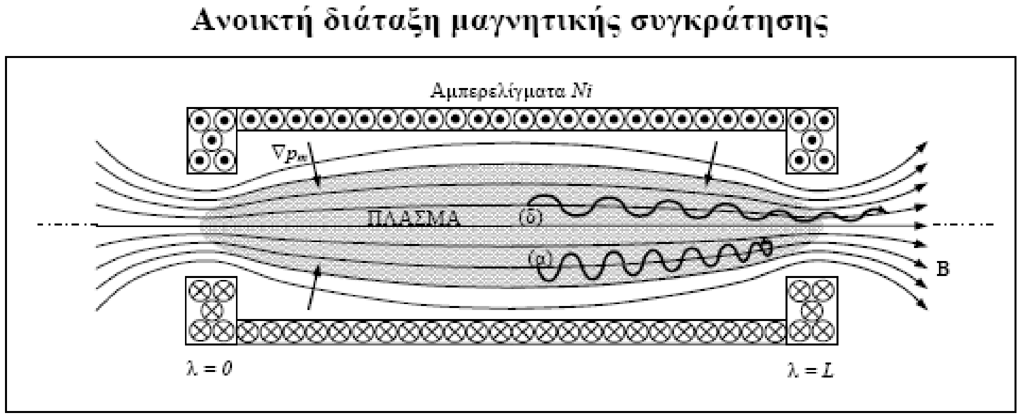
Εικόνα16: Πρωτότυπο προτεινόμενο σχήμα παραγωγής πλάσματος και νετρονίων σε επιτραπέζιες διαστάσεις

Η ενέργεια του παλμού απορροφάται από τα cluster σε ποσοστό έως και 90% όπως προαναφέρθηκε προηγουμένως παράγοντας έτσι ένα θερμό πλάσμα του οποίου τα ιόντα έχουν μεγάλες κινητικές ενέργειες τέτοιες που επιτρέπουν την παραγωγή νετρονίων από πυρηνικές αντιδράσεις σύντηξης. Ο αριθμός των παραγόμενων αυτών νετρονίων είναι ανάλογος προς το τετράγωνο του αριθμού μορίων που αποτελούν τα cluster. Καθώς τα cluster ιονίζονται στη διεύθυνση(αξονική) του μαγνητικού πεδίου στο σημείο εστίασης του laser(focal spot), δημιουργείται ένα νημάτιο(filament) πλάσματος προς αυτή την κατεύθυνση μέσα στο οποίο τα ταχέα ιόντα δευτερίου που προκύπτουν από την αλληλεπίδραση αυτή συγκρούονται με τυχαίο τρόπο μεταξύ τους. Εφόσον τα cross sections τους το επιτρέπουν πραγματοποιείται σύντηξη. Το νημάτιο έχει διαστάσεις μm και υφίσταται θερμική εκτόνωση ακτινικά και αξονικά μέσα στη διάταξη των ανοιχτών μαγνητικών γραμμών. Το φυσικό πρόβλημα λοιπόν της μελέτης του μαγνητικού περιορισμού και της εκτόνωσης του πλάσματος σε αυτήν τη διάταξη, είναι εμφανές, ότι έχει κι αυτό κυλινδρική συμμετρία. Το μαγνητικό πεδίο βρίσκεται πάνω στον άξονα z και οι ταχύτητες εκτόνωσης των ιόντων λαμβάνονται υπόψη και ακτινικά (ως προς τον άξονα r) και αξονικά (ως προς τον άξονα z) αλλά ανεξάρτητα. Αυτό το αριθμητικό μοντέλο μελέτης(1+1/2-D) θα μας απασχολήσει στο δεύτερο μέρος της παρούσας εργασίας. Λόγω του εξωτερικά εφαρμοζόμενου, ισχυρού μαγνητικού πεδίου το υψηλής πυκνότητας πλάσμα περιορίζεται σημαντικά για κάποιο χρονικό διάστημα μέσα στη διάταξη και η ταχύτητα θερμικής εκτόνωσής του ελαττώνεται. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η πυκνότητα και η θερμοκρασία του να παραμένουν σχετικά υψηλές για το διάστημα αυτό ενώ ο αριθμός των συγκρούσεων μεταξύ των ιόντων αυξάνεται συνεισφέροντας με αυτό τον τρόπο στην απόδοση της ροής νετρονίων. Βέβαια, στις διατάξεις ανοιχτών μαγνητικών γραμμών - όπως είναι και αυτή που περιγράφουμε - δεν περιμένουμε το πλάσμα να 'παγιδεύεται' για υπερβολικά μεγάλους χρόνους συγκράτησης, περιορίζεται όμως αισθητά για χρόνους κατάλληλους για την παραγωγή σημαντικού αριθμού νετρονίων. Σε βάθος χρόνου αρκετών δεκάδων nsec οι απώλειες του πλάσματος από τα άκρα της διάταξης είναι σχεδόν καθολικές αφού η δύναμη Lorentz στη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου είναι μηδενική. Για τα σωματίδια του πλάσματος των οποίων το διάνυσμα της ταχύτητας βρίσκεται μέσα στον *κώνο απωλειών*-που εικονίζεται παρακάτω- ισχύει ότι θα δραπετεύουν από την διάταξη ενώ τα υπόλοιπα θα συγκρατούνται εξαιτίας του μαγνητικού πεδίου. Δυστυχώς τα πράγματα δεν είναι τόσο απλά, διότι οι κρούσεις που συμβαίνουν μεταξύ των 'παγιδευμένων σωματιδίων προκαλούν 'διάχυση' στο χώρο των ταχυτήτων ωθώντας αρκετά σωματίδια μέσα στον κώνο απωλειών. Αυτό έχει βέβαια σαν συνέπεια επιπλέον απώλειες σε βάθος χρόνου. Εκτός λοιπόν την εκτόνωση που οφείλεται στη βαθμίδα της πίεσης που προκαλεί ο παλμός laser υπάρχει και διάχυση λόγω των κρούσεων των σωματιδίων μεταξύ τους η οποία ανάλογα με το είδος των συγκρούσεων είναι μικρή η αρκετά μεγάλη. Στην περίπτωση μερικώς ιονισμένου πλάσματος(weakly ionized plasmas) οι κρούσεις μεταξύ ανόμοιων σωματιδίων(ιόντα-ουδ. άτομα ^{2}D) εγείρουν μεγάλη διάχυση. Αντιθέτως οι κρούσεις μεταξύ όμοιων σωματιδίων(ιόντα - ιόντα ή e^- - e^-) που είναι κυρίαρχες σε πλήρως ιονισμένο πλάσμα(fully ionized plasmas) είναι συγκρούσεις Coulomb που δεν εγείρουν σημαντική διάχυση. Γι' αυτό το λόγο είναι, εν γένει, ευκολότερη η συγκράτηση πλήρως ιονισμένου, υψηλής θερμοκρασίας πλάσματος.



Εικόνα 17: Ο κώνος απωλειών στο χώρο των ταχυτήτων. Τα σωματίδια των οποίων οι ταχύτητες βρίσκονται εντός του κώνου απωλειών δεν ανακλώνται από το μαγνητικό πεδίο

Αυτός λοιπόν ο λόγος απαιτεί, το μαγνητικό πεδίο στα άκρα της διάταξης να είναι ισχυρότερο από ότι στο κέντρο της έτσι ώστε αυτά να λειτουργούν ως 'καθρέφτες' (λόγω της καμπύλωσης των μαγνητικών γραμμών) ανακλώντας τα ιόντα και ελαχιστοποιώντας όσο το δυνατόν περισσότερο τις απώλειες των σωματιδίων(εικ.18).



Εικόνα 18: Το μαγνητικό πεδίο εμποδίζει την εγκάρσια διαφυγή ενώ κατά μήκος των πεδιακών γραμμών μειώνεται η διαφυγή εξαιτίας της βαθμίδας ∇P_m στη μαγνητική πίεση

Η προαναφερθείσα διάταξη απαντάται στη διεθνή βιβλιογραφία με το όνομα ‘μαγνητικός καθρέφτης’ ή ‘μαγνητική μποτίλια’ (magnetic mirror) για τον λόγο που μόλις περιγράφτηκε. Πρόκειται για γραμμική διάταξη με κυλινδρική συμμετρία, στα άκρα της οποίας εκατέρωθεν, βρίσκονται δύο πηνία που δημιουργούν το ισχυρό παλμικό μαγνητικό πεδίο που συγκρατεί το πλάσμα και το εμποδίζει να διαφύγει. Το πεδίο αυτό είναι της τάξης των 100-200T (στην table-top διάταξη που μελετάμε) ενώ σε παγκόσμια κλίμακα, έχουν επιτευχθεί μαγνητικά πεδία εντάσεως από 300T [18]μέχρι και 700T. Στη παραπάνω διάταξη το εφαρμοζόμενο μαγνητικό πεδίο μπορεί να θεωρηθεί σταθερό χρονικά σε σχέση με το χαρακτηριστικό χρόνο της αλληλεπίδρασης μεταξύ laser και cluster καθώς και του χρόνου εξέλιξης της εκτόνωσης του παραγόμενου πλάσματος. Τα μαγνητικά πεδία εντάσεως από 100T(τάξης Megagauss) και πάνω είναι δυνατό να επιτευχθούν μόνο μέσω ενός καταστρεπτικού παλμικού μαγνήτη. Υπάρχουν 3 είδη τέτοιων μαγνητών για την ανάπτυξη υπέρ-υψηλών μαγνητικών πεδίων με πιο γνωστό το πηνίο μονής περιέλιξης.(single turn coil) Αυτό είναι σε θέση να παράγει μαγνητικό πεδίο εντάσεως μέχρι το πολύ 300 Tesla σε αντίθεση με τους άλλους 2 οι οποίοι μπορούν να φτάσουν μέχρι και τα 700T! Η ουσιαστική όμως διαφορά είναι ότι μετά την ανάπτυξη τέτοιων τεράστιων μαγνητικών πεδίων(>300T) η διάταξη καταστρέφεται μαζί με τις συσκευές μέτρησης εξαιτίας των περίπου 200kg εκρηκτικής ύλης που χρησιμοποιείται για το σκοπό αυτό!

Εικόνα 19:Η εκφόρτιση πυκνωτών μέσα από το πηνίο μονής περιέλιξης μπορεί να παραγάγει μαγνητικά πεδία έντασης μέχρι και 300Tesla

Η μεγαλύτερη λοιπόν τιμή μαγνητικού πεδίου που έχει επιτευχθεί σε στεγασμένο χώρο είναι τα 622Tesla.[19]

Μέχρι στιγμής περιγράψαμε γενικότερα το φυσικό μηχανισμό της αλληλεπίδρασης βραχύχρονων παλμών laser με cluster καθώς και τη δυναμική της παραγωγής νετρονίων μέσω αυτής της διαδικασίας. Επίσης, αναφερθήκαμε ειδικότερα, στην παραπάνω διαδικασία όταν αυτή συμβαίνει μέσα στο μαγνητικό πεδίο ενός 'μαγνητικού καθρέφτη' διατυπώνοντας το φυσικό πρόβλημα που θα μας απασχολήσει και περιγράφοντας τη γεωμετρία του.

Στο επόμενο κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με την φυσική περιγραφή του παραγόμενου πλάσματος καθώς επίσης και με το μαθηματικό φορμαλισμό της περιγραφής αυτής.

Κεφάλαιο 2

2.1 Γενικά – Φυσική περιγραφή Πλάσματος

Το πλάσμα, το οποίο αποκαλείται από πολλούς και ως η τέταρτη μορφή της ύλης, είναι ένα μερικώς ή πλήρως ιονισμένο αέριο πολύ υψηλής(συνήθως) θερμοκρασίας που παρουσιάζει συλλογική συμπεριφορά. Τα φαινόμενα που συμβαίνουν μέσα στο πλάσμα υπόκεινται σε ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις οπότε είναι αρκετά αναμενόμενο ότι για την φυσική περιγραφή του οι εξισώσεις του Maxwell μας είναι απαραίτητες. Δεν αρκούν όμως μόνο αυτές για να περιγράψουν τη χωροχρονική εξέλιξή του. Υπάρχουν τρία μοντέλα περιγραφής, κάθε ένα από τα οποία κρίνεται καταλληλότερο ή πιο βολικό κατά περίπτωση, ανάλογα με το φυσικό πρόβλημα που έχουμε να αντιμετωπίσουμε και με τα φαινόμενα που θέλουμε να συμπεριλάβουμε στη περιγραφή μας αυτή.

Το πρώτο αποτελεί μια, περισσότερο, στατιστική περιγραφή και πρόκειται για την κινητική θεωρία του πλάσματος. Η **κινητική θεωρία** χρησιμοποιεί την κινητική εξίσωση για τη συνάρτηση κατανομής f(r,v,t), την εξίσωση Vlasov(που είναι η ομογενής κινητική εξίσωση), την δύναμη Lorentz και τις εξισώσεις του Maxwell.

Το δεύτερο μοντέλο περιγραφής αποτελεί την **προσέγγιση των δύο ρευστών(multi-fluid theory)** και αντιμετωπίζει τα ιόντα και τα ηλεκτρόνια του πλάσματος ως δύο διαφορετικά ρευστά. Τα ρευστά αυτά περιγράφονται και τα δύο από την εξίσωση συνέχειας και την εξίσωση κίνησης τους ξεχωριστά, αλλά είναι συζευγμένα ηλεκτροστατικά και οι κινήσεις τους διεγείρουν ηλεκτρομαγνητικά πεδία τα οποία περιγράφονται από τις εξισώσεις του Maxwell.

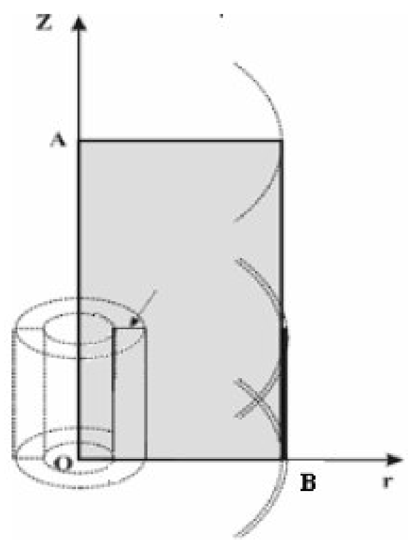
Τέλος το τρίτο μοντέλο αποτελεί την **Μαγνητοϋδροδυναμική** περιγραφή του πλάσματος και αντιμετωπίζει το πλάσμα σαν ένα μαγνητισμένο, ηλεκτρικά αγώγιμο ρευστό πυκνότητας μάζας ρ και ειδικής αντίστασης η. Οι εξισώσεις της Μαγνητοϋδροδυναμικής προκύπτουν από τις εξισώσεις Navier-Stokes της ρευστοδυναμικής, τις ηλεκτρομαγνητικές εξισώσεις του Maxwell και τους νόμους διατήρησης μάζας, ορμής και ενέργειας. Αυτή την περιγραφή θα χρησιμοποιήσουμε κι εμείς στην αριθμητική μας μελέτη, στο δεύτερο μέρος της εργασίας.

2.2 ΜΥΔ μελέτη πλάσματος ιόντων ${}_{1}^{2}D$

2.2.1: ΜΥΔ περιγραφή προβλήματος

Στην περιγραφή που θα χρησιμοποιήσουμε για να μελετήσουμε την χωρική και χρονική εξέλιξη των φυσικών και γεωμετρικών παραμέτρων του πλάσματος το πλάσμα αντιμετωπίζεται ως ένα υπέρθερμο, *συμπιεστό*, αγώγιμο ρευστό. Με τον όρο συμπιεστό εννοούμε ότι η πυκνότητά του είναι δυνατόν να αλλάζει τοπικά κατά τη διάδοση μιας διαταραχής, η οποία μπορεί να διαδίδεται με τη μορφή κύματος μέσα σε αυτό όπως θα εξετάσουμε λίγο αργότερα πιο αναλυτικά. Επίσης θεωρούμε ότι το πλάσμα είναι, μακροσκοπικά, *οιονεί-ουδέτερο*(quasineutral) που σημαίνει ότι η σωματιδιακή πυκνότητα των ιόντων του είναι περίπου η ίδια με αυτή των ηλεκτρονίων, δηλαδή $n_i \approx n_e$. Η οιονεί-ουδετερότητα έχει σαν αποτέλεσμα το πλάσμα να τείνει να θωρακίζει τα εφαρμοζόμενα ηλεκτρικά πεδία Ε. Το ηλεκτρικό πεδίο παρόλαυτά δεν είναι μηδέν και μικρές αποκλίσεις από την ουδετερότητα στο πλάσμα, έχουν σαν αποτέλεσμα, λόγω της πολύ υψηλής ιοντικής πυκνότητας, σημαντικά μεγάλες δυνάμεις επαναφοράς ηλεκτρικού πεδίου που τείνουν να αποκαταστήσουν την ουδετερότητα. Επιπλέον, αποσταθεροποιούν το πλάσμα οπότε και θα πρέπει στην περίπτωση αυτή να λαμβάνονται υπόψη από το μοντέλο περιγραφής. Τέλος, λόγω της οιονεί-ουδετερότητας που αναφέραμε, το πλάσμα αντιμετωπίζεται ως ρευστό ενός μόνο είδους σωματιδίων, των ιόντων δευτερίου.

Ας επανέλθουμε τώρα στο φυσικό πρόβλημα που πρόκειται να μελετηθεί σε 1+1/2 διάσταση με τη χρήση συμπιεστής Μαγνητοϋδροδυναμικής. Όπως αναφέρθηκε νωρίτερα στην παράγραφο 1.3, καθώς αλληλεπιδρά ο παλμός του laser με τα cluster δημιουργείται στην κατεύθυνση του laser ένα νημάτιο(filament) πλάσματος στο σημείο εστίασης της δέσμης. Ας θεωρήσουμε λοιπόν στοιχειώδη κυλινδρικό όγκο ακτίνας r και μήκους z, με διάμετρο ίση ή μεγαλύτερη από την εστιακή διάμετρο της δέσμης. Λόγω της Gaussian χωρικής κατανομής της έντασης του παλμού στην περιοχή αλληλεπίδρασης με το αέριο, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι δημιουργούνται δύο διακριτές περιοχές διαφορετικών γεωμετρικών και φυσικών παραμέτρων(εικ.20). Η πρώτη αντιστοιχεί στον κύριο όγκο αλληλεπίδρασης(μέγιστο έντασης του παλμού) και αποτελεί περιοχή υψηλής πυκνότητας, πίεσης και θερμοκρασίας. Η δεύτερη αντιστοιχεί σε μια περιοχή πλάσματος, χαμηλότερης πυκνότητας, πίεσης και θερμοκρασίας, που περιβάλλει την πρώτη και η οποία δημιουργείται από την αλληλεπίδραση με τα, χαμηλότερης έντασης, ακραία τμήματα του παλμού. Επίσης στη παραγωγή πλάσματος της δεύτερης περιοχής συμβάλει και το impact των e^- που προέρχονται από τον κύριο όγκο της αλληλεπίδρασης.



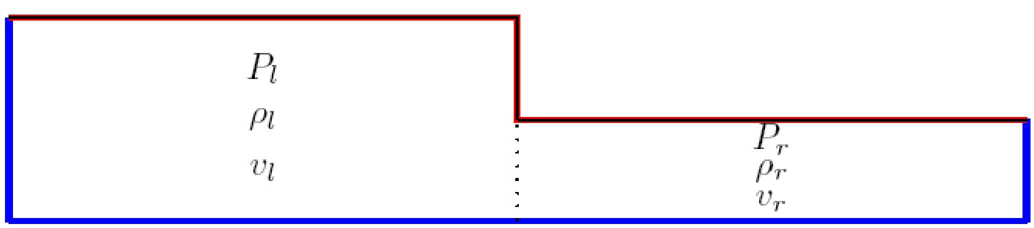
Εικόνα 20: Οι ομοαξονικοί κύλινδροι μικρής και μεγάλης ακτίνας r αναπαριστούν τις δύο περιοχές διαφορετικών γεωμετρικών και φυσικών παραμέτρων στο νημάτιο(filament) πλάσματος

Οι περιοχές αυτές εκτονώνονται και ακτινικά και αξονικά ενώ θεωρούμε ότι στην αζιμουθιακή κατεύθυνση έχουμε ομοιογένεια, άρα δεν υπάρχουν μεταβολές ως προς την γωνία φ.

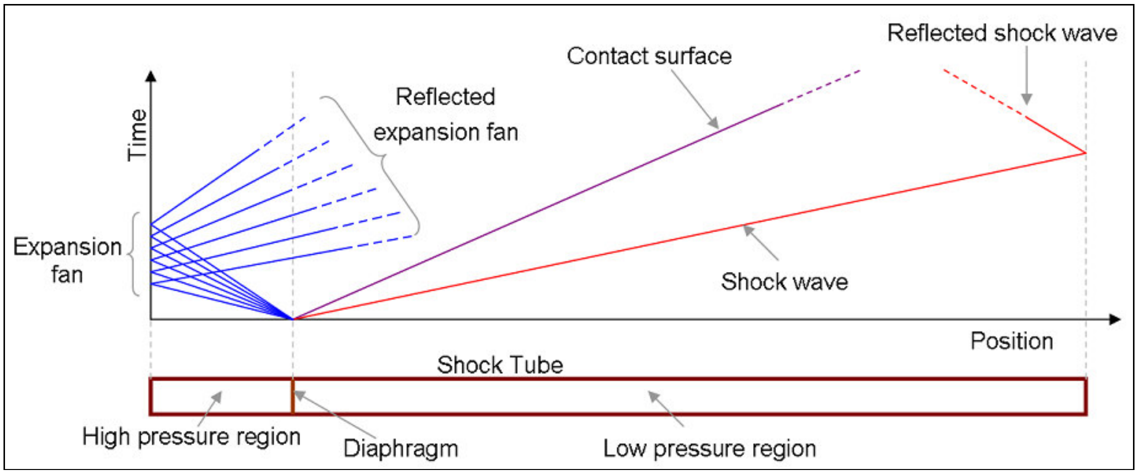
2.2.2: Μοντέλο κρουστικού σωλήνα(για την 1D) - Το πρόβλημα Riemann

Η προσομοίωση της αλληλεπίδρασης laser - cluster και της εκτόνωσης του πλάσματος για μονοδιάστατη ροή(ακτινικά) βασίστηκε στην ιδέα του κρουστικού σωλήνα. Ο κρουστικός σωλήνας(shock tube) είναι μία διάταξη που επιτρέπει την πειραματική αλλά και θεωρητική μελέτη κρουστικών κυμάτων. Η αριθμητική διερεύνηση κρουστικού σωλήνα συμβάλει στην καλύτερη κατανόηση του φαινομένου 'περιορισμού' πλάσματος παρουσία μαγνητικών πεδίων. Τα κρουστικά κύματα(shock waves) είναι διαταραχές που διαδίδονται με υπερηχητική ταχύτητα και τροποποιούν τις ιδιότητες του μέσου στο οποίο διαδίδονται, όπως την πυκνότητα, την πίεση, την θερμοκρασία κ.τ.λ. Το κρουστικό κύμα διαχωρίζει το μέσο στο οποίο διαδίδεται σε δύο περιοχές. Η μια ονομάζεται ανοδική(upstream) και κινείται υπερηχητικά στην κατεύθυνση του shock wave ενώ η άλλη ονομάζεται καθοδική και κινείται υποηχητικά, μακριά από αυτό.

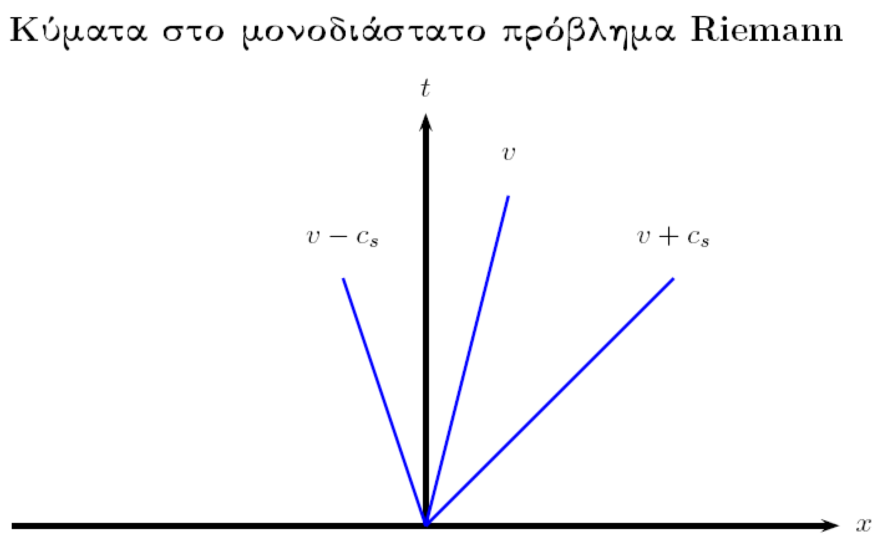
Ένα κρουστικό κύμα μπορεί γενικότερα να παραχθεί με τρείς τρόπους: α)Όταν ένα αντικείμενο κινείται υπερηχητικά σε στάσιμη ροή αερίου(π.χ το αεροπλάνο που 'σπάει' το φράγμα του ήχου), β)Όταν μια γρήγορη ροή αερίου προσπερνά μια αργή ροή άλλου αερίου και γ)Όταν ένα ακινητοποιημένο αντικείμενο δέχεται υπερηχητική ροή αερίου. Η παραγωγή και διάδοση των κυμάτων στον κρουστικό σωλήνα οφείλεται στην εκτόνωση αερίου, από μια περιοχή υψηλής πίεσης (αριστερά) σε μια πολύ χαμηλότερης(δεξιά), μετά από άρση ενός διαχωριστικού διαφράγματος που χωρίζει τις δύο περιοχές(εικ.21). Το αέριο υψηλής πίεσης λέγεται οδηγό(driver) ενώ το αέριο χαμηλής λέγεται οδηγούμενο(driven). Τα διάφορα είδη κυμάτων που παράγονται και διαδίδονται στις διάφορες περιοχές του σωλήνα αναπαριστώνται στο παρακάτω διάγραμμα χρόνου-θέσης(εικ.22).



Εικόνα 21:Οι δύο περιοχές του μονοδιάστατου κρουστικού σωλήνα



Εικόνα 22 :Σχηματική αναπαράσταση κρουστικού σωλήνα και των κυμάτων που διαδίδονται αμέσως μετά την άρση του διαφράγματος



Εικόνα 23:Το κρουστικό κύμα, η επιφάνεια ασυνέχειας και το κύμα αραίωσης, όπου Cs η ταχύτητα του ήχου

Τα κύματα που διαδίδονται είναι ένα κρουστικό κύμα συμπίεσης(shock wave) που διαδίδεται προς τα δεξιά με υπερηχητική ταχύτητα, ένα κύμα εκτόνωσης(rarefaction wave) που διαδίδεται προς τα αριστερά με υποηχητική ταχύτητα και η διαχωριστική επιφάνεια που διαδίδεται με ταχύτητα μικρότερη από αυτή του κρουστικού προς τα δεξιά(Εικ.23). Επίσης φαίνονται και τα ανακλώμενα, από τα άκρα του σωλήνα, κύματα. Από μαθηματικής άποψης το παραπάνω πρόβλημα, της απεικόνισης του τι συμβαίνει μετά την αφαίρεση του διαφράγματος, αποτελεί ένα πρόβλημα Riemann. Το πρόβλημα Riemann προϋποθέτει την επίλυση ενός συστήματος μη-γραμμικών υπερβολικών διαφορικών εξισώσεων το οποίο περιλαμβάνει μια ασυνέχεια(jump discontinuity) στις αρχικές συνθήκες η οποία εμφανίζεται εξαιτίας των διαφορετικών χαρακτηριστικών στις ροές των δύο περιοχών. Σε αντιστοιχία με αυτό το υδροδυναμικό ανάλογο, στην περίπτωση που το ρευστό είναι ιονισμένο αέριο(όπως πλάσμα δευτερίου) μέσα σε μαγνητικό πεδίο, οι αρχικές συνθήκες(δηλ.για t=0) πυκνότητας ιόντων ρ πίεσης P και θερμοκρασίας T θα είναι διαφορετικές για τις δύο περιοχές του νηματίου(βλ. εικ.20) και θα περιλαμβάνουν μια ασυνέχεια. Η διαφορά με πριν είναι ότι την ασυνέχεια στις αρχικές συνθήκες του προβλήματος τώρα την προκαλεί ένας βραχύχρονος παλμός laser για λόγους που αναπτύχθηκαν στην παράγραφο 2.2.1. Η θέση της ασυνέχειας βρίσκεται στο σημείο όπου γίνεται η κρουστική μετάβαση λόγω της διαφοράς στις αρχικές συνθήκες πίεσης. Η βαθμίδα στην πίεση θα εγείρει την παραγωγή και διάδοση κρουστικών κυμάτων μέσα στο πλάσμα τα οποία λέγονται μαγνητοϋδροδυναμικά κρουστικά κύματα.

2.2.3 ΜΥΔ Κύματα

Γενικά, τα ΜΥΔ κύματα είναι διαδιδόμενες ταλαντώσεις των ιόντων μέσα στο πλάσμα στις οποίες η ιοντική πυκνότητα μάζας αποτελεί μέτρο της αδράνειας και η τάση από τις μαγνητικές γραμμές αποτελεί τη δύναμη επαναφοράς. Τα ΜΥΔ κύματα χωρίζονται σε πρώτο επίπεδο σε κάθετα, παράλληλα και πλάγια ανάλογα τη διεύθυνση διάδοσης του κυματικού μετώπου σε σχέση με την διεύθυνση της ροής του ρευστού ή του μαγνητικού πεδίου. Επίσης, τα ΜΥΔ κύματα χωρίζονται στα Alfven waves και στα μαγνητοακουστικά (magnetosonic waves). Τα πρώτα που λέγονται και αργά κύματα Alfven(slow Alfven waves) είναι εγκάρσια και διαδίδονται στην κατεύθυνση των μαγνητικών γραμμών, δηλαδή $\vec{k} \parallel \vec{B}$. Τα δεύτερα λέγονται και γρήγορα κύματα Alfven(fast Alfven waves) είναι διαμήκη και διαδίδονται κάθετα στις μαγνητικές γραμμές δηλαδή $\vec{k} \perp \vec{B}$.

2.3 Γενικές ΜΥΔ εξισώσεις

Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 2.1, η μαθηματική περιγραφή της μελέτης πλάσματος χρησιμοποιώντας το Μαγνητοϋδροδυναμικό μοντέλο γίνεται με τη χρήση εξισώσεων που προκύπτουν από τις Navier-Stokes της ρευστοδυναμικής σε συνδυασμό με τις εξισώσεις του Maxwell για τον ηλεκτρομαγνητισμό. Η εξίσωση Navier-Stokes αυστηρά, αποτελεί μια έκφραση για τη διατήρηση της ορμής. Οπότε αν θέλουμε να περιγράψουμε πλήρως τη ροή ενός ρευστού είναι απαραίτητες και εκφράσεις σχετικές με την διατήρηση μάζας, τη διατήρηση ενέργειας καθώς και μια καταστατική εξίσωση που να συνδέει τα μακροσκοπικά φυσικά μεγέθη μεταξύ τους. Οι γενικές εξισώσεις που θα χρησιμοποιηθούν είναι οι παρακάτω:

Η εξίσωση 2.3.1 είναι η εξίσωση συνέχειας σε διαφορική μορφή η οποία ουσιαστικά εκφράζει **την διατήρηση της συνολικής μάζας**, η οποία δεν δύναται ούτε να παραχθεί ούτε να καταστραφεί.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{u}) = 0 \qquad (2.3.1)$$

Η εξίσωση 2.3.2 αποτελεί την εξίσωση Navier-Stokes των ρευστών έχοντας συμπεριλάβει και τις ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις. Από λίγο διαφορετική οπτική η 2.3.2 είναι μια έκφραση του 2^{ου} Νόμου του Νεύτωνα και περιγράφει **την διατήρηση της ορμής**.

$$\rho \cdot (\frac{\partial u_i}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \cdot u_i) = -\nabla P + \rho \nu \nabla^2 u + \rho g + \rho E + j \times B \qquad (2.3.2)$$

Το αριστερό μέλος παριστά την μεταβολή της ορμής ενώ το δεξί μέλος αφορά το σύνολο των δυνάμεων με ρE την ηλεκτρική, j×B τη μαγνητική, ρg την βαρυτική, ∇P την βαθμίδα της πίεσης και $\rho \nu \nabla^2 u$ το ιξώδες, με ν τον συντελεστή κινηματικού ιξώδους.

Η εξίσωση 2.3.3 περιγράφει την **διατήρηση της ολικής ενέργειας** του ρευστού με το πρώτο μέλος να παριστά την μεταβολή της ενέργειας και το δεύτερο την παραγωγή έργου και θερμότητας, με f τις ηλεκτρομαγνητικές και βαρυτικές δυνάμεις.

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon \cdot \vec{u}) = -\nabla \cdot (P \cdot \vec{u}) + \rho \dot{q} + \rho (f \cdot \vec{u}) \qquad (2.3.3)$$

Επίσης, απαραίτητες για την πλήρη περιγραφή του πλάσματος είναι οι παρακάτω εξισώσεις που δεν είναι άλλες από τις εξισώσεις του Maxwell για τον ηλεκτρομαγνητισμό:

Η πρώτη, αποτελεί το νόμο του Gauss και σύμφωνα με αυτήν η ροή του ηλεκτρικού πεδίου διαμέσου μιας κλειστής επιφάνειας ισούται με το έγκλειστο φορτίο μέσα σε αυτήν.

$$\nabla \cdot E = \rho / \varepsilon_0 \qquad (2.3.4)$$

Η δεύτερη, εξασφαλίζει ότι η ροή του μαγνητικού πεδίου διαμέσου κλειστής επιφάνειας είναι μηδενική και αποτελεί την έκφραση που περιγράφει την μη ύπαρξη μαγνητικών μονόπολων.

$$\nabla \cdot B = 0 \qquad (2.3.5)$$

Η επόμενη εξίσωση αποτελεί το νόμο του Faraday και εκφράζει το γεγονός ότι η χρονική μεταβολή του μαγνητικού πεδίου δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο. Η έκφραση αυτή οδηγεί στο νόμο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής, η οποία είναι και η φυσική της σημασία.

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\nabla \times E \qquad (2.3.6)$$

Τέλος, ο νόμος του Ampere μας λέει ότι το μαγνητικό πεδίο οφείλεται στην κίνηση ηλεκτρικών φορτίων(ύπαρξη ρεύματος), στην χρονική μεταβολή του ηλεκτρικού πεδίου ή και στα δύο μαζί.

$$\nabla \times B = \mu_0 j + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \qquad (2.3.7)$$

Πέρα από τις παραπάνω εξισώσεις, απαραίτητη είναι και η έκφραση του γενικευμένου νόμου του Ohm για την πυκνότητα ρεύματος j:

$$\sigma(E + u \times B) = j \qquad (2.3.8)$$

Όπου σ ο συντελεστής αγωγιμότητας που ισούται με σ=1/η, με η τον συντελεστή ειδικής αντίστασης.
Αναγκαία, τέλος, για την περιγραφή της χρονικής εξέλιξης του μαγνητικού

πεδίου είναι μια επιπλέον εξίσωση. Η εξίσωση αυτή, προκύπτει από την 2.3.6 αντικαθιστώντας το ηλεκτρικό πεδίο Ε από το νόμο του Ohm και σε συνδυασμό με το νόμο του Ampere για την πυκνότητα ρεύματος j. Έχουμε δηλαδή:

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\nabla \times E \Rightarrow \frac{\partial B}{\partial t} = -\nabla \times \left(\frac{j}{\sigma} - u \times B\right)$$

(ΑΥΤΑ ΘΑ ΜΠΟΥΝ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ)

και $j = \frac{1}{\mu_0}\nabla \times B$ από την 2.3.7 με $\frac{dE}{dt} \simeq 0$ αφού θεωρώ ότι το πλάσμα βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία. Άρα:

$\frac{\partial B}{\partial t} = -\nabla \times \left(\frac{1}{\sigma\mu_0}\nabla \times B - u \times B\right)$ όπου $\chi_m = \frac{1}{\sigma\mu_0} \equiv$ συντελεστής διάχυσης μαγνητικού πεδίου. Οπότε η τελική μορφή της γενικής εξίσωσης για την χρονική εξέλιξη του μαγνητικού πεδίου είναι η

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\nabla \times (\chi_m \nabla \times B) + \nabla \times (u \times B) \qquad (2.3.9)$$

Όλες οι παραπάνω εξισώσεις σε συνδυασμό με μια καταστατική εξίσωση που συνδέει τα κύρια μακροσκοπικά φυσικά μεγέθη του πλάσματος περιγράφουν πλήρως την δυναμική του στην Μαγνητοϋδροδυναμική περίπτωση. Η εξίσωση αυτή δεν είναι άλλη από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων $p = NkT$ για την πίεση την πυκνότητα και τη θερμοκρασία με σταθερά του Boltzmann $k = 1.38 \cdot 10^{-23} J/K$.

Κεφάλαιο 3

3.1 Ιδανική ΜΥΔ περιγραφή

Οι εξισώσεις που παρατέθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο είναι γενικές, συμπεριλαμβάνουν όλα τα είδη δυνάμεων που μπορεί να ασκούνται στο πλάσμα και αποτελούν ένα πλήρες σετ εξισώσεων για την περιγραφή πλάσματος ειδικής αντίστασης η. Στην περίπτωση που η ειδική αντίσταση δεν θεωρείται μηδενική, η μελέτη του πλάσματος γίνεται με τη χρήση της resistive MHD περιγραφής σύμφωνα με την οποία το πλάσμα έχει πεπερασμένη αγωγιμότητα κι όχι άπειρη. Το πρώτο μέρος των αποτελεσμάτων που θα παρουσιαστούν στο επόμενο κεφάλαιο προκύπτει με τη χρήση ιδανικής Μαγνητοϋδροδυναμικής περιγραφής(ideal MHD) ενώ στο δεύτερο διερευνάται η εμφάνιση φαινομένων που σχετίζονται με την ύπαρξη πεπερασμένης αντίστασης. Ορίζεται μάλιστα και ο μαγνητικός αριθμός Reynolds(σε αντιστοιχία με τον αριθμό Reynolds της ρευστοδυναμικής) ως το πηλίκο των δύο όρων του δεξιού μέλους της εξίσωσης 2.3.9, της χρονικής εξέλιξης του μαγνητικού πεδίου, με η=1/σ $R_m = \dfrac{\nabla\times(u\times B)}{\nabla\times\left(\dfrac{\eta}{\mu_0}\nabla\times B\right)}$ που αποτελεί κριτήριο ιδανικής ή μη-ιδανικής συμπεριφοράς. Για $R_m >> 1$ κατάλληλη είναι η ιδανική ΜΥΔ περιγραφή ενώ για $R_m << 1$ η resistive ΜΥΔ περιγραφή. Όπως μπορούμε πολύ εύκολα να παρατηρήσουμε, όταν το $\sigma \to \infty$ το $R_m \to \infty$. Όπως έχει αναφερθεί στα προηγούμενα κεφάλαια το πλάσμα που πραγματευόμαστε μέσα στην διάταξη συγκράτησης ανοιχτών μαγνητικών γραμμών είναι θερμοκρασίας ~45keV. Εξαιτίας της τόσο υψηλής του θερμοκρασίας, θεωρείται τέτοιο που δεν λαμβάνουν χώρα συγκρούσεις μεταξύ των ιόντων(collisionless). Η ιδανική Μαγνητοϋδροδυναμική περιγραφή όμως είναι εφαρμόσιμη όταν το πλάσμα είναι έντονα συγκρουσιακό έτσι ώστε η κατανομή των ιόντων να μπορεί να θεωρηθεί κατανομή Maxwell (θερμοδυναμική ισορροπία). Παρόλαυτά, το ρόλο των συγκρούσεων τον έχουν οι πεδιακές γραμμές του μαγνητικού πεδίου λόγω της γυροειδούς κίνησης των ιόντων γύρω από αυτές.

Ένα άλλο φαινόμενο που σχετίζεται με την Ιδανική περιγραφή είναι ότι σε ένα ‘τέλεια’ αγώγιμο πλάσμα οι περιοχές πλάσματος και μαγνητικού πεδίου χωρίζονται από ένα διακριτό σύνορο. Οι περιοχές αυτές, σε περίπτωση που το πλάσμα έχει μηδενική αντίσταση η, παραμένουν διαχωρισμένες για τον ίδιο λόγο που η μαγνητική ροή δεν μπορεί να διεισδύσει σε ένα υπεραγωγό(φαινόμενο Meissner). Συνεπώς, το πλάσμα συμπαρασύρει τις δυναμικές γραμμές του πεδίου κατά την κίνησή του. Άμεση συνέπεια λοιπόν της ιδανικής Μαγνητοϋδροδυναμικής που απορρέει από την εξίσωση 2.3.9 είναι ότι οι μαγνητικές γραμμές παραμένουν ‘παγωμένες’ μέσα στο πλάσμα και κινούνται μαζί με αυτό με ταχύτητα την ταχύτητα εκτόνωσής του(‘Frozen in’ magnetic field line picture). Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την αποτελεσματικότερη παγίδευση του πλάσματος αφού το μαγνητικό πεδίο ακολουθεί την κίνηση του. Οι βασικές εξισώσεις της Μαγνητοϋδροδυναμικής, για ένα σύστημα συντεταγμένων Euler, στην ιδανική προσέγγιση(σ → ∞ ή η → 0) είναι οι παρακάτω:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{u}) = 0 \qquad (3.1.1)$$

$$\frac{\partial (\rho \cdot u_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{u} u_i + p) = j \times B \qquad (3.1.2)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon + P) \cdot u) = 0 \qquad (3.1.3)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \nabla \times (u \times B) \qquad (3.1.4)$$

Οι γενικές εξισώσεις 2.3.1, 2.3.2, 2.3.3 και 2.3.9 μετασχηματίζονται στις αντίστοιχές τους 3.1.1, 3.1.2, 3.1.3 και 3.1.4 για την ιδανική περίπτωση όπου η πρώτη μένει ως έχει. Η δεύτερη γράφεται χωρίς ηλεκτρικές και βαρυτικές δυνάμεις, κρατώντας μόνο την δύναμη Lorentz. Η τρίτη γράφεται θεωρώντας αμελητέα την αύξηση της θερμότητας και τέλος η τελευταία ξαναγράφεται χωρίς τον πρώτο όρο ο οποίος μηδενίζεται, αφού το σ → ∞.

Οι παραπάνω εξισώσεις ονομάζονται εξισώσεις Euler και αποτελούν ένα σύστημα μη γραμμικών υπερβολικών εξισώσεων που περιλαμβάνουν παραγώγους μόνο πρώτης τάξης ως προς το χώρο και το χρόνο. Αποτελούν μια απλοποιημένη μορφή των πιο ρεαλιστικών εξισώσεων Navier-Stokes της ρευστοδυναμικής οι οποίες εμπεριέχουν επιπλέον όρους ιξώδους και θερμικής διάδοσης. Οι όροι αυτοί περιλαμβάνουν και παραγώγους δεύτερης τάξης που θα έκαναν το σύστημα παραβολικό. Ωστόσο για μικρό ιξώδες και αγωγιμότητα οι εξισώσεις Euler αποτελούν μια αρκετά καλή προσέγγιση. Οι υπερβολικές εξισώσεις είναι γενικά εξισώσεις που περιγράφουν διάδοση και στην περίπτωσή μας πιο συγκεκριμένα, την εκτόνωση του θερμού πλάσματος. Στις εξισώσεις 3.1.1-4 η p είναι η ολική πίεση και η ε είναι η ολική ενέργεια. Η ολική πίεση είναι το άθροισμα της σωματιδιακής πίεσης ιδανικού αερίου $p = nkT$ και της πίεσης λόγω μαγνητικού πεδίου $p_{\mathrm{m}} = B^2 / 2\mu_0$. Η ολική ενέργεια ε ισούται με ε= E_{in} + E_k + E_m όπου E_{in} η εσωτερική ενέργεια λόγω θερμικών κινήσεων των ιόντων και λόγω των μεταξύ τους αλληλεπιδράσεων. Η εσωτερική ενέργεια ισούται με $\mathrm{E_{in}} = p/(\gamma - 1)$ ενώ η κινητική και η μαγνητική με $\mathrm{E_k} = (\mathrm{mu}^2)/2$ και. $\mathrm{E_m} = \mathrm{B}^2/2\mu_0$. Τέλος, για να είναι το σύστημα των εξισώσεων αυτοσυνεπές επιστρατεύεται και μια καταστατική εξίσωση που συνδέει τα μακροσκοπικά μεγέθη πίεση και ενέργεια. Η εξίσωση αυτή είναι η $p = (\gamma - 1)(\varepsilon - E_k - E_m)$ ή $p = (\gamma - 1)(\varepsilon - (mu^2)/2 - \mathrm{B}^2/\mu_0)$ (3.1.5) και προέρχεται, όπως είναι εμφανές, από τον ορισμό της ολικής ενέργειας.

3.2 Λύση ιδανικών 1-D ΜΥΔ εξισώσεων σε κυλινδρική συμμετρία

Η μοντελοποίηση της διάταξης ανοιχτών μαγνητικών γραμμών και η αριθμητική μελέτη του προβλήματος έγινε με την χρήση 1+1/2-D υπολογιστικού κώδικα, ο οποίος αναπτύχθηκε για το σκοπό αυτό, λύνοντας σε πρώτη φάση τις παραπάνω εξισώσεις για τη διάσταση r χρησιμοποιώντας περιγραφή Euler. Αντίστοιχα, για την διάσταση z επιλύθηκε ένα δεύτερο σετ εξισώσεων, το οποίο θα δούμε στην παράγραφο 3.4, χρησιμοποιώντας την περιγραφή Lagrange. Η επίλυση για την ακτινική εξάρτηση έγινε με βάση το μοντέλο του κρουστικού σωλήνα που παρουσιάστηκε στο 2ο κεφάλαιο. Η δομή του υπολογιστικού κώδικα είναι τέτοια ώστε σε κάθε χρονική στιγμή, πρώτα υπολογίζονται οι τιμές όλων των παραμέτρων που αφορούν την ακτινική εξάρτηση, σε όλα τα σημεία του χώρου που έχουμε ορίσει ως χώρο μελέτης και έπειτα ακολουθεί ο υπολογισμός τους αμέσως μετά την εκτόνωση στον z-άξονα. Οι εξισώσεις που χρησιμοποιήθηκαν στην αριθμητική επίλυση για την r διάσταση, παρατίθενται παρακάτω σε κυλινδρικές συντεταγμένες και υπό μορφή διατήρησης, ενώ το μαγνητικό πεδίο επιλέχθηκε να έχει την κατεύθυνση του άξονα z, $\vec{B} = B_z \hat{e}_z$.

Εξίσωση συνέχειας

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r \cdot \rho \cdot u_r) = 0} \qquad (3.2.1)$$

Εξίσωση κίνησης

Η δύναμη Lorentz $j \times B$ για $\vec{u} = u_r \hat{e}_r$ και $\vec{B} = B_z \hat{e}_z$ παίρνει την μορφή:

$$j \times B = \frac{1}{\mu_0}(\nabla \times B) \times B = \frac{1}{\mu_0}(-\frac{\partial B_z}{\partial r}\hat{e}_r) \times B_z \hat{e}_z \Rightarrow j \times B = -\frac{1}{2\mu_0}\frac{\partial B^2{}_z}{\partial r}\hat{e}_r) \text{ άρα}$$

$$\boxed{\frac{\partial(\rho \cdot u_r)}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} \cdot (r \cdot \rho \cdot u_r^2) + \frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{1}{2 \cdot \mu_0}\frac{\partial B_z^2}{\partial r}} \qquad (3.2.2)$$

Εξίσωση ενέργειας

$$\boxed{\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r \cdot (\varepsilon + P) \cdot u_r) = 0} \qquad (3.2.3)$$

Εξίσωση χρονικής εξέλιξης μαγνητικού πεδίου

Ο όρος $\nabla \times (u \times B)$ σε σύστημα κυλινδρικών συντεταγμένων γίνεται: $\nabla \times (u \times B) = -\nabla \times (u_r B_z)\hat{e}_\varphi = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r u_r B_z)\hat{e}_z$ άρα (ΑΥΤΑ ΘΑ ΜΠΟΥΝ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ)

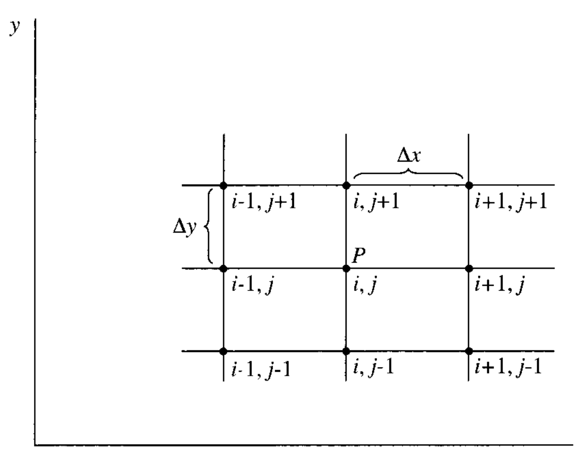
$$\boxed{\frac{\partial B_z}{\partial t} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r \cdot u_r \cdot B_z)} \quad (3.2.4)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις επιλύονται αριθμητικά για μονοδιάστατη ροή, στην κατεύθυνση r, χρησιμοποιώντας ένα συγκεκριμένο σχήμα αριθμητικής επίλυσης το οποίο θα δούμε πιο αναλυτικά στην επόμενη παράγραφο, όπου θα ασχοληθούμε εκτενώς με τον τρόπο επίλυσης του προβλήματος.

3.3 Αριθμητική επίλυση(1)

3.3.1 Γενικά: Ευστάθεια και διακριτοποίηση

Όπως είναι γνωστό, οι αριθμητικές(numerical) λύσεις των μερικών διαφορικών εξισώσεων μας δίνουν απαντήσεις σε διακριτά σημεία(grid points) του πεδίου μελέτης σε αντίθεση με τις αναλυτικές που το περιγράφουν με ένα συνεχή τρόπο. Στην εικόνα 24 φαίνεται ένα τέτοιο σύνολο από σημεία τα οποία αποτελούν το πλέγμα(mesh) στην γενική 2-D περίπτωση.



Εικόνα 24: Διδιάστατο πλέγμα στο χώρο

Για την επίλυσή των εξισώσεων αριθμητικά είναι απαραίτητη η λεγόμενη ‘διακριτοποίηση’ τους για την οποία η τεχνική που ακολουθείται είναι αυτή των πεπερασμένων διαφορών(finite difference method). Η τεχνική αυτή είναι μια διαδικασία η οποία μας επιτρέπει να επιλύσουμε προσεγγιστικά τις προαναφερθείσες μερικές διαφορικές εξισώσεις χρησιμοποιώντας ανάλογες εκφράσεις(αλγεβρικές εξισώσεις διαφορών) οι οποίες όμως περιγράφουν τιμές σε ένα πεδίο πεπερασμένων και διακριτών σημείων ή όγκων.

Η μέθοδος αυτή βασίζεται ουσιαστικά στο ανάπτυγμα Taylor μιας συνάρτησης και όπως είναι λογικό εμπεριέχει έναν παράγοντα σφάλματος που ονομάζεται σφάλμα διακριτοποίησης (discretization ή truncation error). Όπως συμβαίνει με την προσέγγιση μιας συνάρτησης σε ένα σημείο, η ακρίβεια της μεθόδου συνίσταται στο πόσους όρους του αναπτύγματος Taylor κρατάμε ενώ οι υπόλοιποι αποτελούν μέτρο της ακρίβειας που χάνουμε. Κάτι αντίστοιχο συμβαίνει και με την μέθοδο πεπερασμένων διαφορών. Έστω για παράδειγμα μια συνεχής συνάρτηση f(x) την οποία θέλουμε να προσεγγίσουμε σε σημείο x+Δx πολύ κοντά στο x. Από το θεώρημα Taylor έχουμε ότι:

$$f(x+\Delta x) = f(x) + \frac{\partial f}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\frac{(\Delta x)^2}{2} + \cdots \frac{\partial^n f}{\partial x^n}\frac{(\Delta x)^n}{n!} + \cdots$$

Επιλύοντας το παραπάνω ανάπτυγμα ως προς την μερική πρώτη παράγωγο ως προς x, λαμβάνουμε αυτομάτως την έκφραση της αναπαράστασης της, μέσω αλγεβρικών διαφορών. Αν για παράδειγμα, για f(x)=u, πάρουμε το ανάπτυγμα Taylor του $u_{i+1,j}$ γύρω από το

$$u_{i+1,j} = u_{i,j} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j}\Delta x + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j}\frac{(\Delta x)^2}{2} + \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_{i,j}\frac{(\Delta x)^3}{6} + \cdots$$

Οπότε

$$\boxed{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} = \underbrace{\frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x}}_{\text{Finite-difference representation}} \underbrace{- \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j}\frac{\Delta x}{2} - \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_{i,j}\frac{(\Delta x)^2}{6} + \cdots}_{\text{Truncation error}}}$$

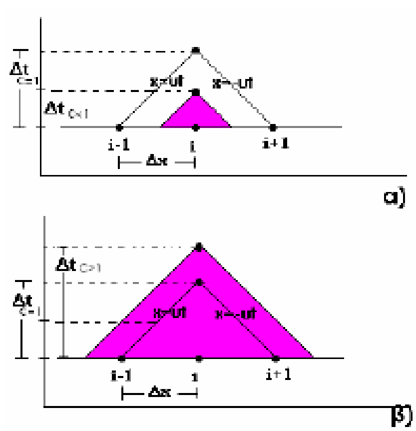
Ο όρος χαμηλότερης τάξης του Δx στο σφάλμα διακριτοποίησης υποδηλώνει την τάξη της ακρίβειας και συμβολίζεται με $O(\Delta x)^n$ όπου n η τάξη. Στην παραπάνω αναπαράσταση για παράδειγμα, μιλάμε για ακρίβεια 1ης τάξης (1st order accurate).

Αν τώρα θέλουμε να αναπαραστήσουμε αλγεβρικά με πεπερασμένες διαφορές μια 2η παράγωγο αρκεί να πάρουμε το ανάπτυγμα Taylor του $u_{i-1,j}$ που είναι : $u_{i-1,j} = u_{i,j} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j}(-\Delta x) + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j}\frac{(-\Delta x)^2}{2} + \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_{i,j}\frac{(-\Delta x)^3}{6} + \ldots$ και να αθροίσουμε τα $u_{i+1,j}$ και $u_{i-1,j}$. Αμέσως, λύνοντας ως προς την 2η παράγωγο προκύπτει η σχέση:

$$\boxed{\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \mathrm{O}(\Delta x)^2}$$

η οποία είναι ακρίβειας 2ης τάξης. Με παρόμοιο τρόπο βρίσκουμε και αναπαραστάσεις παραγώγων μεγαλύτερης τάξης ή μεγαλύτερης τάξης ακρίβειας.

Το σύνολο των σημείων στα οποία επιλύθηκαν οι εξισώσεις διαφορών αποτελεί όπως προείπαμε, το ‘πλέγμα’ το οποίο είναι μονοδιάστατο, για την κατεύθυνση r. Τα σημεία του πλέγματος ισαπέχουν οπότε το πλέγμα είναι ομοιόμορφο(uniform). Η γεωμετρία του προβλήματος είναι τέτοια που δεν απαιτεί ανομοιόμορφο(nonuniform) ή καμπυλόγραμμο πλέγμα παρόλο που η προσομοίωση πολλών ρεαλιστικών φυσικών προβλημάτων το επιβάλλει. Ο κώδικας αναπτύχθηκε έτσι ώστε ο αριθμός των χωρικών σημείων του πλέγματος να μπορεί να τροποποιηθεί δοκιμαστικά για διάφορες σειρές μετρήσεων. Το χωρικό βήμα dr παρέμεινε σταθερό ενώ το χρονικό βήμα dt τροποποιούνταν κάθε χρονική στιγμή από το πρόγραμμα με βάση το CFL κριτήριο -για το οποίο μιλάμε αμέσως παρακάτω- ώστε να διαφυλάσσεται η ευστάθεια του ‘σχήματος’ επίλυσης. Όλες οι explicit μέθοδοι έχουν έναν βασικό περιορισμό που επηρεάζει στον μεγαλύτερο βαθμό την σταθερότητά τους: θα πρέπει να ικανοποιούν την συνθήκη Courant – Friedrich – Lewry(CFL). Η συνθήκη αυτή εκφράζει την αρχή ότι το *πλήρες πεδίο* *εξάρτησης* πρέπει να εμπεριέχει το *φυσικό πεδίο εξάρτησης*. Με άλλα λόγια, ο 'υπολογιστικός' χρόνος δεν πρέπει να 'τρέχει' πιο γρήγορα από τον χρόνο της φυσικής(πραγματικής) εξέλιξης του φαινομένου. Το παραπάνω απεικονίζεται σχηματικά στην εικόνα 25, για ένα ασταθές και ένα ευσταθές σχήμα αντίστοιχα. Ένα σχήμα λέγεται ευσταθές όταν τα μικρά υπολογιστικά σφάλματα(errors) που γίνονται σε κάθε χρονικό βήμα δεν μεγεθύνονται αρκετά γρήγορα στα επόμενα.



Εικόνα 25: α)Ασταθές σχήμα επίλυσης, β)Ευσταθές σχήμα επίλυσης

Για να διασφαλιστεί το κριτήριο, ο λόγος των δύο αυτών ταχυτήτων, ή αλλιώς, ο λόγος (uΔt/Δx) που ορίζεται ως ο αριθμός 'Courant', θα πρέπει πάντα να παραμένει μικρότερος της μονάδας. Για τη μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε, η τιμή του αριθμού C που εξασφαλίζει σε μεγάλο βαθμό την ευστάθεια είναι 0.4. Για ομοιόμορφο πλέγμα, με σταθερό Δr, η διατήρηση της σταθερότητας ουσιαστικά ανάγεται σε κατάλληλη επιλογή του Δt ώστε να ισχύει :

$$\Delta t \leq C \frac{\Delta x}{u}$$

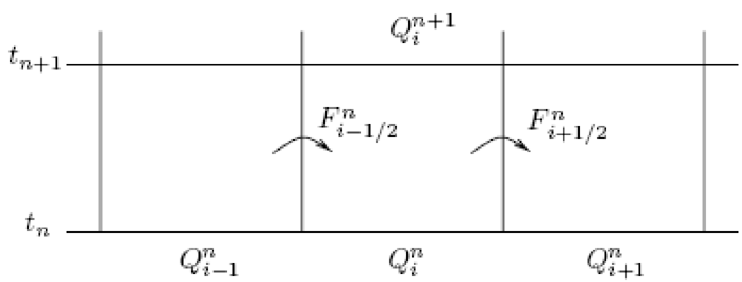
Ο λόγος αυτός αποτελεί έναν από τους κυριότερους παράγοντες αστάθειας των explicit μεθόδων και για αυτό απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή για την σχεδίασή τους.

3.3.2 Σχήμα επίλυσης Lax-Friedrich για την r κατεύθυνση

Το αριθμητικό πρόβλημα που αντιμετωπίζεται αφορά ένα σύστημα μερικών διαφορικών εξισώσεων, υπερβολικού τύπου, η γενική μορφή των οποίων είναι:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F(Q)}{\partial r} + A(Q) = 0 \quad (3.3.1)$$

όπου Q είναι οι ποσότητες υπολογισμένες στο μέσο του κάθε κελιού, F(Q) η ροή της ποσότητας Q μέσω της διαχωριστικής επιφάνειας μεταξύ δύο κελιών και A(Q) μία συνάρτηση αυτής. Σχηματικά, αναπαρίστανται στην εικόνα 26 τα Q και τα F(Q) στα τρία αυτά cells στη χρονική στιγμή από t_n σε t_{n+1} .



Εικόνα 26: Αναπαράσταση των Q και των ροών τους σε μονοδιάστατα(στο χώρο) κελιά

Οι εξισώσεις 3.2.1-4 γράφονται στην γενική μορφή $\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F(Q)}{\partial r} + A(Q) = 0$ ώστε να επιλυθούν εν τέλει αριθμητικά(εικ.27).

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\partial(\rho u)}{\partial r} + \dfrac{\rho u}{r} = 0 \\ \\ \dfrac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \dfrac{\partial(\rho u^2 + p + \dfrac{B^2}{2\mu_0})}{\partial r} + \dfrac{\rho u^2}{r} = 0 \\ \\ \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \dfrac{\partial((\varepsilon + p)u)}{\partial r} + \dfrac{(\varepsilon + p)u}{r} = 0 \\ \\ \dfrac{\partial B}{\partial t} = \dfrac{\partial(Bu)}{\partial r} + \dfrac{Bu}{r} = 0 \\ \end{bmatrix}$$

Εικόνα 27

Για την εξασφάλιση της ευστάθειας επιλέχθηκε η μέθοδος Lax – Friedrich που είναι ευσταθής μετά από κατάλληλη εκλογή του αριθμού C για τον οποίο έγινε λόγος στην προηγούμενη παράγραφο. Σύμφωνα λοιπόν με αυτή τη μέθοδο, ξεκινάμε από το FTFS(Forward in Time & Forward in Space) σχήμα για το οποίο έχουμε ότι:

$$Q_i^{n+1} = Q^n - \frac{dt}{dr}(F(Q_{i+1}^n) - F(Q_i^n))$$

Δυστυχώς η FTFS είναι ασταθής για προβλήματα υπερβολικών εξισώσεων ακόμα και για πολύ μικρά dt τέτοια που να ικανοποιούν το CFL κριτήριο. Αντικαθιστώντας ωστόσο την συνάρτηση της ροής $F(Q_{i+1}^n)$ με την $\boxed{\hat{f}(Q_{i+1}^n) = \frac{1}{2}(F(Q_{i+1}^n) + F(Q_i^n)) - \frac{1}{2\lambda}(Q_{i+1}^n - Q_i^n)}$ όπου λ=dt/dr, έχουμε την μέθοδο Lax-Friedrich για την οποία: $\boxed{Q_i^{n+1} = Q^n - \lambda(\hat{f}(Q_{i+1}^n) - \hat{f}(Q_i^n))}$ Τα φυσικά μεγέθη που υπολογίζονται είναι κατά σειρά υπολογισμού η πυκνότητα ρ, η ποσότητα ρu από την οποία βρίσκεται η ταχύτητα u, η κινητική ενέργεια, η ολική ενέργεια ε, η πίεση P, η θερμοκρασία T και το μαγνητικό πεδίο B. Η ταχύτητα u που μας ενδιαφέρει για την μελέτη της συμπεριφοράς του πλάσματος είναι η ταχύτητα εκτόνωσής του και αυτή είναι που υπολογίζεται από τον κώδικα για κάθε χρονική στιγμή στην κατεύθυνση r. Λόγω της θερμοκρασίας T τα φορτισμένα σωματίδια θα έχουν μια κατανομή ταχυτήτων που οφείλεται στις θερμικές τους κινήσεις, η οποία όμως δεν έχει καμία σχέση με την u οπότε δεν συντρέχει λόγος να συγχέονται. Όπως είναι εμφανές από τις παραπάνω εξισώσεις που χρησιμοποιήθηκαν στον κώδικα, η ταχύτητα u υπεισέρχεται στους υπολογισμούς και των υπολοίπων φυσικών μεγεθών όπως η πίεση P, η ολική ενέργεια ε, η κινητική ενέργεια, το μαγνητικό πεδίο B. Το πρόγραμμα υπολογίζει τις μεταβλητές αυτές σε κάθε επόμενο χρόνο χρησιμοποιώντας τις γνωστές τιμές τους στον προηγούμενο, είναι δηλαδή *άμεση(explicit*). Αρκεί να οριστούν κάποιες αρχικές συνθήκες πυκνότητας, θερμοκρασίας και έντασης μαγνητικού πεδίου B. Αφού ολοκληρωθεί ο υπολογισμός των παραμέτρων σε όλα τα χωρικά σημεία, ακολουθεί ο υπολογισμός τους στην επόμενη χρονική στιγμή. Ο τρόπος αυτός υπολογισμού αποκαλείται time-marching τρόπος.

3.3.3 Συνοριακές συνθήκες

Τέλος, οι συνοριακές συνθήκες επηρεάζουν σημαντικά το φυσικό πρόβλημα γι' αυτό και πρέπει να επιλεγούν πολύ προσεκτικά. Για μονοδιάστατη ροή συνήθως χρησιμοποιείται πεδίο χωρίς σύνορα, δηλαδή θεωρώντας το πλέγμα να εκτείνεται απείρως. Για συνοριακές συνθήκες λοιπόν επιλέχθηκε να τοποθετηθούν δύο φανταστικά κελιά (ghost cells) στην αρχή και στο τέλος του πλέγματος τα οποία να διατηρούν για όλες τις ποσότητες (ρ, u, P, ε, T, B) σταθερές τιμές, ίσες με της τιμές τους στο ακριβώς προηγούμενο κελί ενώ οι ροές στα όρια του πλέγματος τοποθετήθηκαν ίσες με μηδέν έτσι ώστε να μην υπάρχουν αριθμητικές απώλειες σωματιδίων. Επίσης, για να μην υπάρχει ανάκλαση στο τελευταίο κελί οι ταχύτητες εκεί όταν γίνονται αρνητικές, το πρόγραμμα τις μηδενίζει θεωρώντας ότι τα σωματίδια δεν εισέρχονται από το σύνορο.

3.4 Αριθμητική επίλυση(2)

3.4.1 Το πέρασμα στη 1+1/2 διάσταση-Περιγραφή Lagrange

Μέχρι στιγμής αναλύθηκε ο τρόπος με τον οποίο υπολογίζονται οι φυσικές παράμετροι του πλάσματος στην κατεύθυνση r με τη χρήση του σχήματος Lax-Friedrich. Στην 1+1/2 – D περίπτωση, ο υπολογιστικός κώδικας που αναπτύχθηκε θα πρέπει την κάθε χρονική στιγμή t και για κάθε Δr να υπολογίζει τα ρ, u, ε, P, B λαμβάνοντας υπόψη ότι κάθε φορά υπάρχει μια στοιχειώδης εκτόνωση Δz ίση με $dz = u_z \cdot dt$, που ακολουθεί την εκτόνωση στην r. Η εκτόνωση αυτή έχει σαν αποτέλεσμα να αλλάζει σε κάθε επόμενο υπολογισμό ο στοιχειώδης όγκος dV που ισούται με $dV = 2\pi r dr \cdot dz$ κατά ένα παράγοντα dz. Αφού λοιπόν μεταβάλλεται ο όγκος θα μεταβάλλεται και η ολική πυκνότητα ρ καθώς και η ολική πίεση του 'ρευστού'.

Για την ανεξάρτητη μελέτη στην z κατ/νση χρησιμοποιείται η περιγραφή Lagrange ενώ το set των εξισώσεων που θα μας δίνει τώρα την ταχύτητα u_z στην κατεύθυνση z την ολική πίεση P και την πυκνότητα ρ, μετά την εκτόνωση στην z κατεύθυνση είναι αυτό που ακολουθεί:

Η πρώτη εξίσωση είναι ουσιαστικά η εξίσωση κίνησης 3.1.2 σε Lagrangian σύστημα συντεταγμένων, εκφρασμένη σε non-conservation μορφή και χωρίς την δύναμη Lorentz η οποία είναι μηδενική για $u_{//}$ στις μαγνητικές γραμμές.

$$\frac{Du_z}{Dt} + \frac{\partial p}{\partial \mathrm{m}} = 0 \qquad (3.4.1)$$

Αναφέρεται στην ταχύτητα εκτόνωσης u_z του πλάσματος στην αξονική κατεύθυνση με p την ολική πίεση.

Η δεύτερη εξίσωση αυτού του σετ προκύπτει από την αδιαβατική συνθήκη της θερμοδυναμικής $p \cdot V^{\gamma} = σταθερό$ και τον 2ο θερμοδυναμικό νόμο, με γ τον λόγο των θερμοχωρητικοτήτων υπό σταθερή πίεση και σταθερό όγκο, γ = C_p/C_v .

$$\frac{Dp}{Dt} + \frac{\gamma \cdot p}{V} \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \qquad (3.4.2)$$

Για τις 3.4.1-2 γίνεται χρήση της Lagrangian περιγραφής όπου $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \upsilon_z \cdot \nabla$, δηλαδή το ολικό διαφορικό. Το σύστημα συντεταγμένων Lagrange χρησιμοποιείται συχνά για να περιγράψει μονοδιάστατη ροή η οποία είναι επίπεδη και με κυλινδρική ή σφαιρική συμμετρία. Σε αντίθεση με το σύστημα συντεταγμένων Euler, στο σύστημα Lagrange δεν εξετάζεται ο χρονικός ρυθμός μεταβολής των φυσικών παραμέτρων του ρευστού(π.χ πυκνότητα) σε σταθερά(fixed) σημεία στο χώρο αλλά σε ένα πεπερασμένο στοιχείο ρευστού που διατηρεί τη μάζα του σταθερή. Για την αριθμητική (numerical) επίλυση των 3.4.1-2 χρησιμοποιείται κι εδώ η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών, για την μετατροπή των παραπάνω μερικών διαφορικών εξισώσεων σε εξισώσεις διαφορών οι οποίες και παρατίθενται αμέσως παρακάτω:

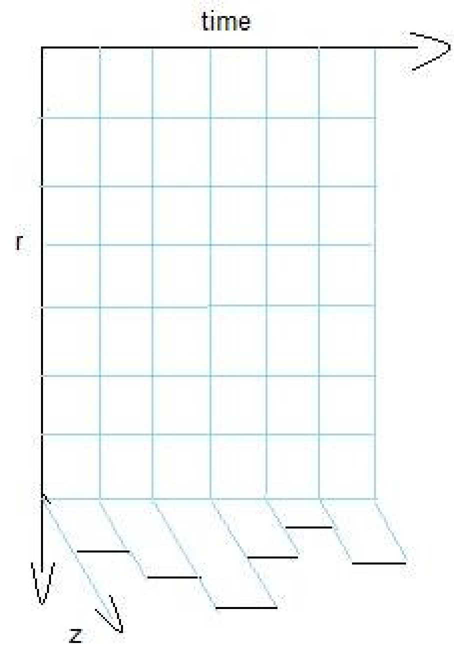
$$\frac{u_{z(i)}^{n+1} - u_{z(i)}^{n}}{\Delta t} + \left(\frac{p_{(i+1)}^{n} - p_{(i)}^{n}}{\Delta m}\right) = 0, \text{ όπου } \Delta \mathrm{m} = \rho \cdot \Delta z \qquad (3.4.3)$$

$$\frac{p_{(i)}^{n+1} - p_{(i)}^{n}}{\Delta t} + \left(\frac{\gamma \cdot p_{(i)}^{n+1}}{V_{(i)}^{n+1/2}} \frac{V_{(i)}^{n+1} - V_{(i)}^{n}}{\Delta t}\right) = 0 \qquad (3.4.4)$$

Οι δείκτες των παραμέτρων αναφέρονται στις χρονικές στιγμές n, n+1 που απέχουν μεταξύ τους Δt και στις θέσεις i, i+1 που απέχουν μεταξύ τους Δz.(εάν έχουμε πλέγμα σε αυτή την κατεύθυνση)

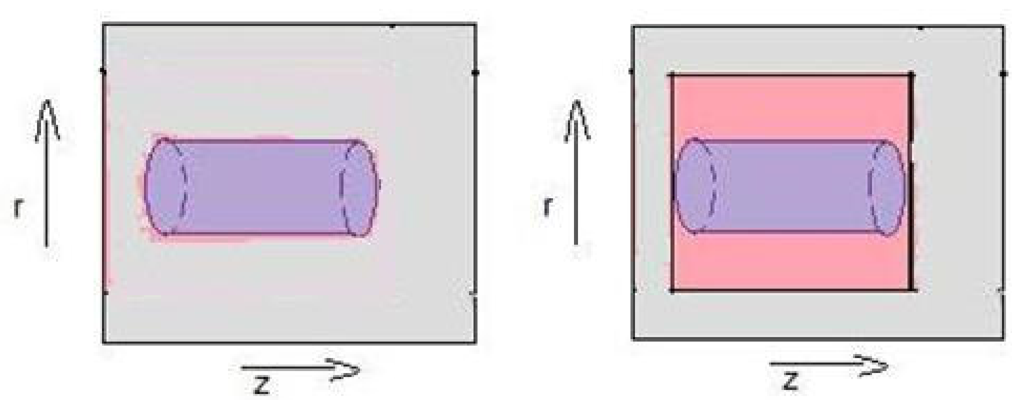
Η εξίσωση (3.4.3) δίνει την ταχύτητα εκτόνωσης του πλάσματος στη z κατεύθυνση για την νέα χρονική στιγμή n+1. Η $p_{(i+1)}^{n} = p_{\inf}$ όπου $p_{\inf}$ θεωρούμε την πίεση στην αδιατάρακτη περιοχή, δηλαδή στην περιοχή που η διαταραχή δεν έχει διαδοθεί ακόμη(στην αξονική κατ/νση). Η $p_{\inf}$ τίθεται ίση με τη σταθερή τιμή της αρχικής πίεσης στην αδιατάρακτη δεξιά περιοχή, της ακτινικής κατ/νσης. (θυμηθείτε τοπολογία προβλήματος 1-D). Με άλλα λόγια, έχουμε ορίσει το ίδιο προφίλ πίεσης και στην z κατ/νση. Η εικόνα αυτή είναι ρεαλιστική αφού όπως και στην r έτσι και στην z κατεύθυνση υπάρχει επίσης ιονισμένο αέριο χαμηλότερης πίεσης και πυκνότητας μέσα στο οποίο γίνεται η ‘εκτόνωση’ του κελιού. Μια ιδέα που επίσης δοκιμάστηκε ήταν να τεθεί η πίεση αυτή ίση με μηδέν θεωρώντας ότι η αξονική εκτόνωση του πλάσματος συμβαίνει στο κενό, όμως εγκαταλείφθηκε λόγω του μη ρεαλιστικού φυσικού της περιεχομένου. Εξάλλου όπως διαφάνηκε κι από τις δοκιμές σε αυτή την περίπτωση, η βαθμίδα στην πίεση ΔP γίνεται πολύ μεγάλη με αποτέλεσμα η u_z εκτόνωσης να γίνεται υπερβολικά μεγάλη αλλοιώνοντας τα αποτελέσματα.

Η δεύτερη εξίσωση, (3.4.2) δίνει τη νέα πίεση του κελιού τη χρονική στιγμή n+1, λόγω της αλλαγής όγκου dV, με $V^{n+1/2}$ τον κεντραρισμένο όγκος ως προς το χώρο. Στο βήμα αυτό, της επίλυσης για την z κατεύθυνση, σε αντίθεση με την r, δεν υπάρχει πλέγμα διακριτών σημείων αλλά ένα μόνο κελί(μονοδιάστατο cell) το οποίο για κάθε Δr αλλάζει κατά Δz ανεξάρτητα. (meshless method) Το cell αυτό διατηρεί σταθερή μάζα κάθε στιγμή dt σε αντίθεση με τα cells στην r κατεύθυνση όπου η ολική μάζα κάθε ενός αλλάζει εξαιτίας των ροών $F(Q)$. Για αυτόν ακριβώς το λόγο το πρόβλημα αναφέρεται ως 1+1/2 διάστασης. Στην εικόνα 28 απεικονίζεται σχηματικά το αριθμητικό πλέγμα για την 1+1/2 περίπτωση.



Εικόνα 28: Αριθμητικό πλέγμα: r-t επίπεδο και single cell στη z κατεύθυνση

Οι περιοχές του πλάσματος φαίνονται στο σχήμα 29 όπου η αριστερή εικόνα είναι για t=0 και η δεξιά σε κάποιο χρόνο t. Ο μωβ κύλινδρος έχει αρχικά υψηλή πυκνότητα και πίεση και εκτονώνεται ακτινικά και αξονικά στην γκρι περιοχή 2 τάξεων μεγέθους χαμηλότερης πυκνότητας και πίεσης. Μετά από χρόνο t ο μωβ κύλινδρος θα έχει 'αδειάσει' στη ροζ περιοχή αυξάνοντας εκεί την πυκνότητα και την πίεση ενώ στην γκρι περιοχή μεγαλύτερου r η διαταραχή δεν θα έχει διαδοθεί ακόμα.



Εικόνα 29: Το νημάτιο ακτίνας R_1 που εκτονώνεται ακτινικά και αξονικά σε χώρο ακτίνας R_2 σε χρόνο t=0(αριστερά) και σε χρόνο t=t'(δεξιά)

Ωστόσο η αξονική εκτόνωση που εξαρτάται από την διαφορά πίεσης ΔP στην z κατ/νση θα συμβαίνει στις περιοχές διαφορετικού χρώματος ενώ στην γκρι περιοχή της δεξιάς εικόνας όχι, διότι ΔP=0.

Οι αλγεβρικές αναπαραστάσεις των εξισώσεων 3.4.3-4 γράφονται τελικά ως:

$$u_{z(i)}^{n+1} = u_{z(i)}^{n} + \frac{\Delta t}{\Delta m}(p_{(i+1)}^{n} - p_{(i)}^{n}) = 0 \qquad (3.4.5)$$

$$P^{n+1} = \frac{P^{n}}{(1 + \gamma \cdot \frac{V_{(i)}^{n+1} - V_{(i)}^{n}}{V^{n+1/2}})} \qquad (3.4.6)$$

Η πυκνότητα ξανά-υπολογίζεται αμέσως μετά τον υπολογισμό της u_z και της νέας πίεσης μέσω του απλού αναδρομικού τύπου:

$$\rho_{z(i)}^{n+1} = \frac{\rho_{(i)}^{n} \cdot V_{(i)}^{n}}{V_{(i)}^{n+1}} \qquad (3.4.7)$$

όπου $\rho_{z(i)}^{n+1}$ η ολική πυκνότητα αμέσως μετά την εκτόνωση στην z κατεύθυνση, κάθε νέα χρονική στιγμή. Τέλος με το πέρας κάθε χρονικής στιγμής ο αλγόριθμος υπολογίζει και τον ολικό όγκο της υπό μελέτη περιοχής, μέχρι εκείνη τη στιγμή, ολοκληρώνοντας πάνω σε όλους τους κυλινδρικούς φλοιούς $2\pi r \cdot dr \cdot dz$ καθώς και τον τελικό όγκο με το πέρας του συνολικού χρόνου υπολογισμού.

3.4.2 1+1/2-D resistive ΜΥΔ μελέτη

Στην ενότητα 3.1 έγινε λόγος για την Ιδανική ΜΥΔ περιγραφή σύμφωνα με την οποία το πλάσμα έχοντας άπειρη αγωγιμότητα συμπαρασύρει τις μαγνητικές δυναμικές γραμμές καθώς κινείται. Σε ένα ρευστό ωστόσο, που δεν έχει άπειρη αγωγιμότητα οι μαγνητικές γραμμές μπορούν εν γένει να κινούνται μέσα στο ρευστό, δηλαδή να το διαπερνούν ακολουθώντας ένα νόμο διάχυσης με σταθερά διάχυσης την ειδική αντίσταση η.(Στην πραγματικότητα το πλάσμα διαπερνά τις γραμμές) Ο χαρακτηριστικός χρόνος στον οποίο συμβαίνει η μαγνητική διάχυση δίνεται συναρτήσει της ειδικής αντίστασης η από την: $\tau = \mu_0 L^2 / \eta$, όπου L είναι το χαρακτηριστικό μήκος για το μαγνητικό πεδίο. Όπως είναι εύκολο να παρατηρήσουμε όσο μεγαλύτερη είναι η ειδική αντίσταση η του πλάσματος τόσο πιο γρήγορα διαχέονται οι πεδιακές γραμμές. Όμως η ειδική αντίσταση η, εξαρτάται από την θερμοκρασία T των ιόντων σύμφωνα με το νόμο του Spitzer ο οποίος δίνει προσεγγιστικά ότι : $\eta \sim \mathrm{T}_{ions}^{-3/2}$. Συνεπώς ο χαρακτηριστικός χρόνος τ είναι ανάλογος της θερμοκρασίας, $\tau \sim \mathrm{T}_{ions}^{3/2}$.

Άρα λοιπόν καθώς το πλάσμα θερμαίνεται η ενεργός διατομή των συγκρούσεων Coulomb ελαττώνεται το ίδιο κι η ειδική του αντίσταση και αυξάνεται ο χρόνος διάχυσης του μαγνητικού πεδίου που το συγκρατεί. Η ύπαρξη λοιπόν πεπερασμένου η έχει σαν συνέπεια οι λύσεις των εξισώσεων της ιδανικής Μαγνητοϋδροδυναμικής να είναι εφαρμόσιμες για περιορισμένο χρόνο σε μια συγκεκριμένη περιοχή καθορισμένου μεγέθους, αφού για μεγαλύτερους χρόνους η διάχυση του μαγνητικού πεδίου γίνεται σημαντικά μεγάλη για να αγνοηθεί. Αυτός ακριβώς ο λόγος αποτελεί ένα σημαντικό περιορισμό της ιδανικής Μαγνητοϋδροδυναμικής η οποία ωστόσο μπορεί να περιγράψει ικανοποιητικά ένα πολύ μεγάλο μέρος των φαινομένων που αφορούν το πλάσμα σύντηξης(fusion plasmas).
Η ειδική αντίσταση κατά Spitzer, όπως υπολογίζεται για την περίπτωση πλήρως ιονισμένου πλάσματος θερμοκρασίας kT ≈ 45keV είναι ίση με $\eta \simeq 5.5 \times 10^{-11} \Omega \cdot m$. Η τιμή αυτή προέκυψε από την σχέση του Spitzer για την ειδική αντίσταση $\eta = 5.2 \times 10^{-5} \dfrac{\ln \Lambda}{T^{3/2}(eV)} ohm \cdot m$ όπου το Λ σχετίζεται με τη μέγιστη δυνατή παράμετρο κρούσης μεταξύ των ιόντων και του οποίου το lnΛ=10.[20]

Όλα τα παραπάνω επιβάλλουν κάποιες διαφοροποιήσεις στις εξισώσεις της ιδανικής ΜΥΔ για την ορθότερη περιγραφή των φαινομένων στην περίπτωση αυτή. Το σετ των εξισώσεων περιλαμβάνει και πάλι την **εξίσωση συνέχειας:**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{u}) = 0$$

καθώς και την **εξίσωση κίνησης:**

$$\frac{\partial(\rho \cdot u_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{u} u_i + p) = j \times B$$

όπως αυτές περιγράφτηκαν αναλυτικά στην ενότητα 3.1. Ακολουθεί η **εξίσωση της ολικής ενέργειας** :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon + P) \cdot u) = \nabla \cdot \left(\frac{\eta}{\mu_0} j \times B \right)$$

Η διάχυση του μαγνητικού πεδίου επάγει ρεύματα που έχουν σαν αποτέλεσμα την 'Ωμική' θέρμανση(Ohmic heating) του πλάσματος που οφείλεται βέβαια στην ειδική αντίσταση, επιβάλλοντας με αυτό τον τρόπο την προσθήκη ενός επιπλέον όρου στην εξίσωση της ενέργειας. Ο επιπλέον όρος $\nabla \cdot \left(\frac{\eta}{\mu_0} j \times B \right)$ που έχει προστεθεί γίνεται τελικά $\nabla \cdot \left(\frac{\eta}{\mu_0} j \times B \right) = \frac{j^2}{\sigma}$ δηλαδή:

$$\boxed{\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon + P) \cdot u) = \nabla \cdot \left(\frac{\eta}{\mu_0} j \times B \right) \Rightarrow \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon + P) \cdot u) = \frac{\eta}{\mu_0{}^2} \left(\nabla \times B \right)^2}$$

Καθώς η 'Ωμική' θέρμανση, όπως εύκολα διαπιστώνεται, ελαττώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας T δεν περιμένουμε αύξησή της πάνω από μερικά eV σε πλάσμα θερμοκρασίας δεκάδων keV. Γενικότερα, για θερμοκρασίες άνω του 1keV το πλάσμα γίνεται τόσο καλός αγωγός που η Ωμική θέρμανση σχεδόν δεν υφίσταται.

Τέλος, η **εξίσωση της χρονικής εξέλιξης του μαγνητικού πεδίου:**

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\nabla \times (\chi_m \nabla \times B) + \nabla \times (u \times B)$$

στην πλήρη μορφή της συμπεριλαμβανομένου και του όρου διάχυσης του μαγνητικού πεδίου $-\nabla \times (\chi_m \nabla \times B)$ με $\chi_m = \eta / \mu_0$ την σταθερά διάχυσης ή

$$\boxed{\frac{\partial B}{\partial t} = -\nabla \times (\chi_m \nabla \times B) + \nabla \times (u \times B) \Rightarrow \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\eta}{\mu_0} \nabla^2 B + \nabla \times (u \times B)}$$

Οι παραπάνω εξισώσεις σε κυλινδρικές συντεταγμένες έτσι ώστε να επιλυθούν αριθμητικά γίνονται:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\partial(\rho u)}{\partial r} + \dfrac{\rho u}{r} = 0 \\ \\ \dfrac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \dfrac{\partial(\rho u^2 + p + \frac{B^2}{2\mu_0})}{\partial r} + \dfrac{\rho u^2}{r} = 0 \\ \\ \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \dfrac{\partial((\varepsilon + p)u)}{\partial r} + \dfrac{(\varepsilon + p)u}{r} - \dfrac{\eta}{\mu_0^{\,2}}\left(-\dfrac{\partial B}{\partial r}\right)^2 = 0 \\ \\ \dfrac{\partial B}{\partial t} + \dfrac{\partial(Bu)}{\partial r} + \dfrac{Bu}{r} - \chi_m\left(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial B}{\partial r} + \dfrac{\partial^2 B}{\partial r^2}\right) = 0 \end{bmatrix}$$

Εικόνα 30

Οι τρεις πρώτες λύνονται και πάλι ‘άμεσα’(explicitly) με το σχήμα Lax-Friedrich στο οποίο αναφερθήκαμε στα προηγούμενα κεφάλαια. Ωστόσο η εξίσωση του μαγνητικού πεδίου τώρα δεν είναι της γνωστής υπερβολικής μορφής $\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F(Q)}{\partial r} + A(Q) = 0$ αλλά περιλαμβάνει και δεύτερη παράγωγο ως προς το r λόγω του πρόσθετου όρου της διάχυσης. Η εξίσωση λοιπόν αυτή για λόγους σταθερότητας του υπολογιστικού κώδικα επιλέξαμε να λυθεί ‘έμμεσα’ (implicitly). Αυτό έγινε σε δύο βήματα για την εξίσωση

$$\frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial(Bu)}{\partial r} + \frac{Bu}{r} - \chi_m\left(\frac{1}{r}\frac{\partial B}{\partial r} + \frac{\partial^2 B}{\partial r^2}\right) = 0.$$

Σε πρώτη φάση λύνεται η $\frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial(Bu)}{\partial r} + \frac{Bu}{r} = 0$ μέσω του Lax-Friedrich όπως έχει ήδη περιγραφεί στην ιδανική 1-D περίπτωση η οποία θα μας δώσει ένα B^* στα nr σημεία του ομοιόμορφου χωρικού πλέγματος. Σε δεύτερη φάση λύνεται η εξίσωση $\frac{\partial B}{\partial t} = \chi_m \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial B}{\partial r}\right)$ ή $\frac{\partial B}{\partial t} = \chi_m\left(\frac{1}{r}\frac{\partial B}{\partial r} + \frac{\partial^2 B}{\partial r^2}\right)$ η οποία γράφεται implicitly σαν αλγεβρική αναπαράσταση ως: $\frac{B_i^{n+1}-B_i^n}{\Delta t}=2\cdot\chi_m\left(\frac{B_{i+1}^{n+1}-2B_i^{n+1}+B_{i-1}^{n+1}}{\Delta r^2}\right)$ όπου ο όρος $\frac{1}{r}\frac{\partial B}{\partial r}\rightarrow 2\frac{\partial^2 B}{\partial r^2}$ από De l'Hospital έτσι ώστε να αποφύγουμε τυχόν απειρισμό στο r=0(αφού έχουμε κυλινδρική γεωμετρία). Καταλήγουμε λοιπόν στην $a_i B_{i-1}^{n+1}+b_i B_i^{n+1}+c_i B_{i+1}^{n+1}=r_i$ με $a_i=-2\chi_m\frac{\Delta t}{\Delta r^2}$, $b_i=1+4\chi_m\frac{\Delta t}{\Delta r^2}$, $c_i=-2\chi_m\frac{\Delta t}{\Delta r^2}$ και $r_i=B_i^n$ το οποίο είναι το B^* που παίρνουμε από το πρώτο βήμα. Έχουμε λοιπόν ένα τριδιαγώνιο σύστημα nr γραμμικών εξισώσεων(όσα και τα grid points) το οποίο λύνεται σε κάθε χρονικό βήμα για τον υπολογισμό του μαγνητικού πεδίου στην resistive περίπτωση. Ο γενικότερος φορμαλισμός για την διακριτοποίηση μιας εξίσωσης της μορφής $\frac{\partial S}{\partial t}=-U\frac{\partial S}{\partial x}+E_x\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}$ είτε 'άμεσα' είτε 'έμμεσα' φαίνεται αμέσως παρακάτω:

$$\frac{\partial S}{\partial t}=-U\frac{\partial S}{\partial x}+E_x\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}$$

$$\frac{S_i^{t+\Delta t}-S_i^t}{\Delta t}=\alpha\left[-U\left[\frac{S_{i+1}-S_{i-1}}{2\Delta x}\right]^{t+\Delta t}+E_x\left[\frac{S_{i+1}-2S_i+S_{i-1}}{\Delta x^2}\right]^{t+\Delta t}\right]+$$
$$(1-\alpha)\left[-U\left[\frac{S_{i+1}-S_{i-1}}{2\Delta x}\right]^{t}+E_x\left[\frac{S_{i+1}-2S_i+S_{i-1}}{\Delta x^2}\right]^{t}\right]$$

$0 < \alpha < 1$

$\alpha = 0$ fully explicit solution

$\alpha = 1$ fully implicit solution

$\alpha = 0.5$ Crank-Nicholson

Για α=0 η εξίσωση λύνεται δίνοντας άμεσα τις τιμές στην χρονική στιγμή t+Δt ενώ για α=1 καταλήγουμε στην επίλυση ενός συστήματος γραμμικών εξισώσεων. Τέλος, για α=1/2 καταλήγουμε στο implicit σχήμα Crank-Nicholson.

Κεφάλαιο 4

4.1 Εισαγωγή

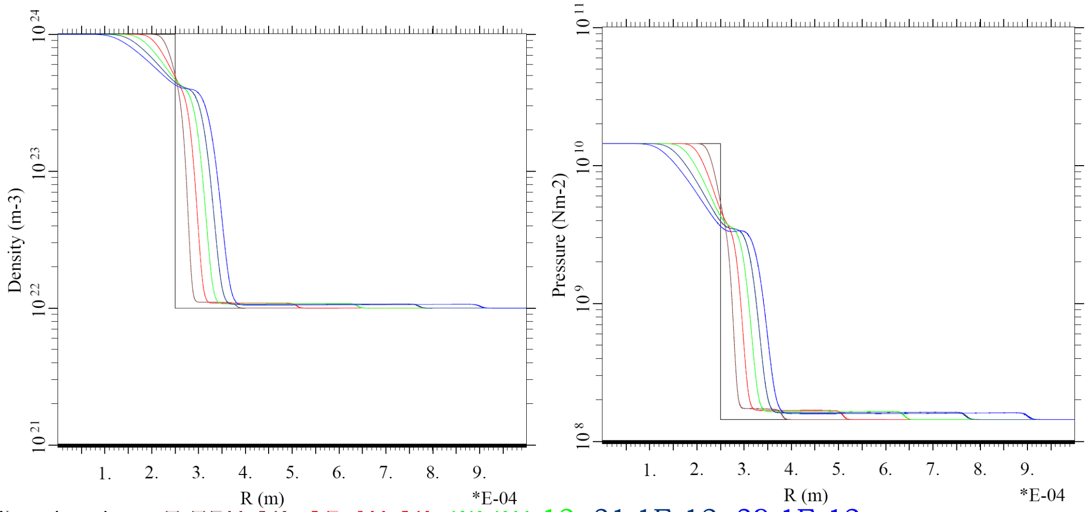
Στο πρώτο μέρος της εργασίας περιγράφτηκε το προτεινόμενο πειραματικό setup και η γεωμετρία του προβλήματος του περιορισμού πλάσματος παρουσία μαγνητικού πεδίου ανοιχτών μαγνητικών γραμμών. Επίσης, αναλύθηκε διεξοδικά η φυσική περιγραφή του καθώς και η μελέτη φαινομένων που σχετίζονται με τον μαγνητικό περιορισμό του, με τη χρήση της ιδανικής και μη-ιδανικής Μαγνητοϋδροδυναμικής ‘εικόνας’ για πλάσμα ειδικής αντίστασης $\eta = 0$ και $\eta \neq 0$ αντίστοιχα. Τέλος, αναπτύχθηκε εκτενώς ο τρόπος με τον οποίο μελετήθηκε αριθμητικά το πρόβλημα στην κατεύθυνση r με τη χρήση του explicit σχήματος Lax-Friedrich και του fully implicit σχήματος, και στην κατεύθυνση z με –την χωρίς πλέγμα-μέθοδο Lagrange. Στο δεύτερο μέρος της εργασίας παρουσιάζονται αποτελέσματα για τις δύο περιπτώσεις πλάσματος, με και χωρίς ειδική αντίσταση, για κάποιες τυπικές τιμές αρχικών συνθηκών που βρίσκονται σε αντιστοιχία με σχετικά πειράματα. Επίσης, γίνεται μια σύγκρισή αποτελεσμάτων που προκύπτουν για διαφορετικές ακτίνες r αρχικού όγκου πλάσματος με σκοπό να διαπιστωθούν κάποια σημαντικά συμπεράσματα όσων αφορά στη χρονική εξέλιξή του. Να σημειωθεί ότι μιλάμε για ακτίνες πλάσματος-κι όχι για ολόκληρο τον όγκο- διότι μελετάμε την εκτόνωση που συμβαίνει στον μισό χώρο ακτίνας r θεωρώντας ότι συμβαίνουν τα ίδια ακριβώς φαινόμενα στο άλλο μισό συμμετρικό του κομμάτι. Άρα λοιπόν από εδώ και στο εξής όταν αναφερόμαστε σε αριστερή και δεξιά περιοχή θα εννοούμε τις περιοχές μεγάλης και μικρής πυκνότητας του μισού χώρου εκτόνωσης που μελετάμε. Τέλος, παρουσιάζονται επιλεγμένα αποτελέσματα σχετικά με την παραγωγή των νετρονίων από τις αντιδράσεις σύντηξης για τις ίδιες τυπικές τιμές αρχικών συνθηκών.

4.2 Αποτελέσματα(1+1/2-Δ κώδικα σε κυλινδρική γεωμετρία)

Σε αυτό το μέρος της εργασίας παρουσιάζονται τα αριθμητικά αποτελέσματα που προέκυψαν από τον 1+1/2-D υπολογιστικό κώδικα που αναπτύχθηκε για το σκοπό αυτό , στην πρώτη περίπτωση, **για πλάσμα χωρίς ειδική αντίσταση.** Με Rol, Ror συμβολίζεται η αρχική πυκνότητα του παραγόμενου πλάσματος αριστερά και δεξιά τη στιγμή t=0 .

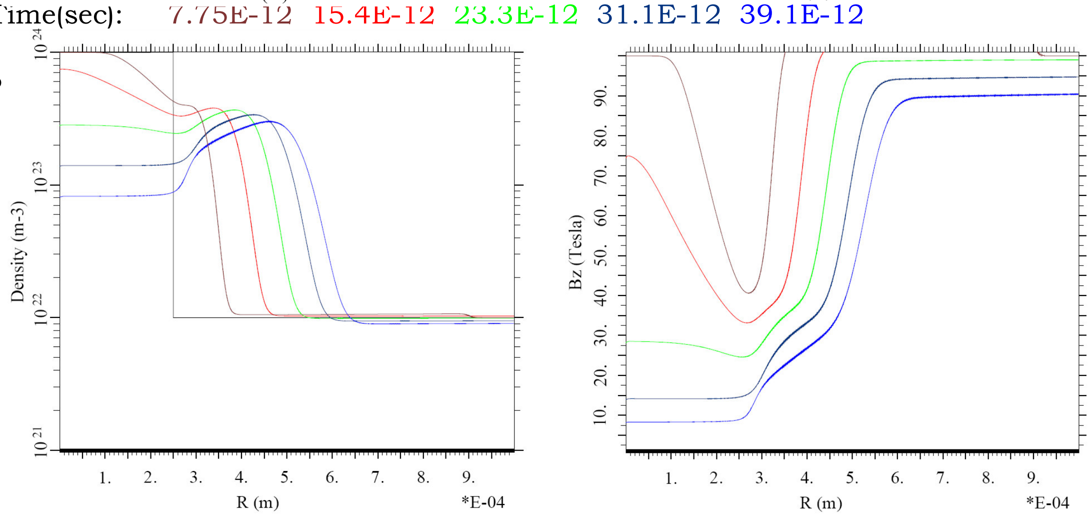
(Α.1) Μαγνητικό πεδίο B=100T, Rol=10^{24} m^{-3} και Ror=$10^{22}m^{-3}$, ακτίνα πλάσματος 250μm για σταθερή ακτίνα του χώρου εκτόνωσης του πλάσματος ίση με 0,001m

1α



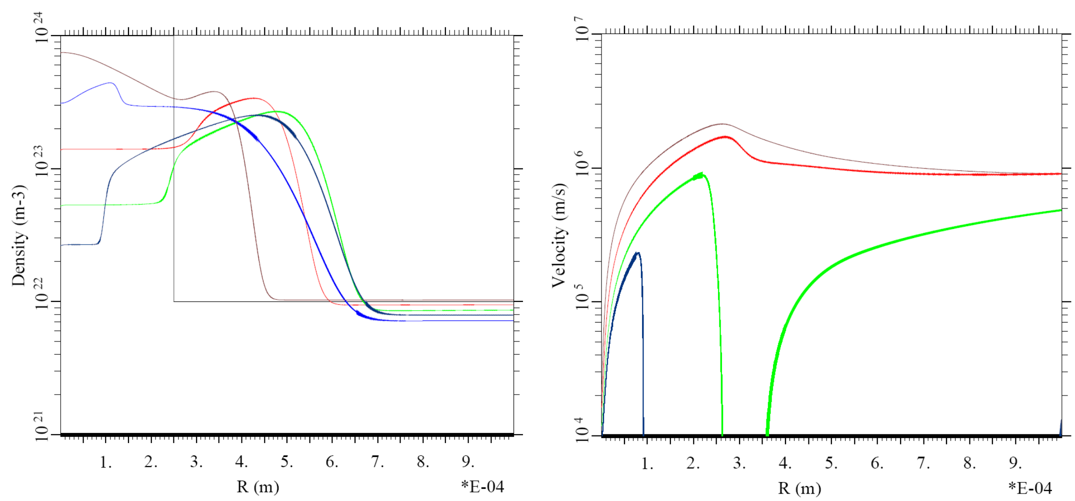
Time(sec): 7.75E-12 15.4E-12 23.3E-12 31.1E-12 39.1E-12

1β



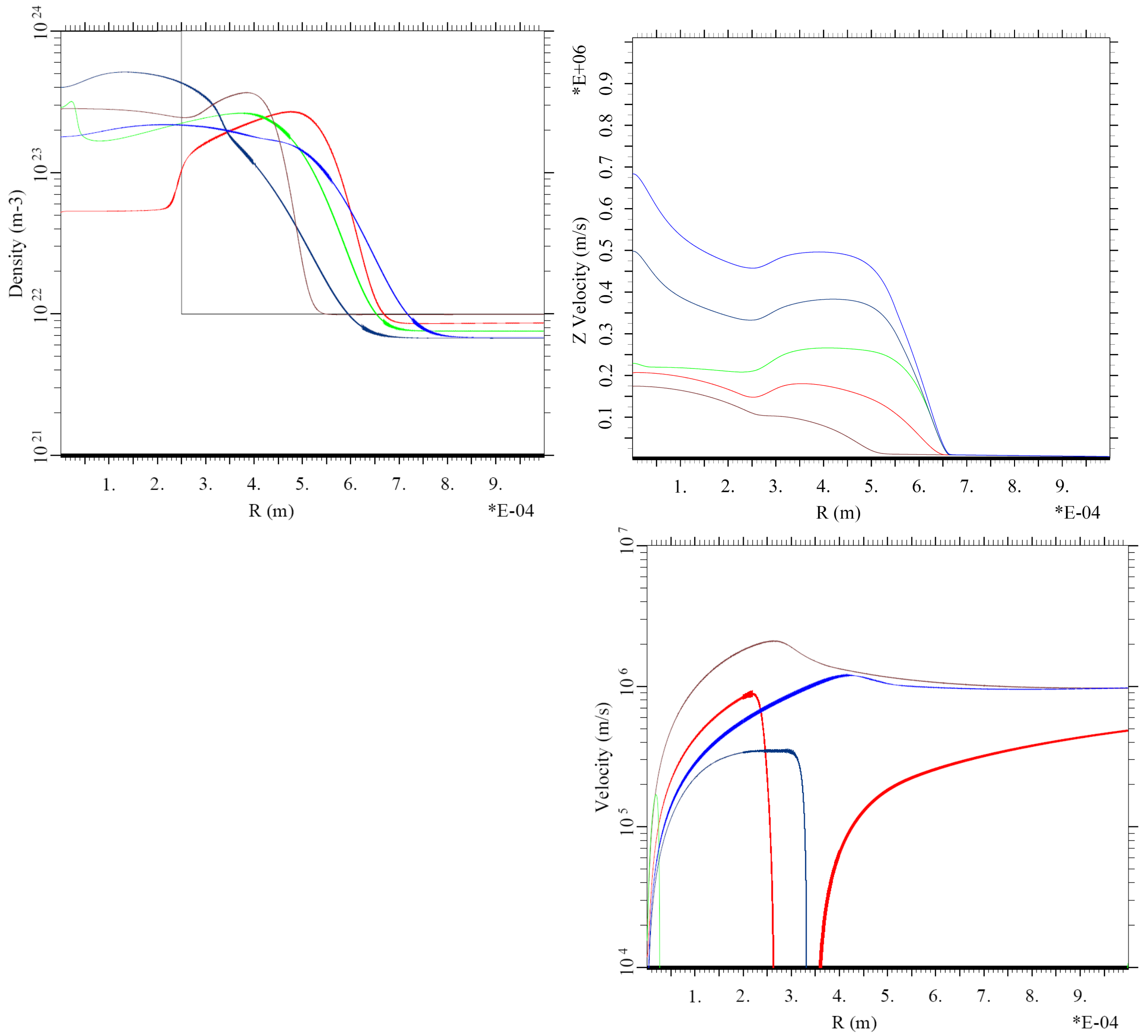
Time(sec): 39.1E-12 79.5E-12 0.12E-09 0.16E-09 0.21E-09

1γ



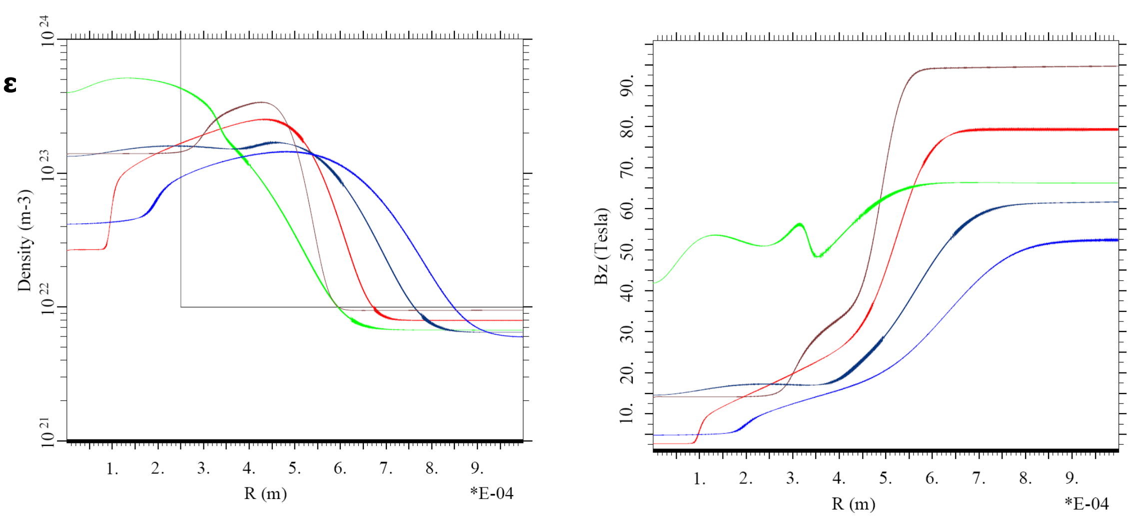
Time(sec): 79.5E-12 0.16E-09 0.25E-09 0.35E-09 0.45E-09

1δ



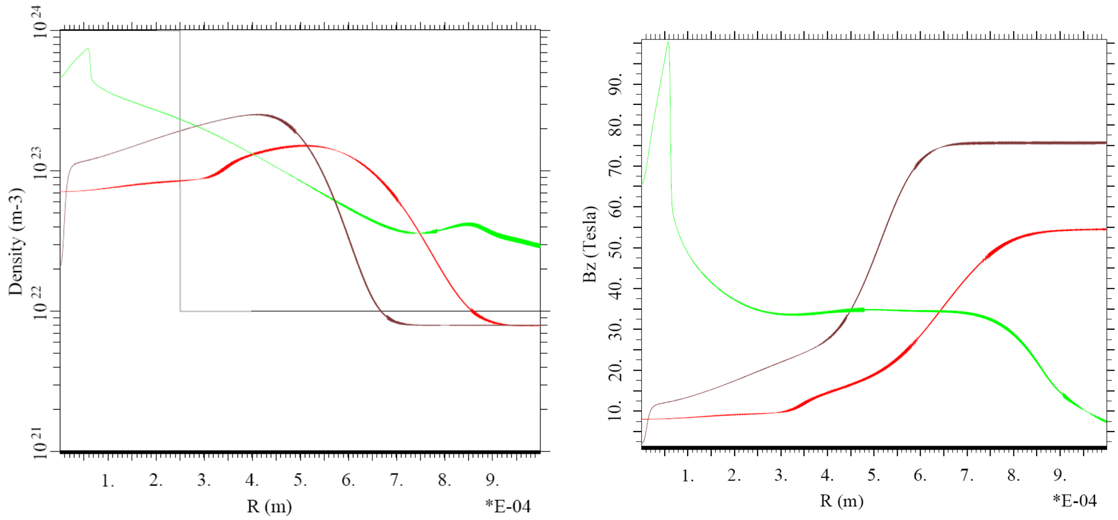
Time(sec): 0.12E-09 0.25E-09 0.40E-09 0.55E-09 0.70E-09

1ε



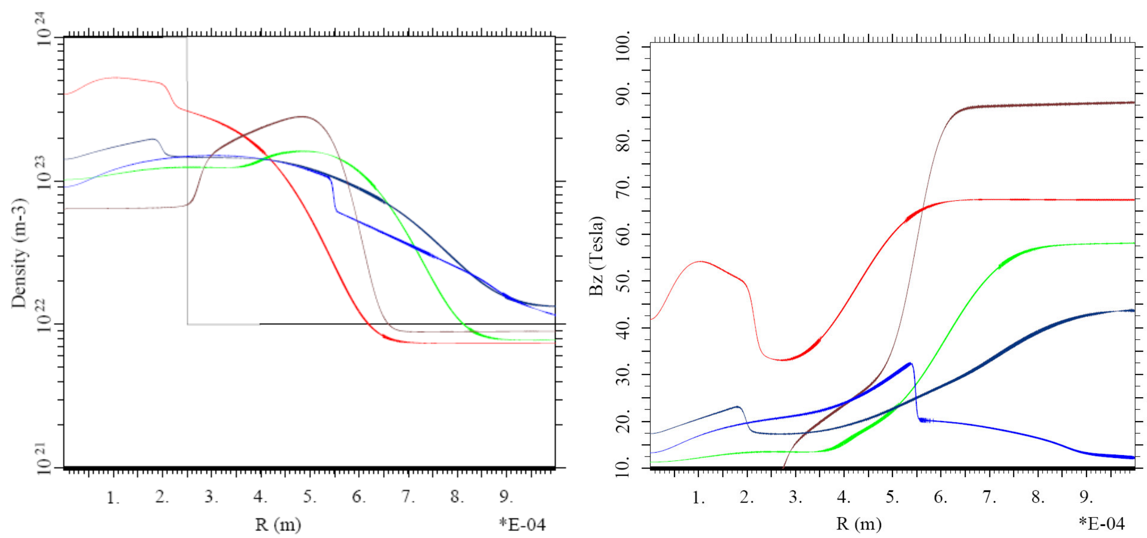
Time(sec): 0.16E-09 0.35E-09 0.55E-09 0.76E-09 0.99E-09

1στ



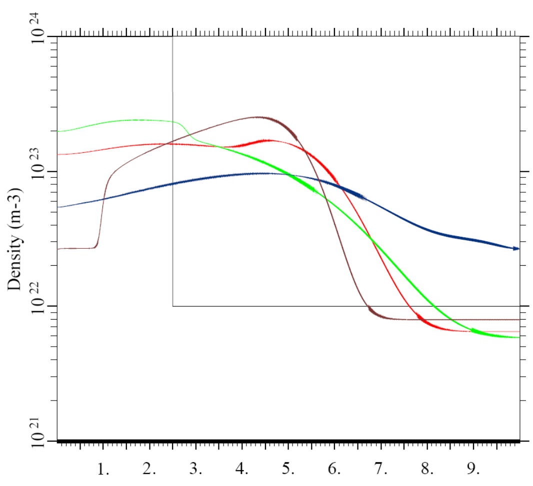
Time(sec): 0.39E-09 0.89E-09 1.74E-09

1η



Time(sec): 0.23E-09 0.51E-09 0.82E-09 1.25E-09 1.87E-09

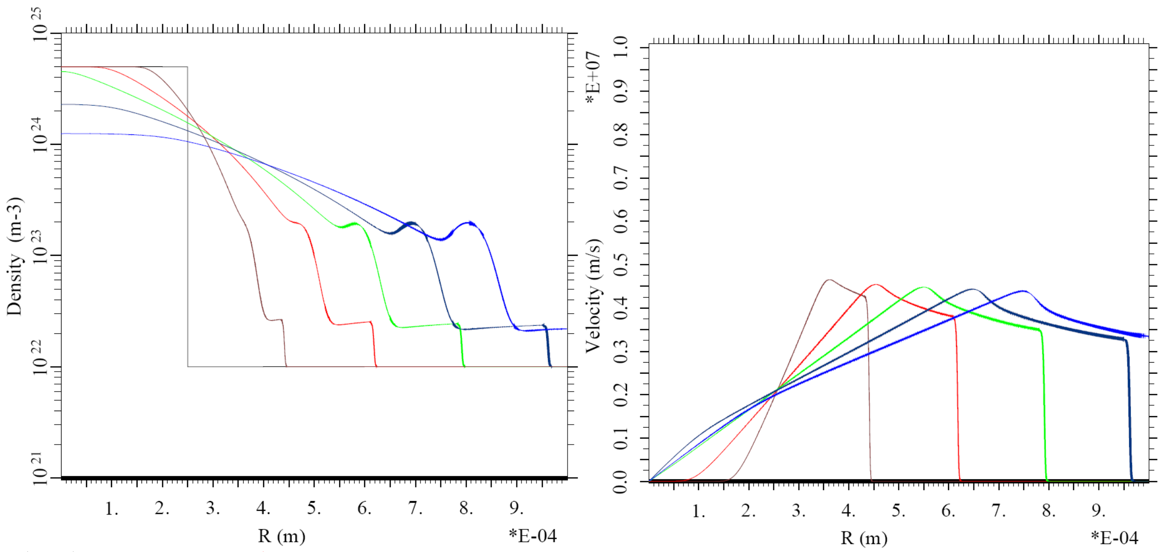
1θ



Time(sec): 0.35E-09 0.76E-09 1.26E-09 2.02E-09

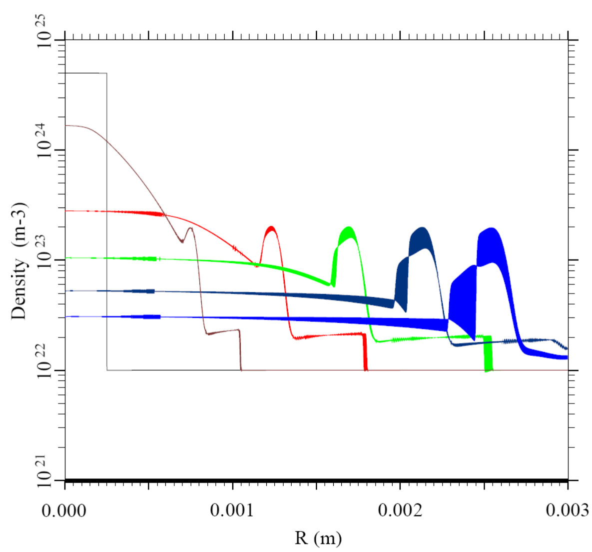
(A.2)Για μαγνητικό πεδίο B=0Tesla, Rol=10^{24} m^{-3} και Ror=$10^{22}m^{-3}$, μικρή ακτίνα πλάσματος r_1 =250μm και μεγάλη ακτίνα r_2 =1mm. Στην 1κ η r_2 =3mm ώστε να φανεί καλύτερα η διαφυγή του πλάσματος σε μεγάλη απόσταση.

1ι



Time(sec): 26.9E-12 54.3E-12 83.1E-12 0.11E-09 0.14E-09

1κ



Time(sec): 0.13E-09 0.27E-09 0.42E-09 0.58E-09 0.75E-09

Συμπεράσματα

Στο 4Α.1 και 4Α.2 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του 1+1/2-Δ κώδικα για Ιδανική ΜΥΔ με και χωρίς την εφαρμογή μαγνητικού πεδίου σε κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων.

Η αριστερή στήλη αναπαριστά την πυκνότητα του πλάσματος σε διάφορες χρονικές στιγμές καθώς αυτό εξελίσσεται στην ακτινική διεύθυνση. Στη δεξιά στήλη απεικονίζεται η χρονική εξέλιξη στην ακτινική διεύθυνση διαφόρων άλλων παραμέτρων του πλάσματος όπως η ταχύτητα ακτινικής εκτόνωσης V_r , η ταχύτητα αξονικής εκτόνωσης V_z , η ολική πίεση P του πλάσματος και το μαγνητικό πεδίο B_z. Κάτω από κάθε σειρά γραφημάτων αναγράφεται ο χρόνος εξέλιξης με αντιστοιχία χρωμάτων με τις καμπύλες των γραφικών παραστάσεων.

Μετά την αλληλεπίδραση του παλμού του laser με το αέριο cluster παράγεται λόγω του ιονισμού των μορίων του ένα νημάτιο πλάσματος που εκτονώνεται λόγω της διαφοράς πίεσης στις αρχικές συνθήκες του όπως έχουμε ήδη περιγράψει αναλυτικά. Το πλάσμα αντιμετωπίζεται σαν ένα συμπιεστό ρευστό, που σημαίνει ότι η πυκνότητά του μπορεί να μεταβάλλεται. Παρατηρώντας στην **1α** την πυκνότητα σε μικρό χρόνο μερικών ps βλέπουμε ,όπως περιμέναμε, την διάδοση ενός κύματος εκτόνωσης προς τα αριστερά στη διεύθυνση r και ενός κύματος συμπίεσης προς τα δεξιά στην ίδια διεύθυνση, η ανάπτυξη των οποίων οφείλεται στο ότι η περιοχή υψηλής πίεσης (οδηγό αέριο) εκτονώνεται στην περιοχή της χαμηλότερης πίεσης (οδηγούμενο αέριο) σύμφωνα με το μοντέλο του κρουστικού σωλήνα. Όπως φαίνεται στο **1α** για την πυκνότητα το κύμα εκτόνωσης διαδίδεται πιο αργά από το κρουστικό στην ίδια διεύθυνση πράγμα το οποίο αναμέναμε αφού το πρώτο κινείται υποηχητικά ενώ το δεύτερο κινείται υπερηχητικά σε σχέση με την επιφάνεια ασυνέχειας η οποία κινείται κι αυτή προς τα δεξιά αλλά με μικρότερη ταχύτητα. Το κύμα εκτόνωσης όπως φαίνεται στα **1α** και **1β** ελαττώνει την πυκνότητα στην περιοχή που διαδίδεται (καθοδική περιοχή) και μάλιστα κατά μια τάξη μεγέθους μέσα στα πρώτα 0.2ns ενώ το κρουστικό την αυξάνει τοπικά διαδιδόμενο αντίθετα προς τα δεξιά (ανοδική περιοχή). Η πίεση στο **1α** ακολουθεί την πυκνότητα όπως είναι αναμενόμενο και ελαττώνεται στην αριστερή περιοχή ενώ αυξάνεται στην δεξιά αφού αυξάνεται και η πυκνότητα, καθώς διαδίδονται τα δύο ΜΥΔ κύματα τροποποιώντας την κατάσταση του πλάσματος στις περιοχές αυτές. Μέσα στο χρονικό αυτό διάστημα από μερικά ps μέχρι τα 0.2ns ξεκινά να γίνεται εμφανής μια ελάττωση της ταχύτητας με την οποία εκτονώνεται το πλάσμα ακτινικά αφού οι καμπύλες της πυκνότητας αρχίζουν να πλησιάζουν μεταξύ τους. Αυτό συμβαίνει διότι αρχίζει να γίνεται αισθητή η παρουσία του μαγνητικού πεδίου στην περιοχή το οποίο, σε πρώτη φάση, επιβραδύνει την εκτόνωση. Το μαγνητικό πεδίο είναι ομογενές και κάθετο στην r και οι αρχικές του συνθήκες απεικονίζονται κατά αντιπαράσταση ακριβώς δίπλα στην γραφική παράσταση της πυκνότητας για το ίδιο χρονικό διάστημα. Ωστόσο το πλάσμα εξακολουθεί να κινείται προς την δεξιά μεριά μέχρι τα περίπου 0.3ns όπου όπως βλέπουμε στο **1γ** για την πυκνότητα η εκτόνωση περιορίζεται σημαντικά(η πράσινη και η σκούρα μπλε καμπύλη σχεδόν συμπίπτουν). Ο περιορισμός επιτυγχάνεται επειδή στην περιοχή η μαγνητική πίεση γίνεται σχεδόν ίση με την σωματιδιακή πίεση και η παράμετρος β τείνει στο 1.

Αντίστοιχα στο **1γ** για την ταχύτητα της ακτινικής εκτόνωσης Vr το πλάσμα δείχνει να εκτονώνεται με αυξανόμενη ταχύτητα η οποία πολύ γρήγορα αρχίζει να ελαττώνεται μέχρι που γύρω στα 0.35ns η κατανομή της έχει περιοριστεί σε μια περιοχή μικρού εύρους ενώ για μια ευρύτερη περιοχή μηδενίζεται. Στο **1δ** βλέπουμε για την ταχύτητα V_r ότι για t=0.40ns(πράσινο χρώμα) το εύρος της περιοχής στην οποία τα ιόντα έχουν θετικές τιμές ταχύτητας είναι ακόμα μικρότερο ενώ για την ευρύτερη περιοχή οι ταχύτητες των ιόντων τείνουν στο μηδέν αποτυπώνοντας έτσι μία οριακή κατάσταση. Από τα 0.40ns και μετά, οι ταχύτητες των ιόντων παίρνουν αρνητικές τιμές οπότε το πλάσμα όπως φαίνεται στο **1γ** και **1δ** για τη χρονική στιγμή t= 0.45ns επιστρέφει προς τα πίσω για πρώτη φορά πράγμα που οφείλεται αποκλειστικά στην εφαρμογή του μαγνητικού πεδίου. Το γιατί από φυσικής πλευράς μπορεί να κατανοηθεί καλύτερα μέσα από την παρατήρηση της χρονικής εξέλιξης του μαγνητικού πεδίου στην **1β**.

Το μαγνητικό πεδίο, στην **1β**, για το ίδιο περίπου χρονικό διάστημα, φαίνεται ότι στην περιοχή ακτίνας μέχρι και $3*10^{-4}$ m εκτονώνεται προς τα αριστερά και η τιμή του έχει πέσει στα 10Tesla ενώ για ακτίνα μεγαλύτερη των $3*10^{-4}$ m εκτονώνεται προς τα δεξιά και διατηρείται υψηλό, κοντά στα 100 Tesla που ήταν η αρχική του τιμή. Αυτό περιμέναμε ότι θα συμβαίνει διότι το πλάσμα είναι μηδενικής αντίστασης οπότε σε αυτή την περίπτωση οι μαγνητικές γραμμές θα κινούνται 'παγωμένες' μέσα στο πλάσμα προς περιοχές μεγαλύτερου r εξαιτίας της διάδοσης του κρουστικού ΜΥΔ κύματος που διαδίδεται προς την κατεύθυνση αυτή συμπαρασύροντας τες και κρατώντας το πεδίο στην περιοχή σε υψηλή τιμή κοντά στα 100Tesla. Αντίθετα, σε περιοχές μικρότερου r το κύμα αραίωσης που κινείται προς τα αριστερά ελαττώνει την κατανομή των μαγνητικών γραμμών στη περιοχή μειώνοντας την τιμή του. Διαφαίνεται λοιπόν ξεκάθαρα και μέσα από τα αριθμητικά αποτελέσματα πιο είναι το φυσικό περιεχόμενο της Ιδανικής Μαγνητοϋδροδυναμικής η οποία συνεπάγεται την εικόνα των παγωμένων μαγνητικών γραμμών μέσα στο πλάσμα λόγω της άπειρης αγωγιμότητάς του. Ο μαγνητικός περιορισμός έχει μόλις επιτευχθεί για t=0.45ns και το πλάσμα παλινδρομεί προς τα πίσω αφού το μαγνητικό πεδίο λειτουργεί σαν πιστόνι που το ωθεί προς τα πίσω. Επειδή, όπως περιγράψαμε, το πλάσμα έχει συμπαρασύρει μαζί του μεγάλο μέρος του μαγνητικού πεδίου στα δεξιά έχοντας ελαττώσει την ένταση του στα αριστερά, η διαφορά της μαγνητικής πίεσης το 'ανακλά' προς τα πίσω αυξάνοντας ξανά τοπικά την ιοντική πυκνότητα στην περιοχή μικρού r.

Ωστόσο όπως είναι εμφανές από την γραφική παράσταση της ταχύτητας του **1δ,** την στιγμή t=0.55ns το πλάσμα έχει ήδη 'ανακλαστεί' ξανά προς τα δεξιά για αυτό και η κατανομή της ταχύτητας καλύπτει περιοχή όλο και μεγαλύτερου εύρους. Ο λόγος που αυτό συμβαίνει είναι ακριβώς ο ίδιος με πριν. Η μαγνητική πίεση γίνεται μεγαλύτερη αριστερά σε αυτή τη χρονική στιγμή, λόγω τοπικής αύξησης της έντασης του μαγνητικού πεδίου, όπως πολύ χαρακτηριστικά φαίνεται στο **1ε** για το μαγνητικό πεδίο(καμπύλη πράσινου χρώματος), 'ανακλώντας' το πλάσμα και πάλι πίσω προς περιοχές μεγαλύτερου r. Αυτή η παλινδρόμηση γίνεται γύρω στις 3 φορές μέσα σε διάστημα 2.5ns όπως φαίνεται στα **1στ** και **1η** και το πλάσμα έχει παγιδευτεί. Ένα ενδιαφέρον φαινόμενο για το οποίο έχουμε ξαναμιλήσει και το οποίο αποτελεί άμεση συνέπεια της παγίδευσης αυτής είναι η παραγωγή νετρονίων από τις αντιδράσεις σύντηξης που συμβαίνουν μέσα στο πλάσμα. Για μεγαλύτερους χρόνους, η πυκνότητα του πλάσματος έχει προσεγγίσει όπως φαίνεται στο **1θ** την οριακή τιμή παραγωγής νετρονίων που είναι τα $5*10^{22}/m^3$. Αυτό συμβαίνει γιατί για χρόνους μεγαλύτερους από μερικά nsec σημαντικό μέρος του πλάσματος έχει διαφύγει ακτινικά λόγω σωματιδιακής διάχυσης από κρούσεις περιορίζοντας πολύ την παραγωγή νετρονίων η οποία λίγο μετά σταματά. Επίσης η πυκνότητα έχει μειωθεί επιπλέον και λόγω του όγκου που έχει μεγαλώσει εξαιτίας της διαστολής στην κατεύθυνση z. Η ταχύτητα V_z όπως φαίνεται στο **1δ** είναι της τάξης των 10^5 m/sec με 10^6 m/sec που είναι αρκετά μεγάλη λόγω του ότι το πλάσμα σε αυτή τη κατεύθυνση δεν υπόκειται στη δύναμη Lorentz. Αντίθετα, παρατηρούμε ότι η V_r πέφτει πολύ κάτω από τα 10^4 m/sec στην περιοχή όπου η μαγνητική πίεση το συγκρατεί.

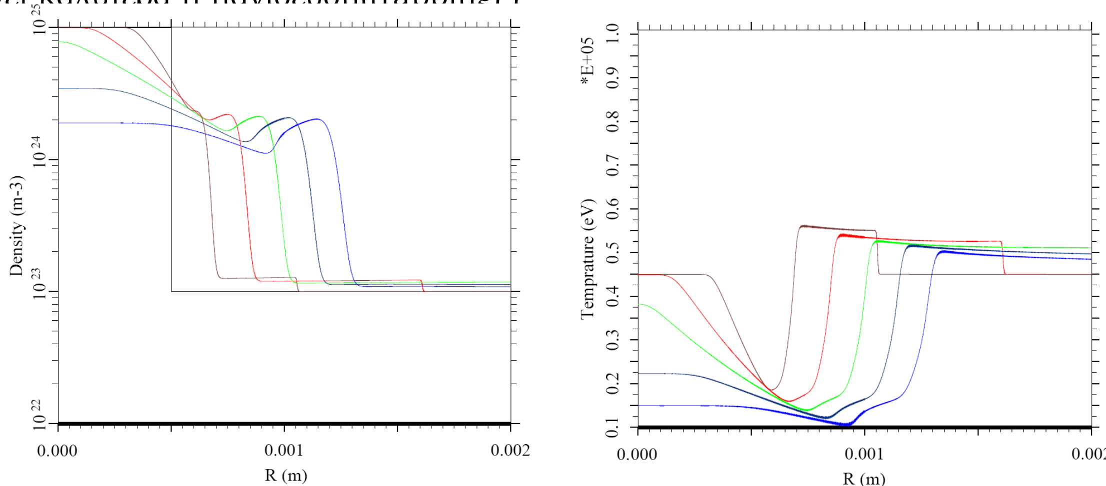
Πέρα ωστόσο από το γεγονός ότι η πυκνότητα έχει πέσει δραματικά μέσα σε μερικά nsec θα πρέπει επίσης να συμπεριληφθούν και όροι διάχυσης του μαγνητικού πεδίου για μια ορθότερη διερεύνηση σε τέτοιους χρόνους. Η περίπτωση αυτή εξετάζεται στην παράγραφο 4.3.

Στην περίπτωση που δεν έχει εφαρμοστεί εξωτερικό μαγνητικό πεδίο η κατάσταση είναι πολύ διαφορετική συγκριτικά με όσα περιγράφηκαν παραπάνω. Στην γραφική παράσταση **1ι** και **1κ** του Α.2 φαίνεται η χρονική εξέλιξη της πυκνότητας πλάσματος ίδιων συνθηκών με το Α.1 χωρίς όμως την εφαρμογή μαγνητικού πεδίου. Όπως είναι εμφανές σε χρόνο ίδιας τάξης με πριν 0.6ns-0.7ns το πλάσμα έχει διαφύγει σε απόσταση μεγαλύτερη των 3mm με την πυκνότητά του γρήγορα να έχει πέσει σχεδόν 2 τάξεις μεγέθους χωρίς να υπάρχει κάτι που να μπορεί να το συγκρατήσει. Επίσης η ταχύτητα εκτόνωσης V_r όπως φαίνεται στο **1ι** στην περίπτωση που το B=0Tesla αυξάνεται με ελαττούμενο ρυθμό όμως διατηρείται υψηλή της τάξης των $5*10^6$ m/sec. Η ελάττωση του ρυθμού μεταβολής της οφείλεται μόνο στην υδροδυναμικού τύπου εκτόνωση του πλάσματος. Η θερμοκρασία του για χρόνο τάξης 1ns, όπως υπολογίζεται, έχει πέσει κάτω από το 1keV. Πιο συγκεκριμένα, για πλάσμα πυκνότητας 10^{23} m^{-3} και για B=0T, μέσα σε

1ns η θερμοκρασία έχει μειωθεί στα 200eV. Συγκρίνοντας αντίστοιχα με την περίπτωση που υπάρχει μαγνητικό πεδίο 100Tesla, παρατηρούμε ότι στον ίδιο χρόνο, το πλάσμα έχει παγιδευτεί σε ακτίνα μικρότερη του 1mm ενώ η πυκνότητα και η θερμοκρασία εξακολουθούν να διατηρούνται υψηλές για μέχρι 2ns όπως φαίνεται στην **1στ** και στην **1θ**. Η πτώση της θερμοκρασίας ρίχνει την ενεργό διατομή (cross sections) των αντιδράσεων με αποτέλεσμα ακόμα και για σημαντικά μεγάλες πυκνότητες αυτές να μην πραγματοποιούνται οπότε και η παραγωγή των νετρονίων φτάνει στα οριακά της επίπεδα. Όλα τα παραπάνω συμπεράσματα καθιστούν την εφαρμογή του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου αναγκαία και καταλυτική αφού όπως διαφάνηκε κι από τα αριθμητικά αποτελέσματα μόνο τότε επιτυγχάνεται η ικανοποιητική συγκράτηση του.

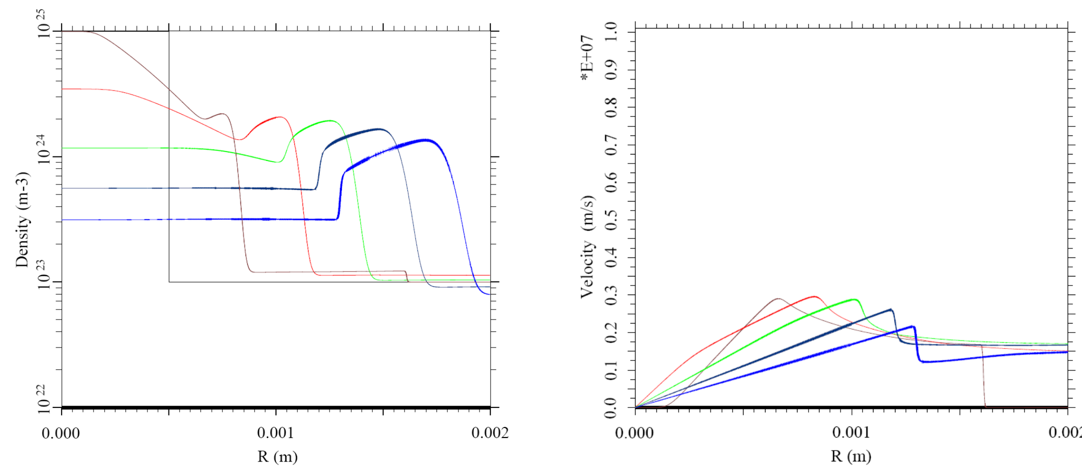
(Β) Μαγνητικό πεδίο B=150T, Rol=10^{25} m^{-3} και Ror=$10^{23}m^{-3}$, μικρή ακτίνα πλάσματος r_1 =500μm και μεγάλη ακτίνα r_2 =2mm (Στο 2δ r_2 =3mm για να φανεί καλύτερα η παγίδευση(trapping))

2α



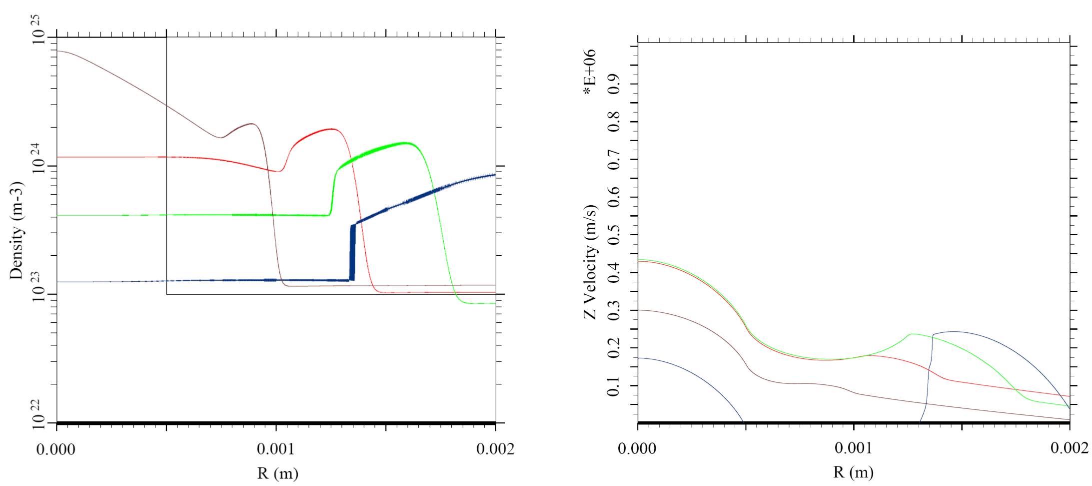
Time(sec): 57E-12 0.12E-09 0.18E-09 0.24E-09 0.31E-09

2β



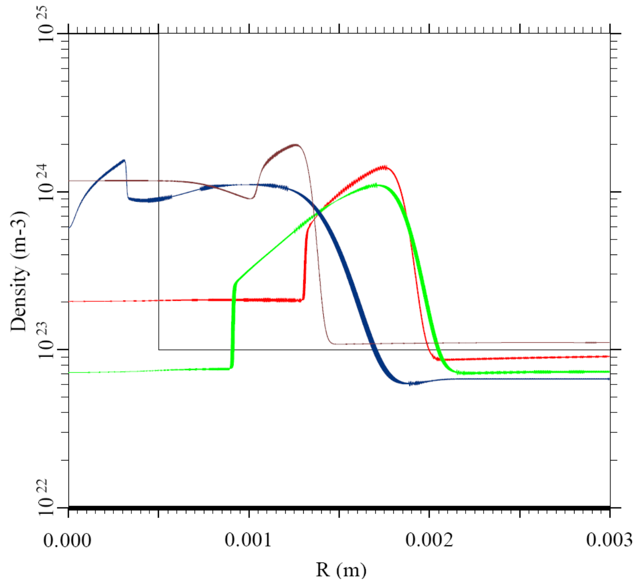
Time(sec): 0.12E-09 0.24E-09 0.37E-09 0.51E-09 0.65E-09

2γ



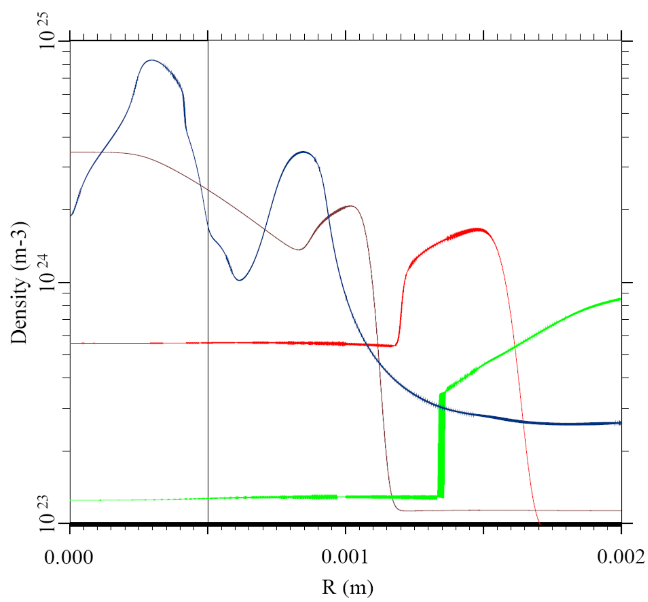
Time(sec): 0.18E-09 0.37E-09 0.58E-09 0.99E-09

2δ



Time(sec): 0.37E-09 0.79E-09 1.29E-09 1.84E-09

2ε



Time(sec): 0.24E-09 0.50E-09 0.99E-09 2.45E-09

Συμπεράσματα

Στο 4Β παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του 1+1/2-Δ κώδικα για Ιδανική ΜΥΔ με την εφαρμογή εξωτερικού μαγνητικού πεδίου 150Tesla για τυπικές τιμές αρχικής πυκνότητας Rol=10^{25} m^{-3} και Ror=$10^{23}m^{-3}$, σε κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων. Η αριστερή στήλη αναπαριστά όπως προηγουμένως την πυκνότητα του πλάσματος σε διάφορες χρονικές στιγμές καθώς αυτό εξελίσσεται στην ακτινική διεύθυνση. Στη δεξιά στήλη απεικονίζεται η χρονική εξέλιξη, στην ακτινική διεύθυνση, της ταχύτητας ακτινικής εκτόνωσης V_r , της ταχύτητας αξονικής εκτόνωσης V_z και της θερμοκρασίας του πλάσματος.

Στην **2α** και **2β** για την πυκνότητα είναι εμφανής η διάδοση του κύματος εκτόνωσης (rarefaction wave) προς τα αριστερά και του υπερηχητικού κρουστικού κύματος συμπίεσης προς τα δεξιά στη διεύθυνση r. Επίσης, τα σημεία όπου εμφανίζεται ένα τοπικό ελάχιστο το οποίο διαδίδεται προς τα δεξιά υποδεικνύουν την διαχωριστική επιφάνεια ασυνέχειας η οποία διαδίδεται ακριβώς πίσω από το κρουστικό κύμα, το οποίο προκαλεί με τη σειρά του ένα τοπικό μέγιστο κάθε χρονική στιγμή αυξάνοντας την πυκνότητα στην περιοχή που διαδίδεται. Επίσης μπορούμε να δούμε στη **2α**, δεξιά να διαδίδονται πιο γρήγορα από ότι το ΜΥΔ κύμα συμπίεσης, γρήγορα κύματα Alfven των οποίων η ταχύτητα υπολογίζεται από την σχέση $\upsilon_A = \frac{B}{\sqrt{\mu_0 \rho}}$ -όπου ρ είναι η πυκνότητα πλάσματος- και είναι της τάξης των 10^6m/sec. Η ταχύτητα των κυμάτων αυτών είναι ανάλογη του μαγνητικού πεδίου B για αυτό στην περίπτωση που το B=0Tesla το σκαλοπάτι αυτό είναι αρκετά εμφανές ενώ όσο πλησιάζουμε τα 100Tesla ελαττώνεται διότι διαδίδονται πιο γρήγορα. Μέσα σε χρόνο περίπου 0.65ns το πλάσμα έχει εκτονωθεί σε ακτίνα 2mm έχοντας ελαττώσει την πυκνότητα του κατά μιάμιση τάξη μεγέθους στην αριστερή περιοχή.

Αντίστοιχα η θερμοκρασία του ελαττώνεται όπως φαίνεται μέχρι τα 10keV εξαιτίας της διάδοσης του κύματος εκτόνωσης ενώ αυξάνεται λίγο μέχρι τα 55 με 60keV εξαιτίας της διάδοσης του κρουστικού κύματος. Κατά μέσο όρο η θερμοκρασία διατηρείται γύρω στα 45keV. Η ταχύτητα V_r στο **2β** είναι της τάξης των 10^6 m/sec και αυξάνεται αρχικά, με ελαττούμενο ρυθμό, ελαττώνεται όμως όλο και πιο απότομα από δεξιά. Η συμπεριφορά της ταχύτητας είναι αυτή που περιμένουμε, διότι εκτός από την υδροδυναμική εκτόνωση που μειώνει την βαθμίδα της πίεσης ΔP με την πάροδο του χρόνου και κατ'επέκταση και την ταχύτητα εκτόνωσης, υπάρχει και η μαγνητική πίεση του πεδίου που προκαλεί αυτή την απότομη μείωση με συνέπεια την παγίδευση του πλάσματος μετά από κάποιο χρόνο. Η σύγκριση της ταχύτητας του **2β** με την γραφική παράσταση της στο **1ι** δείχνει πολύ χαρακτηριστικά το πώς η ύπαρξη του μαγνητικού πεδίου την επηρεάζει σε σχέση με την περίπτωση του μηδενικού μαγνητικού πεδίου όπου αυτή ελαττώνεται πιο ομαλά.

Μέχρι το πρώτο nsec το πλάσμα έχει εκτονωθεί σε περιοχή ακτίνας μεγαλύτερης από τα 2mm όπως βλέπουμε στο **2γ**, γρήγορα όμως η μαγνητική πίεση αυξάνεται σε τέτοιο βαθμό που κάπου στα 1.29ns παρατηρούμε το πλάσμα να έχει ήδη ανακλαστεί προς τα πίσω όπου η μαγνητική πίεση είναι μικρότερη.(πράσινη καμπύλη του **2δ**) Για μεγαλύτερο χρόνο μέχρι τα 2ns το πλάσμα συγκρατείται αποτελεσματικά κάνοντας αυτή την παλινδρομική κίνηση μπρος-πίσω, διατηρώντας όπως φαίνεται την πυκνότητα κατά μέσο όρο σε υψηλά επίπεδα της τάξεως των $8*10^{24}$ m^{-3} συντηρώντας έτσι τις πυρηνικές αντιδράσεις σύντηξης που συμβαίνουν σε αυτό. Χαρακτηριστικό σε αυτή την περίπτωση που έχουμε διπλασιάσει την ακτίνα του πλάσματος(500μm) είναι ότι η εκτόνωση καθυστερεί πιο πολύ από ότι στην περίπτωση του 4Α αφού όπως είναι εμφανές στο **2ε** η πυκνότητα παραμένει κοντά στα 10^{25} m^{-3} σαν μέση τιμή μετά από 2.5ns με προοπτική να διατηρηθεί σε αυτά τα επίπεδα και για μεγαλύτερο χρόνο. Συγκρίνοντας με την περίπτωση του 4Α μπορούμε να δούμε ότι σε χρόνο 2ns η πυκνότητα έχει ήδη ελαττωθεί παντού κατά μιάμιση τάξη μεγέθους σταματώντας την παραγωγή των νετρονίων.

Το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι αυξάνοντας την ακτίνα-άρα και τον όγκο- του πλάσματος συμβάλουμε στην αύξηση της παραγωγής των νετρονίων κατά μερικές τάξεις μεγέθους, όχι μόνο λόγω του μεγαλύτερου όγκου αλληλεπίδρασης αλλά και εξαιτίας του μεγαλύτερου χρόνου που διαρκεί η εκτόνωση μέχρι τη στιγμή που η πυκνότητα και η θερμοκρασία προσεγγίσουν τις οριακές τιμές τους για την παραγωγή νετρονίων.

Ακριβέστερα, έχοντας εστιάσει σε περιοχή διπλάσιας ακτίνας 500μm η παραγωγή νετρονίων έχει αυξηθεί 3 τάξεις μεγέθους σε σχέση με πριν στον ίδιο χρόνο εξέλιξης το οποίο είναι πολύ σημαντικό για την χρήση της εφαρμογής σαν παλμική πηγή νετρονίων. Μια πιο λεπτομερής μελέτη για την παραγωγή των νετρονίων γίνεται στη παράγραφο 4.4.

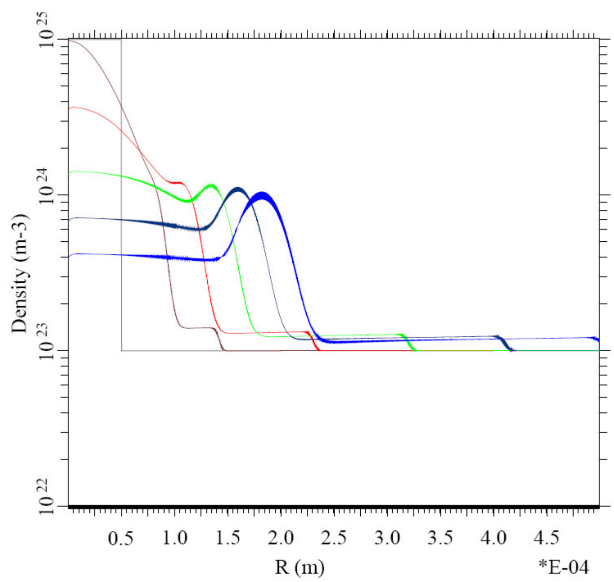
Τέλος, η ταχύτητα αξονικής εκτόνωσης είναι όπως φαίνεται στο **2γ** της τάξης των 10^5 m/s και διατηρείται σχετικά υψηλή όσο η βαθμίδα ΔP στην z διεύθυνση είναι μεγάλη ενώ σε περιοχές που η πυκνότητα –άρα και η πίεση- ελαττώνεται, πέφτει αντίστοιχα και η V_z όπως το περιμέναμε.

4.2.1 Σύγκριση για διάφορες ακτίνες αρχικού όγκου πλάσματος

Στην παράγραφο αυτή γίνεται μια διερεύνηση-σύγκριση αποτελεσμάτων του υπολογιστικού κώδικα για συγκεκριμένες περιπτώσεις, με σκοπό να διαπιστωθεί και γραφικά το τι συμβαίνει, όταν για τις ίδιες αρχικές συνθήκες πυκνότητας Ro και έντασης μαγνητικού πεδίου B στον ίδιο χρόνο, αλλάζουν οι διαστάσεις του πλάσματος υψηλής πυκνότητας, στην αριστερή περιοχή. Όταν μεταβάλλεται δηλαδή η εστιακή διάμετρος του laser αν θέλουμε να μιλήσουμε σε αντιστοιχία με το πείραμα.

(I) *Η ακτίνα επιλέχθηκε 50μm και 100μm.* για ένταση B=100T και αρχική *πυκνότητα πλάσματος αριστερά Rol=10^{25} ions/m^{-3} και δεξιά Ror=10^{23} ions/m^{-3}.*

3α.



time=1.233E-11 sec

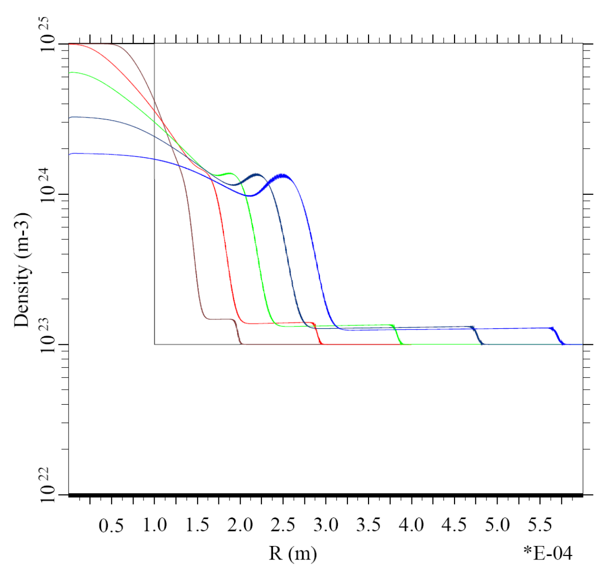
time=2.481E-11 sec

time=3.780E-11 sec

time=5.117E-11 sec

time=6.486E-11 sec

3β.

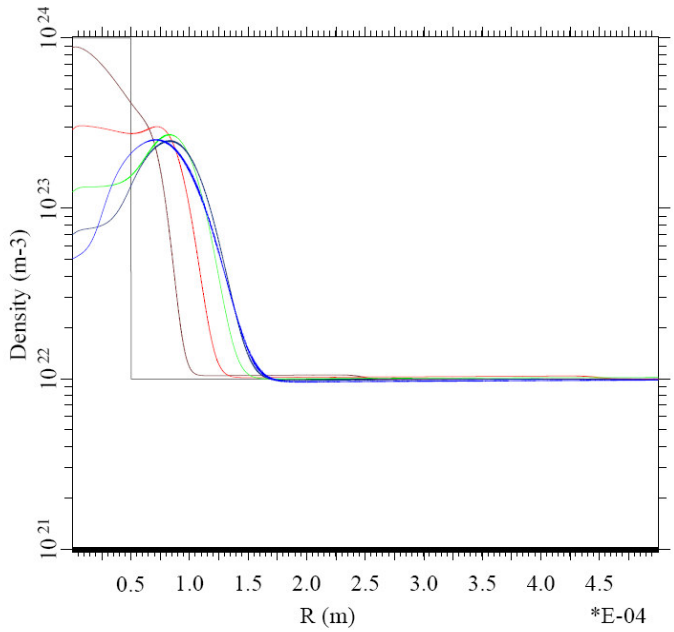


Όπως είναι εμφανές στην **3α**, για την περίπτωση των 50μm η πυκνότητα 'πέφτει' αριστερά σχεδόν μιάμιση τάξη μεγέθους μέσα σε χρόνο t~65picosec έχοντας λίγο αυξηθεί τοπικά λόγω της διάδοσης του κρουστικού κύματος προς τα δεξιά. Όταν όμως 'εστιάσουμε' σε ευρύτερη περιοχή ακτίνας 100μm, η πυκνότητα 'πέφτει' μόλις λίγο περισσότερο από μισή τάξη μεγέθους στον ίδιο χρόνο! Η διαφορά αυτή στον όγκο που καταλαμβάνει το πλάσμα αντιστοιχεί σε περίπου 10^2 φορές μεγαλύτερη παραγωγή νετρονίων σε αυτό το χρόνο. Γενικά, καθώς 'εστιάζουμε' σε περιοχές μεγαλύτερης ακτίνας r βλέπουμε ότι το πλάσμα εκτονώνεται όλο και πιο αργά δηλαδή η πυκνότητά του διατηρείται υψηλή για μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα. Αυτό είναι αρκετά αναμενόμενο αφού μικρότερη εστίαση ισοδυναμεί με μεγαλύτερη περιοχή ιονισμένων σωματιδίων(πλάσματος), την στιγμή που η ένταση του παλμού είναι περίπου η ίδια, της τάξης των 10^{17} W/cm^2. Αλλάζει απλώς η χωρική και χρονική του κατανομή με αποτέλεσμα οι ταχύτητες των ιόντων, στην περιοχή ιονισμού, να είναι λίγο μικρότερες.

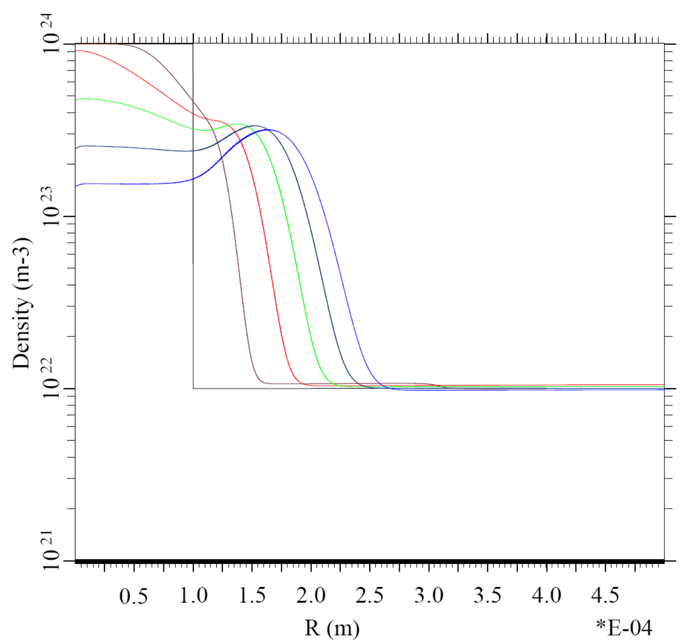
Η ένταση του laser της τάξης των 10^{17} W/cm^2 , όπως έχει μετρηθεί και πειραματικά[16], δίνει ιόντα αρχικών κινητικών ενεργειών 45-50eV. Το βασικό λοιπόν συμπέρασμα είναι κατά πρώτον ότι δεν είναι απαραίτητο να πηγαίνουμε σε υψηλότερες εντάσεις laser, δηλαδή σε πιο βραχύχρονους παλμούς, για να επιτευχθούν υψηλότερες κινητικές ενέργειες ή θερμοκρασίες διότι η αντίδραση D-D έχει μεγάλη ενεργό διατομή στα 50keV. Κατά δεύτερον, αυξάνοντας τον όγκο αλληλεπίδρασης είναι εφικτό να έχουμε μεγαλύτερους χρόνους συγκράτησης των ιόντων -άρα και μεγαλύτερο αριθμό πυρηνικών αντιδράσεων σύντηξης στον ίδιο χρόνο.

(II) *Η ακτίνα πάρθηκε 50μm και 100μm.* για ένταση Β=100Τ και αρχικές πυκνότητες *Rol=10^{24} ions/m^{-3} και δεξιά Ror=10^{22} ions/m^{-3}.*

3γ



3δ



Βλέπουμε και πάλι ότι και σε αυτή την περίπτωση αυξάνοντας την ακτίνα του πλάσματος από 50μm σε 100μm η πυκνότητα του ελαττώνεται με πιο αργό ρυθμό.

Όπως μπορούμε επίσης να παρατηρήσουμε στα παραπάνω διαγράμματα το-κατά μία τάξη μεγέθους χαμηλότερης αρχικής πυκνότητας- πλάσμα περιορίζεται ακτινικά ευκολότερα από ότι πριν, με ίδιας έντασης πεδίο και στον ίδιο χρόνο μελέτης πράγμα που το περιμένουμε αφού μικρότερη πυκνότητα συνεπάγεται και μικρότερη σωματιδιακή πίεση που πρέπει να υπερνικηθεί.
Οι καμπύλες που αντιστοιχούν στις διάφορες χρονικές στιγμές ολοένα και πλησιάζουν μεταξύ τους από δεξιά πράγμα που σηματοδοτεί την έναρξη της παγίδευσης(trapping) που οφείλεται στο πεδίο των 100T που συγκρατεί το πλάσμα από το να διαφύγει σε μεγαλύτερη απόσταση r. Στο **3γ** το πλάσμα έχει ήδη ανακλαστεί από το μαγνητικό πεδίο και αρχίσει να εκτονώνεται προς τα πίσω αφού όπως φαίνεται η γαλάζια καμπύλη(65ps) βρίσκεται λίγο πιο αριστερά από την πράσινη και τη μπλε οι οποίες αντιστοιχούν σε μικρότερες χρονικές στιγμές(38ps και 52ps). Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η στιγμή παγίδευσης(trapping time) είναι τα 52ps αφού η μπλε και η γαλάζια σχεδόν συμπίπτουν και το σημείο παγίδευσης είναι στο r=0,13mm περίπου. Συμπερασματικά, σε σχέση με το 4Α και το 4Β, οι χαρακτηριστικοί χρόνοι του προβλήματος που μελετάμε στο 4.2.1 διαφοροποιούνται αισθητά. Συγκρίνοντας την 3γ και την 3δ με τις 1β, 1γ και 1θ του μέρους 4Α, όπου έχουμε ίδια ένταση μαγνητικού πεδίου B=100T και πλάσμα ίδιας αρχικής πυκνότητας συμπεραίνουμε ότι η στιγμή της παγίδευσης (trapping time) για το πλάσμα ακτίνας 50μm είναι τα 65psec ενώ για το πλάσμα ακτίνας 250μm είναι τα 0.3nsec. Αν προβούμε σε σύγκριση και με τη-μεγαλύτερης κλίμακας- περίπτωση 4Β όπου η ακτίνα του πλάσματος είναι τα 500μm τότε βλέπουμε ότι ο χρόνος αυτός είναι ακόμα μεγαλύτερος της τάξης του 1.3nsec περίπου. Το συμπέρασμα αυτό είναι αναμενόμενο αφού στις περιπτώσεις που έχουμε μεγαλύτερο όγκο πλάσματος αυτό θα εκτονώνεται σε μεγαλύτερη απόσταση προτού περιοριστεί από το πεδίο. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα την μεγαλύτερη χρονική διάρκεια της εκτόνωσης με αποτέλεσμα την αύξηση της παραγωγής

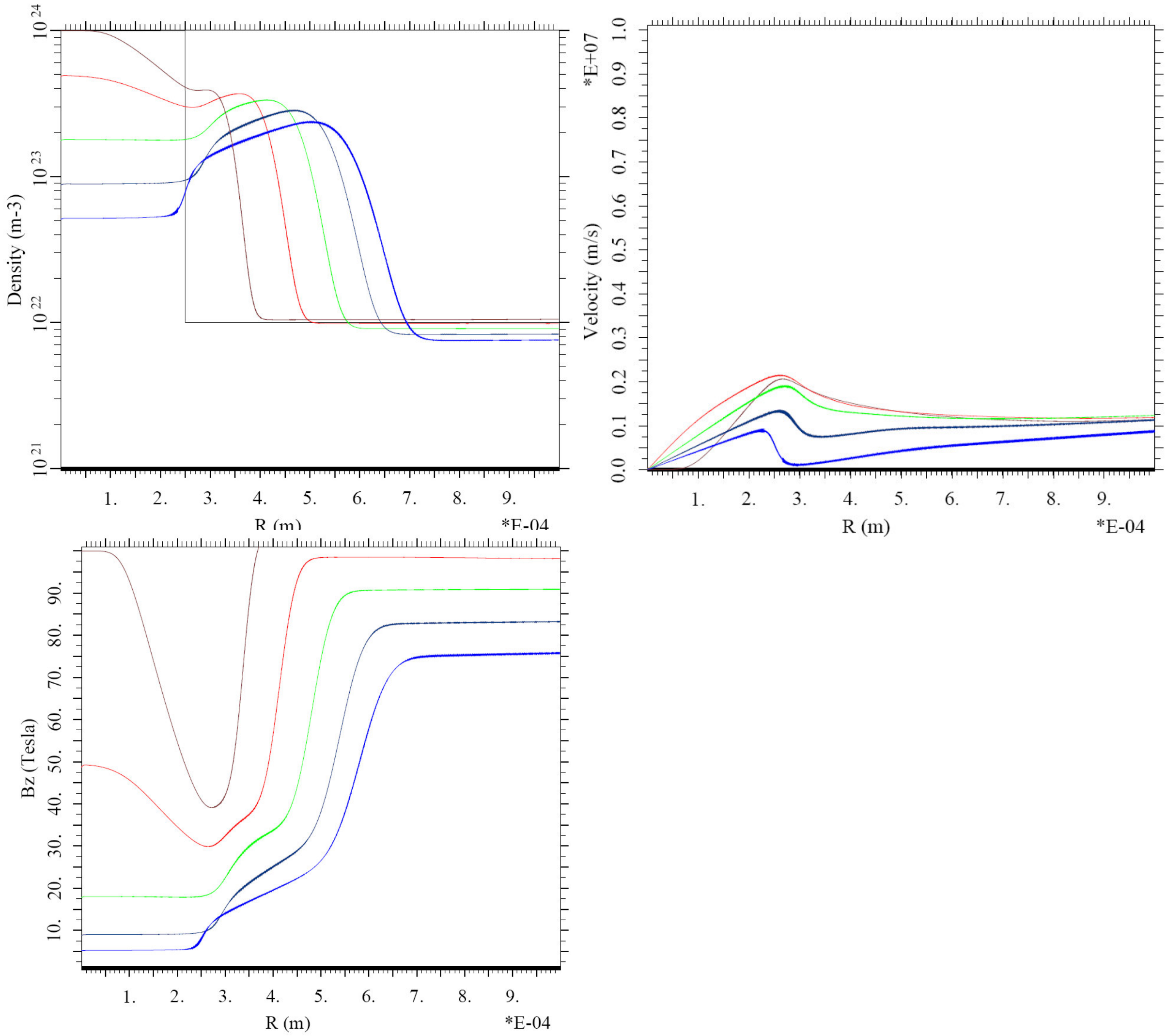
νετρονίων. Η ακτίνα του πλάσματος λοιπόν σε συνδυασμό με την πυκνότητά του και την ένταση του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου αποτελούν ένα σετ παραγόντων βάσει των οποίων είναι δυνατό να μεταβάλουμε τον αριθμό νετρονίων ανά μονάδα χρόνου ανά παλμό laser. Το συμπέρασμα αυτό είναι πολύ σημαντικό για εφαρμογές που σχετίζονται με πηγές παραγωγής νετρονίων αφού διαφαίνεται η δυνατότητα ανάπτυξης νετρονικών πηγών ελεγχόμενης-μεταβλητής ροής (flux) νετρονίων ανά μονάδα χρόνου. Η δυνατότητα μεταβολής του αριθμού των παραγόμενων νετρονίων ανά δευτερόλεπτο αλλάζοντας κατά κύριο λόγο γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πλάσματος είναι πολύ σημαντική αφού καθιστά ενδιαφέρουσα την πηγή για μελέτες δυναμικής αλληλεπίδρασης με την ύλη ή τα στερεά. Στην παράγραφο 4.4 γίνεται εκτενέστερη αναφορά σε αυτή τη δυνατότητα μέσα από αριθμητικά αποτελέσματα.

4.3 Αποτελέσματα 1+1/2-D resistive

Σε αυτό το μέρος της εργασίας παρουσιάζονται τα αριθμητικά αποτελέσματα που προέκυψαν από τον 1+1/2-D υπολογιστικό κώδικα που αναπτύχθηκε για το σκοπό αυτό **για πλάσμα με ειδική αντίσταση η.**

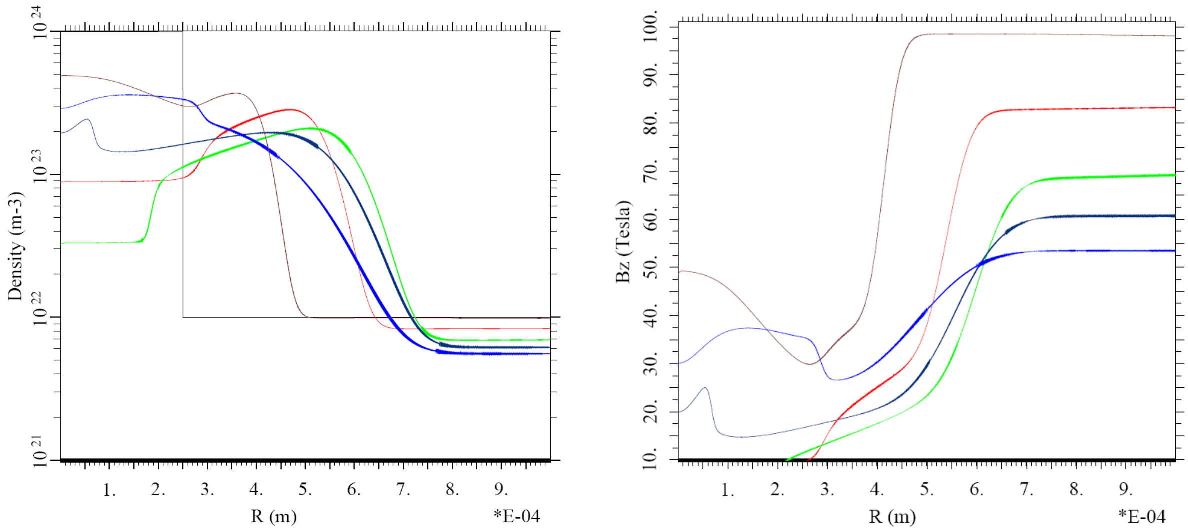
Ακτίνα(μm)	η(Ωm)	Πυκνότητα(ions/m^3)	
250μm	$5.5*10^{11}$	Rol = 10^{24}	Ror = 10^{22}

4α



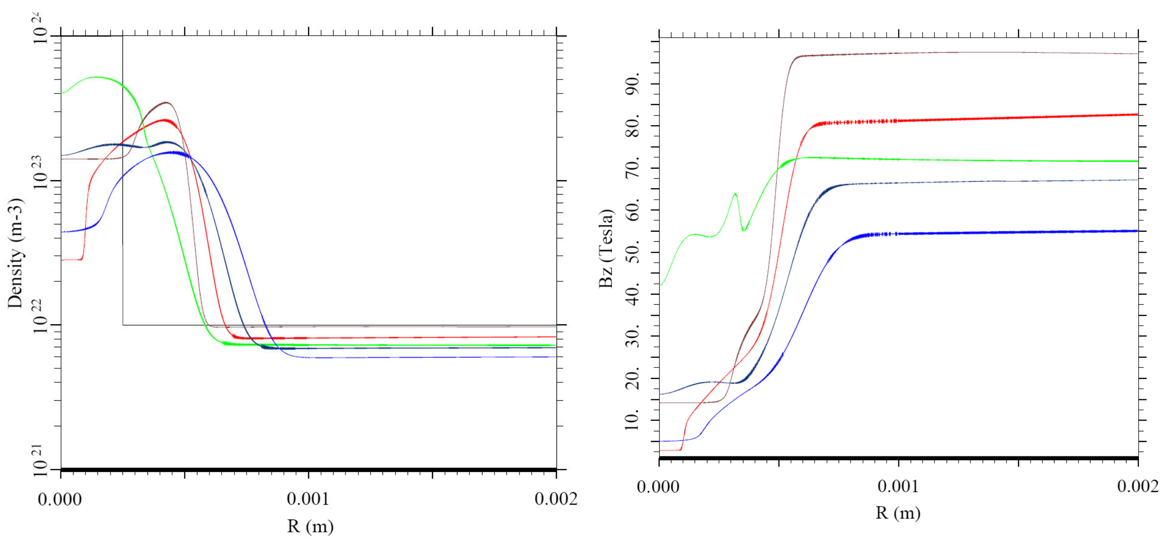
Time(sec): 47.1E-12 96.1E-12 1.46E-10 1.99E-10 2.55E-10

4β



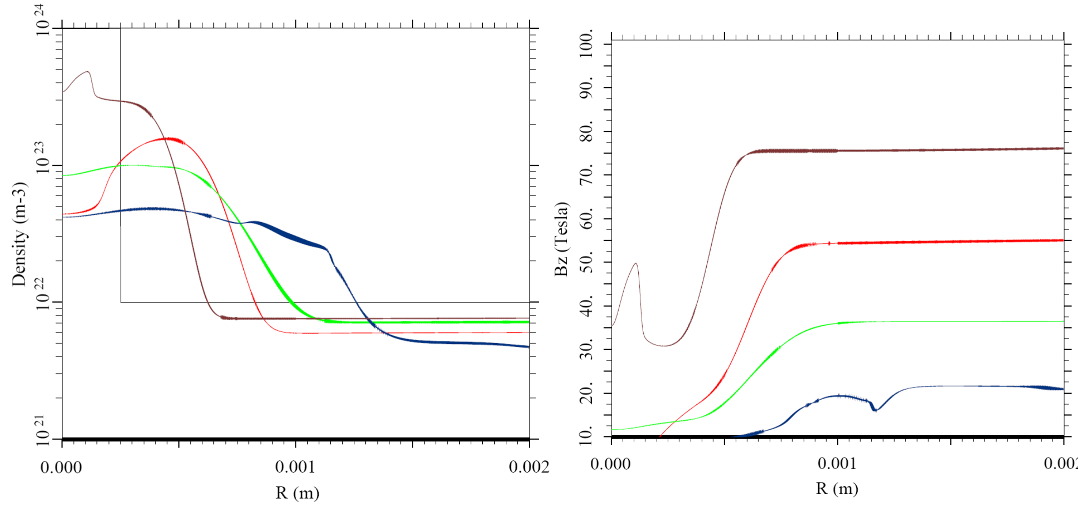
Time(sec): 96.1E-12 1.99E-10 0.32E-09 0.44E-09 0.58E-09

4γ



Time(sec): 1.62E-10 0.34E-09 0.53E-09 0.73E-09 0.94E-09

4δ



Time(sec): 0.43E-09 0.94E-09 1.62E-09 2.71E-09

Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται αποτελέσματα που προέκυψαν από τον 1+1/2-Δ κώδικα με τη χρήση μη-ιδανικής ΜΥΔ. Το πλάσμα στη περίπτωση αυτή αντιμετωπίζεται πιο ρεαλιστικά θεωρώντας ότι η αγωγιμότητά του δεν είναι άπειρη(όπως στην ιδανική περίπτωση του κεφ. 4.2)πράγμα το οποίο συνεπάγεται ότι θα έχει μια πεπερασμένη τιμή ειδικής αντίστασης. Η αριστερή στήλη, όπως και προηγουμένως, αναπαριστά την πυκνότητα του πλάσματος για διάφορες χρονικές στιγμές καθώς αυτό εξελίσσεται. Στη δεξιά στήλη απεικονίζονται διάφορες άλλες φυσικές παράμετροι του πλάσματος όπως η ταχύτητα ακτινικής εκτόνωσης V_r , αλλά κυρίως το μαγνητικό πεδίο διότι μέσα από την παρατήρηση της πυκνότητας σε σχέση με το μαγνητικό πεδίο μπορούν να προκύψουν κάποια συμπεράσματα στην περίπτωση αυτή. Για μικρούς χρόνους μέχρι και 100ps δεν παρατηρείται κάποια αξιοσημείωτη διαφορά σε σχέση με τα αποτελέσματα της Ιδανικής ΜΥΔ για την πυκνότητα και το μαγνητικό πεδίο συγκρίνοντας τις **4α** και **1β**. Αυτό δεν μας εκπλήσσει αφού περιμένουμε ότι η διάχυση του μαγνητικού πεδίου γίνεται αισθητά σημαντική για χρόνους της τάξης των 20-50 nsec όπως μπορεί προσεγγιστικά να υπολογιστεί βάσει της $\tau = \mu_0 L^2 / \eta$ η οποία μας δίνει μια εκτίμηση της χρονικής κλίμακας της διάχυσης του μαγνητικού πεδίου. Το πλάσμα σε αυτές τις θερμοκρασίες τάξης keV έχει πολύ μικρή αντίστασή, της τάξης των 10^{-11} Ωm όπως αυτή υπολογίζεται για τη συγκεκριμένη περίπτωση πλήρως ιονισμένου πλάσματος(ενδεικτικά τυπικές τιμές ειδικής αντίστασης για μέταλλα όπως το ατσάλι είναι 10^{-7} -10^{-8} Ωm) οπότε η παράμετρος τ θα είναι πολύ μεγάλη. Ωστόσο για μεγαλύτερους χρόνους αρχίζουν να φαίνονται κάποιες μικρές διαφορές στη κατανομή του μαγνητικού πεδίου για την περίπτωση με και χωρίς η.

Συγκρίνοντας την γραφική παράσταση **4α** με την **1β** για την ίδια χρονική στιγμή, παρατηρούμε ότι στα περίπου 0.2ns το μαγνητικό πεδίο δεξιά είναι της τάξης των 90Tesla για το ιδανικό πλάσμα ενώ για το πλάσμα με αντίσταση των 82.5Tesla. Επίσης, συγκρίνοντας την **1ε** με την **4γ** μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι σε χρόνο περίπου 1ns το μαγνητικό πεδίο έχει στη δεξιά περιοχή την τιμή των 52.5Tesla για ιδανικό πλάσμα ενώ για πλάσμα με ειδική αντίσταση αυτή τη φορά έχει στην ίδια περιοχή την τιμή των

55Tesla. Στην πρώτη περίπτωση των 0.2ns το πλάσμα εκτονώνεται προς τα δεξιά όλο και πιο αργά χωρίς να έχει ακόμη περιοριστεί από το μαγνητικό πεδίο. Η διαφορά στο μαγνητικό πεδίο για το πλάσμα με ειδική αντίσταση οφείλεται στο γεγονός ότι το πλάσμα με αντίσταση παρασύρει προς τα δεξιά λιγότερες μαγνητικές γραμμές από ότι το ιδανικό πλάσμα, εξαιτίας της διάχυσης των μαγνητικών γραμμών μέσα από αυτό. Αυτό λοιπόν που περιμέναμε να δούμε είναι ακριβώς αυτή η χαμηλότερη ένταση του πεδίου στη δεξιά περιοχή. Στη περίπτωση του 1ns το πλάσμα έχει ήδη ανακλαστεί μια φορά προς τα αριστερά από το μαγνητικό πεδίο και κινείται και πάλι προς τα δεξιά. Κατά την κίνησή του αυτή το πλάσμα δεν συμπεριφέρεται σαν τέλειος αγωγός οπότε επιτρέπει σε μέρος των μαγνητικών γραμμών να το διαπερνούν, φαινόμενο το οποίο εντείνεται σε μεγαλύτερους χρόνους της τάξης των δεκάδων nsec. Η διαφορά που είναι και εδώ μικρή αλλά εμφανής υποδηλώνει ότι η διάχυση αρχίζει να εγείρεται χωρίς ωστόσο να έχει κυρίαρχο ρόλο σε τόσο μικρούς χρόνους.

Όπως λοιπόν περιμέναμε να δούμε η κατανομή των μαγνητικών γραμμών διαφέρει στις περιπτώσεις ιδανικού και μη ιδανικού πλάσματος λόγω της αντίστασης η που για μεγάλες τιμές καθιστά το πλάσμα διαπερατό σε αυτές με συνέπεια την λιγότερο αποτελεσματική συγκράτησή του. Η λιγότερο αποτελεσματική συγκράτησή του γίνεται αισθητή παρατηρώντας τις γραφικές παραστάσεις **4δ** και **1στ** όπου σε χρόνο 1.62ns η πυκνότητα βρίσκεται σχεδόν κάτω από τα 10^{23} m^{-3} για το πλάσμα ειδικής αντίστασης η, ενώ για το ιδανικό πλάσμα σε χρόνο 1.74ns-1.87ns η πυκνότητα είναι μεγαλύτερη από 10^{23} m^{-3} .

Ωστόσο για χρόνο από 1ns και πάνω αρχίζει να μην έχει νόημα η σύγκριση για την ίδια χρονική στιγμή αφού καθώς η διάχυση του μαγνητικού πεδίου γίνεται πιο έντονη το πλάσμα ξεκινά να μην είναι 'σε φάση' με το μαγνητικό πεδίο. Αυτό σημαίνει ότι για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα, ενώ το ιδανικό πλάσμα μπορεί να έχει 'ανακλαστεί' και να επιστρέφει πάλι προς τα δεξιά, το μη ιδανικό θα καθυστερεί περισσότερο να κάνει την ίδια διαδικασία στην κίνηση συμπίεσης σε σχέση με την περίπτωση που δεν έχουμε διάχυση. Αυτό οφείλεται και πάλι στις μαγνητικές γραμμές που διαχέονται μέσα από το πλάσμα και δεν παρασύρονται από αυτό με αποτέλεσμα η αριστερή περιοχή να έχει μεγαλύτερη μαγνητική πίεση απ'ότι πριν(ιδανικό πλάσμα) κατά την πρώτη παλινδρόμηση. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η αυξημένη μαγνητική πίεση στα αριστερά να καθυστερεί την παλινδρόμησή του πλάσματος προς τα πίσω διότι αυτό συναντά μια σχετικά μεγαλύτερη μαγνητική πίεση στη περίπτωση αυτή. Η υστέρηση λοιπόν αυτή που γίνεται αντιληπτή αποτελεί μια ακόμα συνέπεια της διάχυσης του μαγνητικού πεδίου σε αυτούς τους χρόνους. Αυτό το φαινόμενο συμβαίνει αρκετές φορές έως ότου η διάχυση του πεδίου γίνει τόσο μεγάλη που το πλάσμα δεν μπορεί να συγκρατηθεί άλλο και χάνεται τελείως. Ωστόσο για τη συγκεκριμένη διάταξη και τις συνθήκες που μελετάμε το πλάσμα χάνεται σε μερικές δεκάδες ns ούτως η άλλως λόγω της σωματιδιακής διάχυσης και της εκτόνωσης στη z κατεύθυνση, οπότε λαμβάνοντας υπόψη και τη διάχυση του μαγνητικού πεδίου μπορούμε να πούμε ότι η συγκράτηση δεν μπορεί να ξεπεράσει τους χρόνους αυτούς. Ωστόσο όμως σε αυτούς τους χρόνους είναι δυνατό να έχουμε ικανοποιητική παραγωγή νετρονίων προοπτική που διερευνάται αμέσως παρακάτω.

4.4 Υπολογισμός νετρονίων

Ο αριθμητικός υπολογισμός των παραγόμενων νετρονίων γίνεται με βάση τον τύπο $\boxed{N = n^2 < \sigma u > V \cdot dt}$

όπου n η σωματιδιακή πυκνότητα των ιόντων, V ο όγκος αλληλεπίδρασης κάθε χρονική στιγμή και <συ> την ενεργό διατομή για χρόνο dt. Στην αριθμητική προσομοίωση ο όγκος $V = 2\pi r \cdot dr \cdot l$ αλλάζει κάθε χρονική στιγμή αφού το μήκος l=dz του filament αλλάζει με βάση τις εξισώσεις που αναλύθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο.

B(Tesla)	Ακτίνα(μm)	Πυκνότητα(ions/m^3)	
100	250μm	Rol = 10^{24}	Ror = 10^{22}

Χρόνος(sec)	B=100T
0.2418E-09	0.8332E+06
0.4839E-09	0.1294E+07
0.8941E-09	0.2081E+07
1.510E-09	0.2796E+07
2.143E-09	0.3239E+07
3.001E-09	0.3754E+07
3.739E-09	0.3825E+07
3.952E-09	0.3877E+07

Πίνακας 3

B(Tesla)	Ακτίνα(μm)	Πυκνότητα(ions/m^3)	
150	500μm	Rol = 10^{25}	Ror = 10^{23}

Χρόνος(sec)	B=150T
0.1139E-09	0.2928E+09
0.3675E-09	0.5172E+09
0.5037E-09	0.5752E+09
0.6485E-09	0.6260E+09
1.100E-09	0.7067E+09
1.266E-09	0.7281E+09
2.244E-09	0.7657E+09
2.405E-09	0.7725E+09
2.601E-09	0.8108E+09
2.817E-09	0.8593E+09
3.00E-09	0.8767E+09

Πίνακας 4

Παραπάνω, στους πίνακες 3 και 4 μπορούμε να παρατηρήσουμε την χρονική εξέλιξη της παραγωγής νετρονίων για δύο διαφορετικές περιπτώσεις συνθηκών. Στην πρώτη, η ακτίνα του πλάσματος έχει μια πιο μετριοπαθή τιμή των 250μm ενώ οι αρχικές τιμές της πυκνότητας αριστερά και δεξιά της επιφάνειας ασυνέχειας φαίνονται στον πίνακα Α.

Μπορούμε εδώ να ορίσουμε την ροή νετρονίων (neutron flux) ως τον αριθμό των νετρονίων που παράγονται στη μονάδα του χρόνου για κάθε παλμό του laser που αλληλεπιδρά με το ουδέτερο αέριο προς τον σχηματισμό πλάσματος. Η ροή είναι μία σημαντική παράμετρος σε περιπτώσεις που αυτό που μας ενδιαφέρει είναι το πόσα νετρόνια παράγονται σε συγκεκριμένο χρόνο κι όχι μόνο συνολικά. Τέτοιες περιπτώσεις αφορούν στη μελέτη της αντοχής υλικών ή της αλληλεπίδρασης με το πλέγμα των στερεών γι αυτό και έχει μεγάλη σημασία η δυνατότητα μεταβολής της διάρκειας του παλμού των νετρονίων και της ροής τους.

Μέχρι τα πρώτα 0.8 ns υπάρχει ραγδαία αύξηση της παραγωγής η οποία είναι σχεδόν γραμμική και φτάνει τα $0.20*10^7$ νετρόνια. Η ροή των νετρονίων αντίστοιχα είναι $2.5*10^{15}$ νετρόνια/sec. Από το πρώτο ns και μετά η παραγωγή σταθεροποιείται (δεν αυξάνει σημαντικά) αφού-όπως φαίνεται κι από το διάγραμμα **1ε** γι' αυτή τη χρονική στιγμή- η πυκνότητα μόλις που ξεπερνά τα 10^{23} ιόντα/m^{-3}. Από το 2^o ns μέχρι το 3^o ns η παραγωγή έχει αυξηθεί πολύ λίγο(~15%) για ένα ολόκληρο ns ενώ ήδη η πυκνότητα βρίσκεται στην οριακή τιμή παραγωγής νετρονίων η οποία είναι περίπου τα $5*10^{22}$ ιόντα/m^{-3} . Από τα 3ns και μετά η παραγωγή νετρονίων αυξάνει κατά 2% μέχρι τα 4 ns όπου σταθεροποιείται κάπου στα $0.38*10^7$ με ροή νετρονίων ίση με 10^{15} νετρόνια/sec. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι -σύμφωνα με αποτελέσματα του κώδικα- για την περίπτωση που το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο είναι B=0 για τις ίδιες συνθήκες η παραγωγή των νετρονίων σταματάει στο πρώτο 0.5ns με ροή νετρονίων τάξεως των 10^{13} νετρόνια/sec.

Στη δεύτερη περίπτωση που μελετήθηκε η ακτίνα του πλάσματος έχει την τιμή των 500μm ενώ οι αρχικές τιμές της πυκνότητας αριστερά και δεξιά της επιφάνειας ασυνέχειας είναι Rol = 10^{25} ιόντα/m^3 και Ror = 10^{23}ιόντα/m^3 . Από τα πρώτα ps μέχρι τα 0,1ns η παράγωγή έχει αυξηθεί πάνω από 3 φορές έχοντας αγγίξει τα $3*10^8$ νετρόνια με ροή νετρονίων ίση με $3*10^{18}$ νετρόνια/sec. Σε χρόνο 0.5ns με 0,7ns το πλάσμα έχει εκτονωθεί σε απόσταση περίπου 2mm με αποτέλεσμα η πυκνότητά του να έχει ελαττωθεί κατά μια τάξη μεγέθους(όπως φαίνεται στα 4.2B) ενώ η θερμοκρασία του παραμένει κατά μέσο όρο της τάξης των 45keV. Παρότι έχει ελαττωθεί ο ρυθμός παραγωγής σε σχέση με τους αρχικούς χρόνους εξακολουθούν να παράγονται νετρόνια της τάξης των $6.3*10^8$. Ωστόσο, περίπου στο 1ns το πλάσμα 'παγιδεύεται' από το μαγνητικό πεδίο και κάπου στα 1.29ns ξεκινά μια παλινδρόμηση προς τα πίσω που οφείλεται στην διαφορά που υπάρχει στην μαγνητική πίεση στις 2 περιοχές. Μέχρι τα 2.2ns ο αριθμός των παραγόμενων νετρονίων αυξάνεται μέχρι τα $7.65*10^8$ με αντίστοιχη ροή νετρονίων $3.5*10^{17}$ νετρόνια/sec ενώ από τα 2.4ns μέχρι και τα 3ns ο συνολικός αριθμός των νετρονίων έχει φτάσει τα $8.76*10^8$ με δυναμική να αυξηθεί παραπάνω και ροή που δεν ξεπερνά τα $3*10^{17}$ νετρόνια/sec. Το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι καθώς το πλάσμα περιορίζεται μαγνητικά και παλινδρομεί αριστερά-δεξιά παράγει νετρόνια εφόσον η πυκνότητά και η θερμοκρασία του δεν πέφτει κάτω από την οριακή τιμή παραγωγής των $5*10^{22}$ ιόντα/m^3 με 10^{23} ιόντα/m^3 και 5keV αντίστοιχα. Σε βάθος χρόνου αρκετών δεκάδων ns γι αυτές τις συνθήκες , το πλάσμα έχει διαφύγει συντελώντας στην πτώση της πυκνότητας και της θερμοκρασίας του και σταματώντας τις πυρηνικές αντιδράσεις σύντηξης.

Όπως μπορούμε επίσης να συμπεράνουμε η ροή των παραγόμενων νετρονίων μπορεί να διαφέρει μέχρι και τρεις τάξεις μεγέθους για ένα παλμό του laser για τις δύο περιπτώσεις τυπικών συνθηκών που παραθέτουμε στο κεφάλαιο αυτό. Για ακόμα πιο μετριοπαθείς τιμές διαστάσεων πλάσματος, έντασης μαγνητικού πεδίου και αρχικής πυκνότητας προκύπτουν ακόμα μικρότερες ροές νετρονίων καθιστώντας εφικτή την επιλογή του μεγέθους της νετρονικής ροής. Πιο συγκεκριμένα, για B=50T, Rol=10^{23} m^{-3} και ακτίνα r_1 =50μm υπολογίζεται μια ροή τάξης 10^{13} νετρόνια/sec για χρόνο 50psec-0.1nsec όπου φτάνει την οριακή της τιμή η συνολική παραγωγή. Κλείνοντας λοιπόν βλέπουμε ότι μπορούμε να μεταβάλουμε τη χρονική διάρκεια του παλμού των νετρονίων από 50ps - 70 ps σε 5ns - 10ns με ροές της τάξης των 10^{13} νετρόνια/sec ως και 10^{18} νετρόνια/sec αντίστοιχα, ανά παλμό laser. Τα αποτελέσματα αυτά καθιστούν ενδιαφέρουσα την εφαρμογή της πηγής στη μελέτη της αλληλεπίδρασης των νετρονίων με την ύλη παρέχοντας το πλεονέκτημα της εύκολης μεταβολής των χαρακτηριστικών του παλμού.

4.5 Γενικά Συμπεράσματα

Η εργασία έγινε με σκοπό να μελετηθεί η χρονική εξέλιξη των φυσικών και γεωμετρικών παραμέτρων του πλάσματος-σε διάταξη ανοιχτών μαγνητικών γραμμών η οποία παρουσιάστηκε στο πρώτο μέρος της παρούσας εργασίας-καθώς και να διαπιστωθεί αριθμητικά ο μαγνητικός περιορισμός του. Επίσης, στόχο μας αποτέλεσε το να διαφανεί ποιο είναι το φυσικό περιεχόμενο της Ιδανικής και της μη-Ιδανικής Μαγνητοϋδροδυναμικής μέσα από τη μελέτη αυτή καθώς και η προοπτική της παραγωγής νετρονίων για διάφορες περιπτώσεις τυπικών χαρακτηριστικών πλάσματος, εξετάζοντας παράλληλα την δυνατότητα της ανάπτυξης μιας πηγής νετρονίων μεταβλητής ροής και χρονικής διάρκειας παλμού.

Συμπερασματικά λοιπόν, μέσα από τα αριθμητικά αποτελέσματα που παρατέθηκαν γίνεται φανερό το φυσικό περιεχόμενο της Ιδανικής ΜΥΔ περιγραφής που συνεπάγεται την θωράκιση του πλάσματος από τις μαγνητικές γραμμές-λόγω μηδενικής αντίστασης- με συνέπεια την μεταφορά τους μαζί με αυτό κατά την εκτόνωσή του.

Κατά δεύτερον, συμπεραίνουμε ότι το πλάσμα παγιδεύεται εξαιτίας της εφαρμογής του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου η οποία κρίνεται όχι μόνο απαραίτητη αλλά και αναγκαία για να επιτευχθεί η συγκράτηση για χρόνους κατάλληλους για την αξιοποίηση των παραγόμενων νετρονίων. Η συμβολή του είναι πολύ σημαντική αφού χωρίς αυτό, το πλάσμα χάνεται μετά από ελεύθερη εκτόνωση σε χρόνο 0.5ns. Αντίθετα, όπως προκύπτει, η συγκράτηση του είναι εφικτή μέχρι και για 5-10 nsec, για μαγνητικό πεδίο εντάσεως 100T με 150T, σε υψηλές πυκνότητες και θερμοκρασίες τέτοιες που επιτρέπουν τις αντιδράσεις σύντηξης ενώ για μεγαλύτερους χρόνους το πλάσμα διαφεύγει ακτινικά λόγω σωματιδιακής διάχυσης από κρούσεις και λόγω του όγκου που έχει μεγαλώσει εξαιτίας της διαστολής στην κατεύθυνση z. Όσο λοιπόν το πλάσμα συντηρείται πάνω από τις οριακές τιμές πυκνότητας και θερμοκρασίας υπάρχει παραγωγή νετρονίων.

Τρίτον, όπως προέκυψε από τα αποτελέσματα, αυξάνοντας την ακτίνα του όγκου του πλάσματος είναι δυνατό να αυξηθεί η παραγωγή νετρονίων κατά 2 με 3 τάξεις μεγέθους αφού μεγαλώνει ο χρόνος εκτόνωσης (άρα και συγκράτησης) ενώ η κινητική ενέργεια παραμένει γύρω στα 50 keV, τιμή που αντιστοιχεί σε μεγάλη ενεργό διατομή για την D-D αντίδραση σύντηξης, με αποτέλεσμα να έχουμε μεγαλύτερο αριθμό πυρηνικών αντιδράσεων σύντηξης στον ίδιο χρόνο.

Τέταρτον, όπως διαπιστώθηκε, μεταβάλλοντας την ακτίνα του πλάσματος, την πυκνότητά του και την ένταση του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου είναι δυνατό να μεταβάλουμε τον αριθμό νετρονίων που παράγονται ανά μονάδα χρόνου ανά παλμό laser, πράγμα που μας δίνει τη δυνατότητα να μεταβάλουμε τη χρονική διάρκεια του παλμού των νετρονίων από 50ps - 70 ps σε 5ns - 10ns με ροές νετρονίων της τάξης των 10^{13} νετρόνια/sec ως και 10^{18} νετρόνια/sec αντίστοιχα. Το συμπέρασμα αυτό είναι πολύ σημαντικό γιατί θα μπορούσε να οδηγήσει στην ιδέα της ανάπτυξης μιας νετρονικής πηγής μεταβλητών χαρακτηριστικών του παλμού, για την εφαρμογή στη μελέτη της αλληλεπίδρασης των νετρονίων με την ύλη.

Χρήσιμα συμπεράσματα μπορούν να προκύψουν από θεωρητικούς υπολογισμούς (που έγιναν με τη χρήση του Microsoft Excel) για πλάσμα σύντηξης παρόμοιων διαστάσεων ίδιας τάξης με αυτές του πλάσματος που μελετήθηκε σε αυτή την εργασία. Οι υπολογισμοί αυτοί αφορούν στην παραγόμενη ενέργεια από τις πυρηνικές αντιδράσεις σύντηξης σε σχέση με την ενέργεια του laser που παράγει το πλάσμα. Στην ιδανική περίπτωση αυτοσυντηρούμενου πλάσματος ο λόγος Q της Ενέργειας σύντηξης/Ενέργεια laser είναι ίσος ή μεγαλύτερος της μονάδας. Εδώ παραθέτουμε κάποιες εκτιμήσεις για τις συνθήκες ή τις παραμέτρους που μπορούν να επηρεάσουν θετικά την παραγόμενη ενέργεια από σύντηξη και κατ’επέκταση το λόγο Q.

Για παλμούς laser εντάσεως $2*10^{17}$ W/cm^2 , ενέργειας 40Joule και χρονικής διάρκειας 3fsec και πλάσμα πυκνότητας 10^{19} cm^{-3} και θερμοκρασίας 100keV, εφαρμόζοντας εξωτερικό μαγνητικό πεδίο B=150T, προκύπτει μια στοιχειώδης επιφάνεια ΔS=0.0078cm^2 η οποία αντιστοιχεί σε ακτίνα όγκου πλάσματος 500μm. Για την περίπτωση αυτή η πυκνότητα ενέργειας υπολογίζεται στα $9.9*10^8$ W/cm^2 και η καθαρή ενέργεια από σύντηξη που παίρνουμε είναι περίπου 19.4Joule ανά παλμό για χρόνο συντήρησης πλάσματος περί τα 10μsec. Ο λόγος Q, για παλμούς των 40Joule θα είναι Q=0.48.

Στην περίπτωση που η ακτίνα του πλάσματος είναι η μισή, δηλαδή 250μm, η ενέργεια από σύντηξη θα είναι περίπου 4.85Joule ανά παλμό για τον ίδιο χρόνο συγκράτησης πλάσματος ενώ ο λόγος Q θα είναι Q=0.12. Αντίθετα, για ακτίνα πλάσματος 700μm η ενέργεια από σύντηξη θα είναι 38.1Joule ανά παλμό για τον ίδιο χρόνο συγκράτησης πλάσματος ενώ ο λόγος Q θα είναι Q=0.95, δηλαδή θα τείνει στο 1. Όπως έχουμε συμπερασματικά αναφέρει εστιάζοντας λιγότερο την δέσμη του laser-άρα ‘φωτίζοντας όγκο μεγαλύτερης ακτίνας- για εντάσεις της τάξης των 10^{17} W/cm^2 , οι κινητικές ενέργειες των ιόντων βρίσκονται στη περιοχή των 50keV οπότε αλλάζοντας μόνο την ακτίνα του πλάσματος από 250μm σε 500μm έχουμε μια αύξηση της ενέργειας από σύντηξη ενός παράγοντα 4.

Αυξάνοντας επιπλέον την ακτίνα από 500μm σε 700μm η ενέργεια αυξάνεται ακόμα περισσότερο κατά ένα παράγοντα 2. Θα πρέπει ωστόσο να σημειωθεί ότι δεν έχουν ληφθεί καθόλου υπόψη απώλειες ενέργειας από ακτινοβολία η από οποιοδήποτε άλλο πιθανό τρόπο. Περιοριστήκαμε σε μια χρήσιμη εκτίμηση τάξεων μεγέθους μέσω της οποίας διαπιστώθηκε θεωρητικά ο τρόπος με τον οποίο επηρεάζουν οι διαστάσεις του πλάσματος την απόδοση της ενέργειας.

Πέμπτον, μέσα από τη μελέτη των αποτελεσμάτων για την μη-Ιδανική περίπτωση διαπιστώθηκε ότι παρόλο που σε μικρούς χρόνους μερικών psec δεν παρατηρούνται διαφορές με την Ιδανική, σε χρόνους τάξης 1nsec αρχίζουν να φαίνονται μικρές διαφορές που φανερώνουν την ύπαρξη πεπερασμένης ειδικής αντίστασης του πλάσματος. Παρά το γεγονός λοιπόν, ότι η χρονική κλίμακα εμφάνισης φαινομένων διάχυσης μαγνητικού πεδίου υπολογίζεται ότι είναι γύρω στα 20nsec, διαπιστώνεται ότι και για μικρότερους χρόνους της τάξης των 1-2 nsec εμφανίζονται φαινόμενα που οφείλονται στη διάχυση των μαγνητικών γραμμών μέσα από το πλάσμα. Τα φαινόμενα αυτά είναι αφενός η πιο γρήγορη πτώση της πυκνότητας του πλάσματος από ότι στην ιδανική περίπτωση και αφετέρου μια υστέρηση στη διαδικασία εκτόνωσης και συμπίεσης του πλάσματος λόγω διαφορετικής κατανομής της μαγνητικής πίεσης σε σχέση με πριν.

Με βάση όλα τα παραπάνω συμπεράσματα, για τη διάταξη που μελετήθηκε σε αυτή την εργασία, το πλάσμα που παράγεται μετά την αλληλεπίδραση των παλμών του laser με το ουδέτερο αέριο από cluster, έχει σχετικά μικρό χρόνο ζωής ο οποίος οφείλεται σε όλα τα φυσικά φαινόμενα που αναπτύχθηκαν και κατ'επέκταση στην ίδια την τοπολογία των μαγνητικών γραμμών της διάταξης. Όπως διαπιστώθηκε και αριθμητικά, οι απώλειες του πλάσματος θα είναι σημαντικές μετά από μερικές δεκάδες ns λόγω της σωματιδιακής διάχυσης, της εκτόνωσης στη z κατεύθυνση και της διάχυσης του μαγνητικού πεδίου συνεπώς εκ των πραγμάτων δεν μπορεί μια τέτοια διάταξη να χρησιμοποιηθεί για τη παραγωγή και την αξιοποίηση ενέργειας μέσα από το σχήμα αυτό.

Ωστόσο, όμως όπως διαπιστώσαμε είναι δυνατή η παραγωγή μεγάλου αριθμού νετρονίων αλλά και παλμών νετρονίων χρονικής διάρκειας που ποικίλει από μερικά ps σε μερικά ns, δυνατότητα η οποία θα μπορούσε να έχει σημαντική μελλοντική προοπτική. Σαν μελλοντική συνέχεια-προέκταση της παρούσας εργασίας θα μπορούσε να μελετηθεί ο μαγνητικός 'καθρέφτης' για ανοιχτή τοπολογία μαγνητικών γραμμών (mirror-like magnetic topology) αυξάνοντας τον χρόνο συγκράτησης του πλάσματος μέχρι και τα 100ns.

Αναφορές-Βιβλιογραφία

[1] J. Lindl, Physics of Plasmas 2, 3933(1995)

[2] G. Pretzler et al., Physical Reviews E 58(1) 1165-1168(1998)

[3] P.A. Norreys, 'Results from the TAP experiment' , October 2003, Central laser facility, RAL

[4] K. L. Lancaster et al. 'Deuteron acceleration from buried layers in Petawatt laser-matter interactions

[5] T. Ditmire et al. Nature(London)398.491(1999),

[6] T. Ditmire et al. Nature(London)386.54(1997)

[7] G. Grillon et al. Physical Review Letters 89 (6) 065005(2002)

[8] D. Hilscher, Physical Review E64, 016414(2001)

[9] E. Keskilidou, S. Moustaizis et al. Appl.Rad.& Isotopes 63, 671-680(2005)

[10] Fr. Venneri, 'Accelerators add a new option to our energy future' Los Alamos National Laboratory, LA-UR-94-3905

[11] C. Rubbia et al. 'Conceptual Design of a fast neutron operated high power energy amplifier', CERN/AT/95-44(ET), 29th September 1995, C. Rubbia, 'A high gain amplifier energy operated with fast neutrons, AIP Conference Proceedings 346, International Conference on accelerator-driven transmutation technologies and applications, Las Vegas, July 1994

[12] C. Rubbia et al. 'A realistic Plutonium elimination scheme with energy amplifiers and Thorium-Plutonium fuel', CERN/AT/95-53(ET), 12th December, 1995

[13] E. W. Becker, K. Bier et al. Z Physics 146, 333(1956)

[14] T. Ditmire et al. Physics Review A53, 3379(1996)

[15] T. Ditmire et al. Physics Review A57, R4094(1998)

[16] I. Last & J. Jortney, Physics Review Letters 87, 033401(2001)

[17] Grillon, Moustaizis et al. Physics Review Letters 89 (6) 065005 (2002)

[18] Eiji Kojima, Shojiro Takeyama, 'Development of Implosive Magnet Coils

for Mega-gauss Magnetic Field Generation'

[19] O. Portugall et al, Applied physics 32, 2354(1999)

[20] Introduction to plasma physics and controlled fusion, vol.1, Francis F. Chen, Second edition, ISBN 0306413329 (2006), (183)

- 'Finite volume methods for hyperbolic problems', Randall J. Leveque (2002), Cambridge University Press
- 'Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications', John D. Anderson (1995) McGraw-Hill
- 'Μαγνητοϋδροδυναμική χωρίς/με ηλεκτρική αντίσταση: Αριθμητική προσέγγιση', Π. Λαλούσης, Σχολείο Φυσικής και Τεχνολογίας Σύντηξης, 7ο Σχολείο Φυσικής και Τεχνολογίας Σύντηξης, Βόλος, 14-18 Απριλίου 2008
- 'Στοιχεία Ηλεκτροδυναμικής και Εισαγωγή στο Πλάσμα', Μ. Τσάλας, 6ο Σχολείο Φυσικής και Τεχνολογίας Σύντηξης, Βόλος, 26-31 Μάρτιος 2007
- 'Εισαγωγή στη Μαγνητοϋδροδυναμική', Γ. Ν. Θρουμουλόπουλος, 6ο Σχολείο Φυσικής και Τεχνολογίας Σύντηξης, Βόλος, 26-31 Μάρτιος 2007
- 'Modern Compressible Flow', Philip Thomson,(2002) McGraw-Hill
- 'Compressible F;uid Dynamics', Philip Thomson (1972), McGraw-Hill
- Revised NRL Plasma Formulary 2002, J. D. Huba et al.
- Introduction to plasma physics and controlled fusion, vol.1, Francis F. Chen, Second edition, ISBN 0306413329 (2006)

Παράρτημα

Η παρακάτω εργασία παρουσιάστηκε σαν poster στο $35^{\text{ο}}$ European Physical Society συνέδριο φυσικής πλάσματος που έλαβε χώρα στη Χερσόνησο Κρήτης στις 9-13 Ιουνίου 2008 και τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν εκεί ήταν από τα πρώτα που είχε δώσει ο 1+1/2-Δ ΜΥΔ κώδικας, για πλάσμα αρχικής πυκνότητας $Rol=10^{18}$ cm^{-3} , μαγνητικό πεδίο B=150Tesla και ακτίνα πλάσματος r_1=50μm. Ακολουθεί το αντίγραφο από το cd των πρακτικών του συνεδρίου:

*35th EPS Conference on Plasma Phys. Hersonissos, 9 - 13 June 2008 ECA Vol.**32D**, P-4.116 (2008)*

MHD computations for plasma trapping in open magnetic field devices for high neutron flux production

I. Loupasakis[1], Stavros D. Moustaizis[1] , and P. Lalousis[2]

[1]Institute of Matter Structure and Laser Physics

Technical University of Crete, Chania, Crete, Greece

[2]Institute of Electronic Structure and Laser , FORTH, Heraklion Crete Greece

Abstract

Results of numerical simulations on plasma trapping by an open high magnetic field configuration in cylindrical geometry are presented. The plasma is produced by the interaction of ultrashort high intensity laser beam with a molecular beam, of neutral deuterium clusters, that enters the external applied mirror-like magnetic field of the order of 150 Tesla. For the study of the spatial and temporal evolution of the trapped plasma a 1+1/2-D MHD code has been developed in cylindrical coordinates. The neutron production efficiency is calculated as a function of the physical and the geometrical parameters as well as the value of the external magnetic field.

Introduction

In recent years there has been an increasing interest in study of plasma trapping from ultrashort high intensity laser beam interaction with gas[1],[2],[3] in order to accelerate ions and produce neutrons. The application of a high intensity external magnetic field, allows the high density and temperature plasma trapping for relatively long time, increases the number of ion collisions in the interaction volume and improve the neutron production [1],[2],[3],[4],[5]. The aim of present work is to carry out numerical calculations on spatial and temporal evolution of the main physical parameters of the produced deuterium plasma such as density, pressure, expansion velocity and temperature as well as to estimate the neutron number per laser shot. The selection of the initial conditions of this problem such as plasma density, temperature, laser beam spot and intensity of external magnetic field, correspond to potential experimental setup.

Physical and mathematical model

A high-density neutral deuterium cluster beam can penetrate in an external mirror-like applied magnetic field configuration (fig.1) and interact with an ultrashort high intensity laser beam. Such interactions accelerate deuterium ions, to relatively high kinetic energies, due to Coulomb explosion, enabling the production of neutrons through D-D nuclear fusion reaction.[4] Typical initial plasma conditions have been selected for the electronic density up to 10^{19} cm^{-3} and for the temperature up to 50 keV in order to allow comparisons with recent experiments [3].

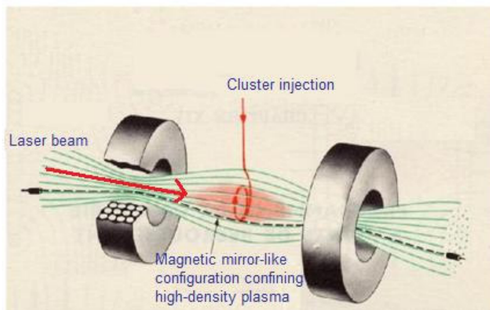
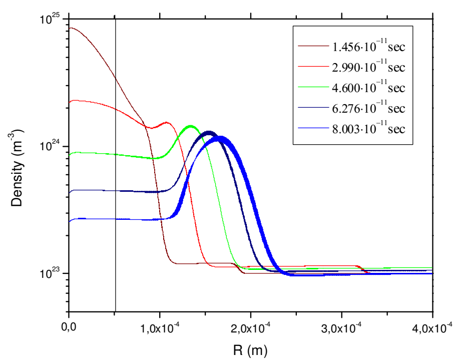


Fig.1: The proposed setup concerning the magnetic field topology, the cluster penetration in the center of the mirror-like configuration and the interaction with the pulsed laser beam

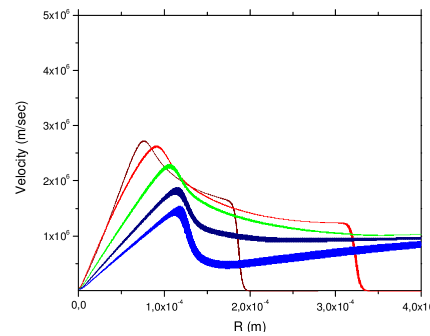
For the numerical study a MHD code in cylindrical coordinates has been developed in 1+1/2 dimension which corresponds to the Eulerian shock tube model treatment in radial direction and Lagrangian formulation in the axial direction. The shock tube model consists of a Riemann problem which involves the solution of a system of nonlinear hyperbolic differential equations, for one-dimensional flow, including a jump discontinuity in the initial data. Our physical model concerns the propagation of a laser-induced shock wave from a high pressure region (of 50μm radius) to another (of 400μm radius) of two orders of magnitude lower. These regions represent two areas of different plasma densities at the interaction volume due to the Gaussian-like spatial distribution of the focused laser beam. The plasma parameters are plotted as functions of the expansion radius for different time intervals with or without the application of a high intensity magnetic field.

Numerical simulation results

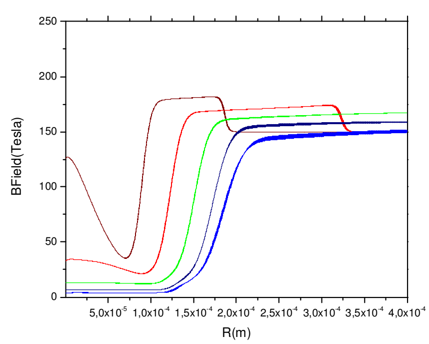
Figure 2 shows a series of numerical results concerning the spatial and temporal evolution of the D-ions plasma parameters, with an external applied magnetic field of 150 Tesla. The different curves referred to time intervals from the laser plasma production up to 80 picoseconds. During this relatively short trapping time the plasma density remains relatively high, up to 10^{18} cm^{-3} enabling a neutron production up to few 10^{5} neutrons per laser shot. For longer time trapping, up to tens of nanoseconds, the plasma density remains relatively high due to applied high magnetic field and the neutron production increases up to 10^{9} neutrons.



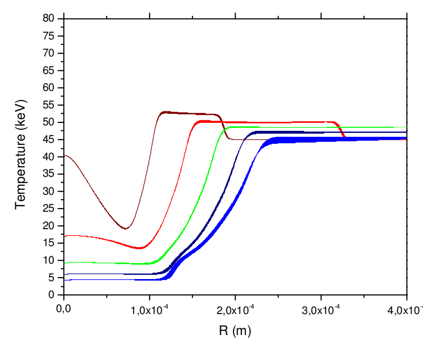
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig.2 Radial dependence of D-ions plasma parameters (a) plasma density, (b) plasma velocity, (c) magnetic field, (d) temperature for initial value of the external magnetic field B=150T. Curve colors correspond to the following time intervals: Brown = 1.456e-11sec, Red =2.990e-11sec, Green = 4.600e-11sec, Deep blue=6.275e-11sec, Blue = 8.003e-11sec

Conclusions

The results of the present 1+1/2-D code are in good agreement with experiments [1],[2],[3] for the case of zero external magnetic field[4]. As it was also been calculated for a relatively long trapping time corresponding to tens of nanoseconds and a magnetic field of 150 Tesla the plasma density remains high and the plasma is trapped in a relatively small interaction volume. The neutron production is of the order of 10^5 -10^6 during the first 80 picoseconds of the plasma evolution and growth up to 10^9 for the longer, tens of nanoseconds, trapping time. Finally, by increasing the focal diameter of the laser spot it is possible to have relatively higher interaction volume and high plasma density for longer trapping time improving by a factor of 10^2 the neutron production.

Acknowledgements

The present work was supported by the Association Euratom - Hellenic Republic

References

[1] Ditmire et al. (1997) High-energy ions produced in explosions of superheated atomic clusters. Nature 386, 54

[2] Ditmire et al. (1999) Nuclear fusion from explosions of femtosecond laser-heated deuterium clusters. Nature 398, 489-492

[3] Grillon, Moustaizis, Balcou et al. (2002) Deuterium-Deuterium fusion dynamics in low-density molecular-cluster jets irradiated by intense ultrashort laser pulses. Phys.Rev.E58(1), 1165-1168

[4] Moustaizis, Keskilidou et al. (2006) Neutron flux enhancement due to magnetic trapping of a Deuterium plasma produced by laser beam-clusters interaction. Paper contribution to the 29th ECLIM Conference Madrid, Spain, June 11-16

[5] Rhee Y. et al. (2006) Laser fusion reactions in deyterated polymers and deuterium clusters to generate neutrons. Paper contribution to the 29th ECLIM Conference Madrid, Spain, June 11-16